

Übungsblatt 11  
für 27.01/31.01

**Übungen zu Physik I: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr**

*H. F. Arlinghaus, R. Friedrich*, Veranstaltung Nr. 110929, WS 2004/05

<http://pauli.uni-muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html>

SCHRIFTLICH:

**Aufgabe 43: Zweidimensionale Bewegung entlang einer Rinne (3 P)**

Ein Massenpunkt  $m$  bewegt sich im homogenen Schwerfeld auf der Innenseite eines Kreiszyinders (Radius  $R$ ), dessen Achse mit der Vertikalen den Winkel  $\alpha$  einschließt. Man bestimme die kinetische und potentielle Energie in Zylinderkoordinaten als Funktion der Höhe  $z'(t)$  und des Winkels  $\varphi(t)$ . Man leite den Energiesatz nach der Zeit ab und bestimme so die Bewegungsgleichung für  $z'(t)$  und  $\varphi(t)$ . Man löse die Bewegungsgleichung für kleine Schwingungen (lineare Näherung).

**Aufgabe 44: Trägheitsmomente (3 P)**

Berechnen Sie das Trägheitsmoment:

- a) einer homogenen Kugelschale (Außenradius  $R$ , Dicke  $d \ll R$ , Masse  $M$ ) bezüglich einer Drehachse durch den Mittelpunkt.
- b) eines Würfels mit homogener Massendichte (Kantenlänge  $a$ , Masse  $M$ ) bezüglich einer der Würfelkanten als Drehachse,
- c) eines Zylinders der Masse  $M$  mit dem Radius  $R$  bezüglich der Symmetrieachse. Die Massenverteilung sei so, daß die Massendichte von der Achse nach außen, mit Null beginnend, linear mit dem Radius ansteigt.

MÜNDLICH:

**Aufgabe 45: Rollbewegung und Trägheitsmomente (3 P)**

Ein dünnwandiger Hohlzylinder (Radius  $R$ , Masse  $M$ ) rollt eine schiefe Ebene hinab. Er beginnt zur Zeit  $t = 0$  zu rollen, wobei  $v(t)$  die Geschwindigkeit eines Punktes seiner Achse ist.

- 1) Formulieren Sie den Energiesatz und drücken Sie die gesamte kinetische Energie durch  $v(t)$  aus.
- 2) Berechnen Sie  $v(t)$ .

**Aufgabe 46: Fallender Stab** (3 P)

Ein Stab (mit Länge  $l$ , Masse  $m$ ) liegt auf einer reibungsfreien Unterlage auf und wird unter einem Neigungswinkel  $\alpha(0) = 30^\circ$  aus der Ruhelage losgelassen. Bestimmen Sie die Bewegung des Stabes, indem Sie die Funktion  $\alpha(t)$  berechnen.

- Stellen Sie zunächst den Energiesatz mit Hilfe von  $\alpha(t)$  und  $\dot{\alpha}(t)$  auf.
- Leiten Sie dann den Energiesatz nach  $t$  ab, um eine Bewegungsgleichung für  $\alpha(t)$  zu erhalten.
- Linearisieren Sie die Bewegungsgleichung an der Stelle  $\alpha = 30^\circ$ , indem Sie den neuen Winkel  $\delta(t) = \alpha(t) - 30^\circ \approx 0$  einführen. Lösen Sie die linearisierte Bewegungsgleichung.

**Aufgabe 47: Koordinatentransformation und Trägheitstensor** (3 P)

Die Rotationsenergie eines starren Körpers besitze die Form

$$T = \frac{1}{2} (\theta_{11}\omega_1^2 + \theta_{22}\omega_2^2 + 2\theta_{12}\omega_1\omega_2 + \theta_{33}\omega_3^2) \quad (1)$$

- Welche Form besitzt die Fläche konstanter Energie?
- Führen Sie die Transformation

$$\omega_1 = D_{11}\omega'_1 + D_{12}\omega'_2 \quad (2)$$

$$\omega_2 = D_{21}\omega'_1 + D_{22}\omega'_2 \quad (3)$$

$$\omega_3 = \omega'_3 \quad (4)$$

durch. Wählen Sie die Matrixelemente  $D_{ik}$  so, daß die Formel für die Rotationsenergie die folgende Form annimmt:

$$T = \frac{1}{2} (\theta'_{11}[\omega'_1]^2 + \theta'_{22}[\omega'_2]^2 + \theta'_{33}[\omega'_3]^2) \quad (5)$$