ÜBUNGEN zu "Monte-Carlo-Simulationen in der Physik" (WS 2004/05)

Prof. Dr. G. Münster, Dr. F. Farchioni, E-Mail: farchion@uni-muenster.de

Übungsblatt 2 **21.10.04**

Abgabe und Besprechung der Übungsaufgaben: 28.10.04

Bei der Abgabe (wenn möglich) ein Listing der benutzten Programme beifügen.

Aufgabe 3: Erzeugung von Gaußschen Zufallszahlen

Erzeugen Sie Zufallszahlen x, die gemäß

$$dx\,\pi(x) \;\propto\; dx\;\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

verteilt sind. Benutzen Sie dazu die Tatsache, dass nach dem Zentralen Grenzwertsatz die Summe S_N von N Zufallszahlen, die uniform aus dem Intervall [-1/2,+1/2] gewählt werden, für große N in sehr guter Näherung verteilt sind gemäß

$$\propto\; dx\;\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_N^2}\right)$$

mit $\sigma_N^2 = N/12$. Bestimmen Sie mithilfe der Monte-Carlo-Methode die Erwartungswerte $\langle x^2\rangle$ und $\langle x^4\rangle$ für $N = 4$, 10, und 20 und vergleichen Sie diese mit den exakten Werten.

Aufgabe 4: Simple Sampling vs. Simpson-Regel

Berechnen Sie numerisch das Integral

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\;\sin x$$

a. durch die Formel

$$\int_{x_a}^{x_b} dx\,f(x) \;\simeq\; \frac{(x_b - x_a)}{N}\sum_{s=1}^{N} f(x_s)\ ,$$

wobei die N Stützpunkte x_s uniform verteilte Zufallszahlen aus dem Intervall $[x_a, x_b]$ sind (*Simple Sampling*);

b. durch die Torricelli-Simpson-Formel (Simpson-Regel):

$$\int_{x_a}^{x_b} dx\,f(x) \;\simeq\; \frac{(x_b - x_a)}{6n}\left[f(x_a) + 4\sum_{i=0}^{n-1} f(x_{2i+1}) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i}) + f(x_b)\right]\ ,$$

wobei in diesem Fall die $N = 2n + 1$ Stützpunkte so gewählt sind:

$$x_s = x_a \;+\; s\,\frac{(x_b - x_a)}{2n} \qquad s = 0, 1, \ldots, 2n\ .$$

Die Konvergenzeigenschaften der zwei Methoden vergleichen!

Aufgabe 5: Zur bedingten Wahrscheinlichkeit

In dem Buch "ÜBERLEBT - Alle 14 Achttausender" von Reinhold Messner findet sich die folgende Bemerkung: "Wenn man bedenkt, dass die Todesquote (das ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer einzelnen Besteigung zu verunglücken) bei den Achttausender-Bergsteigern 3,4% beträgt, hätte Reinhold Messner bei seinen bisher 29 Expeditionen zu den höchsten Bergen der Welt mit 99%iger Wahrscheinlichkeit umkommen müssen." Glauben Sie das?