

Viele Welten

Eine alternative Deutung der Quantentheorie

Zusammenfassung des gleichnamigen Vortrages,
gehalten am 14. Juni 2006 in Münster
von Andreas Kosmider

Einleitung

Die Viel-Welten-Theorie wurde erstmals in der Arbeit „*Relative State Formulation of Quantum Mechanics*“ von Hugh Everett III, veröffentlicht 1957 in *Reviews of Modern Physics*, vorgeschlagen. Weitere Verfechter sind Wheeler, Graham und DeWitt.

Zielsetzung war es, die bestehenden Probleme der Quantenmechanik, insbesondere den Kollaps von Zustandsvektoren zu erklären.

Die Theorie der relativen Zustände liefert einen kreativen, wenn auch unkonventionellen, Lösungsweg. Der große Nachteil der Theorie ist, dass ihre Postulate weit über den empirischen Erkenntnishorizont hinausgehen und dass sie daher keiner Überprüfung unterzogen werden kann.

Das Problem der quantenmechanischen Messung

Betrachtet wird zuerst eine quantenmechanische Messung und die daraus resultierenden Probleme.

Die einfachste Darstellung eines Messprozesses ist durch zwei dynamische Größen $|s, a\rangle = |s\rangle|a\rangle$ gegeben, wobei s ein Eigenwert einer Systemobservablen und a der einer Apparatobservablen ist. Sie bilden jeweils eine vollständige, orthonormale Basis. Der Gesamtzustand wird vor der Messung als unkorreliert angenommen:

$$|\Psi_0\rangle = |\phi\rangle|\eta\rangle.$$

$|\phi\rangle$ beziehe sich auf das zu beobachtende System und $|\eta\rangle$ auf die Messapparatur.

Damit der Apparat etwas über das System lernen kann, müssen beide Teile der Welt für einige Zeit mit einander gekoppelt werden. Das Ergebnis kann durch einen unitären Operator U ausgedrückt werden

$$|\Psi_1\rangle = U|\Psi_0\rangle$$

Die Wirkung von U auf die Basisvektoren erfolgt nach

$$U|s, a\rangle = |s, a + gs\rangle = |s\rangle|a + gs\rangle$$

U wird so gewählt, dass er nur auf den Apparatzustand wirke. g ist eine regelbare Kopplungskonstante.

Wirkliche Messungen sind um einiges komplizierter, als der beschriebene Vorgang, aber jede ideale Messung lässt sich nach von Neumann durch eine Folge der obigen Grundprozesse (sog. von Neumann Ketten) darstellen.

Wir betrachten nun die Veränderung des Zustandsvektors, die durch die Messung hervorgerufen wird.

$$|\Psi_1\rangle = \sum_s c_s |s\rangle|\eta[s]\rangle,$$

wobei

$$c_s = \langle s|\phi\rangle$$

$$|\eta[s]\rangle = \int |a + gs\rangle \eta(a) da$$

$$\eta(a) = \langle a|\eta\rangle$$

Der resultierende Zustandsvektor $|\Psi_1\rangle$ ist im Allgemeinen kein reiner Zustand (es sei denn $\langle s|\phi\rangle = c_s = 1$), sondern eine lineare Überlagerung von Vektoren.

Die Wellenfunktion hat also anfänglich die Form eines einzelnen Paketes, das sich dann aber infolge der Kopplung an das System in zahlreiche, aufeinander orthogonale Pakete aufspaltet, deren jedes einem bestimmten Wert von s entspricht.

Nun ist allerdings klar, dass eine wirkliche Messung immer ein eindeutiges Ergebnis liefert.

Was bringt die Messapparatur dazu sich zu entscheiden?

Dem interessierten Leser ist das Problem von Schrödingers Katze bekannt, das ebenfalls diese Problematik behandelt.

