# Chiralität – Motivation

Kelvin 1904: "chiral" für Spiegelsymmetrie von z.B. Händen, Molekülen.

Bei uns: Spineinstellung relativ zur Bewgungsrichtung

Warum ist chirale Symmetrie für ET-Physik wichtig?

1.) Die Welt ist chiral

- nur linkhändige Neutinos in $\beta$-Zerfällen
  $\Rightarrow$ Theorie braucht CP-Verletzung
- im Standardmodell: chirale Kopplung von Eichfeld an Fermionen
  $\Rightarrow$ fundamentale Asymmetrie:

  $$\mathcal{L}_{EW} = \bar{\chi}_L(i\partial_\mu - g\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{W_\mu} + \frac{1}{2}g'B_\mu)\chi_L + \bar{e}_R(i\partial_\mu + g'B_\mu)e_R + \ldots \tag{1}$$

  mit $\chi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e^- \end{pmatrix}_L$
- störungstheoretisch: ok., Gitter: ungelöstes Problem
- Bem.: Gitterformulierung für EW evtl. nur technisch interessant,
  **aber**: frühes Universum, $T \approx M_{Higgs}$
  $\Rightarrow$ nicht-pertubative Phänomene für $N_{Baryon}$-Asymmetrie sehr wichtig

2.) QCD:

- phänomenologisch : $m_\pi \ll m_{andere\,Hadronen}$

- wenn $m_q \to 0$, $\mathcal{L}_{QCD}$ ist exakt chiral.
  Symmetrie wird spontan gebrochen: $\pi$'s sind Goldstone-Bosonen

- gute Approximation, weil $m_u, m_d$ klein ($m_s$ klein ist auch noch gut)

- Regalmeter voller Wissen um diese Phänomenologie

- chirale Symm. auf dem Gitter aufgeben, heisst dieses Verständnis wegschmeissen

- **wichtig**:
  Hochenergie-QCD: Störungstheorie,
  Niederenergie-QCD: Gitter.
  Vertragen sich (noch) nicht. $\to \nexists$ Formulierung der QCD $\to$ kriminell!

- genauer: s.u.

3.) Erweiterungen des Standardmodell:

- chirale Symmetrie spielt Zentrale Rolle

- üblicherweise: Vereinheitlichung bei Skalen $\gg m_{Hadronen}$.
  Dann Renormierung + Proektion auf effektive Theorien.
  Seltsam:
  Warum sind unsere phys. Teilchen so leicht?
  $\to$ chirale Symmetrie schützt vor add. Renormierung (nur mult.) $\Rightarrow m(\mu = \text{hoch}) = 0 \Leftrightarrow m(\mu = \text{niedrig}) = 0$

- eine der Hauptmotivationen für SUSY: verknüpfe Higgs mit ferm. Partner $\Rightarrow$ Higgs wird auch geschützt

## QCD im Kontinuum

- $$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{2g^2}\mathrm{Tr}\{F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\} + \sum_{f=1}^{6} \bar{q}_f(i\not{D} - m_f)q_f + \frac{\theta}{32\pi^2}F^a_{\mu\nu}\tilde{F}^{a\ \mu\nu}\ , \tag{2}$$

  mit $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$.

- $m_f$ = Quarkmassen : $m_u \approx 4$ MeV, $m_d \approx 7$ MeV, $m_s \approx$ 150 MeV. sind klein, insbes. $m_{u,d}$.
  $\Rightarrow$ chiraler Limes für $N_f = 2$ or $N_f = 3$ Quarks ($m_q \to 0$) gerechtfertigt.

- dann ist $\mathcal{L}_{QCD}$ invariant unter

  $$\delta q_f = i\alpha_A[t^A q]_f \tag{3}$$

  und

  $$\delta q_f = i\beta_A\gamma^5[t^A q]_f \tag{4}$$

  mit $t^A$ ($A = 0, 1, \ldots, N_f^2 - 1$) als den Generatoren der U($N_f$) Gruppe.

