4 Newton oder Einstein?

4.1 Die Kandidaten

<u>Einstein</u>, Lorentz-Transformation:

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - \beta ct) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ ct' &= \gamma(ct - \beta x) \end{aligned}$$

<u>Newton</u>, Galilei-Transformation:

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

4.2 Newtonsche Mechanik

Newtonsche Bewegungsgleichung für ein System von Massenpunkten mit Paarwechselwirkungen forminvariant unter Galilei-Transformationen (GT):

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i = -\vec{\nabla}_i \sum_j \phi_{ij}\left(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|\right)$$

Transformation der Geschwindigkeiten:

$$\dot{\vec{r}}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_i{}' \\ \dot{y}_i{}' \\ \dot{z}_i{}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}_i - v \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{pmatrix}$$

Nochmaliges Ableiten ergibt

$$\ddot{\vec{r}}_i{}' = \ddot{\vec{r}}_i$$

Die Ortsableitungen sind invariant, $\vec{\nabla}_i = \vec{\nabla}'_i$, denn

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial x'_i}{\partial x_i}\frac{\partial}{\partial x'_i} + \frac{\partial y'_i}{\partial x_i}\frac{\partial}{\partial y'_i} + \frac{\partial z'_i}{\partial x_i}\frac{\partial}{\partial z'_i}$$

und

$$\begin{aligned} \tfrac{\partial x'_i}{\partial x_i} &= \tfrac{\partial}{\partial x_i}(x_i - vt) = 1 \\ \tfrac{\partial y'_i}{\partial x_i} &= \tfrac{\partial z'_i}{\partial x_i} = 0 \end{aligned}$$

usw.

Außerdem sind die Abstände invariant:

$$\left|\vec{r}'_i - \vec{r}'_j\right| = \left|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right|$$

Bewegungsgleichungen im gestrichenen System daher

$$m_i \ddot{\vec{r}}'_i = -\vec{\nabla}'_i \sum_j \phi_{ij}\left(\left|\vec{r}'_i - \vec{r}'_j\right|\right)$$

Newtonsche Mechanik genügt dem Galileischen Relativitätsprinzip.

4.3 Maxwellsche Elektrodynamik

Die Bewegungsgleichungen des elektromagnetischen Feldes (Maxwell-Gleichungen) sind *nicht* forminvariant unter Galilei-Transformationen.

Maxwell-Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{div}\vec{E} &= 4\pi\rho \\
\mathrm{rot}\vec{E} &= -\tfrac{1}{c}\tfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\
\mathrm{div}\vec{B} &= 0 \\
\mathrm{rot}\vec{B} &= \tfrac{4\pi}{c}\vec{j} + \tfrac{1}{c}\tfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}
\end{aligned}
$$

Potentiale:

$$
\begin{aligned}
\vec{E} &= -\mathrm{grad}\phi - \tfrac{1}{c}\tfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} \\
\vec{B} &= \mathrm{rot}A
\end{aligned}
$$

Eichinvarianz: Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ unverändert, wenn

$$
\begin{aligned}
\phi &\to \phi' = \phi - \tfrac{1}{c}\tfrac{\partial\omega}{\partial t} \\
\vec{A} &\to \vec{A}' + \mathrm{grad}\,\omega
\end{aligned}
$$

ω beliebige Funktion von t und $\vec{x}$.

Man kann die Eichfreiheit benutzen, um BG zu vereinfachen:
Z.B. Lorentzeichung: $\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \mathrm{div}\vec{A} = 0$.

Entkoppelte Gleichungen für ϕ und $\vec{A}$:

$$\begin{aligned}\Box\phi &= 4\pi\rho \\ \Box\vec{A} &= \tfrac{4\pi}{c}\vec{j}\end{aligned}$$

d'Alembert-Operator

$$\Box = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2 = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$$

ED im Vakuum (keine Quellen ρ und/oder $\vec{j}$

$$\Box\psi = 0$$

ψ ist eine Komponente von $(\phi, \vec{A})$.

