Übungsblatt 5
für 22.11/25.11

Übungen zu Physik I: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr

H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110929, WS 2004/05

$http://pauli.uni-muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html$

SCHRIFTLICH:

Aufgabe 8: Integrale als Riemann-Summen (2 P)
a) Bestimmen Sie das Integral $\int_0^T tdt$.
Hinweis: Berechnen Sie die Summe der arithmetischen Reihe $\sum_{i=1}^N i = 1 + 2.. + ..N$.
b) Bestimmen Sie das Integral $\int_0^T t^2dt$ über die Riemann-Summe.

Aufgabe 9: Partielle Integration (2 P)
a) Verwenden Sie die Produktregel der Differentialrechnung zum Beweis der Methode der partiellen Integration:

$$\int_a^b \mathrm{d}t g(t) \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = g(t)f(t)|_{t=a}^{t=b} - \int_a^b \mathrm{d}t f(t) \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t} \ . \tag{1}$$

b) Verwenden Sie diese Methode zur Berechnung der Integrale

$$\int_a^b x \ln x \,\mathrm{d}x \ , \quad \int_0^{\pi/[2\Omega]} e^{-\lambda t} \cos(\Omega t) \,\mathrm{d}t \ . \tag{2}$$

MÜNDLICH:

Aufgabe 10: Freier Fall und Kräfte (1 P)
Ein Fallschirmspringer, der mit seiner Ausrüstung eine Masse von $m = 92\,\mathrm{kg}$ hat, sinkt einige Zeit nach dem Absprung mit der konstanten Fallgeschwindigkeit $v = 7\,\mathrm{m/s}$ zur Erde. Wie groß ist dann die Reibungskraft F_r, die auf den Springer samt Fallschirm wirkt?

Aufgabe 11: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung (2 P)
Ein Auto, das mit einer Verzögerung von $a = -4\,m/s^2$ bremsen kann, fährt bei Nebel (Sichtweite 30 m). Wie groß darf seine Geschwindigkeit höchstens sein, damit das Auto innerhalb der Sichtweite zum Stehen kommt, wenn die Reaktionszeit des Fahrers (Zeitspanne zwischen dem Erkennen des Hindernisses und dem Einsetzen der Bremsung) 1 s beträgt?

Aufgabe 12: Taylorentwicklungen (2 P)
Die Taylorentwicklung einer Funktion $x(t)$ am Punkt t lautet: $x(t+\Delta t) = x(t) + \sum_{n=1}^{\infty} c_n [\Delta t]^n/n!$ mit $c_n = \mathrm{d}^n x(t)/\mathrm{d}t^n$. Bestimmen Sie jeweils das Glied 1. Ordnung (d.h. c_1) der Taylorentwicklungen folgender Funktionen

$$x(t+\Delta t) = a\sin(\omega(t+\Delta t))\ , \quad x(t+\Delta t) = a\cos(\omega(t+\Delta t)) \tag{3}$$
$$x(t+\Delta t) = a\exp(\lambda(t+\Delta t))\ , \quad x(1+\Delta t) = a\ln(1+\Delta t)\ . \tag{4}$$

Aufgabe 13: Ableitungen von Vektoren (3 P)
a) Gegeben seien die beiden Vektor: $\mathbf{a}(t) = (a_1(t), a_2(t), a_3(t))$ und $\mathbf{b}(t) = (b_1(t), b_2(t), b_3(t))$. Beweisen Sie allgemein

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}) = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{a}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathbf{b}\right) + \left(\mathbf{a}\cdot\frac{\mathrm{d}\mathbf{b}}{\mathrm{d}t}\right)\ , \tag{5}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathbf{a}\times\mathbf{b}] = \left[\frac{\mathrm{d}\mathbf{a}}{\mathrm{d}t}\times\mathbf{b}\right] + \left[\mathbf{a}\times\frac{\mathrm{d}\mathbf{b}}{\mathrm{d}t}\right]\ , \tag{6}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{a}+\mathbf{b}) = \frac{\mathrm{d}\mathbf{a}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\mathbf{b}}{\mathrm{d}t}\ . \tag{7}$$

Wie lauten diese Ausdrücke im Fall von $(a_1(t), a_2(t), a_3(t)) = (1-t, t^2, t(1-t))$ und $(b_1(t), b_2(t), b_3(t)) = (t^3, -1, 2t^2-1)$?

b) Gegeben seien die Vektoren $\mathbf{a}(t) = (a_1(t), a_2(t), a_3(t)) = (1-t, t^2, t(1-t))$ und $\mathbf{b}(t) = (b_1(t), b_2(t), b_3(t)) = (t^3, -1, 2t^2-1)$. Man berechne die Ausdrücke

$$f_1(t) = \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}\ ,\ \mathbf{f}_2(t) = \mathbf{a}\times\mathbf{b}\ ,\ \mathbf{f}_3(t) = \mathbf{a}+\mathbf{b}\ . \tag{8}$$

Man berechne die Ableitungen von f_1, $\mathbf{f}_2$ und $\mathbf{f}_3$.