Übungen zur Physik III (WS 1999/2000)

Blatt 8

Aufgabe 8.1 (): Dipolstrahlung

Für das elektrische und magnetsiche Feld der Dipolstrahlung gilt:

$$\begin{aligned}
\vec{B}(\vec{r},t) &= -\frac{\mu_0 \omega k^2}{4\pi}\Big(\frac{1}{kr}+\frac{i}{(kr)^2}\Big)e^{i(kr-\omega t)}\vec{p}\times\vec{e} \\
\vec{E}(\vec{r},t) &= \frac{k^3}{4\pi\epsilon_0}\Big(\frac{1}{kr}(\vec{e}\times\vec{p})\times\vec{e}+\big(\frac{1}{(kr)^3}-\frac{i}{(kr)^2}\big)\big(3(\vec{p}\cdot\vec{e})\vec{e}-\vec{p}\big)\Big)e^{i(kr-\omega t)}
\end{aligned}$$

Machen Sie Aussagen über die Orthogonalität von $\vec{E}, \vec{B}$ und $\vec{e}$ in der Nah- und der Strahlungszone! Sind die Felder in Phase?

Aufgabe 8.2 (15 Punkte): Beweise zur Fouriertransformation

Gegeben seien zwei Funktionen $f(t)$ und $g(t)$ mit den Fouriertransformierten

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i\omega t}dt$$

und entsprechend $\tilde{g}(\omega)$. Berechnen Sie die Fouriertransformation von

a)

$$f(t-t_0)$$

b)

$$\frac{df}{dt}(t)\ ;\ \ \frac{d^n f}{dt^n}(t)$$

c)

$$f(bt)\ ,\ \ 0\neq b\in\mathbb{R}$$

d)

$$g(t)f(t)$$

e)

$$h(t) := \int_{-\infty}^{\infty} dt' f(t-t')g(t') =: (f*g)(t)$$

und drücken Sie das Ergebnis als Funktion von $\tilde{f}(\omega)$ und $\tilde{g}(\omega)$ aus! Interpretieren Sie das Ergebnis!

Aufgabe 8.3 (): Berechnung von Fouriertransformierten

Berechnen Sie die Fouriertransformierten von

a)

$$f(t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} \Theta(t) \; ; \; T > 0$$

b)

$$g(t) = \begin{cases} 1 & : \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases} \quad .$$

c)

$$h(t) = \begin{cases} 0 & : \quad t \leq -T \\ t + T & : \quad -T \leq t \leq 0 \\ -t + T & : \quad 0 \leq t \leq T \\ 0 & : \quad t \geq T \end{cases} \quad .$$

Aufgabe 8.4 (): Polarisation

Das $\vec{E}$-Feld als Fundamentallösung der Maxwell-Gleichungen ist eine ebene, harmonische Welle. Für eine Ausbreitung in $\hat{z}$-Richtung gilt dann

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\alpha_x} \\ E_{0y} e^{i\alpha_y} \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(kz - \omega t)}$$

mit $E_{0x}, E_{0y}, \alpha_x, \alpha_y \in \mathbb{R}$. Machen Sie Aussagen über die Polarisation von $\mathrm{Re}\,\vec{E}$! Unter welchen Bedingungen ist die Welle linear bzw. zirkular polarisiert?

Aufgabe 8.5 (20 Punkte): Kugelwelle

Stellen Sie die gedämpfte, auslaufende Kugelwelle

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{-\alpha r} \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r}$$

als Überlagerung ebener harmonischerr Wellen dar!

Viel Erfolg!

(Physik III im Netz: `http://pauli.uni-muenster.de/~schnetm/physik3.html`. Abgabe der Lösungen nächsten Mittwoch zwischen 10^{00} und 12^{30} im Kasten vor Raum 406, Institut für theoretische Physik 1.)