Lösungen: ebene Wellen, die sich mit Geschwindigkeit c ausbreiten:

$$\psi(t, \vec{x}) = e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} \pm \omega(\vec{k})t)}$$

Dispersionsrelation: $\omega(\vec{k}) = c|\vec{k}|$

Sei nun

$$\begin{aligned}\vec{x}' &= \vec{x} - \vec{v}t \\ t' &= t\end{aligned}$$

Falls

$$\left(\vec{\nabla}'^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)\psi(t',\vec{x}') = 0$$

dann

$$\left(\vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{2}{c^2}\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{c^2}(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\right)\psi(t,\vec{x}) = 0$$

Das Galileische Relativitätsprinzip ist verletzt.

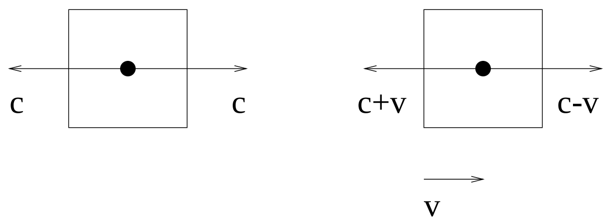
Drei Möglichkeiten:

- M1 Maxwell-Gleichungen nicht korrekt, suche Gleichungen, die unter GT invariant sind.
- M2 Galileisches Relativitätsprinzip gilt nur in der Mechanik, während für die ED ein ausgezeichnetes Bezugssystem existiert, definiert durch einen "Äther", das Medium für die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen.
- M3 Sowohl für die Mechanik als auch für die ED gibt es ein (gemeinsames) Relativitätsprinzip, das nicht das Galileische sein kann. Mechanik muß daher abgeändert werden.

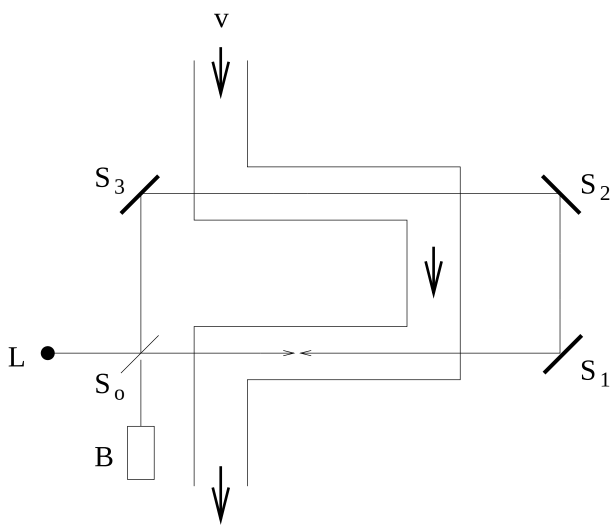
M1 wurde auch im 20. Jhdt. nicht ernsthaft erwogen, da Maxwell-Theorie extrem erfolgreich, keine Widersprüche zum Experiment.
M2 war die akzeptierte Lösung in der 2. Hälfte des 20. Jhdts. Nach Michelson-Morley jedoch nur unter Krämpfen zu halten.
M3 ist der Ausgangspunkt für die SRT, heute allgemein akzeptierte Lösung.

4.4 Gibt es einen Äther? Fizeau und Michelson-Morley

Annahme: Lichtausbreitung ist relativ zu einem ausgezeichneten Bezugssystem bzw. Medium mit gewissen Eigenschaften $\rightarrow$ Äther, analog Schallausbreitung in Luft.
Galilei-Transformation!



Versuch von Fizeau (1851), wiederholt von Michelson und Morley (1886) und mit hoher Präzision von Zeeman (1914-1922):



Aus dem Interferenzmuster bei B kann zurückgerechnet werden auf den Geschwindigkeitsunterschied des Lichtes gegen und mit der “Strömung”.

Lichtgeschwindigkeit (bei ruhendem Äther) in den Rohren bei $v = 0$ ist c/n, wobei n Brechungsindex.
Galileisches Relativitätsprinzip: bei $v \neq 0$

