Übungsaufgaben zu Physik IV (SS 97)

Blatt 8

Aufgabe 8.1 (L:0): Ionisation

In eine luftgefüllte Ionisationskammer treten je Sekunde 1000 geladene Teilchen mit einer Energie von jeweils 5 *MeV* ein. Sie werden im Kammervolumen vollständig absorbiert. Berechnen Sie die Sättigungsstromstärke, wenn der mittlere Energieaufwand zur Bildung eines Ionenpaares 34 *eV* beträgt.

Aufgabe 8.2 (L:6): Weizsäcker-Formel I

Berechnen Sie die Bindungsenergie pro Nukleon für ^{4}He und ^{238}U. Welcher Wert ergibt sich nach der Weizsäcker-Formel? Benutzen Sie $\mathrm{A_{He}} = 4{,}002602$ *amu*, $\mathrm{A}(^{238}\mathrm{U}) = 238{,}0525$ *amu*, $\mathrm{A_H} = 1{,}00794$ *amu* und $\mathrm{A_n} = 1{,}00866$ *amu* sowie $\mathrm{b_v} = 15,85$ *MeV*, $\mathrm{b_c} = 0,71$ *MeV*, $\mathrm{b_o} = 18,34$ *MeV*, $\mathrm{b_a} = 92,86$ *MeV*, und $\mathrm{b_p} = 11,46$ *MeV*.

Aufgabe 8.3 (L:0;D:0): Weizsäcker-Formel II

Zeigen Sie unter Benutzung der semi-empirischen Weizsäcker-Formel, dass die für die Abtrennung eines Neutrons von einem Kern (A, Z) erforderliche Energie ungefähr

$$E_S \approx b_\mathrm{v} - \tfrac{2}{3} b_\mathrm{o} A^{-\frac{1}{3}} - b_\mathrm{a}\left(\tfrac{1}{4} - \frac{Z^2}{A(A-1)}\right)$$

ist. Schätzen Sie ab, welches Na-Isotop instabil gegen Neutronenemission wird. Benutzen Sie $\mathrm{b_v} = 15,85$ *MeV*, $\mathrm{b_c} = 0,71$ *MeV*, $\mathrm{b_o} = 18,34$ *MeV*, $\mathrm{b_a} = 92,86$ *MeV* und $\mathrm{b_p} = 11,46$ *MeV*.

Aufgabe 8.4 (L:10;D:10): Neutrino-Nachweis

Beim radioaktiven Zerfall eines Neutrons entstehen ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino. Das Neutrino ist nicht direkt nachweisbar. In der Nebelkammer wird der Zerfall eines sehr langsamen Neutrons (0, 2 *eV*) in einem homogenen Magnetfeld beobachtet. Die Kreisbahnen von Proton und Elektron sollen senkrecht zu den Magnetfeldlinien liegen und die Radien $r_p = 65$ *mm* und $r_e = 33$ *mm* haben. Die magnetische Flussdichte beträgt 0,05 T. Die Bahntangenten schließen am Zerfallsort einen Winkel von $\vartheta = 152,6°$ miteinander ein. Wie groß sind die Impulse und Energien von Proton und Neutron? Wie groß sind Gesamtenergie, Impuls und Ruhemasse des nichtbeobachtbaren Teilchens? *Hinweis:* Betrachten Sie das Neutron als ruhend und rechnen Sie immer dann nichtrelativistisch, wenn es gerechtfertigt ist.

Aufgabe 8.5 (D:0): Operator-Symmetrisierung

Bei dem klassischen Ausdruck $x \cdot p$ (eindimensionales System) ist unklar, ob ihm quantenmechanisch der Operator XP oder PX zuzuordnen ist.

a) Zeigen Sie, dass für Wellenfunktionen, die die üblichen quantenmechanischen Randbedingungen erfüllen, weder XP noch PX ein hermitischer Operator ist.

b) Zeigen Sie, dass unter allen Kombinationen $\alpha XP + (1-\alpha)PX$ mit reellem α genau die symmetrische mit $\alpha = \frac{1}{2} = (1-\alpha)$ hermitisch ist. Sie wird daher als quantenmechanische Definition gewählt. Warum fordert man die Hermitizität?

c) Übertragen Sie diese Symmetrisierung im dreidimensionalen Fall auf den Operator der radialen Impulskomponente, $P_r = \widehat{X} \cdot \vec{P}$ mit $\widehat{X} = \frac{\vec{X}}{|\vec{X}|}$, und stellen Sie den zugehörigen hermitischen Operator in Kugelkoordinaten dar. Welche Randbedingung müssen in Kugelkoordinaten geschriebene Wellenfunktionen bei $r = 0$ zusätzlich erfüllen, damit der Operator P_r hermitisch ist?

Aufgabe 8.6 (D:16): Zeitliche Änderung von Erwartungswerten beim Oszillator

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in einer Dimension (Koordinate x) unter dem Einfluss einer Hookeschen Rückstellkraft $F = -D\,x$ (eindimensionaler harmonischer Oszillator).

a) Geben Sie die potentielle Energie $V(x)$ an und stellen Sie den Hamilton-Operator auf.

b) Berechnen Sie die zeitliche Änderung der Erwartungswerte von Ort und Impuls, $\langle x \rangle_t$ und $\langle p \rangle_t$.

c) Die Resultate von b) stellen ein System zweier gekoppelter linearer Differenzialgleichungen erster Ordnung für die Zeitfunktionen $\langle x \rangle_t$ und $\langle p \rangle_t$ dar. Geben Sie die allgemeine Lösung dieses Systems an.

d) Berechnen Sie die zeitliche Änderung der Schwankungsquadrate $(\Delta x)_t^2$ und $(\Delta p)_t^2$ (siehe auch Aufgaben 4.1 und 8.5b!).

Hinweis: Es ist zweckmäßig, die Konstanten m und D durch die klassische Oszillatorfrequenz $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ und die „Oszillatorlänge“ $b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ zu ersetzen.