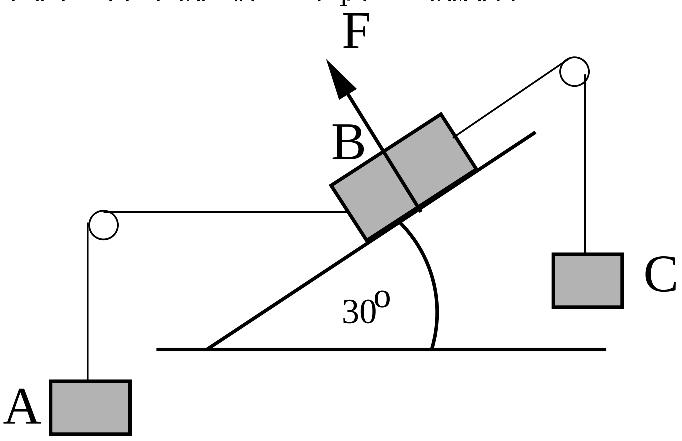
Übungsblatt 6
für 29.11/2.12
Übungen zu Physik I: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr
H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110929, WS 2004/05
http://pauli.uni-muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html

SCHRIFTLICH:

Aufgabe 14: Körper auf der Schräge (1 P)
Gegeben seien die Gewichte G der Körper A und B mit $G_A = 10$ kg und $G_B = 100$ kg. Wie schwer muß der Körper C sein, damit der Körper B auf der Schräge in Abbildung sich nicht bewegt? Wie groß ist in diesem Fall die Kraft F, die die Ebene auf den Körper B ausübt?



Aufgabe 15: Senkrechter Wurf (2 P)
Zwei Steine werden mit der gleichen Anfangsgeschwindigkeit v_0 aber im zeitlichen Abstand t_0 im Schwerefeld der Erde senkrecht nach oben geworfen.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf für die Höhen $z_1(t)$ und $z_2(t)$ der beiden Steine. Integrieren Sie die Bewegungsgleichungen.

b) Nach wecher Zeit treffen sich die beiden Steine?

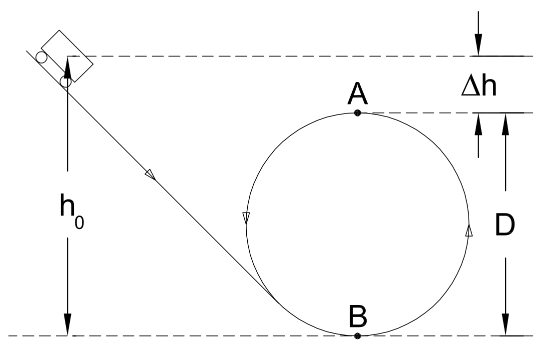
c) Wie groß sind dann ihre Geschwindigkeiten?

MÜNDLICH:

Aufgabe 16: Zentrifugalkraft und Energiesatz (2 P)
In der abgebildeten Loopingbahn soll ein Wagen in der Höhe h_0 sta rten, den Abhang hinunter rollen und dann den Looping entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufen. Reibung soll in den beiden Teilaufgaben vernachlässigt werden.

a) In welcher Mindesthöhe h_0 muss der Wagen mindestens starten, damit er bei Punkt A nicht verunglückt?

b) Welche Beschleunigung $\vec{a}_{\mathrm{max}}$ wirkt bei Punkt B auf den Fahrer und welche Richtung hat $\vec{a}_{max}$?



Aufgabe 17: Zerlegung von Kräften und Zentrifugalkraft (2 P)

Ein Auto durchfährt eine Straßenkurve (Krümmungsradius $r = 500\,m$) mit einer Geschwindigkeit von $v = 120\,km/h$

a) Welche Fliehkraft F wirkt auf den Fahrer (Masse $m = 80\,kg$)?

b) Um welchen Winkel α muss die Straße geneigt sein (sogenannte Überhöhung der Kurve), damit der Fahrer keine Querkräfte verspürt?

c) Würde dieser Wert von α auch für eine Straße auf dem Mond gelten ($g_{Mond} \approx 1/6\, g_{Erde}$)?

Aufgabe 18: Trennung der Variablen (4 P)
Man verwende die Methode der Trennung von Variablen, um die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen zu bestimmen:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v(t) &= -\gamma v(t) && (1)\\
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v(t) &= -\gamma v^2(t) && (2)\\
y(x)\cos(x) - \sin(x)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) &= y(x) && (3)\\
\sin(y)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) &= \sin^2(x) && (4)\\
(x^2+1)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) &= xy(x) && (5)\\
(1+x)y^2 + x^2(1-y)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) &= 0 && (6)\\
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) &= \frac{2}{y} - 2 && (7)
\end{aligned}$$

Es gilt: $\gamma > 0$.

Aufgabe 19: Variablen-Substitution (2 P)
a) Zeigen Sie, daß sich die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) = f(ax + by(x) + c) \qquad (8)$$

mit Hilfe der Variablentransformation $z(x) = ax + by(x) + c$ in die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}z(x) = a + bf(z) \qquad (9)$$

überführen läßt. Die Differentialgleichung (9) kann dann mit Hilfe der Trennung von Variablen gelöst werden.

b) Mit Hilfe geeigneter Substitutionen $y(x) \to z(x)$ löse man die Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) &= [x - y(x)]^2 + 1 && (10)\\
(x+y(x))^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) &= a^2 && (11)
\end{aligned}$$

Aufgabe 20: Oszillation mit Dämpfung (1 P)
Eine oszillierende geämpfte Bewegung sei durch die Bewegungsgleichung

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{12}$$

beschrieben ($\gamma > 0$). Lösen Sie diese Bewegungsgleichung, indem Sie den Ansatz

$$x(t) = e^{-\beta t}\cos(\omega t) \tag{13}$$

einsetzen und die Koeffizienten vor den $\cos(\omega t)$- und $\sin(\omega t)$-Termen vergleichen (Koeffizientenvergleich). Bestimmen Sie auf diese Weise β und ω als Funktionen von γ und ω_0.

Aufgabe 21: Zwei Massen auf der Schräge (2 P)
Zwei Massen m_1 und m_2 ($m_2 > m_1$) können sich im Schwerefeld der Erde auf Ebenen bewegen, die um die Winkel α und β gegen die Horizontale geneigt sind. Die Reibung sei vernachlässigbar. Die Massen sind durch einen Faden mit konstanter Länge L miteinander verbunden und führen daher eine eindimensionale Bewegung aus (siehe Abbildung).

1) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Massen m_1 und m_2 auf.

2) Drücken Sie die Beschleunigung durch m_1, m_2, α, β und g aus, wobei g die Gravitationskonstante ist.

3) Berechnen Sie die Kraft F, mit der der Faden an den Massen zieht (d.h., die Fadenspannung).

4) Unter welcher Bedingung führen die Massen eine gleichförmige geradlinige Bewegung aus?