Übungen zur Physik I (WS 98/99)

Blatt 0

Aufgabe 0.1 (): Reellwertige Funktionen und ihre Ableitungen

Betrachten Sie folgende reellwertige Funktionen ($n \in \mathbb{Z}$):

$$\sin(x),\ \cos(x),\ \exp(x),\ \ln(x),\ \sqrt{x},\ x^n,\ x^{\frac{1}{n}}$$

a) Welchen Definitionsbereich und Wertebereich haben diese Funktionen? Skizzieren Sie den Graph der ersten fünf Funktionen!

b) Wiederholen Sie die Regeln für die Differentiation reellwertiger Funktionen und berechnen Sie dann die Ableitungen der oben angegebenen Funktionen! Welche geometrische Bedeutung hat die Ableitung einer Funktion?

c) Wiederholen Sie die Rechenregeln der Exponentialfunktion ($\exp(x+y) = \ldots$?) und der Logarithmusfunktion ($\ln(x \cdot y) = \ldots$, $\ln(x^n) = \ldots$, $\ln(\exp(x)) = \ldots$, $\exp(x \cdot \ln(y)) = \ldots$?)!

d) Wiederholen Sie die Kettenregel (Ableitung von $f(g(x))$) und die Produktregel (Ableitung von $f(x) \cdot g(x)$). Dann können Sie mit dem, was Sie bisher wiederholt haben, berechnen, für welchen Wert $x^{\frac{1}{x}}$ das Maximum annimmt ($x > 0$). Welche Zahl ergibt mit sich selbst radiziert also den größten Wert?

Aufgabe 0.2 (): Integration reellwertiger Funktionen

a) Was ist eine Stammfunktion?

b) Geben Sie Stammfunktionen von

$$\sin(x),\ \cos(x),\ \exp(x),\ \sqrt{x},\ x^n,\ x^{\frac{1}{n}}$$

($n \in \mathbb{Z}$) an.

c) Wie berechnet man mit Hilfe von Stammfunktionen bestimmte Integrale? Berechnen Sie als Beispiele

$$\int_0^\pi sin(x)dx \ \text{ und } \ \int_0^1 x^n \ \text{ für } n \geq 0.$$

d) Wiederholen Sie die partielle Integration und Substitution als Methoden zur Berechnung von Integralen! Berechnen Sie damit

$$\int_0^\pi \sin^2(x)dx \ \text{ und } \ \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2}dx\ !$$

e) Welche geometrische Bedeutung hat das bestimmte Integral einer Funktion? Zeichnen Sie die Graphen der Integranden aus Aufgabenteil d). Können Sie Ihr Ergebnis jetzt auch „sehen“?

Aufgabe 0.3 (): Keep it Simple

Morgens um 6 Uhr bricht Jäger Bumke zu seiner 10 km entfernten Jagdhütte auf. Sein Hund läuft doppelt so schnell, kehrt an der Jagdhütte um, läuft wieder bis zum Herrn zurück und pendelt so ständig zwischen Jäger und Hütte hin und her. Welche Strecke ist der Hund gelaufen, wenn der Jäger um 8 Uhr an der Hütte anlangt? (Das Gerücht zu dieser Aufgabe: Ein Psychologe testete alle Wissenschaftler, derer er habhaft werden konnte, und fand, daß (gute) Mathematiker im Mittel 35 s brauchen, (gute) Physiker 14 s. J.v.Neumann brauchte 8 s, worauf der Psychologe sein Erstaunen ausdrückte, daß er als Mathematiker es so schnell schaffe, obwohl er doch eigentlich die Reihe summieren müßte. „Habe ich ja“, sagte v. Neumann.)

Aufgabe 0.4 (): Geschwindigkeiten und Größen von Himmelskörpern

Wie groß ist die Bahngeschwindigkeit der Erde auf der Bahn um die Sonne; die des Mondes auf der Bahn um die Erde; die eines Punktes am Äquator bei der Achsdrehung der Erde? Mittlerer Abstand Sonne – Erde $1,5 \cdot 10^8$ km, mittlerer Abstand Erde – Mond 384000 km; mittlerer Erdradius 6378 km. Der Erdradius wurde bereits vor mehr als 2000 Jahren von Eratosthenes bestimmt. Eratosthenes lebte in Alexandria an der Nilmündung und beobachtete, daß die Sonnenstrahlen am Mittag des Mittsommertages genau um 7.2° von der Vertikalen abwichen. Er wußte außerdem, daß die Menschen in Syene, 800 km südlich von Alexandria, zur selben Zeit die Sonne direkt über sich sehen.

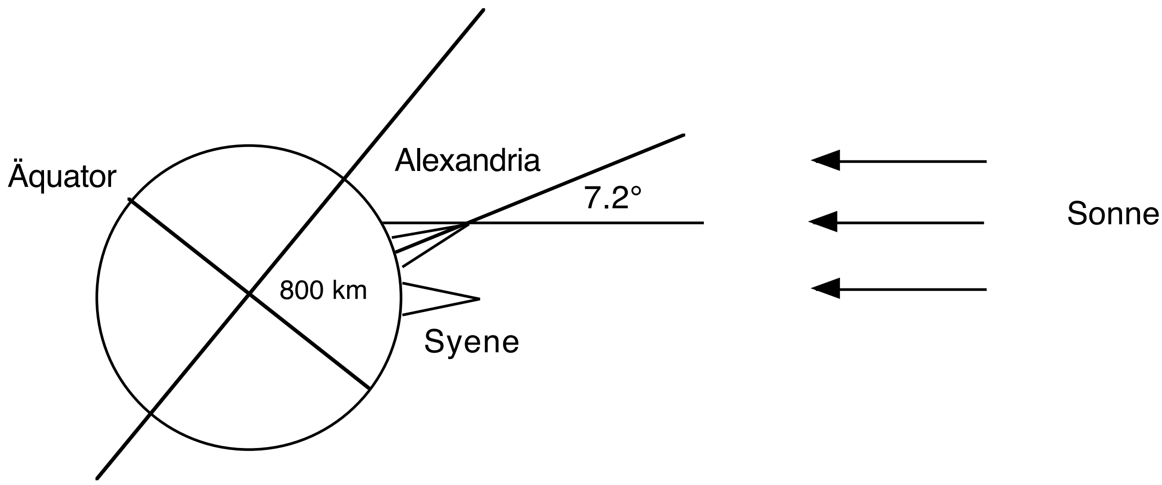

Abbildung 1: Bestimmung des Erdradius durch Eratosthenes

Aus diesen Angaben ermittelte Eratosthenes den Erdradius. Was hat er herausbekommen?