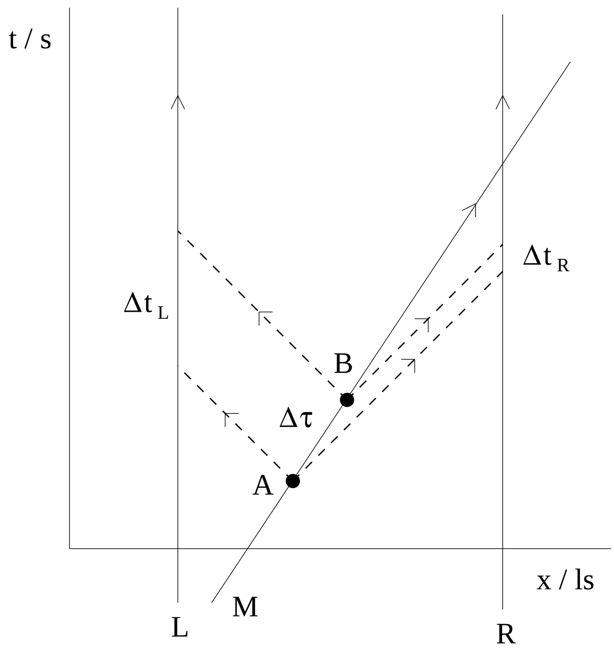
Übungen zur Relativitätstheorie, Blatt 2

Aufgabe 1



Die Figur zeigt ein Raum-Zeit-Diagramm mit zwei stationären Beobachtern L, R und einem Beobachter M in schneller Bewegung. Mit zeitlichem Abstand $\Delta\tau$ (gemessen auf seiner *eigenen* Uhr) sendet M Lichtblitze aus. Die von L und M beobachteten Zeitintervalle sind Δt_L und Δt_R. Zeigen Sie, daß $\Delta\tau = \sqrt{\Delta t_L \cdot \Delta t_R}$. Gehen Sie dazu von den Formeln für die Lorentz-Transformation

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - \beta\, ct) \\ ct' &= \gamma(ct - \beta x) \\ \\ \gamma &= 1/\sqrt{1-\beta^2} \\ \\ \beta &= v/c \end{aligned}$$

aus. b.w.

Aufgabe 2

Zeigen Sie durch explizite Matrix-Inversion, daß die Umkehrtransformation von

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - \beta\, ct) \\ ct' &= \gamma(ct - \beta x) \end{aligned}$$

durch

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + \beta\, ct') \\ ct &= \gamma(ct' + \beta x') \end{aligned}$$

gegeben ist.

Aufgabe 3

Leiten Sie das relativistische Additionstheorem für Geschwindigkeiten her. Gehen Sie dabei von der "Gruppenrelation"

$$LT(\beta_1) \cdot LT(\beta_2) = LT(\beta(\beta_1, \beta_2))$$

aus. $LT(\beta_i)$ sind dabei Lorentz-Transformationen mit $\beta_i = v_i/c$. Die rechte Seite ist wieder eine Lorentz-Transformation mit einem zu bestimmenden β, das eine Funktion der β_i ist.

Zeigen Sie, daß man durch "Addieren" von Geschwindigkeiten gemäß dem resultierenden Additionstheorem niemals auf Geschwindigkeiten $> c$ kommen kann.