- (3) ist reguläre Isotopie, auch für $m_q \neq 0$. Die zugehörigen Noether Ströme:

  $$(j^\mu)^A \ = \ \bar{\psi}t^A\gamma^\mu\psi, \qquad (j^{\mu 5})^A \ = \ \bar{\psi}t^A\gamma^\mu\gamma^5\psi\,. \tag{5}$$

- Axiale Anomalie (Adler-Bell-Jackiw-A.)
  - $t^A = 1$: diese Symmtrie existiert nur klassisch. Das Pfadintegral ist nicht invariant unter

    $$\delta q = i\alpha\gamma^5 q, \qquad \delta\bar{q} = i\alpha\bar{q}\gamma^5\ , \tag{6}$$

- betrachte fermionischen Teil des Integrals ($f = 1, m = 0$, euklidisch):

$$\int \prod_x d\bar{q}(x) dq(x) \exp \left\{ i \int d^4 x \bar{q} \not{D} q \right\}$$

formal = der Determinante von $-i\not{D} = -i\gamma_\mu \mathcal{D}_\mu$,

- Bem.: zu jeder Eigenfunktion $u_k$ von $\not{D}$ mit EW $\lambda_k$, $u'_k = \gamma^5 u_k$ ist auch eine Eigenfunktion mit EW $-\lambda_k$ ($\not{D}$ und $\gamma^5$ antikommutieren).

- also

$$\det \| -i\not{D} + m \| = \prod_k (-i\lambda_k + m) = m^Q \prod_k{}' (\lambda_k^2 + m^2) \, , \quad (7)$$

wobei $Q$ die Anzahl der exakten Null-Moden ist.

- entwickle

$$\left\{ \begin{array}{rcl} q(x) & = & \sum_k c_k u_k(x) \\ \bar{q}(x) & = & \sum_k \bar{c}_k u_k^\dagger(x) \end{array} \right. , \quad (8)$$

wobei die $\{u_k(x)\}$ ein kompletter Satz Eigenfunktionen für den Hilbertraum sind.

- dann

$$\prod_x d\bar{q}(x) dq(x) \equiv \prod_k d\bar{c}_k dc_k \, . \quad (9)$$

- seien die Felder infinitesimal chiral rotiert worden: $q' = q + \delta q$ und $\bar{q}' = \bar{q} + \delta\bar{q}$ können wieder entwickelt werden:

Die neuen Koeffizienten :

$$\begin{aligned}
c'_k &= c_k + i\alpha \sum_m c_m \int d^4x \; u_k^\dagger(x)\gamma^5 u_m(x) \\
&\equiv \sum_m (\delta_{km} + i\alpha A_{km}) c_m \\
\bar{c}'_k &= \bar{c}_k + i\alpha \sum_m \bar{c}_m \int d^4x \; u_m^\dagger(x)\gamma^5 u_k(x) \\
&\equiv \sum_m \bar{c}_m (\delta_{km} + i\alpha A_{mk}) \,. \qquad (10)
\end{aligned}$$

- Warum tun wir das alles?
  Die Transformation (10) hat eine nicht-verschwindende Jacobi-Matrix:

  $$\prod_k d\bar{c}_k{}' dc'_k \;=\; J^{-2} \prod_k d\bar{c}_k dc_k \;, \qquad (11)$$

  mit

  $$J \;=\; \det(1 + i\alpha A) \;\approx\; \exp\left\{ i\alpha \sum_k A_{kk} \right\} . \qquad (12)$$

  oder, anders ausgedrückt:

  $$\ln J \;=\; i\alpha \int d^4x \sum_k u_k^\dagger(x)\gamma^5 u_k(x) \;+ O(\alpha) \,. \qquad (13)$$

- Wir wissen: $u'_k = \gamma^5 u_k$ ist auch Eigenfkt. mit EW $-\lambda_k$.D.h., wenn $\lambda_k \neq 0$, sind $u_k(x)$ und $\gamma^5 u_k(x)$ verschiedene Eigenfunktionen, und $\int d^4x \; u_k^\dagger(x)\gamma^5 u_k(x)$ verschwindet.

