# Übungen zur Relativitätstheorie, Blatt 4

## Aufgabe 1

Leiten Sie die Matrix-Darstellung für den Boost ($\hat{\beta} = \vec{\beta}/\beta$)

$$(\Lambda^i{}_k) = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta_x\gamma & -\beta_y\gamma & -\beta_z\gamma \\ -\beta_x\gamma & 1+(\gamma-1)\hat{\beta}_x^2 & (\gamma-1)\hat{\beta}_x\hat{\beta}_y & (\gamma-1)\hat{\beta}_x\hat{\beta}_z \\ -\beta_y\gamma & (\gamma-1)\hat{\beta}_x\hat{\beta}_y & 1+(\gamma-1)\hat{\beta}_y^2 & (\gamma-1)\hat{\beta}_y\hat{\beta}_z \\ -\beta_z\gamma & (\gamma-1)\hat{\beta}_x\hat{\beta}_z & (\gamma-1)\hat{\beta}_y\hat{\beta}_z & 1+(\gamma-1)\hat{\beta}_z^2 \end{pmatrix}$$

aus der Formel

$$\begin{aligned} \vec{x}'_{\|} &= \gamma\left(\vec{x}_{\|} - \vec{\beta}ct\right) \\ \vec{x}'_{\perp} &= \vec{x}_{\perp} \\ ct' &= \gamma\left(ct - \vec{\beta}\cdot\vec{x}_{\|}\right) \end{aligned}$$

her.

## Aufgabe 2

Vierervektoren lassen sich durch Wahl eines geeigneten Inertialsystems auf eine sogenannte Normalform bringen. Diese sieht für zeitartige, raumartige und lichtartige Vektoren verschieden aus. Zeigen Sie, daß für $u$

zeitartig

$$\left(u^{\bar{i}}\right) = \left(\pm\sqrt{u^2}, \vec{0}\right)$$

raumartig

$$\left(u^{\bar{i}}\right) = \left(0, \sqrt{-u^2}, 0, 0\right)$$

lichtartig

$$\left(u^{\bar{i}}\right) = (\pm 1, 1, 0, 0)$$

erreicht werden kann.

## Aufgabe 3

Man zeige, daß die zu einem lichtartigen Vektor orthogonalen Vektoren entweder raumartig oder zu ihm proportional sind. Was läßt sich über Vektoren sagen, die zu einem zeit- oder raumartigen Vektor orthogonal sind?
(Aufgabe 2 zu Abschnitt 3.2 in R.U. Sexl, H.K. Urbantke, Relativität Gruppen Teilchen)