

Übungen zur Quantentheorie I (WS 2002/2003)

Blatt 2

Aufgabe 5: β -Zerfall eines Tritium-Atoms (3 Punkte)

Betrachten Sie den β -Zerfall ${}^3H \rightarrow {}^3He^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ eines Tritium-Atoms in ein Helium-3-Ion, ein Elektron und ein Neutrino. Das 3H -Atom befindet sich vor dem Zerfall im Grundzustand. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird das ${}^3He^+$ -Ion im Grundzustand angetroffen?

Aufgabe 6: Mittleres elektrostatisches Potenzial im Atom (5 Punkte)

Ein Elektron, das sich im Coulombfeld eines Kerns der Ladungszahl Z bewegt, sei im Grundzustand. Zeigen Sie, dass das mittlere elektrostatische Potenzial in der Umgebung von Kern und Elektron durch

$$\varphi(r) = \frac{e_0(Z-1)}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{e_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Z}{a} + \frac{1}{r} \right) e^{-\frac{2Zr}{a}}$$

mit a als Bohrschem Radius gegeben ist. Nehmen Sie an, der Kern sei unendlich schwer.

Aufgabe 7: Grundzustand des Wasserstoffatoms (2 Punkte)

Berechnen Sie für den Grundzustand des Wasserstoffatoms

- den wahrscheinlichsten Wert des Elektron-Kern-Abstands r ,
- alle Erwartungswerte $\langle r^k \rangle$ für $k \geq -2$,
- das mittlere Schwankungsquadrat $\Delta r = \sqrt{\langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2}$,
- die Wahrscheinlichkeit dafür, das Elektron außerhalb des Bohrschen Radius anzutreffen.

Aufgabe 8: Wasserstoffähnliches Atom (5 Punkte)

Die Wellenfunktion eines wasserstoffähnlichen Atoms sei durch

$$\psi(r, \vartheta) = C \left(\frac{Z}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \left(6 - \frac{Zr}{a} \right) \frac{Zr}{a} e^{-\frac{Zr}{3a}} \cos \vartheta$$

gegeben. Dabei ist a der Bohrsche Radius und Z die Kernladungszahl.

- Geben Sie die Normierungskonstante C an.
- Bestimmen Sie die zu $\psi(r, \vartheta)$ korespondierenden Quantenzahlen n, l und m .
- Ermitteln Sie aus $\psi(r, \vartheta)$ eine Wellenfunktion, die dieselben Werte für n und l besitzt, aber die magnetische Quantenzahl $m+1$ hat.