Übungen zur Physik I (WS 98/99)

Blatt 11

Aufgabe 11.1 (HA): Trägheitsmomente von Zylindern

a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines Zylinders der Masse M, der Länge l und Radius r mit homogener Massenverteilung bei Rotation um eine Achse durch den Schwerpunkt senkrecht zur Symmetrieachse.

b) Berechnen Sie das Trägheitsmoment für den gleichen Zylinder bei Rotation um eine Achse senkrecht zur Symmetrieachse, die durch eine der Endflächen geht.

c) Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines Hohlzylinders mit Innenradius r und Außenradius R bei Rotation um die Symmetrieachse.

Aufgabe 11.2 (HA): Physikalisches Pendel

Ein Würfel der Kantenlänge a und Masse M mit homogener Massenverteilung sei so aufgehängt, daß die Drehachse mit einer seiner Kanten zusammenfällt und parallel zum Erdboden verläuft. Berechnen Sie die Schwingungsfrequenz für eine Schwingung mit kleiner Auslenkung.

Aufgabe 11.3 (): Skalen-Symmetrie

a) Schon Galilei wußte, warum größere Lebewesen überproportional dickere Knochen benötigen, höhere Türme – bei gleichem Baumaterial – überproportional verbreiterte Fundamente verlangen, Fliegen im Gegensatz zu Menschen unter der Zimmerdecke sitzen können. Wie erklären Sie das?

b) Ein Öltropfen mit Durchmesser d verteilt sich auf einer Wasseroberfläche und bedeckt schließlich eine Fläche A. Wie groß wird die bedeckte Wasserfläche ausfallen, wenn man den Tropfendurchmesser verdoppelt? Warum kann dieser Versuch nicht skalensymmetrisch unter der Transformation $\vec{r} \to r_0\vec{r}$ aller Längen sein? Ob Galilei die gleiche Antwort gegeben hätte?

c) Zeigen Sie, daß das mathematische Pendel im Erdfeld ($mL\ddot{\varphi} = -mg\sin\varphi$) sich bei Transformation aller Längen gemäß $\vec{r} \to r_0\vec{r}$ skalen-invariant verhält! Beachten Sie, daß sich Massen bei dieser Transformation entsprechend dem Volumen ändern.

d) Betrachten Sie den harmonischen Oszillator $m\ddot{x} = -kx$. Wenn x diese Gleichung erfüllt, welche Gleichung erfüllt dann $x'(t) = ax(\frac{t}{b})$? Mit welcher Frequenz schwingt dieses System?

Aufgabe 11.4 (): Energiedissipation im dynamischen Kraftmikroskop

In der Abbildung ist ein Rasterkraftmikroskop schematisch dargestellt. Die Meßspitze S wird durch eine äußere Anregung z_D harmonisch angeregt und ist mit dieser durch eine Feder mit der Federkonstanten k verbunden. Die Bewegung der Meßspitze wird mit einer Dämpfungskonstanten β proportional zu $\dot{z}(t)$ gedämpft.

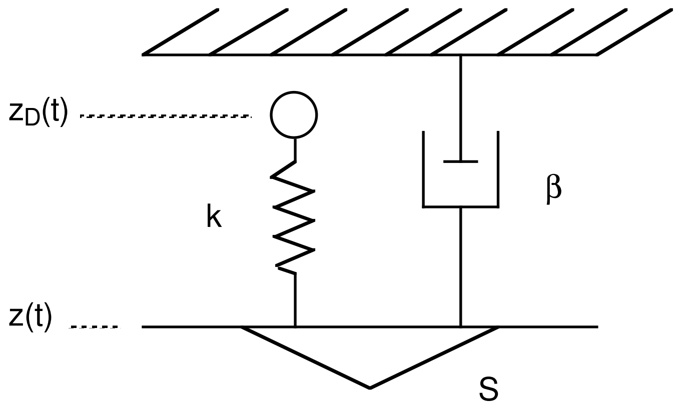

Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Rasterkraftmikroskops

a) Sei die Anregung $z_D(t) = A_D \cos(\omega t)$ und demzufolge $z(t) = A\cos(\omega t - \varphi)$. Was ergibt sich für die mittlere an dem System verrichtete Leistung $\bar{P}_{in} = \frac{1}{T}\int_0^T P_{in} dt,\ T = \frac{2\pi}{\omega}$?

b) Was ergibt sich für die mittlere Leistung, die durch die Dämpfung verloren geht?

c) Aus der Eingangsleistung $\bar{P}_{in}$ und der Verlustleistung $\bar{P}_D$ kann die Leistung abgeschätzt werden, die durch die Spitze auf die Oberfläche übertragen wird: $\bar{P}_{Tip} = \bar{P}_{in} - \bar{P}_D$. Verwenden Sie für die Darstellung $Q = \frac{\sqrt{k \cdot m}}{\beta} = \frac{k}{\omega_0 \beta}$, die Güte des Systems!

d) Schätzen Sie die Größenordnung von $\bar{P}_{Tip}$ ab! ($k \approx 1\frac{N}{m}, \omega \approx \omega_0 \approx 2 \cdot 10^6 s^{-1}, A \approx A_d \approx 10nm, Q \approx 300$)

Viel Erfolg!