Übungsaufgaben zur statistischen Physik

Blatt 6

Bekanntmachungen:

- Die Übungen vom 13. Mai und 3. Juni werden um einen Tag vorgezogen. Erkundigen Sie sich bei Ihrem Übungsgruppenleiter nach Ort und Zeit.
- Für die Korsika-Fahrer besteht die Möglichkeit, die Hausaufgaben von Blatt 6 bereits am Freitag in die feine Holzkiste einzuwerfen. Das Blatt 7 wird von Christoph auf der Insel ausgegeben.
- Wir müssen darauf hinweisen, dass in den Übungen Anwesenheitspflicht herrscht. Die folgenden Personen laufen Gefahr, aufgrund Nichterfüllung dieses Kriteriums nicht an der Klausur teilnehmen zu dürfen:
  Klaus Otte, Jens Wilmer, Sascha Sohn, Michael Weinkath, Marcus Backes.

Aufgabe 6.1 (13 Punkte):

Für das van der Waals-Gas sei $C_V = \text{const.}$

a) Berechnen Sie die innere Energie und die Entropie als Funktion von T und V für ein Mol ($n = 1$).

b) Berechnen Sie $C_p - C_V$ als Funktion von V und T.

c) Das Gas expandiere isotherm von dem Volumen V_1 auf das Volumen V_2. Wie ändert sich bei diesem Vorgang die freie Energie, wie die innere Energie?

Aufgabe 6.2 (0 Punkte): Oberflächen-Energie

Betrachten Sie ein System bestehend aus zwei Flüssigkeiten konstanter Temperatur T, welche eine Grenzfläche mit Flächeninhalt f ausbilden. Die Oberflächenspannung σ ist dann durch

$$\sigma = \frac{\partial F}{\partial f}$$

mit der freien Energie F gegeben.

a) Wie lautet der Ausdruck für das totale Differenzial der freien Energie dieses Systems?

b) Berechnen Sie die freie Energie F für den Fall, dass Flüssigkeit II ein würfelförmiges Volumen umgeben von Flüssigkeit I ausfüllt.

c) Wie groß ist die freie Energie für den Fall, dass das von Flüssigkeit II ausgefüllte Volumen Kugelgestalt annimmt?

d) Berechnen Sie für beide Fälle die Druckdifferenz $p^{\mathrm{I}} - p^{\mathrm{II}}$.

Aufgabe 6.3 (11 Punkte): Magnetische Systeme

Die Gibbssche freie Energie eines Körpers in einem homogenen Magnetfeld ist durch

$$G = U - TS - \mu_0 H m$$

gegeben, wobei m der Anteil des magnetischen Moments in Richtung von H ist.

a) Zeigen Sie, dass

$$\mathrm{d}G = -S\mathrm{d}T - \mu_0 m \mathrm{d}H$$

ist und die Gleichung

$$\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_T = \mu_0 \left(\frac{\partial m}{\partial T}\right)_H$$

gilt.

b) Wie hängt C_H von H ab, wenn H als Funktion lediglich von dem Verhältnis m/T abhängt?

Aufgabe 6.4 (0 Punkte): Black Body Radiation

a) Zeigen Sie die Beziehung

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

b) Aus der Elektrodynamik folgt, dass der Strahlungsdruck eines isotropen Feldes in einem Resonator proportional zur Energiedichte des Feldes ist:

$$p = \frac{U(T)}{3V}.$$

Benutzen Sie Teil a) der Aufgabe, um die Beziehung

$$U = \tfrac{1}{3}T\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T} - \tfrac{1}{3}U$$

zu zeigen.

c) Lösen Sie die Geichung für $U(T)$.

Aufgabe 6.5 (0 Punkte):

Ein System habe die GIBBSsche freie Energie

$$G(p,T,N) = R\,T \ln\left(\frac{a\,p}{(R\,T)^{5/2}}\right),$$

wobei a und R reelle Konstanten sind.
Berechnen Sie für dieses System die Wärmekapazität C_p und die innere Energie $U(T,V,N)$ sowie $U(S,V,N)$.