Übungen zur Physik I (WS 98/99)

Blatt 2

Aufgabe 2.1 (HA): Kurven in $\mathbb{R}^2$

a) Es sei

$$x(t) = \cosh(t) \quad \text{und} \quad y(t) = \sinh(t) \; .$$

Welche Kurve beschreiben diese Koordinaten in $\mathbb{R}^2$? Drücken Sie dazu y als Funktion von x aus! Ist dies für die gesamte Kurve möglich?
Hinweis: Benutzen Sie die Rechenregeln für die hyperbolischen Funktionen.

b) Finden Sie eine analoge *Parameterdarstellung* für den Einheitskreis und drücken sie wiederum y durch x aus!

c) Berechnen Sie die Steigung der Tangente an jedem Punkt des Kreises!

d) Wie lautet die Parameterdarstellung für einen Kreis mit einem beliebigen Ursprung und Radius? Welche Beziehung besteht dann zwischen x und y?

Aufgabe 2.2 (): Skalarprodukte

Es seien $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$, d.h.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \; .$$

a) **i)** $\vec{a} \cdot \vec{b} := a_1 b_1 + a_1 b_2 + a_2 b_2 + a_3 b_3$

ii) $\vec{a} \cdot \vec{b} := a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_1 b_2 + a_2 b_1 - a_3 b_3$

iii) $\vec{a} \cdot \vec{b} := 4a_1 b_1 - 2a_1 b_2 - 2a_2 b_1 + 3a_2 b_2 + a_3 b_3$

Welche dieser Definition definiert ein Skalarprodukt? Woran liegt es, wenn eine Definition kein Skalarprodukt ergibt?

b) Sei jetzt $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{i=1}^{3} a_i b_i$ das (kanonische) Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^3$. Betrachten Sie die drei Vektoren

$$\vec{e}_r := \begin{pmatrix} \sin(\theta)\cos(\varphi) \\ \sin(\theta)\sin(\varphi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} , \vec{e}_\theta := \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\varphi) \\ \cos(\theta)\sin(\varphi) \\ -\sin(\theta) \end{pmatrix} , \vec{e}_\varphi := \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix} \; .$$

Berechnen Sie alle möglichen Skalarprodukte dieser drei Vektoren!

Aufgabe 2.3 (): Sterntag

Die Erddrehung wird von Menschen schon sehr lange zur Zeitmessung benutzt. Ein *Tag* ist die Zeit, die die Erde für eine Umdrehung benötigt. Genauer betrachtet ist er die Zeit für einen scheinbaren Umlauf der Sonne. Die Zeit für einen scheinbaren Umlauf der Fixsterne bezeichnet man als Sterntag. Die Länge eines Sterntages unterscheidet sich von der eines (Sonnen-) Tages. Warum gibt es diesen Unterschied und wie groß ist er?

Aufgabe 2.4 (): Inertialsysteme, unabhängige Bewegung

In einem mit $v_0 = \text{const.}$ nach unten fahrenden Fahrstuhl werde folgendes Experiment gemacht:
Ein Ball wird senkrecht nach oben geworfen und auf der Abwurfhöhe wieder gefangen. Die Zeit bis zum höchsten Punkt sowie die Zeit bis zum Fang wird gemessen.

a) Für eine Abwurfgeschwindigkeit v_1 des Balles stellt die Bewegungsgleichung $s_{\text{Ball}} = \ldots$ sowohl im Koordinatensystem des Fahrstuhls als auch für einen unbewegten Beobachter außerhalb des Fahrstuhls auf. Tragt die Bewegung für Fahrstuhl und Ball jeweils in ein s/t-Diagramm ein. Was ergibt sich jeweils für die Steigzeit bis zum höchsten Punkt, für die Fallzeit vom höchsten Punkt und für die Gesamtzeit des Balles in der Luft? läßt sich aus dem Verhältnis von Steig- und Fallzeit die Geschwindigkeit des Fahrstuhls bestimmen und falls ja, für welchen Beobachter?

b) Wie ändert sich die Situation für $v_0 = 0$ in einem beschleunigten Fahrstuhl (Extremfall $a = g$)? Diskutiert wiederum die Situation sowohl für den Beobachter im Fahrstuhl als auch außerhalb!

Viel Erfolg!