

Besprechung der Übungsaufgaben:

29.04.03

Auf diesem Blatt sind alle Aufgaben mündlich zu bearbeiten

Zulassungskriterium für die Klausur sind jeweils die Hälfte der mündlich(per Votierverfahren) und schriftlich erreichbaren Punktzahlen. Durch fleißiges Vorrechnen in den Übungen läßt sich ein frei verteilter Bonus von 10% erzielen.

Ausgabe der Übungsblätter: Jeweils in der Mittwochsvorlesung von Herrn Kohl.

Aufgabe E1: Wiensches Verschiebungsgesetz

(4 Punkte)

Bei welcher Frequenz $\nu_{\max}$ und bei welcher Wellenlänge $\lambda_{\max}$ beobachtet man das Maximum der Planckschen Strahlungsverteilung $u(\nu, T)$ bzw. $u(\lambda, T)$? Warum ist $c \neq \lambda_{\max} \nu_{\max}$?

Hinweis: Die Gleichungen $\exp(-y) + (y/5) - 1 = 0$ bzw. $\exp(-z) + (z/3) - 1 = 0$ lassen sich nur numerisch lösen (z.B. mit dem Newton'schen Iterationsverfahren). Verifizieren Sie, dass durch $y \approx 4,9651$ und $z \approx 2,8214$ Lösungen dieser Gleichungen gegeben sind.

Aufgabe E2: Stefan-Boltzmann-Gesetz

(4 Punkte)

Berechnen Sie die in einem Schwarzen Körper insgesamt enthaltene Energiedichte (pro Volumen) durch Integration der Planckschen Verteilung $\int_0^\infty u(\nu, T) d\nu$.

Hinweis: Identifizieren Sie im Integranden eine geometrische Reihe und integrieren sie die Entwicklung gliedweise.

Es gilt:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

Aufgabe T1: Rekapitulation — Newtonsche Mechanik

(8 Punkte)

Eine System von N Punktteilchen ($i = 1, \dots, N$) mit Ortsvektoren $\vec{x}_i(t)$ und Massen $m_i = \text{const.}$ gehorche den Bewegungsgleichungen

$$\dot{\vec{p}}_i = m_i \ddot{\vec{x}}_i = \sum_j \vec{F}_{ji} + \vec{f}_i \quad (1)$$

wobei $\vec{F}_{ji}$ die Wechselwirkungskraft von Teilchen j auf Teilchen i (parallel zu $\vec{x}_i - \vec{x}_j$) und $\vec{f}_i$ eine externe Kraft auf Teilchen i darstellt.

- a) Berechnen Sie aus (1) die Gleichung für die zeitliche Änderungsrate des Gesamtimpulses $\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$, wobei Sie die Gesamtmasse $M = \sum_i m_i$, Schwerpunktkoordinate $\vec{R} = (1/M) \sum_i m_i \vec{x}_i$ und gesamte externe Kraft $\vec{f} = \sum_i \vec{f}_i$ einführen. Unter welcher Bedingung gilt die Erhaltung des Gesamtimpulses?
- b) Bestimmen Sie aus (1) die Gleichung für die zeitliche Veränderung des Gesamtdrehimpulses $\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i \vec{x}_i \times \vec{p}_i$, wobei Sie das Gesamtdrehmoment $\vec{N} = \sum_i \vec{N}_i = \sum_i \vec{x}_i \times \vec{f}_i$ einführen. Unter welcher Bedingung gilt Erhaltung des Gesamtdrehimpulses?
- c) Unter Annahme der zusätzlichen Voraussetzungen, dass
- (a) die Kräfte konservativ sind und
 - (b) die Wechselwirkung zwischen den Teilchen derart ist, dass das zugehörige Potential nur vom Abstand der Teilchen abhängt,
- gilt:

$$\begin{aligned}\vec{f}_i &= -\frac{\partial}{\partial \vec{x}_i} V(\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n) \\ \vec{F}_{ji} &= -\frac{\partial}{\partial \vec{x}_i} V_{ji}(|\vec{x}_i - \vec{x}_j|) .\end{aligned}$$

Zeigen Sie, ausgehend von $\sum_i m_i \dot{\vec{x}}_i \cdot \frac{d\dot{\vec{x}}_i}{dt}$ und (1), dass dann die Gesamterhaltung der Energie

$$T + V(\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_N) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} V_{ij}(|\vec{x}_i - \vec{x}_j|) = \text{const.}$$

mit $T = \sum_i \frac{1}{2} m_i |\dot{\vec{x}}_i|^2$ gilt.