

Übungsblatt 10
für 17.01/20.01

Übungen zu Physik I: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr

H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110929, WS 2004/05

<http://pauli.uni-muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html>

SCHRIFTLICH:

Aufgabe 39: Morsepotential (3 P)

Ein Teilchen der Masse m und Energie $E < 0$ bewege sich in einem eindimensionalen Morse-Potential

$$V(x) = V_0 [\exp\{-2ax\} - 2 \exp\{-ax\}] \quad (1)$$

mit $V_0, a > 0$ und $E > -V_0$. (Anmerkung: Im Zusammenhang mit dem Morsepotential stellt das Teilchen x den Abstand zwischen zwei Atomen eines Moleküls dar. Die Schwingung des Teilchens entspricht einer Schwingung der beiden Atome gegeneinander.)

a) Skizzieren Sie das Potential. Man bestimme mit Hilfe des Energiesatzes die Umkehrpunkte der Bewegung.

b) Man bestimme die Schwingungsdauer des Teilchens. Hinweis: die Schwingungsdauer ist zwei Mal der Zeit, die das Teilchen benötigt um von einem Umkehrpunkt zum anderen zu gelangen.

c) Wie sieht die Bewegung in der Nähe des Potentialminimums aus (lin. Näherung der Kraft).

Aufgabe 40: Bewegung im Zentralfeld (2 P)

Ein Massepunkt mit Masse m , der an einem undeformbaren, masselosen Faden gebunden ist, gleitet reibungsfrei über eine Ebene. Während der Bewegung wird der Faden mit konstanter Geschwindigkeit u in eine Öffnung in der Ebene gezogen. Diese Öffnung sei Ursprung eines Polarkoordinatensystems. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei der Faden straff und habe die Länge l . Der Tangentialgeschwindigkeit des Massepunkts zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $v_0 \mathbf{e}_\varphi$. Die Radialgeschwindigkeit des Massepunkts zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $-u \mathbf{e}_r$. Man bestimme in Polarkoordinaten die Bahnkurve $\mathbf{r}(t) = r(t) \mathbf{e}_r(\varphi(t))$ des Massepunkts und die Fadenkraft \mathbf{F} .

MÜNDLICH:

Aufgabe 41: Drehimpuls und Rotationsenergie (1 P)

Schätzen Sie Drehimpuls und Rotationsenergie der Erde ab. Dabei soll die Dichte der Erde als konstant und gleich der mittleren Dichte $\rho = 5,54 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ angenommen werden (Radius der Erde $r = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$).

Aufgabe 42: System von Differentialgleichungen (4 P)

Gegeben sei die Matrix

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (2)$$

und das Differentialgleichungssystem

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathcal{A} \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

mit $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t))$. Hinweis: Komponentendarstellung:

$$\frac{d}{dt} x_i(t) = \sum_{k=1}^2 a_{ik} x_k(t) \quad (4)$$

mit $i = 1, 2$.

a) Man verwenden den Lösungsansatz

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{w} \exp\{\lambda t\} \quad (5)$$

mit $\mathbf{w} = (w_1, w_2)$ und λ und \mathbf{w} in Abhängigkeit von a_{ik} .

b) Welche Bedingungen müssen die Koeffizienten a_{ik} erfüllen, damit die Eigenwerte λ_1 und λ_2 reell sind? Welche Bedingungen müssen die Koeffizienten a_{ik} erfüllen, damit die Eigenwerte λ_1 und λ_2 komplex sind?

c) Nehmen Sie an, es liegen zwei reelle Eigenwerte vor. Wie lautet dann die allgemeine Lösung $\mathbf{x}(t)$? Wie sehen die Trajektorien aus?

d) Nehmen Sie an, es liegen zwei komplexe Eigenwerte vor. Wie lautet dann die allgemeine Lösung $\mathbf{x}(t)$? Wie sehen die Trajektorien aus?