$$c' = \frac{c}{n} \pm v$$

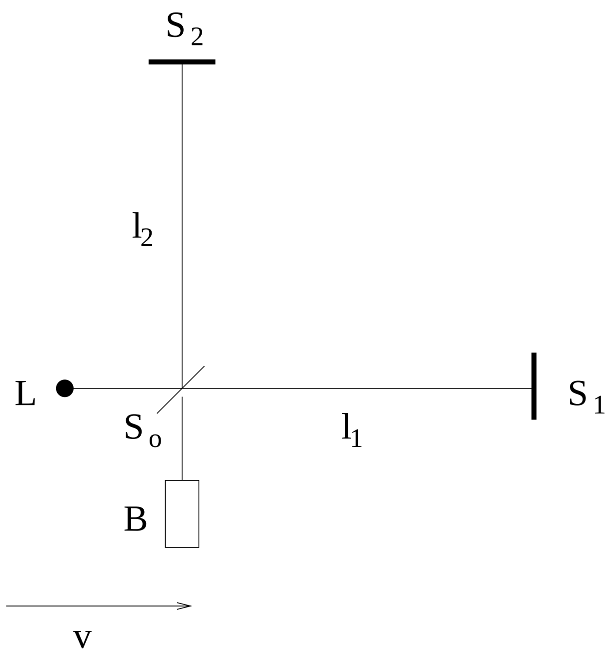
Gemessen (mit sehr hoher Präzision):

$$c' = \frac{c}{n} \pm v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

Erklärung *möglich* im Paradigma des ruhenden Äthers:
Lichtwelle = einfallende ebene Welle (im ruhenden Äther) ohne WW mit der Flüssigkeit + Superposition von reimmitierten Kugelwellen von den Flüssigkeitsdipolen. Die Kugelwellen werden *allein* von der Flüssigkeit transportiert. Merkwürdig: Äther wird vom Wasser nicht mitgeführt, gibt aber Teil des Lichttransports ans Wasser ab.

4.5 Michelson-Versuch

ruhender Lichtäther $\rightsquigarrow$ Lichtgeschwindigkeit abhängig von der Relativbewegung zum Äther



Laufzeitdifferenz

$$t_2 - t_1 = \frac{2}{c}\left(\frac{l_2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{l_1}{1-\beta^2}\right)$$

Nach Verdrehen um 90^o:

$$\tilde{t}_2 - \tilde{t}_1 = \frac{2}{c}\left(\frac{l_2}{1-\beta^2} - \frac{l_1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

Differenz der Differenz dieser beiden Größen für $\beta \ll 1$:

$$\Delta = (\tilde{t}_2 - \tilde{t}_1) - (t_2 - t_1) \approx \frac{l_1 + l_2}{c}\beta^2$$

Verschiebung des Musters um eine volle Interferenzstreifenbreite wenn

$$\omega\Delta = 2\pi \quad \rightsquigarrow \quad l_1 + l_2 = \lambda/\beta^2$$

Annahme: Äther ruht bezüglich Sonnensystem, dann

$$\begin{aligned} \beta^2 &\approx 10^{-8} \\ \lambda &= 5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}, \quad \text{gelbes Licht} \\ l_1 + l_2 &\approx 50\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Anordnung mit Mehrfach-Spiegelung erforderlich.
Resultat: Es gibt keinen Ätherwind. Joos (1930): Ein Ätherwind von 1.5 km/s wäre noch nachweisbar.

4.6 Versuche zur Rettung der Ätherhypothese:

- Mitnahmehypothese: Äther wird von der Erde mitgenommen. Daher kein Widerspruch zu Michelson. Aber: Warum wird Äther nicht auch von Wasser bei Fizeau mitgenommen? Widerspruch zur beobachteten Aberration bei der Sternbeobachtung.

- Ritz: Lichtgeschwindigkeit hängt vom Bewegungszustand der Quelle ab (Vektoraddition). Aber: Widerspruch zur Lokalität der Maxwell-Gleichungen (Feldformulierung). Widerspruch zur Beobachtung von Doppelsternen. Michelson Morley funktioniert auch mit Sonnen- bzw. Sternlicht.

- Lorentz-Fitzgerald-Konstruktion: Bewegte Körper verkürzen sich in der Bewegungsrichtung um den Faktor $\sqrt{1-\beta^2}$. Wirkt zumindest künstlich.

4.7 Weitere Hinweise auf die Konstanz von c

- Synchronisation von Atomuhren, verteilt auf der ganzen Erde, mit Funk würde bei Anwesenheit von Ätherwind nicht konsistent funktionieren.
- GPS (sogar ART-Korrekturen!)
- Funknavigation Loran-C