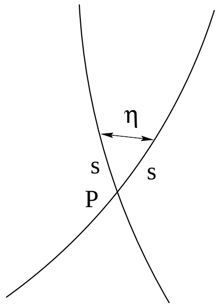
Übungen zur Relativitätstheorie, Blatt 1

Aufgabe 1

a) Die Gaußsche Krümmung K am Punkt P einer 2-dimensionalen Fläche ist gegeben durch

$$K = -\lim_{s\to 0}\left(\frac{1}{\eta}\,\frac{d^2\eta}{ds^2}\right) .$$

Dabei ist η die Distanz zweier benachbarter Geodäten durch P im Abstand s von P. Berechnen Sie die Gaußsche Krümmung für einen beliebigen Punkt auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius a.



b) Eine äquivalente Definition von K ist

$$K = \frac{3}{\pi}\lim_{r\to 0}\left(\frac{2\pi r - C}{r^3}\right) .$$

Dabei ist C der Umfang eines Kreises um P mit Radius r. Diesen konstruiert man, indem man alle Geodäten einzeichnet, die von P ausgehen, und im Abstand r von P markiert. Berechnen Sie wieder K für die Kugel mit Radius a.