Übungsaufgaben zu Physik IV (SS 98)

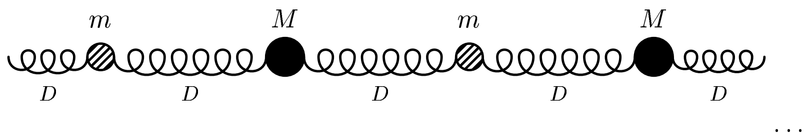
Blatt 7

Aufgabe 7.1 (L:0;D:0): Reziprokes Gitter I

Zeigen Sie, dass das reziproke Gitter zum orthorombisch flächenzentrierten Gitter ein orthorombisch-raumzentriertes Gitter ist.

Aufgabe 7.2 (L:0): Zweiatomige lineare Kette

Berechnen Sie die Normalschwingungen einer zweiatomigen linearen Kette. Wie hängen die Frequenzen ω_1 und ω_2 von der Wellenzahl q ab (Dispersionsrelation)?



Hinweis: Bezeichnen Sie die Koordinate der i-ten Masse m mit x_i, die der i-ten Masse M mit y_i.

Aufgabe 7.3 (L:8): Reziprokes Gitter II

Beweisen Sie, dass ein Translationsvektor $\vec{t^*} = m(h\vec{a}^* + k\vec{b}^* + l\vec{c}^*)$ eines allgemeinen reziproken Gitters senkrecht auf der Netzebenenschar des zugehörigen Raumgitters mit den Millerschen Indizes $(h\ k\ l)$ steht und dass der Abstand der Netzebenen gegeben ist durch

$$d_{hkl} = \frac{2\pi m}{|\vec{t^*}|} \ .$$

Aufgabe 7.4 (L:12;D:12): Strukturfaktor

Das kubisch raumzentrierte Gitter läßt sich, wenn man die normale kubische Einheitszelle zugrunde legt, als kubisch primitives Gitter mit einer Basis aus zwei identischen Atomen bei $(0\ 0\ 0)$ und $(\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2})$ auffassen. Berechnen Sie den Strukturfaktor F_{hkl}. Für welche Kombinationen $(h\ k\ l)$ verschwindet der Strukturfaktor? Diskutieren Sie dieses Ergebnis unter Zuhilfenahme der ersten Aufgabe.

Aufgabe 7.5 (D:0): Eindimensionaler Potentialtopf

Für einen eindimensionalen Potentialtopf der Breite L sei die Tiefe gegeben durch $V_0 = a/L$.

a) Zeigen Sie, dass es im Limes $L \to 0$ bei konstant gehaltenem a genau einen gebundenen Zustand gibt. Berechnen Sie seine Energie und Wellenfunktion.

b) Berechnen Sie $\langle x^2 \rangle$ für diesen Zustand.

Aufgabe 7.6 (D:12): Eindimensionales δ-Potential

Ein eindimensionales δ-Potential ist gegeben durch $V(x) = -a\delta(x)$.

a) Zeigen Sie durch Integration beider Seiten der stationären Schrödingergleichung von $x = -\varepsilon$ bis $x = \varepsilon$ ($\varepsilon \to 0$), dass die Ableitung der Wellenfunktion bei $x = 0$ einen Sprung besitzt, und berechnen Sie dessen Größe. Begründen Sie, dass $\psi(x)$ selbst stetig ist.

b) Zeigen Sie, dass der Wahrscheinlichkeitsstrom $j(x)$ stetig bei $x = 0$ ist.

c) Finden Sie Energie E_0 und Wellenfunktion $u_0(x)$ des gebundenen Zustandes und vergleichen Sie mit Aufgabe 7.5.

d) Finden Sie alle symmetrischen bzw. antisymmetrischen Streulösungen $u_k^{\pm}(x)$ für $E > 0$. Normierung ist nicht erforderlich.

e) Berechnen Sie den Transmissionskoeffizienten T.