

**Übungen zur  
Quantentheorie für Lehramtsstudierende und Informatiker/innen  
(WS 2006/2007)**

**Blatt 11**

**Aufgabe 36: Unschärferelation für den Drehimpuls (6 Punkte)**

- a) Leiten Sie mit Hilfe der Kommutatoren der Drehimpulskomponenten  $L_j$  die Unschärferelation für  $\Delta L_1 \cdot \Delta L_2$  her. (1 Punkt)
- b) Zeigen Sie, dass für die Drehimpuls-Eigenfunktionen  $\varphi_{lm}$  folgende Erwartungswerte gültig sind:

$$(\varphi_{lm}, L_1 \varphi_{lm}) = (\varphi_{lm}, L_2 \varphi_{lm}) = 0,$$

$$(\varphi_{lm}, L_1^2 \varphi_{lm}) = (\varphi_{lm}, L_2^2 \varphi_{lm}) = \frac{\hbar^2}{2}(l(l+1) - m^2).$$

(3 Punkte)

*Hinweis:* Drücken Sie  $L_1$  und  $L_2$  durch  $L_+$  und  $L_-$  aus und beachten Sie die Wirkung von  $L_+$  und  $L_-$  auf  $\varphi_{lm}$ .

- c) Berechnen Sie  $\Delta L_1 \cdot \Delta L_2$  im Zustand  $\varphi_{lm}$  und zeigen Sie, dass das Ergebnis im Einklang mit der Unschärferelation ist. (2 Punkte)

**Aufgabe 37: Radiale Wellenfunktion (3 Punkte)**

Ein Teilchen der Masse  $m_0$  bewegt sich im Zentralpotenzial  $V(r)$ . Seine quantenmechanische Wellenfunktion lautet

$$\psi(\vec{r}) = N e^{-\kappa r}.$$

- a) Bestimmen Sie den Normierungsfaktor  $N$ . (1 Punkt)
- b) Welche Drehimpuls-Quantenzahlen besitzt der Zustand? (1 Punkt)
- c) Welche Gestalt hat das Potenzial  $V(r)$ ? (1 Punkt)