- (13) ungleich 0 impliziert nicht-triviale topologische Eichfelder für welche $\gamma^5 u_0(x) = \mp u_0(x)$ (kommt auf Händigkeit

der Moden an).
*Atiyah-Singer-Index-Theorem* sagt:

$$\int d^4x \sum_k u_k^\dagger(x)\gamma^5 u_k(x) = n_R^{(0)} - n_L^{(0)} \ = \ Q \ , \qquad (14)$$

$n_{L,R}^{(0)}$ ist Anzahl der links-/recht-händigen Moden, Q ist die topologische Ladung des Eichfelds:

$$Q \ = \ \frac{1}{16\pi^2} \int d^4x \ \mathrm{Tr}\{F_{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}\} \, . \qquad (15)$$

- alles eingesetzt ergibt

$$\delta S \ = \ \frac{i\alpha}{16\pi^2}\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \int d^4x \mathrm{Tr}\{F_{\alpha\beta}F_{\mu\nu} \, .\} \qquad (16)$$

  D.h., der Effekt der chiralen Transformation kann als Shift in der Wirkung dargestellt werden.

- die Anomalie ist kein Konstrukt, sondern meßbar.

- Theorem: man kann den Effekt der Anomalie zw. verschiedenen Größen der Theorie hin und her schieben, aber nicht wegbekommen.

• Spontane Brechung der Nonsinglet chiralen Symmetrie:

  - nochmal Symmetrien betrachten (3,4). Wenn

$$q_{L,R} = \ \frac{1}{2}(1 \mp \gamma^5)q, \qquad \bar{q}_{L,R} = \ \frac{1}{2}\bar{q}(1 \pm \gamma^5) \qquad (17)$$

  , dann kann man (3,4) umschreiben:

$$\psi_L \ \rightarrow \ V_L\psi_L, \qquad \psi_R \ \rightarrow \ V_R\psi_R \ , \qquad (18)$$

  wobei $V_L$ und $V_R$ unabhängige U($N_f$)-Matrizen sind. Die Singlet Axialen Transformationen $V_L = V_R^* = e^{i\phi}$ haben die gleiche Anomalie wie die Theorie mit einem flavor.

- Die eigentliche Symmetriegruppe in QCD ist also:
$$G = \mathsf{SU}_L(N_f) \times \mathsf{SU}_R(N_f) \times \mathsf{U}_V(1)\,. \tag{19}$$
- Experimenteller Befund: (19) ist spontan gebrochen (Vakuum ist nicht invariant unter $G$). Aber Untergruppe $V_L = V_R$ ist noch erhalten (Isospin). Brechung:
$$\mathsf{SU}_L(N_f) \times \mathsf{SU}_R(N_f) \;\to \mathsf{SU}_V(N_f)\,. \tag{20}$$
- Die Vakuumerwartungswerte sind die Orderparameter der gebr. axialen Symm.:
$$\Sigma^{fg} \;=\; \langle \psi_L^f \bar{\psi}_R^g \rangle_0 \tag{21}$$
  $\Sigma^{fg}$ ist die Quark-Kondensat-Matrix
- Goldstone: spontane Brechung globaler Symmtrie $\Rightarrow N$ masselose Goldstone-Bosonen (hier $N = N_F^2 - 1$).
  Hier: axiale Symm. gebrochen $\to$ Bosonen sind Pseudoskalare, sprich Pionen für $N_f = 2$, das Oktet $(\pi, K, \bar{K}, \eta)$ für $N_f = 3$.
- Pseudoskalare sind nicht masselos, da $m_q \neq 0$, aber man erwartet $m_{PS}^2 \propto m_q$, linear im Order-Parameter.
  $\to$ guter Test für Chiralität auf dem Gitter.

