Übungen zur Physik I (WS 98/99)

Blatt 13

Aufgabe 13.1 (): Bewegung in einem Potential

Betrachten Sie die Bewegung eines Teilchens im Potential

$$V(r) = -\frac{\kappa}{r^2}$$

a) Stellen Sie den Energiesatz für diese Situation auf!

b) Für welche Werte von κ ist $r = 0$ möglich?

c) Das Teilchen bewege sich zur Zeit t_0 mit der Geschwindigkeit v_0 und dem Stoßparameter b. Für welche b fällt es ins Zentrum?

Aufgabe 13.2 (): Trägheitsmoment

Eine Kugel mit Radius R habe die Dichte $\rho(r) = \kappa r^2$. Wie groß ist das Trägheitsmoment bei Rotation um eine Achse durch den Schwerpunkt?

Aufgabe 13.3 (): Schwingungen

Ein U-Rohr sei halb mit Wasser der Gesamtmasse M gefüllt. Der Wasserspiegel werde durch Einblasen auf einer Seite um die Höhe h abgesenkt. Der Wasserspiegel führt anschließend Schwingungen um die Gleichgewichtslage aus. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie die Kreisfrequenz ω der Schwingung. Überprüfen Sie auch die Dimension der Kreisfrequenz!

Aufgabe 13.4 (): Konservative Kraftfelder

Sei ein Kraftfeld $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definiert durch

$$\vec{F}(x,y,z) := \begin{pmatrix} -\omega_x \sin(\omega_x x)\sin(\omega_y y)e^{-\frac{r^2}{k}} - \frac{2}{k}x\cos(\omega_x x)\sin(\omega_y y)e^{-\frac{r^2}{k}} \\ \omega_y \cos(\omega_x x)\cos(\omega_y y)e^{-\frac{r^2}{k}} - \frac{2}{k}y\cos(\omega_x x)\sin(\omega_y y)e^{-\frac{r^2}{k}} \\ -\frac{2}{k}z\cos(\omega_x x)\sin(\omega_y y)e^{-\frac{r^2}{k}} \end{pmatrix}$$

Ist $\vec{F}$ konservativ?

Aufgabe 13.5 (): Kraftfelder und Wegintegrale

a) Gegeben seien verschiedene Kraftfelder $\vec{F}(\vec{r})$. Überprüfen Sie jeweils, ob $\vec{F}(\vec{r})$ konservativ ist!

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{r},\ \vec{F}(\vec{r}) = k\begin{pmatrix}0\\x\\0\end{pmatrix},\ \vec{F}(\vec{r}) = \vec{a}\times\vec{r},\ \vec{F}(\vec{r}) = k\begin{pmatrix}-y\\x\\xy\end{pmatrix}$$

k ist dabei eine skalare, $\vec{a}$ eine vektorwertige Konstante.

b) Zeigen Sie für die Fälle, in denen $\vec{F}(\vec{r})$ nicht konservativ ist, daß das Linienintegral

$$\int_{x_0}^{x_1} \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r}$$

mit $\vec{x}_0 = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \vec{x}_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ nicht wegunabhängig ist. (Betrachten Sie z.B. die Gerade durch x_0 und x_1 sowie den Weg $\vec{r}(s) = \begin{pmatrix}s\\s^2\\s^3\end{pmatrix}$.)