Um dieses Problem zu lösen, bedarf es einer Modifikation oder Erweiterung der Theorie. Im Laufe der Zeit wurden von verschiedenen Physikern Vorschläge erarbeitet, die den Übergang von Mischzuständen zu reinen Zuständen, also den Kollaps des Zustandsvektors, erklären sollen.

So schlägt Wigner eine anthropozentrische Lösung vor. Das Bewusstsein des Beobachters löst die Entscheidung aus und zwingt den Apparat in einen eindeutigen Zustand. Diese Theorie ist natürlich sehr schmeichelhaft, aber auch eher unwissenschaftlich. Worin unterscheiden sich denn beliebige Messapparaturen prinzipiell von der menschlichen Wahrnehmung.

Bohm postulierte, dass sog. verborgene Variable existieren, die den Mischzustand beeinflussen. Bohms Theorie konnte sich allerdings aus verschiedenen Gründen nicht durchsetzen.

Diese und weitere Lösungsvorschläge sollen hier nicht weiter behandelt werden. Wir wollen uns aber noch mit der „klassischen Lösung“, der Kopenhagener Deutung, befassen.

Der Kopenhagener Deutung zufolge, kollabiert der Zustandsvektor sofort nachdem er den Mischzustand angenommen hat.

Die Vielzahl von Paketen reduziert sich augenblicklich auf ein einziges Paket und der Vektor $|\Psi_1\rangle$ reduziert sich auf das zugehörige Element $|s\rangle|\eta[s]\rangle$.

Diese Reduktion ist nicht vorhersagbar und genügt der Wahrscheinlichkeit $w_s = |c_s|^2$.

Auch wenn es von den Verfechtern der Kopenhagener Deutung anders dargestellt wird, ist auch dieser Lösungsansatz eine Erweiterung der Quantentheorie, denn dieser Kollaps folgt nicht aus der Schrödingergleichung, die den Operator U erzeugte.

Es handelt sich um eine Art a priori Metaphysik die hier eingreift und den Zustandsvektor kollabieren lässt.

Heisenberg und Andere zeigten, dass sich alle quantenmechanischen Prozesse so erklären lassen. Die Kritik aber, dass der Kollaps der Zustandsvektoren einfach akzeptiert und nicht erklärt wird, konnten sie nicht zurückweisen. Es könnte also sein, dass die gesamte Quantenwelt nicht der Realität entspricht, sondern lediglich einen hochkomplizierten Formalismus darstellt, der an den Grenzen zur „klassischen“ Welt der Wirklichkeit entspricht.

De Witt formulierte das Problem wie folgt:

„Die Kopenhagener Deutung könnte zur Meinung führen, daß der Kollaps des Zustandsvektors und sogar der Zustandsvektor selbst nur im Geiste existieren. Falls dieser Eindruck korrekt ist, was wird dann aus der Wirklichkeit?“

Lösung durch die Theorie der Relativen Zustände

Hugh Everett versuchte 1957 eine Interpretation der Quantentheorie zu erarbeiten, die den erfolgreichen mathematischen Formalismus der Quantenmechanik übernimmt, aber jeden Kollaps von Zustandsvektoren ausschließt.

Dazu müssen wir zuerst die möglichen Veränderungen von Zuständen betrachten. Ein physikalisches System ist durch die Zustandsfunktion Ψ , die ein Element eines Hilbertraums ist, vollständig beschrieben. Diese Funktion kann sich nach unserer Erfahrung auf zwei verschiedene Weisen ändern:

Prozess 1: Diskrete Veränderungen, hervorgerufen durch die Beobachtung einer Größe mit Eigenzuständen ϕ_1, ϕ_2, \dots , wobei sich Ψ mit der Wahrscheinlichkeit $|\langle \Psi | \phi_j \rangle|^2$ in den Zustand ϕ_j begibt.

