

Übungen zur Quantentheorie für Lehramtsstudierende und Informatiker/innen (WS 2006/2007)

Blatt 10

Abgabetermin: Dienstag, der 9.1.2007

Aufgabe 33: Dreidimensionaler harmonischer Oszillator (2 Punkte)

Welche Energie-Eigenwerte besitzt der dreidimensionale harmonische Oszillator mit

$$H = \frac{1}{2m} \vec{P}^2 + \frac{m\omega^2}{2} \vec{Q}^2 ?$$

Aufgabe 34: Zeitabhängigkeit von Erwartungswerten (4 Punkte)

- a) Es sei H der Hamiltonoperator und A eine Observable. Für eine Lösung $\psi(\vec{r}, t)$ der zeitabhängigen Schrödinger-Gleichung ist $(\psi(t), A \psi(t))$ der zeitabhängige Erwartungswert von A . Zeigen Sie

$$i\hbar \frac{d}{dt} (\psi(t), A \psi(t)) = (\psi(t), [A, H] \psi(t)).$$

(2 Punkte)

- b) Sei $H = \frac{P^2}{2m} + V(Q)$. Zeigen Sie

$$\frac{d^2}{dt^2} (\psi(t), Q \psi(t)) = -\frac{1}{m} (\psi(t), V'(Q) \psi(t)).$$

(2 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie die Ergebnisse von Aufgabe 29.

Aufgabe 35: Oszillierendes Wellenpaket (4 Punkte)

Es sei $\psi(x, t)$ ein Wellenpaket im harmonischen Oszillator-Potenzial.

- a) Zeigen Sie

$$|\psi(x, t + T)|^2 = |\psi(x, t)|^2,$$

wobei $T = 2\pi/\omega$ die Schwingungsperiode des harmonischen Oszillators ist. (2 Punkte)

Hinweis: Zerlegen Sie ψ in die Eigenfunktionen.

- b) Zeigen Sie, dass der Erwartungswert des Ortes

$$\bar{x}(t) = (\psi(t), Q \psi(t))$$

die Schwingungsgleichung

$$\ddot{\bar{x}}(t) + \omega^2 \bar{x}(t) = 0$$

erfüllt. Wie lautet deren allgemeine Lösung? (2 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie das Ergebnis der Aufgabe 34 b.



Fröhliche Weihnachten und ein frohes neues Jahr!