Übungsaufgaben zu Physik IV (SS 98)

Blatt 5

Aufgabe 5.1 (L:10;D:10): Bindungsenergie

Wenn ein Chlor-Atom ein Elektron bindet (Cl^-), wird eine Energie von $3,61\,\mathrm{eV}$ frei. Die Ionisationsenergie von Natrium (Na) ist $5,14\,\mathrm{eV}$. Eine empirische Formel, die die Ionenbindung recht gut beschreibt, ist durch

$$V(r) = -\tfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} + \frac{b}{r^9}$$

gegeben ($b > 0$). Wie groß ist die zur Aufspaltung des NaCl-Moleküls in zwei *Atome* benötigte Energie? *Hinweis:* Bestimmen Sie die Konstante b aus dem Gleichgewichtsabstand des Ionenmoleküls: $r_0 = 0,236\,\mathrm{nm}$.

Aufgabe 5.2 (L:0): Positronium

Ein Elektron und ein Positron bewegen sich auf Kreisbahnen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Wie groß sind Abstand und Bindungsenergie im Grundzustand?

Aufgabe 5.3 (L:0;D:0): Erhaltungssätze

Mit Hilfe des Energie- und des Impulssatzes zeige man, dass ein freies Elektron nicht die gesamte Energie eines Photons aufnehmen kann und auch kein Photon emittieren kann.

Aufgabe 5.4 (L:18): Elastische Streuung

Eine große Zahl von Kugeln der Masse m, die mit gleicher Geschwindigkeit v parallel einfallen, wird von einer sehr viel größeren und sehr viel schwereren ruhenden Kugel elastisch reflektiert. Wieviele Kugeln werden im Mittel um Winkel im Bereich zwischen ϑ und $\vartheta + \mathrm{d}\vartheta$ abgelenkt, wenn der Radius der großen Kugel R ist und die Teilchenstromdichte der einfallenden Kugeln (Zahl der Kugeln je Flächen- und Zeiteinheit) den Wert J hat? Wieviele Kugeln treffen in der Zeit t auf eine kleine Fläche A, die in der Entfernung $r \gg R$ auf dem von der Kugelmitte aus gezählten Ortsvektor $\vec{r}$ senkrecht steht? Wieviele Kugeln werden insgesamt in der Zeit t von der großen Kugel reflektiert? Wie groß ist der differenzielle Wirkungsquerschnitt $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}$? Welche Kraft $\vec{F}$ wird im zeitlichen Mittel auf die große Kugel übertragen?

Aufgabe 5.5 (D:0): Energie und Wirkung

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse m, welches sich in einem homogenen Schwerefeld mit Gravitationskonstante g bewegt. Die Bahn $z(t)$ des Teilchens soll den Randbedingungen $z(0\,\mathrm{s}) = 0\,\mathrm{m}$ und $z(1\,\mathrm{s}) = 1\,\mathrm{m}$ genügen.

a) Berechnen Sie die Wirkung S für die folgenden hypothetischen Bahnformen

- $z(t) = z_0 + z_1 t - \frac{g}{2}t^2$
- $z(t) = A\sin(\omega t)$
- ein von Ihnen erdachtes $z(t)$, welches an die Randbedingungen angepasst werden kann.

b) Berechnen Sie für die Teilchenbahnen aus a) jeweils die Energie als Funktion der Zeit. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 5.6 (D:10): Legendre-Transformation

a) Zeigen Sie, dass die Funktionen

$$f_1(x) = \exp(a\,x) \qquad\qquad f_2(x) = \exp\left(a\,(x+c)\right)$$
$$a, c \in \mathbb{R}$$

beim einfachen Umschreiben $f_i(x) \mapsto h_i(z) := f_i(x(z))$ auf die jeweils durch $z = \frac{\mathrm{d}f_i}{\mathrm{d}x}$ definierte neue Variable dieselbe Funktion $h(z)$ ergeben, das heißt, dass diese Art der Transformation nicht eindeutig umkehrbar ist.

b) Berechnen Sie die Legendre-Transformierten $g_i(z) = (\mathcal{L}f_i)(z)$ von $f_1(x)$ und $f_2(x)$ und verifizieren Sie die Eigenschaft $\frac{\mathrm{d}g_i}{\mathrm{d}z} = x(z)$.

c) Für welchen Wert der reellen Konstanten α ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{\alpha}x^{\alpha}$ ein „Fixpunkt" der Transformation $\mathcal{L}$, das heißt die Transformierte $g = \mathcal{L}f$ von derselben funktionalen Form wie f?