

Besprechung der Übungsaufgaben:

20.06.03/24.06.03

schriftlich: E22, E23, T14; Alle anderen Aufgaben/-teile mündlich

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: In der Dienstagsübung am 17.06.03

Aufgabe E22: Infrarotspektren

(5 Punkte)

Im Infrarotspektrum von HCl (zweiatomiges Molekül aus ^1H und ^{35}Cl) werden eine Linie bei einer Frequenz von $\nu_0 = 9 \cdot 10^{13}\text{Hz}$ und eine ganze Serie von Linien bei $\nu_1 = 6,35 \cdot 10^{11}\text{Hz}$, $\nu_2 = 12,7 \cdot 10^{11}\text{Hz}$, ..., $\nu_n = 6,35 \cdot n \cdot 10^{11}\text{Hz}$ beobachtet.

Wie groß sind für dieses Molekül

- a) die reduzierte Masse μ (1 P)
- b) die „Federkonstante“ D (1 P)
- c) das Trägheitsmoment Θ (2 P)
- d) der Bindungsabstand R ? (1 P)

Benutzen Sie die jeweils einfachsten Modelle (harmonischer Oszillator für ν_0 und starrer Rotator=Hantel für $\nu_1, \dots, \nu_n$). Bei den Übergängen $\nu_1, \dots, \nu_n$ ändere sich die jeweilige Quantenzahl um 1.

Hinweis: - Das Quadrat des Drehimpulses kann nur die Werte $J(J+1)\hbar^2$ mit $J = 0, 1, 2, \dots$ annehmen.
- $1u = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$
 $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}\text{Js}$

Aufgabe E23: Bindungsenergie

(3 Punkte)

Wenn ein Chlor-Atom ein Elektron bindet (Cl^-), wird eine Energie von 3,61eV frei. Die Ionisierungsenergie von Natrium (Na) ist 5,14eV. Eine empirische Formel, die die Ionenbindung recht gut beschreibt, ist durch

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{b}{r^9}$$

gegeben ($b > 0$). Wie groß ist die zur Aufspaltung des NaCl-Moleküls in zwei *Atome* benötigte Energie?

Hinweis: Bestimmen Sie die Konstante b aus dem Gleichgewichtsabstand des Ionenmoleküls: $r_0 = 0,236\text{nm}$.

Aufgabe E24: Kristallstrukturen

(4 Punkte)

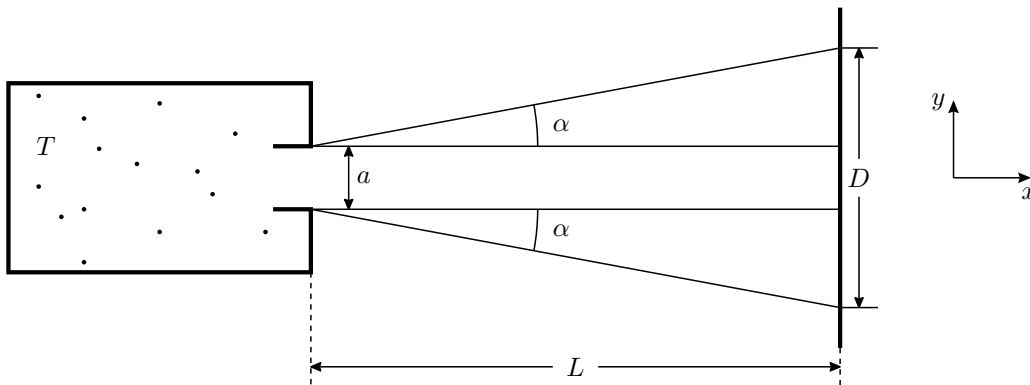
Berechnen Sie den maximalen Anteil des Volumens, der sich bei folgenden Kristallstrukturen mit harten Kugeln vom Radius R ausfüllen läßt:

- a) kubisch primitiv (sc)
- b) kubisch raumzentriert (bcc)
- c) kubisch flächenzentriert (fcc)
- d) hexagonal dichteste Packung (hcp)

Aufgabe T14: Heisenberg'sche Unschärferelation

(6 Punkte)

Ein Strahl von Atomen der Masse m kommt durch eine kreisförmige Blende mit Durchmesser a aus einem Ofen der Temperatur T [$k_B T = p_x^2/m$] und erzeugt auf einem im Abstand L befindlichen Auffangschirm einen Fleck mit Durchmesser D :



- a) Wie groß ist mindestens die Impulsunschärfe Δp_y an der Blende? (2 P)
- b) Wie lautet der Zusammenhang zwischen D und a , L , T ? (2 P)
- c) Bestimmen Sie für ein vorgegebenes L , T den kleinstmöglichen Durchmesser D als Funktion von a ! (1 P)
- d) Wie groß ist die zugehörige Blendenöffnung a ? (1 P)

Aufgabe T15: Wellenpaket für freies Teilchen

(12 Punkte)

Ein Wellenpaket für ein freies quantenmechanisches Teilchen in 3d ist gegeben durch

$$\psi(\vec{x}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3p e^{\frac{i}{\hbar} \left[\vec{p} \cdot \vec{x} - \frac{p^2}{2m} t \right]} \varphi(\vec{p})$$

- a) Für

$$\varphi(\vec{p}) = N_0 e^{-(\vec{p}-\vec{p}_0)^2 L^2 / 2\hbar^2}$$

bestimme man $\psi(\vec{x}, t)$ explizit.

Hinweis: Die Konstante N_0 folgt aus der Tatsache, daß das Teilchen mit Wahrscheinlichkeit 1 im Raum vorhanden ist. (4 P)

- b) Formen Sie die Wellenfunktion $\psi(\vec{x}, t)$ so um, daß sie sich als Produkt oszillierender Terme ($e^{-i\cdots}$) und eines nichtoszillierenden Terms der Art

$$e^{-\frac{(\vec{x} - \vec{s}(t))^2}{2d^2(t)}}$$

schreiben läßt. Bestimmen Sie daraus den Erwartungswert/Schwerpunkt $\vec{s}(t)$ und die Varianz/Breite $d(t)$ des Wellenpakets. (4 P)

- c) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichten $\rho(\vec{x}, t) = |\psi(\vec{x}, t)|^2$ und $|\varphi(\vec{p})|^2$ im Orts- und Impulsraum an. (2 P)
- d) Bestimmen Sie $\Delta\vec{x} \cdot \Delta\vec{p}$, und verifizieren Sie die Heisenberg'sche Unschärferelation.

Hinweis: Für eine Wahrscheinlichkeitsdichte der Form

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\xi} e^{-x^2/\xi^2} \quad \text{gilt:} \quad \Delta x = \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} = \frac{\xi}{\sqrt{2}}$$

(2 P)