Prozess 2: Kontinuierliche, deterministische Veränderung des Zustandes eines isolierten Systems mit der Zeit.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = A\Psi, \text{ wobei } A \text{ ein linearer Operator ist.}$$

Everetts Theorie fußt im weiteren auf folgenden Postulaten:

- Pure Wellenmechanik, also nur Prozess 2, ist eine vollständige Theorie.
- Eine Wellenfunktion, die einer linearen Wellengleichung genügt, beschreibt hinreichend jedes isolierte System.
- Jedes System, das externer Beobachtung unterzogen wird, kann als Teil eines größeren isolierten Systems angenommen werden.

Interessant an diesen Postulaten ist vor allem das erste. Wie kann der kontinuierliche wellenmechanische Formalismus ausreichend sein, alle Prozesse, insbesondere Messprozesse zu erklären?

Um diese Frage zu beantworten, bedarf es der relativen Zustände. Wir betrachten ein zusammengesetztes System S , das aus zwei Teilsystemen S_1 und S_2 mit den assoziierten Hilberträumen H_1 und H_2 besteht. Dann ergibt sich der Hilbertraum H für S als das Tensorprodukt aus H_1 und H_2 ($H = H_1 \otimes H_2$). Die Basisvektoren zu H_1 und H_2 $\{\xi_i^{S_1}\}$ und $\{\eta_j^{S_2}\}$ seien vollständige orthonormale Sets von Zuständen für S_1 und S_2 . Dann lässt sich der Zustand von S wie folgt schreiben:

$$\Psi^S = \sum_{i,j} a_{ij} \xi_i^{S_1} \eta_j^{S_2}$$

Obwohl das System in einem definiten Zustand Ψ^S ist, besitzen die Teilsysteme S_1 und S_2 im allgemeinen keine definiten Zustände unabhängig von einander.

Wir können aber jedem beliebigen Zustand eines Teilsystem einen eindeutigen korrespondierenden *relativen* Zustand im anderen Teilsystem zuordnen.

Dazu nehmen wir an, dass sich das Teilsystem S_1 im Zustand ξ_k befinde, während das gesamte System S sich im Zustand Ψ^S befinde, dann gilt für den korrespondierenden relativen Zustand in S_2 ($\psi(S_2; \text{rel}\xi_k, S_1)$):

$$\psi(S_2; \text{rel}\xi_k, S_1) = N_k \sum_j a_{kj} \eta_j^{S_2}$$

N_k ist eine Normalisierungskonstante. Diese Beschreibung ist unabhängig von der Wahl der restlichen Basisvektoren $\{\xi_i\} (i \neq k)$, da alle Basisvektoren orthogonal zueinander sind. Der relative Zustand ist also allein durch ξ_k determiniert.

Natürlich können S_1 und S_2 in obiger Überlegung vertauscht werden.

Das bedeutet, dass ein Teilsystem keinen Zustand besitzen kann, der unabhängig vom Zustand des verbleibenden Teilsystems ist.

Der Zustand des gesamten Systems kann also durch eine einzige Superposition von Zustandspaaren beschrieben werden. Für das gesamte System gilt:

$$\Psi^S = \sum_i \frac{1}{N_i} \xi_i^{S_1} \psi(S_2; \text{rel}\xi_k, S_1)$$

Betrachten wir nun einen Messprozess auf der Basis dieser Überlegungen. Das System S sei durch die Koordinate s und der Apparat A durch die Koordinate a beschrieben.

Zu Beginn gelte: $\Psi_0^{S+A} = \phi(s)\eta(a)$, $\phi(s)$ sei der Anfangszustand des Systems und $\eta(a)$ der Anfangszustand des Apparates. Die Zustände seien anfangs unkorreliert und treten dann im Zeitintervall $t = 0$ bis $t = T$ in Kontakt. Es wirke der simple Hamiltonoperator

$$H = -i \hbar s \frac{\delta}{\delta a},$$

dann löst der Zustand $\Psi_t^{S+A}(s, a) = \phi(s)\eta(a - st)$ die Schrödingergleichung

$$i \hbar \frac{\delta}{\delta t} \Psi_t^{S+A} = H \Psi_t^{S+A}.$$

Nach der Zeit $t = T$ gibt es also keine definiten unabhängigen Apparat- oder Systemzustände mehr, der Apparat zeigt keine klaren Systemzustände an und kein diskreter Schritt (Prozess 1) ist aufgetreten.

