Übungsaufgaben zur statistischen Physik
Blatt 9

Aufgabe 9.1 (10 Punkte): Einstein-Modell

Ein Kochsalz-Kristall werde als System von $N = 2K$ nicht-wechselwirkenden harmonischen Oszillatoren betrachtet.

a) Berechnen Sie das Phasenraumvolumen $\Phi(E, N)$ und den Inhalt der Energieschale $\Omega(E, N)$.

b) Zeigen Sie, dass für sehr große N gilt:

$$\log \Phi(E, N) = N \log \Phi(\frac{E}{N}, 1) + \mathcal{O}(\log N)$$
$$\log \Omega(E, N) = \log \Phi(EN) + \mathcal{O}(\log N)$$

c) Wo liegt das Maximum von $\Omega(E_1, \frac{N}{2})\Omega(E - E_1, \frac{N}{2})$ als Funktion von E_1? Bestimmen Sie die Halbwertsbreite dieser Funktion für sehr große N.

d) Finden Sie das Maximum von $\Omega(E, N)e^{-\beta E}$ und schätzen Sie für sehr große N die Halbwertsbreite ab.

Aufgabe 9.2 (10 Punkte): Modell eines Gummis

Ein an einer Seite befestigtes Gummiband der Temperatur T werde mit konstanter Kraft F auseinandergezogen. Wir modellieren das Gummi als eine polymere Kette bestehend aus N gleichlangen Kettengliedern der Länge a, die sich entweder parallel oder antiparallel zu F ausrichten können.

a) Berechnen Sie die innere Energie des Systems unter Vernachlässigung der kinetischen Energie der Kettenglieder sowie der Annahme, dass keine weiteren Wechselwirkungen vorliegen.

b) Berechnen Sie die mittlere Länge des Gummibandes.

c) Wie verhält sich die Länge bei großen Temperaturen T?

Aufgabe 9.3 (0 Punkte): Thermodynamik von Federn

An eine Feder mit der Federkonstanten $k = 0,04\,\mathrm{kg\,s^{-2}}$ werde in einem homogenen Schwerefeld ein Objekt der Masse m angehängt. Die gesamte Apparatur habe die thermodynamische Temperatur T.

a) Wie groß ist der Erwartungswert $\langle x \rangle$ der Auslenkung?

b) Wie groß ist das Schwankungsquadrat $\langle x^2 \rangle$ der Auslenkung? Diskutieren Sie den Limes $T \to 0$.

c) Bei welcher Masse m des angehängten Gewichts ist der Erwartungswert des Auslenkung gerade gleich der Wurzel der Varianz ($\langle x \rangle = \sqrt{\langle x^2 \rangle}$)? Diese Masse wird als Grenzmasse bezeichnet, da kleinere Massen nicht mittels dieser Apparartur gemessen werden können. Wie groß ist diese Grenzmasse bei Zimmertemperatur für obige Feder?

Aufgabe 9.4 (0 Punkte): Anharmonisches Potential

Ein Teilchen bewege sich in einer Dimension in einem Potential der Form $V(x) = \lambda x^4$. Die Temperatur des Systems betrage T. Welche innere Energie hat das Teilchen?