Übungen zur Physik II (SS 99)

Blatt 4

Aufgabe 4.1 (HA 10): Ladungsmessung

Zwei kleine Kugeln, die beide die Masse $m = 1.0g$ haben, sind an Seidenfäden der Länge $l = 30cm$ im gleichen Punkt aufgehängt. Beide tragen die gleiche positive Ladung Q. Ihre Mittelpunkte haben infolge der Abstoßung den Abstand $d = 1.0cm$. Berechnen Sie die Ladung Q.

Aufgabe 4.2 (HA 20): Wasserstoffatom

Für ein Wasserstoffatom im Grundzustand ist die Kernladung punktförmig im Ursprung zentriert (Ladung e_0) und die Elektronenladungsdichte ist durch

$$\rho = -\left(\frac{e_0}{\pi a^3}\right) e^{-\frac{2r}{a}}$$

gegeben. Dabei ist a der Bohrsche Radius.

a) Berechnen Sie die Gesamtladung der Elektronenladungsdichte.

b) Berechnen Sie unter Benutzung des Satzes von Gauß die Feldstärke $\vec{E}(\vec{r})$.

c) Ermitteln Sie daraus das Potential $\phi(\vec{r})$. Diskutieren Sie die Grenzfälle $r \ll a$ und $r \gg a$.

d) Wie groß ist die Ladung innerhalb einer Kugel vom Radius R? Wie ist der Zusammenhang mit $\vec{E}(R)$?

Aufgabe 4.3 (): Satz von Gauß und partielle Integration

Zeigen Sie durch geeignete Wahl des Vektorfeldes $\vec{A}$ mit Hilfe des Integralsatzes von Gauß:

a)

$$\int_V \operatorname{grad} \varphi \, dV = \oint_{F_V} \varphi \, d\vec{f}$$

b)

$$\int_V \operatorname{rot} \vec{A} \, dV = \oint_{F_V} d\vec{f} \times \vec{A}$$

c)

$$\int_V \psi \operatorname{grad} \varphi \, dV = \oint_{F_V} \psi\varphi \, d\vec{f} - \int_V \varphi \operatorname{grad} \psi \, dV$$

d)

$$\int_V \varphi \operatorname{div} \vec{A} \, dV = \oint_{F_V} \varphi\vec{A} \cdot d\vec{f} - \int_V \vec{A} \cdot \operatorname{grad} \varphi \, dV$$

e)

$$\int_V \varphi \operatorname{rot} \vec{A} \, dV = \oint_{F_V} \varphi\vec{A} \times d\vec{f} + \int_V \vec{A} \times \operatorname{grad} \varphi \, dV$$

Aufgabe 4.4 (): Dipolmoment einer Ladungsverteilung

In Aufgabe 3.6 haben Sie induzierte Flächenladungsdichte auf einer Metallkugel berechnet. Berechnen Sie das Dipolmoment dieser Ladungsverteilung.

Aufgabe 4.5 (): Dipole im elektrischen Feld

a) Geben Sie die potentielle Energie eines Dipols im homogenen elektrischen Feld an. Der Dipol bestehe aus zwei Ladungen q und $-q$ an den Stellen $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$. Welche Kräfte und Drehmomente wirken auf den Dipol?

b) Geben Sie die potentielle Energie eines Dipols im Feld eines anderen Dipols an. Der Abstand beider Dipole sei groß gegenüber dem Abstand der Ladungen innerhalb eines Dipols. Zeigen Sie, daß sowohl Anziehung als auch Abstoßung auftreten kann.

Aufgabe 4.6 (): Multipolmomente

Die Ecken eines Würfels der Kantenlänge a tragen Punktladungen. Die linke untere Ecke wird als Koordinatenursprung gewählt. Die Ladungen und ihre Positionen sind

$$-3q : \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, -2q : \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, -q : \begin{pmatrix} a \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, q : \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, 2q : \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ a \end{pmatrix}, 3q : \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \end{pmatrix}, 4q : \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ a \end{pmatrix}, 5q : \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie Gesamtladung, Dipolmoment und die Komponenten des Quadrupoltensors.

b) Geben Sie einen anderen Koordinatenursprung so an, daß bezüglich dieses Ursprunges das Dipolmoment verschwindet.

Viel Erfolg!

(Physik II im Netz: `http://pauli.uni-muenster.de/~schnetm/physik2.html`)