Übungen zur Physik III (WS 1999/2000)

Blatt 6

Aufgabe 6.1 (20 Punkte): Dipolstrahlung

Das Vektorpotenzial eines periodisch schwingenden Dipols im Koordinatenursprung lautet

$$\vec{A} = -i\frac{\mu_0\omega}{4\pi}\frac{e^{i(kr-\omega t)}}{r}\vec{p}.$$

Bestimmen Sie daraus das $\vec{E}$- und das $\vec{B}$-Feld!
Hinweis: Benutzen Sie die für konstantes $\vec{p}$ gültige Formel

$$\nabla \times (f(r)\vec{p}) = \frac{\vec{r}\times\vec{p}}{r}\frac{\partial f(r)}{\partial r}$$

und berechnen Sie das $\vec{E}$-Feld aus dem $\vec{B}$-Feld mit Hilfe einer Maxwellgleichung.

Aufgabe 6.2 (): Anwendung Greenscher Funktionen

Berechnen Sie die Antwort eines gedämpften harmonischen Oszillators, der sich zunächst in Ruhe befindet, auf die äußere Kraft

$$F(t) := \begin{cases} 0 & : \quad t < 0 \\ F & : \quad 0 \le t \le T \\ 0 & : \quad t > T \end{cases} \quad !$$

Benutzen Sie dabei die Methode aus Aufgabe 4.1!

Aufgabe 6.3 (): Rahmenantenne

An einer Rahmenantenne ($N = 100$ Windungen, $A = 0.15\ m^2$) wird (praktisch stromlos) eine Hochfrequenzspannung von $U_0 = 10^{-4}\ V$ gemessen. Wie groß ist das vom Sender erzeugte Magnetfeld H, wenn die Ebene der Antenne durch den Dipolsender geht, dessen Frequenz $\nu = 560kHz$ beträgt?

Aufgabe 6.4 (): Hertzscher Dipol

Zeichnen sie die elektrischen Feldlinien in der Ebene eines Hertzschen Dipols zu den Zeitpunkten $t = 1/4\ T$, $t = 3/8\ T$ und $t = 1/2\ T$. Benutzen Sie dazu eine Skala in Einheiten der Wellenlänge.

Aufgabe 6.5 (15 Punkte): Dispersionsrelationen

Bestimmen Sie die Dispersionsrelationen $\omega = \omega(\vec{k})$ der Differenzialgleichungen

$$\begin{aligned} \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\psi &= 0 \quad \text{(homogene Wellengleichung)} \\ \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\hbar^2}m^2\right)\psi &= 0 \quad \text{(Klein-Gordon-Gleichung)} \\ \left(\frac{\hbar}{2m}\Delta + i\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi &= 0 \quad \text{(homogene Schrödingergleichung).} \end{aligned}$$

Darin ist $\hbar$ das Plancksche Wirkungsquantum der Dimension $[\hbar] = [J \cdot s]$ und m eine (konstante) Masse.

Aufgabe 6.6 (): Fouriertransformation

a) Ist eine Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ quadratintegrabel, so ist die Fouriertransformierte

$$\tilde{f}(k)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}dx$$

auch quadratintegrabel und die Rücktransformation ist gegeben durch

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k)e^{ikx}dk.$$

Ferner kann man unter dem Integral gemäß

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{f}(k)e^{ikx}dk\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}(ik)\tilde{f}(k)e^{ikx}dk$$

ableiten. Berechnen Sie die Fouriertransformierte der Gaußverteilung

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{1}{2}x^2}\ !$$

b) Fasst man die Funktion $f(x)$ bzw. deren Fouriertransformierte als Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf, so kann man Mittelwerte und Standardabweichungen wie gewohnt erklären. Überlegen Sie sich die Mittelwerte und finden Sie die Standardabweichungen

$$\Delta x,\ \Delta k$$

für die Gaußverteilung!
Berechnen Sie auch das Produkt

$$\Delta x \cdot \Delta k\ !$$

Viel Erfolg!

(Physik III im Netz: `http://pauli.uni-muenster.de/~schnetm/physik3.html`. Abgabe der Lösungen nächsten Mittwoch zwischen 10^{00} und 12^{30} im Kasten vor Raum 406, Institut für theoretische Physik 1.)