Übungsaufgaben zu Physik IV (SS 97)

Blatt 2

Aufgabe 2.1 (L:8;D:0): Bestimmung der Elementarladung nach Millikan

Beim Millikan-Versuch wird im ungeladenen Kondensator für ein Öltröpfchen eine Sinkgeschwindigkeit $v_1 = 0,052\ mm/s$ festgestellt. Bei Anlegen einer Spannung $U = 430\ V$ steigt das Tröpfchen mit einer Geschwindigkeit $v_2 = 0,18\ mm/s$. Der Abstand d_K der Kondensatorplatten beträgt $5\ mm$, die Dichte ρ des verwendeten Öls ist $890\ kg/m^3$, die Viskosität h der Luft ist $1,83\ Poise$ ($1\ Poise = 1\ kg/ms$).Wieviele Elementarladungen trägt das Öltröpfchen?

Aufgabe 2.2 (L:0): Oszilloskop

In Abbildung 1 ist das Schema eines Elektronenstrahloszilloskops gezeigt. Wie groß ist die Auslenkung y des Elektronenstrahls auf dem Schirm im $75\ mm$ Entfernung von der Mitte der y-Platten, wenn die Anodenspannung $U_a = 500\ V$ beträgt und an den Platten (Plattenlänge $30\ mm$, Abstand $6\ mm$) eine Spannung $U_y = 8\ V$ anliegt? Mit einem solchen Oszilloskop soll der Verlauf der normalen Netzspannung ($\nu = 50\ Hz$) so dargestellt werden, dass genau zwei volle Schwingungen auf dem Bildschirm sichtbar werden. Welche Anstiegszeit ist in diesem Fall für die Sägezahnspannung an den x-Platten erforderlich?

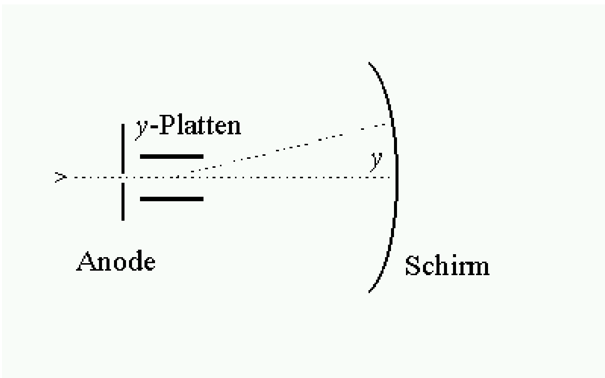

Abbildung 1: Schema eines Elektronenstrahloszilloskops

Aufgabe 2.3 (L:0): Astonscher Massenspektrograf

Beim Astonschen Massenspektrometer (Abbildung 2) werden alle Teilchen der Ladung q mit gleicher kinetischer Energie $\frac{M}{2}v^2$ im elektrischen Feld $\vec{E}$ der Länge a zunächst um den gleichen kleinen Winkel ϑ abgelenkt. Wegen kleiner Streuungen von v um den Mittelwert v_0 entsteht eine kleine Auffächerung des Strahls, welche durch die nachfolgende Ablenkung um φ in einem Magnetfeld $\vec{B}$ der Länge b wieder rückgängig gemacht wird (Geschwindigkeitsfokussierung, Abbildung 2). An welchen Stellen (z_f, y_f) tritt Fokussierung ein? Welche Neigung zur ursprünglichen Flugrichtung sollte die Fotoplatte zur Registrierung der Teilchen haben? *Hinweise:* Berechnen Sie die Ablenkungen $\vartheta(v)$ und $\varphi(v)$ für ein Teilchen aus den geradlinigen Bahnabschnitten ausserhalb der Felder, deren Verlauf sich aus einer Betrachtung der wirkenden Beschleunigungen innerhalb der Bereiche konstanter Feldstärken ergibt. Die Ablenkwinkel seien klein. Benutzen Sie durchweg die Näherungen $\sin\{\vartheta,\varphi\} \approx \tan\{\vartheta,\varphi\} \approx \{\vartheta,\varphi\}$ und stellen Sie für die Bewegung hinter dem Magnetfeld eine Gleichung für $y(z, v)$ auf. Wie lautet die Bedingung dafür, dass $y(z, v)$ in der Nähe von $z = z_f$ unabhängig von v ist („Fokussierungsbedingung")?