Wir können jetzt die gesamte Wellenfunktion wieder als Superposition von Zustandspaaren beschreiben. Gehen wir zunächst von festen Systemwerten s und korrespondierenden Apparatzuständen aus. Dann gilt für die Wellenfunktion:

$$\Psi_T^{S+A} = \int \phi(s') \delta(s - s') \eta(a - sT) ds'$$

Dies ist eine Superposition von allen Zuständen $\phi(s')$ des Systems mit den jeweils relativen Zuständen $\psi_{s'} = \delta(s - s') \eta(a - sT)$ des Apparates.

Analog gilt für feste Apparatzustände (womit wir unserer Frage nach dem Kollaps des Apparatzustandsvektor näher kommen):

$$\Psi_T^{S+A} = \int \phi(s) \delta(a - a') \eta(a' - sT) da'$$

Hier werden die relativen Systemzustände $\xi^{a'}(s) = N_a \phi(s) \eta(a' - sT)$ mit den korrespondierenden Apparatzuständen superponiert.

Zusammenfassend gilt:

Zu jedem definiten Apparatzustand gibt es einen relativen Systemzustand. Die Superposition aller möglichen Zustandspaare bildet erst die komplette Wellenfunktion. Führen wir eine quantenmechanische Messung durch und erhalten einen klaren Messwert so betrachten wir nur einen Teil der Realität.

De Wittes Interpretation zufolge „spaltet“ sich das Universum bei jedem Prozess dieser Art in eine Anzahl von neuen Universen. Jedes mögliche Messergebnis ist in einem dieser Universen „Realität“. Dies zog er aus der Logik der Beobachtung.

Der Teil der Wellenfunktion, der in der Welt des Beobachters registriert wird, durchdringt das gesamte zugehörige Universum.

„Sprünge“ in Eigenzustände kommen also nicht vor, die Zustandvektoren kollabieren nicht. Der wahrgenommene Kollaps des Eigenvektor (Regresskatastrophe) ist nur Teil einer umfassenderen Situation.

Alle Elemente der Superposition existieren simultan und der ganze Prozess ist kontinuierlich.

Everett formulierte es in seiner Arbeit wie folgt:

„[...]with each succeeding observation (or interaction), the observer state „branches“ into a number of different states. Each branch represents a different outcome of the measurement and the corresponding eigenstate for the object-system state. All branches exist simultaneously in the superposition after any given sequence of observation.“

Diskussion

Die Vielwelten-Theorie liefert eine Meta-Theorie, die bereits bekannte Aspekte der Quantenmechanik einschließt. Sie liefert keine neuen überprüfaren Vorhersagen.

Alle Vorhersagen die gemacht werden können stimmen bis jetzt mit denen der Kopenhagener Deutung überein.

Der große Nachteil der Theorie ist, dass die Theorie selbst den Beweis dafür liefert, dass kein Beobachter die Spaltung des Universums registrieren kann. Dies führt unmittelbar dazu, dass die Spaltung niemals empirisch bewiesen werden kann und daher folgt eine völlige Unüberprüfbarkeit der Theorie!

Zu bemängeln ist auch, dass Welten in denen die statistische Physik nicht gelten würde möglich wären.

Als Vorteil der Theorie ist zu nennen, dass der Kollaps der Zustandsvektoren und der damit verbundene Informationsverlust aufgehoben werden. Auch werden vermeintliche Paradoxa wie das EPR-Paradoxon gelöst.