## 'Naive' Fermionen

- Um die Dirac-Wirkung zu diskretisieren, wird die Ableitung mit der symmetrischen Differenz ersetzt, inkl. der Eichlinks (Eichinvarianz):

$$\bar\psi \not{D} \psi = \frac{1}{2a}\bar\psi(x) \sum_\mu \gamma_\mu [U_\mu(x)\psi(x+\widehat\mu) - U_\mu^\dagger(x-\widehat\mu)\ \psi(x-\widehat\mu)] \ . \tag{22}$$

- Für $a \to 0$ gewinnt man wieder die Kontinuumswirkung (Taylorentw. v. $U_\mu$ und $\psi(x+\widehat\mu)$ in $a$ bis $\mathcal{O}(a)$):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2a}\bar\psi(x)\gamma_\mu[\ \Big(1 + iagA_\mu(x+\frac{\widehat\mu}{2}) + \ldots\Big)\ \Big(\psi(x) + a\psi'(x) + \ldots\Big) - \\ & \qquad \Big(1 - iagA_\mu(x-\frac{\widehat\mu}{2})) + \ldots\Big)\ \Big(\psi(x) - a\psi'(x) + \ldots\Big)\ ] \\ = \quad & \bar\psi(x)\gamma_\mu(\partial_\mu + \frac{a^2}{6}\partial_\mu^3 + \ldots)\psi(x) \\ & + ig\bar\psi(x)\gamma_\mu[A_\mu + \frac{a^2}{2}\Big(\frac{1}{4}\partial_\mu^2 A_\mu + (\partial_\mu A_\mu)\partial_\mu + A_\mu\partial_\mu^2\Big) + \ldots]\psi(x)\ , \end{aligned}$$

- 'Naive action':

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^N \quad = \quad & m_q \sum_x \bar\psi(x)\psi(x) \\ & + \frac{1}{2a} \sum_x \bar\psi(x)\gamma_\mu[U_\mu(x)\psi(x+\widehat\mu) - U_\mu^\dagger(x-\widehat\mu)\psi(x-\widehat\mu)] \\ \equiv \quad & \sum_x \bar\psi(x) M_{xy}^N[U]\psi(y) \end{aligned} \tag{23}$$

mit

$$M_{i,j}^N[U] = m_q\delta_{ij} + \frac{1}{2a}\sum_\mu \Big[\gamma_\mu U_{i,\mu}\delta_{i,j-\mu} - \gamma_\mu U^\dagger_{i-\mu,\mu}\delta_{i,j+\mu}\Big] \tag{24}$$

- Diskretisierungsfehler starten mit $\mathcal{O}(a^2)$.

- Freier Propagator ist $m + i/a \sum_\mu \gamma_\mu sin(p_\mu a)$.

- *Symmetrien*:

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow e^{i\theta}\psi(x) \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x)e^{-i\theta} \end{aligned} \tag{25}$$

  wobei $\theta \in \mathcal{R}$ ($N_{Baryon}$-Erhaltung, konserv. Vektorstrom) Für $m_q = 0$:

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow e^{i\theta\gamma_5}\psi(x) \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x)e^{i\theta\gamma_5} \end{aligned} \tag{26}$$

  $\rightarrow$ Vektor + Axiale Symmetrie + harter cut-off widerspricht Adler-Bell-Jackiw!

- werden sehen: chirale Symmetrie erhalten, aber Doppler. Chirale Ladungen so, daß sie die Anomalie aufheben

- genauer: Nielsen-Ninomiya

## Doppler

- anstatt eines Fermions bekommen wir $2^d = 16$.

- freier inverser Propagator (alle $U_\mu(x) = 1$):

$$S^{-1}(k) \;=\; m_q \;+\; \frac{i}{a}\sum_\mu \gamma_\mu \;\sin k_\mu a \tag{27}$$

- physikalische Teilchen sind bei

$$(\sum_\mu \gamma_\mu \;\sin k_\mu)^2 = m^2 \tag{28}$$

  für $k_\mu \approx 0 \rightarrow k^2 = m^2$, wie im Kont.

- **ABER:** $\exists$*16* Lösungen! (sinus ist periodisch in $2\pi$), die 15 extra = "*Doppler*".

