Übungsaufgaben zu Physik IV (SS 97)

Blatt 1

Eine weitere Bemerkung: Die Übungsblätter werden als 600 dpi Postscript sowie als TEX-Dateien über Internet zur Verfügung gestellt.
Die URL lautet: `http://planck.uni-muenster.de:8080/~rehwald`.

Aufgabe 1.1 (L:11;D:11): Wirkungsquerschnitt

Ein Strahl monoenergetischer Elektronen durchläuft eine 5 cm lange Gaszelle, die ein Gas mit der Temperatur 27 $°C$ und dem Druck 10^{-2} bar enthält.

a) Geben Sie die Formel für die Gasdichte eines idealen Gases als Funktion von Temperatur und Druck an.

b) Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt, wenn 5% der Elektronen nicht mehr in der Eintrittsrichtung herauskommen.

c) Welcher Anteil der Elektronen tritt nicht mehr in der ursprünglichen Richtung aus, wenn die Gasdichte um den Faktor 10 vergrößert wird?

d) Berechnen Sie für die zuerst angegebene Gasdichte die mittlere freie Weglänge λ. Die mittlere freie Weglänge ist derjenige Weg, auf dem der Bruchteil $1/e$ ($= \exp(-1) \approx 0.368$) noch *nicht* gestreut wird.

Aufgabe 1.2 (L:0;D:0): Atomare Masseneinheit

Das „*amu*“ (atomic mass unit) ist definiert als $\frac{1}{12}$ der Masse des Kohlenstoff-Isotops ^{12}C, das heißt, $M(^{12}C) = 12\ amu$. Der Wert des „*amu*“ ist $931,5016\ MeV/c^2$. Zeigen Sie, dass diese Definition zweckmäßiger ist als eine Definition, der die Protonenmasse zugrunde liegt. Um dies zu sehen, berechnen Sie die Masse des ^{238}U-Isotops in beiden Einheiten.

$$M(p) = 938,279\ MeV/c^2$$
$$M(^{238}U) = 221,744545\ GeV/c^2$$

Aufgabe 1.3 (L:10): Bestimmung der Avogadro-Zahl

Kolloidteilchen werden in einer Flüssigkeit dispergiert. Zeigen Sie, dass im Gleichgewicht die Zahl der Teilchen je cm^3 durch eine Boltzmann-Verteilung beschrieben wird:

$$n(h) = n_0 \exp\{-\tfrac{N_A}{RT}(\rho - \rho')V_E\, g\, h\}.$$

(N_A – Avogadrozahl, R – Gaskonstante, T – absolute Temperatur, V_E – Eigenvolumen der Kolloidteilchen, ρ – Dichte in den Kolloidteilchen, ρ' – Dichte der Flüssigkeit,

g – Erdbeschleunigung, h – Höhe, n_0 – Teilchenzahldichte bei $h = 0$). *Hinweis:* Benutzen Sie $dp = -\rho_K(h)\, g\, dh$ (Welche Massendichte wird hier durch ρ_K beschrieben?) und entnehmen Sie der Gleichung des idealen Gases die noch fehlende Beziehung zwischen p, n und ρ bzw. dp und dn. Beachten Sie den Auftrieb der Kolloidteilchen.

Aufgabe 1.4 (L:0): Röntgenbeugung

Monochromatische Röntgenstrahlen ($\lambda = 1,1$Å) fallen auf eine Probe von KCl-Pulver. Eine ebene fotografische Platte wird in einer Entfernung von 20 cm vom Pulver senkrecht zum einfallenden Strahl angeordnet. Berechnen Sie die Radien der Schnitte der Braggschen Beugungskegel für die erste und die zweite Beugungsordnung bei einem Abstand der Gitterebenen von $3,14$Å (1Å $= 10^{-10}m$).

Aufgabe 1.5 (D:12): Beispiel zu den Lagrange-Gleichungen

a) Für das System von Aufgabe 0.4d) – Schwerependel mit horizontal verschiebbarem Aufhängepunkt – ist die Lagrange-Funktion $L = T - V$ zunächst in den kartesischen Koordinaten der beiden Massenpunkte, sodann durch Umrechnung mittels der Transformationsgleichungen in den generalisierten Koordinaten $q_1 = x_1$, $q_2 = \varphi$ aufzustellen.

b) Stellen Sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen auf.

c) Die Differenzialgleichung für $x_1(t)$ läßt sich sofort zweimal integrieren. Verwenden Sie hierfür die Anfangsbedingungen:

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 0 & \qquad \varphi(0) &= 0 \\ \dot{x}_1(0) &= -\tfrac{m_2 l}{m_1+m_2}\omega_0 & \qquad \dot{\varphi}(0) &= \omega_0 \end{aligned}$$

d) Welche geometrische Bahnform ergibt sich für die Masse m_2 bei Rücktransformation auf kartesische Koordinaten?

Aufgabe 1.6 (D:0): Eichfreiheit der Lagrange-Funktion

Aus der Elektrodynamik ist Ihnen die Möglichkeit der Eichung von elektrischem Potential und magnetischem Vektorpotential bekannt: Für verschiedene Potentiale, die sich auf eine wohldefinierte Weise unterscheiden, ergeben sich dieselben Felder. (Tipp: Wiederholen Sie dies mit Blick auf die Vordiplomprüfung). Auch in der Lagrange-Mechanik gibt es eine solche Eichfreiheit:

a) Zeigen Sie allgemein: Ist $L(q, \dot{q}, t)$ die Lagrange-Funktion eines mechanischen Systems, so führt die Funktion $L' = L + \frac{d}{dt}\Lambda(q, t)$, bei der die *totale* Zeitableitung einer Funktion $\Lambda(q, t)$ addiert ist, auf dieselben Bewegungsgleichungen.

b) Verifizieren Sie dies am Spezialfall des eindimensionalen harmonischen Oszillators mit $L(x, \dot{x}) = \frac{m}{2}\dot{x}^2 - \frac{k}{2}x^2$, $L' = L + a\,x\,\dot{x}$, $a = const$. Welche Form hat hier $\Lambda(q, t)$?