Übungsaufgaben zur statistischen Physik
Blatt 2

Aufgabe 2.1 (12 Punkte):

Die van der Waals-Zustandsgleichung für ein Mol eines Gases lautet

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT\,.$$

a) Im $p - V-$Diagramm besitzt diese Gleichung Extrema bei festem T. Bei Variation von T bilden diese Extrema eine Kurve im $p - V-$Diagramm. Wie lautet die Gleichung für diese Kurve?

b) Zeigen Sie, daß die gefundene Kurve ein Maximum besitzt bei

$$V_c = 3b, \qquad p_c = \frac{a}{27b^2}, \qquad T_c = \frac{8a}{27bR}\,.$$

Dies ist der sogenannte kritische Punkt.

c) Zeigen Sie, daß der kritische Punkt auch durch die Gleichungen

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = 0, \qquad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2}\right)_T = 0$$

bestimmt ist.

d) Drücken Sie die van der Waals-Gleichung durch die reduzierten Größen

$$\phi = \frac{V}{V_c}, \qquad \pi = \frac{p}{p_c}, \qquad \tau = \frac{T}{T_c}$$

aus.

e) Berechnen Sie die isobare, thermische Volumenausdehnung

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

und die isotherme Kompressibilität

$$\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

für den Fall $V = V_c$.

Aufgabe 2.2 (0 Punkte):

Die Zustandsgleichung für ein Dietrici-Gas lautet

$$p = \frac{RT}{V - b}\,\exp\left(-\frac{a}{RTV}\right)\,.$$

Bestimmen Sie den kritischen Punkt und drücken Sie die Zustandsgleichung durch die reduzierten Größen aus.

Aufgabe 2.3 (0 Punkte):

Für CO_2 gilt näherungsweise die van der Waals-Gleichung mit

$$a = 3,6 \cdot 10^6 \text{ bar cm}^6 \text{ Mol}^{-2}, \qquad b = 42,75 \text{ cm}^3 \text{ Mol}^{-1}$$

oder die Clausiussche Gleichung

$$p = \frac{RT}{V - a'} - \frac{c}{T(V + b')^2} \,.$$

Bestimmen Sie a', b' und c so, daß die kritischen Punkte für beide Gleichungen übereinstimmen.