- man modelliert 1 Fermion und bekommt 16

- Was passiert mit $\gamma_5$ ?
  - jeder Doppler = Lösung zu $(\sum_\mu \gamma_\mu \;\sin k_\mu)^2 = 0$ in den 16 Ecken der Brioullin-Zone ($k_\mu = (0,\pi;0,\pi;0,\pi;0,\pi)$)
  - für jede $k_\mu \neq 0$ Komponente: shift um $\pi$, so daß $k'_\mu = (0,0,0,0)$:

$$\sum_\mu \gamma_\mu \;\sin k_\mu \rightarrow (-)^l \sum_\mu \gamma_\mu \;\sin k'_\mu \tag{29}$$

    mit $l = \#\{\text{shifts}\}$. Doppler ist jetzt in der Rolle des Kont.-Fermions.

– vgl. mit Originalwirkung: Redef. der $\gamma_\mu$'s: $\gamma_\mu = -\gamma'_\mu$. $\gamma_5$:

$$\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 \to (-)^l \gamma'_1\gamma'_2\gamma'_3\gamma'_4 = (-)^l \gamma'_5 \qquad (30)$$

$\Rightarrow$ für 4 Doppler ist $l = 1$, für 4 weitere $l = 3$.
$\Rightarrow$ für die 1/2 der Doppler ändert $\gamma_5$ Vorzeichen
$\Rightarrow$ ändern ihre Chiralität!

- z.B. starte mit einem rechtshändigen Fermion: $P_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)$
  $\Rightarrow \frac{1}{2}$ aller Doppler werden linkshändig

- jede chirale Theorie wird eine Vektortheorie!

- 8 Fermionen mit jew. $\pm 1$ Chiralität $\Rightarrow$ keine Anomalie

## Nielsen Ninomiya

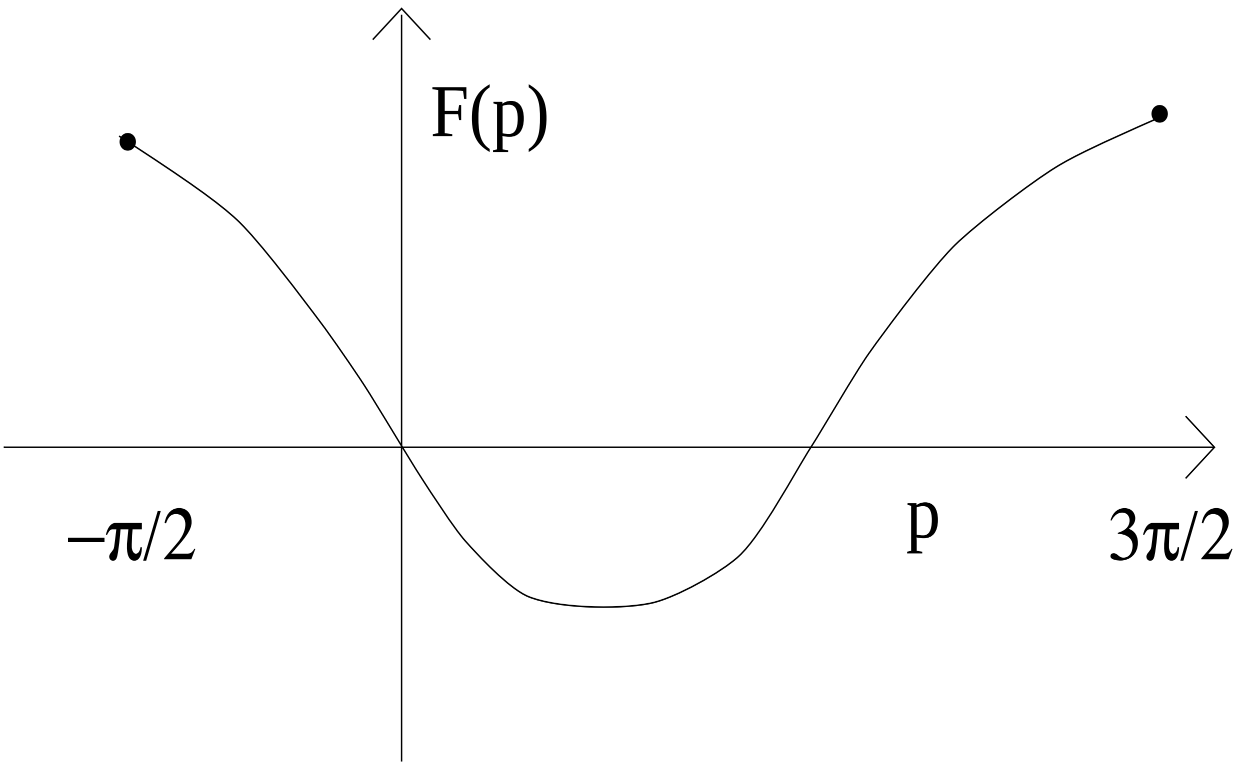
- zunächst: wenn Theorie chiral,
  $\Rightarrow \gamma_5 M + M\gamma_5 = 0 \Leftrightarrow \gamma_5 M \gamma_5 = M^\dagger$
  ($\Rightarrow m_q = 0 : S_L =$ antihermitisch)

