Übungen zur Physik I (WS 98/99)

Blatt 1

Aufgabe 1.1 (HA): Schräger Wurf

Ein Stein der Masse m werde von der Höhe h über dem Erdboden unter einem Winkel φ gegen die Horizontale mit der Geschwindigkeit v_0 schräg nach oben geworfen.

a) Wie wählt man zweckmäßigerweise das Koordinatensystem? Stellen Sie in diesem Koordinatensystem die Bewegungsgleichungen für die drei Koordinaten und die Anfangsbedingungen des Steins auf! Das Schwerefeld der Erde werde als homogen angenommen.

b) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen! Welche Bahnkurve ergibt sich?

c) Unter welchem Winkel erzielt man bei fest vorgegebenen m, v_0 die größte Weite?

Aufgabe 1.2 (): Reellwertige Funktionen und ihre Ableitungen

Die hyperbolischen Funktionen $\sinh, \cosh$ und $\tanh$ sind definiert durch

$$\sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh(x) := \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} .$$

Später in Ihrem Studium werden Sie noch lernen, daß die Bezeichnung nicht zufällig eine starke Ähnlichkeit mit $\sin, \cos$ und $\tan$ hat. Die hyperbolischen Funktionen spielen bei der Geometrie der Hyperbel die Rolle, die die Winkelfunktionen bei der Geometrie des Kreises spielen.

a) Zeigen Sie, daß $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$ gilt! (Und vergleichen Sie dies mit der entsprechenden Formel für die Winkelfunktionen.)

b) Berechnen Sie die Ableitungen dieser Funktionen!

c) Beweisen Sie die folgenden Additionstheoreme:

$$\begin{aligned} \sinh(x+y) &= \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y) \\ \cosh(x+y) &= \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y) \end{aligned}$$

d) Berechnen Sie die Ableitungen von

$$\frac{1}{1+e^{-x^2}}, \quad \tan^2(x^3 - 1) \quad \text{und} \quad \arcsin(\sqrt{x})\ !$$

Aufgabe 1.3 (): Integration reellwertiger Funktionen

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$I_1 = \int_0^\infty \frac{1}{e^{2x} + e^{-2x}} dx\ , \quad I_2 = \int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx) dx\ , \quad n, m \in \mathbb{Z}\ ,$$

$$I_3 = \int_{-a}^{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx\ , \quad a \in \mathbb{R}_{\geq 0} \text{ und } \quad I_4 = \int_{-a}^{a} x^3 \cos^2(\pi x) dx\ .$$

Aufgabe 1.4 (): Klavierstimmer in New York City

Enrico Fermi ist ein italienischer Physiker, der unter anderem für seine Beiträge auf dem Gebiet der Kernphysik und der Quantentheorie bekannt ist. Zusätzlich hat er aber auch experimentell gearbeitet. Fermi bekam den Nobelpreis für Physik für seine Arbeit über nukleare Prozesse.

Eine *Fermi-Frage* erfordert Abschätzungen. Fermi war berühmt dafür, im Kopf Ergebnisse aus Daten zu berechnen, die anfangs zu mager schienen für eine quantitatives Resultat. Eine solche Frage ist:

„Wie groß ist die Anzahl der Klavierstimmer in New York City“

Versuchen Sie, diese Frage zu beantworten. Dazu müssen Sie geeignete weitere Fragen stellen und deren Antworten abschätzen. Versuchen Sie auch, die Unsicherheit in diesen Antworten abzuschätzen. Eine mögliche erste weitere Frage ist beispielsweise, wieviele Einwohner New York City hat.

Aufgabe 1.5 (): Parallaxe und Aberration

Bei der Beobachtung von Sternen von der Erde aus ist die Rotation der Erde um die Sonne zu berücksichtigen. Diese führt zu zwei Effekten.

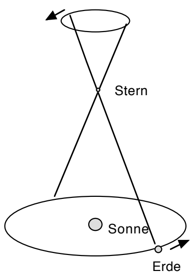

Abbildung 1: Die Parallaxe

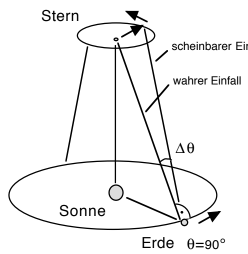

Abbildung 2: Prinzip der Aberration

1. Aufgrund der verschiedenen Positionen der Erde im Laufe eines Jahres ändert sich die scheinbare Position eines (nahen) Stern. Sind α_1 und α_2 die Winkel, unter der ein Stern im Abstand eines halben Jahres beobachtet wird, so ist die „stellare Parallaxe“ definiert als Winkel $\beta = \frac{1}{2}(\pi - \alpha_1 - \alpha_2)$.

2. Aufgrund der Relativbewegung zum Stern, fällt das Licht auf der Erde nicht unter dem Winkel ein, unter dem der Stern steht. Beobachtet man mit einem Teleskop, so muß man gegenüber der „wahren Einfallsrichtung“ θ dessen Neigung um $\Delta\theta$ ändern, um das Licht parallel zur Teleskop-Achse einfallen zu lassen.

a) Wie sehen die scheinbaren Bahnen der Sterne aufgrund der Parallaxe und Aberration aus?

b) Berechnen Sie die Parallaxe des nächsten Sterns, *Proxima Centauri* (4.27 Lichtjahre entfernt), und von *Betelgeuze* (427 Lichtjahre entfernt)! Was ist eine Parallaxensekunde (Parsec, pc) und warum ist sie eine gebräuchliche Entfernungseinheit in der Astronomie?

c) Berechnen Sie die Aberration $\Delta\theta$ für einen Stern im Pol der Ekliptik, d.h. für einen Winkel θ von 90°! Hängt die Aberration von der Entfernung des Sterns ab? Ist die Aberration für andere Winkel größer oder kleiner als für $\theta = 90°$? Vergleichen Sie diesen Wert mit der Parallaxe der Sterne aus der letzten Teilaufgabe! Mit welcher Geschwindigkeit muß man für $\theta \neq 90°$ rechnen?

Viel Erfolg!