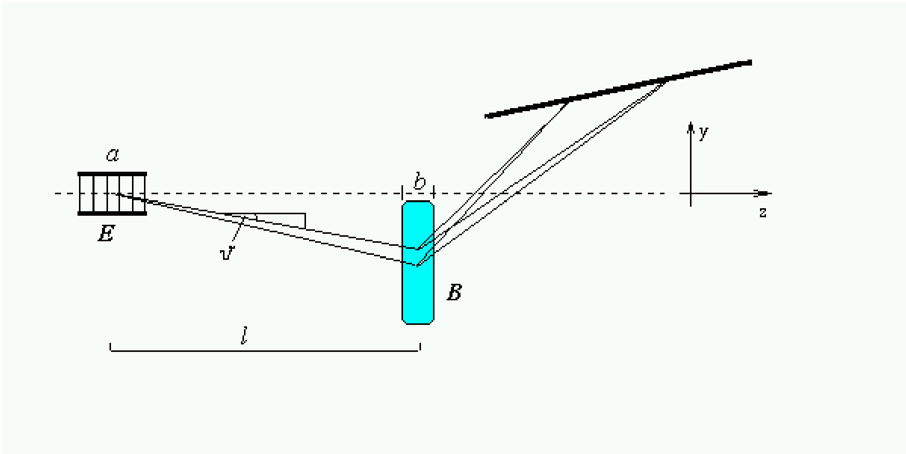

Abbildung 2: Massenspektrograf nach Aston

Aufgabe 2.4 (L:12;D:12): Massenspektrometer nach Bainbridge

Sie arbeiten mit einem Massenspektrografen, der nach dem von Bainbridge angegebenen Prinzip funktioniert (Abbildung 3): Die einfach geladenen Ionen durchlaufen einen Geschwindigkeitsfilter und werden dann in einem homogenen Magnetfeld abgelenkt. Im Geschwindigkeitsfilter und für die kreisförmige Ablenkung wird dasselbe Magnetfeld benutzt. Berechnen Sie einen solchen Massenspektrografen, bei dem die Linie des Wasserstoffmoleküls von der des Deuteriumatoms einen Abstand von $0,5\ mm$ hat. Folgende Daten werden verwendet: Plattenabstand $d = 2\ mm$, Spannung $100\ V$. Wie groß ist das Magnetfeld, über welches Gebiet muss es sich mindestens erstrecken, und wie sind elektrisches und magnetisches Feld gepolt? (Masse des Wasserstoffatoms $1,007825\ amu$, Masse des Deuteriums $2,014151\ amu$, $1\ amu = 1,66054 \cdot 10^{-27} kg$)

Aufgabe 2.5 (D:17): Kettenlinie

Als Beispiel für die Minimierung eines Funktionals betrachte man die Kurvenform $y(x)$, welche ein Seil der Länge l mit konstanter Massenbelegung σ annimmt, wenn es zwischen den Punkten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) im homogenen Schwerefeld aufgehängt wird.

a) Stellen Sie den Ausdruck für die potentielle Gesamtenergie V des Seils als Funktional von $y(x)$ und $y'(x) = \frac{dy(x)}{dx}$ auf. *Hinweis:* Überlegen Sie, welches die potentielle Energie dV eines Seilelements der Länge ds ist. Wiederholen Sie den Ausdruck für das Bogenlängenelement ds einer parametrisierten Kurve $\gamma(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^2$ und wählen Sie speziell $t = x$.

b) Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung für die V minimierende Kurve $y(t)$ auf. Benutzen Sie die Identität $y'' = y' \frac{dy'}{dy}$ (nachprüfen !) und bestimmen Sie sodann durch Trennung der Variablen und Integration die Funktion y' in Abhängigkeit von y (sic!).

c) Bestimmen Sie nach nochmaliger Trennung der Variablen $y(x)$ durch Integration und verwenden Sie die Randbedingungen an den Aufhängepunkten zur Bestimmung der beiden Integrationskonstanten.

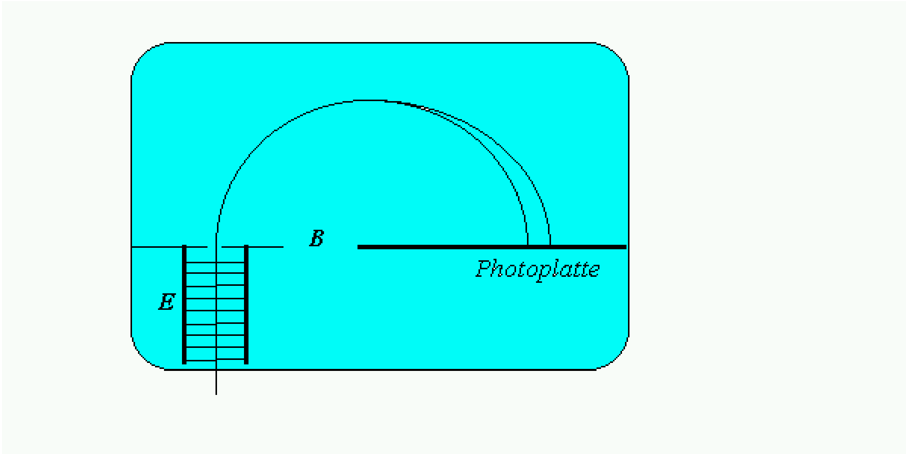

Abbildung 3: Massenspektrometer nach Bainbridge. Im Geschwindigkeitsfilter werden Teilchen mit einer bestimmten Geschwindigkeit gerade durch den Plattenkondensator geschossen, wobei über der ganzen Anordnung ein $\vec{B}$-Feld liegt, welches die Ionen nach Verlassen des Kondensators auf eine Kreisbahn zwingt.

Aufgabe 2.6 (D:0): Lagrange-Formalismus

a) Für das Problem von Aufgabe 0.4c) – Massenpunkt auf Kegelfläche mit Öffnungswinkel 2α im Schwerefeld – ist die Lagrange-Funktion in den generalisierten Koordinaten $q_1 = r,\ q_2 = \varphi$ aufzustellen.

b) Stellen sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen auf.

c) Die zu $q_2 = \varphi$ gehörende Lagrange-Gleichung lässt sich sofort integrieren (*Hinweis:* Flächensatz!). Die Gleichung zu q_1 nimmt damit eine sehr einfache Form an. Geben Sie die Lösung an!

d) Ist diese Lösung für alle Zeiten t gültig? Wenn nein, warum nicht?