- betrachte allg. Wirkung, so daß
  $S^{-1}(k, m = 0) = iF(p)$:
  *wenn:*

  1. $F(p)$ periodisch im Impulsraum mit Periode $\frac{2\pi}{a}$ (folgt aus X-lationsinvarianz),
  2. $p_\mu \in \{0, 2\pi\}$ stetig (gilt im Lim. $L \to \infty \, \forall a$),
  3. $F(p)$ im Impulsraum stetig (Folge lokaler WW),
  4. $F(p) \to \gamma_\mu p_\mu$ für $p_\mu \approx 0$ und $a \to 0$ (wie Kont.),
  5. Wirkung chiral ist ($\Leftrightarrow \gamma_5 M \gamma_5 = M^\dagger$),

  wird die Theorie $2^d$ Doppler haben! (NN-NoGo-Theorem).

- betrachte 1d:




$\pm$ Steigung: nach links-/recht-bewegende Teilchen = Händigkeit (in d=1).
$\Rightarrow F(p)$ muß 2 Nullstellen haben.

- $\Rightarrow \nexists$ **Gittertheorie mit chiralen Fermionen.**

- Wat nu?

  – Wie definiert man eine Theorie, die im Kont. chiral wird (ohne Doppler)???
  2 Standardantworten: Wilson Fermionen und Staggered Fermions.

  – Wie definiert man überhaupt eine chirale Theorie auf dem Gitter???
  ungelöstes Problem...

## Wilson Fermionen

- breche chirale Symmetrie explizit
- 15 der 16 Fermionen bekommen eine schwere Masse ($\mathcal{O}(a)$), entkoppeln für $a \to 0$.
- addiere dim-5-Operator: $ar\bar{\psi}\Box\psi$
- Wilson Wirkung:

$$\begin{aligned}
S^W &= m_q \sum_x \bar{\psi}(x)\psi(x) \\
&+ \frac{1}{2a} \sum_{x,\mu} \bar{\psi}(x)\gamma_\mu[U_\mu(x)\psi(x+\hat{\mu}) - U_\mu^\dagger(x-\hat{\mu})\psi(x-\hat{\mu})] \\
&- \frac{r}{2a} \sum_{x,\mu} \bar{\psi}(x)[U_\mu(x)\psi(x+\hat{\mu}) - 2\psi(x) + U_\mu^\dagger(x-\hat{\mu})\psi(x-\hat{\mu})] \\
&= \frac{(m_q a + 4r)}{a} \sum_x \bar{\psi}(x)\psi(x) \\
&+ \frac{1}{2a} \sum_x \bar{\psi}[(\gamma_\mu - r)U_\mu(x)\psi(x+\hat{\mu}) - (\gamma_\mu + r) U_\mu^\dagger(x-\hat{\mu})\psi(x-\hat{\mu})] \\
&\equiv \sum_{x,y} \bar{\psi}_x^L M_{xy}^W \psi_y^L \qquad (31)
\end{aligned}$$

