Übungsaufgaben zu Physik IV (SS 98)

Blatt 4

Aufgabe 4.1 (L:0): Rutherford-Streuformel

Ein Strahl von α-Teilchen der Energie 5 MeV wird an einer dünnen Goldfolie gestreut. Erwarten Sie Abweichungen von der Rutherford-Formel bei großen Streuwinkeln? Was ist zur Gültigkeit der Rutherford-Formel für Winkel $\vartheta = 0$ und für den Gesamtquerschnitt

$$\sigma = \int \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} \mathrm{d}\Omega$$

zu sagen?

Aufgabe 4.2 (L:10): Compton-Streuung

Ein Röntgenquant der Energie 100 keV wird durch Compton-Streuung um 90° abgelenkt. Wie groß ist die Energie des gestreuten Photons? Welche Energie und welchen Impuls besitzt das Compton-Elektron, wenn es zuvor in Ruhe war? Unter welchem Winkel zum eingefallenen Röntgenquant bewegt sich das Compton-Elektron nach dem Streuprozess?

Aufgabe 4.3 (L:0;D:0): Foto-Effekt

Die Austrittsarbeit ϕ einer mit Cs bedampften Oberfläche betrage $1,94$ eV. Welche kinetische Energie haben Elektronen, die durch Licht der Wellenlänge $\lambda = 310$ nm aus dieser Oberfläche ausgelöst werden?

Aufgabe 4.4 (L:15;D:15): Rutherford-Streuung

Gegeben sei ein α-Teilchenstrahl der kinetischen Energie 1 MeV.

a) Dieser Strahl werde auf eine Goldfolie ($^{79}_{197}$Au, Dichte $19,29\,\mathrm{g/cm^3}$) der Dicke $d = 2\,\mu$m geschossen. Welcher Bruchteil der α-Teilchen wird unter einem Winkel $\vartheta > 90°$ gestreut?

b) Der Teilchenstrahl habe die Stromstärke $I_0 = 10^{-5}$ A. Er treffe auf einen Target mit $N = 8,12 \cdot 10^{18}$ Atomen pro cm^3 und der Ordnungszahl Z. In einem Detektor mit einer quadratischen Öffnung von 1 cm^2, der unter einem Winkel $\vartheta = 15°$ in einem Abstand von 1 m vom Target aufgestellt ist, misst man eine Stromstärke $I = 10^{-9}$ A. Aus welchem Material besteht das Target?

Aufgabe 4.5 (D:25): Quantenmechanischer „freier Fall“

Ein Teilchen bewege sich in einer Dimension unter dem Einfluss einer konstanten Kraft F_0.

a) Stellen Sie für dieses Teilchen die Schrödinger-Gleichung im Orts- und im Impulsraum auf.

b) Lösen Sie die Schrödinger-Gleichung im Impulsraum durch eine Funktion der Form $\psi(p,t) = \Phi(p - F_0 t)\tilde{\varphi}(p)$. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor:

- Stellen Sie die Differenzialgleichung für $\chi(p,t) := \ln(\psi(p,t))$ auf.

- Schreiben Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzialgleichung in der Form

$$\chi(p,t) = f(p - F_0 t) + g(p),$$

wobei $f(z)$ eine beliebige (differenzierbare) Funktion ist, und finden Sie eine Lösung für $g(p)$. Um zu zeigen, dass Sie so alle Lösungen erhalten, betrachten Sie die partielle Differenzialgleichung entlang geeigneter Kurven in der p-t-Ebene, auf denen sie sich zu einer gewöhnlichen inhomogenen Differentialgleichung reduziert und nutzen Sie die Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen für gewöhnliche Differenzialgleichungen (dieser Beweis ist nicht notwendig für die Bearbeitung der restlichen Aufgabe).

c) Setzen Sie für die frei wählbare Funktion $\Phi(z)$ die Funktion

$$\Phi(z) = \Phi_0(z) \exp\left(\frac{\hat{\imath} z^3}{6\hbar m F_0}\right)$$

mit einer Gauß-Funktion Φ_0 ein und berechnen Sie für diese Lösung der Schrödinger-Gleichung die normierte Ortsraum-Wellenfunktion.

d) Berechnen Sie für die so konstruierte Lösung Orts- und Impulsunschärfe sowie das Produkt $\Delta x \Delta p$.

Aufgabe 4.6 (D:0): Geschwindigkeit des Ortsmittelwertes

Der Erwartungswert (statistischer Mittelwert) des Teilchenortes $\vec{x}$ ist definiert durch

$$\langle \vec{x} \rangle_t = \int \mathrm{d}^3x \, \vec{x} \, \rho(\vec{x},t)$$

mit $\rho = |\psi|^2$ = Aufenthalts-Wahrscheinlichkeitsdichte. Leiten Sie durch Anwendung der Kontinuitätsgleichung für den Wahrscheinlichkeitsstrom $\vec{\jmath}(\vec{x},t)$ einen allgemeinen Ausdruck für $\frac{d\langle \vec{x} \rangle_t}{dt}$, das heißt für die Wanderungsgeschwindigkeit des mittleren Teilchenortes her und schreiben Sie das Ergebnis wiederum als Erwartungswert eines Operators. Die Wellenfunktion ist dabei als für $|\vec{x}| \to \infty$ schnell abfallend anzunehmen (wichtig für „Randterme").

Das in der Vorlesung vom 5. Mai vorgeführte Shareware-Programm finden Sie unter
`http://bluegiant.phys.ksu.edu/vqm/programs`
Aufgrund der schlechten Download-Zeiten werden wir lokal eine über die Begleitseite zur Vorlesung zugängliche Kopie der Windows 3.1 Version anlegen.