Übungsaufgaben zu Physik IV (SS 97)

Blatt 10

Aufgabe 10.1 (L:0): Diamant-Struktur

Die Diamantstruktur besteht aus zwei kubisch flächenzentrierten (kfz bzw. fcc) Gittern, die längs der Raumdiagonalen um $\frac{1}{4}$ der Raumdiagonalen gegeneinander verschoben sind. Für Silizium beträgt die Gitterkonstante $a = 5,43 \cdot 10^{-10}\ m$. Ermitteln Sie den Abstand der nächsten und übernächsten Nachbarn der Atome im Kristallgitter. Die relative Atommasse von Si ist $28,09$. Welche Massendichte hat Siin dieser Struktur? Welche Raumerfüllung ergibt sich?

Aufgabe 10.2 (L:12;D:12): Röntgen-Beugung an Kristallen

Wie groß ist der Abstand der (111)-Flächen für einen $NaCl$-Kristall ($a = 5,64 \cdot 10^{-10}\ m$)? Unter welchen Glanzwinkeln zur (001)-Fläche treten Interferenzmaxima k-ter Ordnung ($k = 1, 2, 3, \ldots$) auf, wenn der Kristall mit Röntgen-Licht der Wellenlänge $\lambda = 1,54 \cdot 10^{-10}\ m$ bestrahlt wird? Warum ist die Zahl der Ordnungen nach oben begrenzt?

Aufgabe 10.3 (L:0): Madelung-Konstante

Ermitteln Sie die Beiträge der nächsten, zweitnächsten, drittnächsten und viertnächsten Nachbarn in einem Kristall vom Typ $NaCl$ zur Madelung-Konstanten.

Aufgabe 10.4 (L:12;D:0): Strukturfaktor

Bestimmen Sie den Basis-Strukturfaktor des kubisch flächenzentrierten Gitters aus lauter gleichen Atomen. Welche Netzebenenreflexe werden erwartet?

Aufgabe 10.5 (D:20): Streuung an einer Potentialstufe

Ein Teilchen der Masse m in einer Dimension trifft auf eine Potentialstufe $V(x) = V_0 \cdot \Theta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & x > 0 \end{cases}$ (V_0 positive Konstante) mit der Energie $E > V_0$ von links her auf.

a) Stellen Sie in beiden Potentialbereichen die zeitunabhängige Schrödingergleichung auf und geben Sie die allgemeine Lösung an mit der Einschränkung, dass im rechten Teilbereich ($x > 0$) die „einfallende“, das heißt auf die Stufe zulaufende Welle nicht vorhanden sein soll. *Hinweis:* Benutzen Sie die Bezeichnungen $k^2 := \frac{2mE}{\hbar^2}$ und $k'^2 := \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}$.

b) Bestimmen Sie aus den Randbedingungen bei $x = 0$ die Amplituden der reflektierten und der transmittierten Welle als Vielfache der Amplituden der einfallenden Welle und daraus den Transmissions- (T) und Reflexionskoeffizienten (R) als die Betragsquadrate. Überprüfen Sie die Beziehung $R + \frac{k'}{k}T = 1$.

Aufgabe 10.6 (D:0): Drehimpuls-Algebra

Die Komponenten des Bahndrehimpulses $\vec{L}$ sind durch das „formale“ Kreuzprodukt von Orts- und Impulsoperator im dreidimensionalen Raum gegeben:

$$\vec{L} = \vec{x} \times \vec{p} \qquad \text{mit } \vec{p} = \frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}.$$

a) Stellen Sie die Komponenten L_x, L_y, L_z von $\vec{L}$ als Differenzialoperatoren in Kugelkoordinaten (r, ϑ, φ) dar.

b) Stellen sie das Betragsquadrat des Drehimpulses $\vec{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ ebenfalls in Kugelkoordinaten dar.

c) Vergleichen Sie die Wirkung von $L_z L_x \psi(r, \vartheta, \varphi)$ mit der von $L_x L_z \psi(r, \vartheta, \varphi)$ auf beliebige Wellenfunktionen ψ in Kugelkoordinaten und lesen Sie den Kommutator $[L_z, L_x]$ ab.