Übungen zur Physik II (SS 99)

Blatt 2

Aufgabe 2.1 (HA 20): Geladene Ebene, Plattenkondensator

Betrachten Sie eine unendlich ausgedehnte Ebene, auf die mit der Flächenladungsdichte σ Ladung aufgebracht ist.

a) Berechnen Sie mit Hilfe des (physikalischen) Satzes von Gauß und Symmetrieüberlegungen das Feld der geladenen Ebene. Wählen Sie dazu ein der Symmetrie angemessenes Volumen im Satz von Gauß.

b) Einen Plattenkondensator kann man sich idealisiert als zwei unendlich ausgedehnte parallele Ebenen vorstellen, die einen Abstand d haben und entgegengesetzt geladen sind. Berechnen Sie das Feld für diese Situation.
Hinweis: Nutzen Sie das Superpositionsprinzip aus.

Aufgabe 2.2 (HA 15): Gaußintegral

In verschiedenen Situationen tritt in der Physik und in der Mathematik die Funktion $f(x) = e^{-x^2}$ auf. Das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ ist auf den ersten Blick schwer zu lösen, weil man keine elementare Stammfunktion angeben kann.

a) Schreiben Sie $(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx)^2$ als Doppelintegral über x und y.

b) Führen Sie in dem Doppelintegral Polarkoordinaten ein. Die Integration über φ können Sie dann sofort ausführen.

c) Berechnen Sie das verbleibende Integral über eine geeignete Substitution.

d) Was ist demnach der Wert von $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$?

Aufgabe 2.3 (): δ-Distribution

In der Vorlesung haben Sie die δ-Distribution kennengelernt, die man für die Modellierung von punktförmigen physikalischen Objekten benötigt. Dort wurden auch einige „Darstellungen“ der δ-Funktion eingeführt. Betrachten Sie die Funktionen $\delta_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ mit

$$\delta_n(x) := n e^{-\pi n^2 x^2} \ .$$

a) Verifizieren Sie, daß

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta_n(x) dx = 1$$

für alle Werte von n gilt.

b) Skizzieren Sie grob die Funktion δ_n für einige Werte von n.

c) Berechnen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Integralrechnung (Kapitel 18, Satz 8 bei O. Forster)

$$\int_a^b \delta_n(x) f(x) dx$$

für eine stetige Funktion f und bilden Sie dann den Grenzwert $n \to \infty$.

Aufgabe 2.4 (): Rechenregeln für die δ-Distribution

Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der definierenden Eigenschaft der δ-Funktion.

a)

$$\int_{-1}^{+1} \delta(x)(f(x) - f(0))dx$$

b)

$$\int_{-2}^{+5} (x^2 - 5x + 6)\delta(x - 3)dx$$

c)

$$\int_{-\infty}^{x} \delta(y)dy$$

d)

$$\int_{a}^{b} \delta(x - x_0)f(x)dx$$

Beachten Sie das jeweilige Integrationsintervall!

Aufgabe 2.5 (): Physik mit δ

Betrachten Sie die folgende Ladungsdichte:

$$\rho(\vec{r}) = \lambda\delta(x)\delta(y) \ .$$

a) Welcher physikalischen Situation entspricht dies? Welche Dimension hat ρ? Welche Dimension hat λ und δ?

b) Welche Konfiguration des elektrostatischen Feldes erwarten Sie in dieser Situation? Benutzen Sie wieder den Satz von Gauß, um mit dieser Symmetrieüberlegung das Feld zu berechnen.

Viel Erfolg!