mit $M^W$

$$M_{x,y}^W[U]a = \delta_{xy} - \kappa \sum_\mu \left[(r-\gamma_\mu)U_{x,\mu}\delta_{x,y-\mu} + (r+\gamma_\mu)U_{x-\mu,\mu}^\dagger \delta_{x,y+\mu}\right] \qquad (32)$$

wobei reskaliert wurde:

$$
\begin{aligned}
\kappa &= 1/(2m_q a + 8r) \\
\psi^L &= \sqrt{m_q a + 4r}\ \psi = \psi/\sqrt{2\kappa}\ .
\end{aligned} \tag{33}
$$

- Interpretation (im stat. Mech. Bild):
  - lokaler Term: hält die Fermionen “fest”, Trägheitsterm
  - non-lokaler Term: lässt Fermion einen Gitterpunkt weiterhüpfen mit Stärke $\kappa$, F. rotiert in Spinraum um $(\gamma_\mu - r)$, im Eichraum um $U_\mu$
  - $r = 1$ ist besonders: $1 \pm \gamma_\mu$ ist ein Projektions-Op., Rang 2. Für $r = 1$ hat die Dipersionsrealation nur einen Ast $\Rightarrow$ keine Doppler im freien Fall
  - freie Th.: $m_q a = m_q(\kappa, r)a = \frac{1}{2\kappa} - 4r = \frac{1}{2\kappa} - \frac{1}{2\kappa_c}$, $\kappa_c = \frac{1}{8r}$
  - freier Propagator:

    $$
    S_F(p) = M_W^{-1}(p) \ = \frac{a}{1 \ - \ 2\kappa \ \sum_\mu \left( r \ \cos p_\mu a - i\gamma_\mu \ \sin p_\mu a \right)}\ . \tag{34}
    $$

    die 15 zusätzlichen Zustände haben Massen $\mathcal{O}(\frac{2rn}{a})$, wobei $n = \#\{p_\mu = \pi\}$
  - es gelten:

    $$
    \begin{aligned}
    \gamma_5 M_W^\dagger \gamma_5 &= M_W, \\
    \gamma_5 S_F^\dagger(x,y)\gamma_5 &= S_F(y,x)\ , \\
    M_W^\dagger(\kappa, r) &= M_W(-\kappa, -r)\ .
    \end{aligned} \tag{35}
    $$

    1+2: $M^W$ ist hermitisch, 2: Quark-Prop., $x \to y \leftrightarrow$ Anti-Quark-Prop. $y \to x$, 3:$M^W$ nicht antihermitisch (wg. $r$).
  - $m_q^{Pol} a = r(\cosh Ea - 1) + \sinh Ea \Rightarrow$ Diskr.-Fehler ab $\mathcal{O}(a)$

- div. Eigenschaften:
  - $a \to 0$ reproduziert die ABJ-Anomalie
  - $m_q$ bekommt multiplikative *und additive* Strahlungskorrekturen $\to$ man muß fine-tunen. (im Kont. nur mult.)
  - Vektorstrom ist konserviert.
  - Operator-Mixing von Op's versch. Chiralität (ist keine gute Quantenzahl mehr)
  - in Praxis: Computer kann keine Grassmanfelder $\to$ Fermionen ausintegrieren:

    $$Z = \int d\bar{\psi} d\psi e^{-S} \equiv \int d\bar{\psi} d\psi e^{-\bar{\psi} M_W \psi} \equiv \det M_W \qquad (36)$$

    $\to$ simuliere nur Links $U_\mu(x)$, aber in der Wirkung, berechne $\det M_W$ (effektive Theorie)
  - seeehr rechenintensiv, Approximation : $\det M_W := 1$, quenched.

## Ende

- Chiralität ist wichtig für unser Verständnis der ET-Physik, insbes. der Phänomenologie
- Fermionen auf dem Gitter sind nicht einfach (Wilson bricht chirale Symm. explizit)
- Nilson-Ninoyima sagt: keine chiralen Fermionen aufs Gitter
- aber nächste Woche: die Erleuchtung!