Bitte beschäftigen Sie sich mit folgenden Aspekten aus dem Gebiet „Schwache Wechselwirkung“:

1) **Reproduzieren Sie die Lösungen der Dirac-Gleichungen**

2) **Überprüfen Sie alle vorkommenden Gleichungen**

Lösungen der Dirac-Gleichung

(hier: freies Teilchen)

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi = 0$$

Ansatz: $\Psi = u(\vec{p})e^{-ip_\mu x^\mu}$

mit: $\partial_\mu e^{-ip_\mu x^\mu} = -ip_\mu e^{-ip_\mu x^\mu}$

$$\left(\gamma^\mu p_\mu - m\right)u(\vec{p}) = 0$$

Definitionen: $\not{a} = \gamma^\mu a_\mu = \gamma^0 a_0 - \gamma^k a_k$

$$\left(\not{p} - m\right)u = 0$$

Hinweis: $\not{a}$ ist Matrix !!)

$$\left(\gamma^0 p_0 - \vec{\gamma}\cdot\vec{p} - m\right)u = 0$$

multipliziere mit γ^0

$$\left(\underbrace{\gamma^0\gamma^0}_{1} E - \underbrace{\gamma^0\gamma^0}_{1}\vec{\alpha}\cdot\vec{p} - \gamma^0 m\right)u = 0$$

$$\left(\vec{\alpha}\cdot\vec{p} + \beta m\right)u = Eu$$

! $\exists$ 4 Lösungen (Eigenwerte) zu 4 Eigenvektoren

A triviale Lösung: $\vec{p} = 0$

$$\succ Eu = \beta m u = \begin{pmatrix} mI & 0 \\ 0 & -mI \end{pmatrix} u$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad u_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E = m > 0 \qquad E = m > 0 \qquad E = m < 0 \qquad E = m < 0$$

B Lösung mit $\vec{p} \neq 0$

erinnere: $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \qquad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$$\succ \left(\vec{\alpha}\cdot\vec{p} + \beta m\right)\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & \vec{\sigma}\cdot\vec{p} \\ \vec{\sigma}\cdot\vec{p} & -m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = E\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$$

ϕ, χ sind Zweiervektoren

1. $\left(\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\right)\chi = \left(E - m\right)\phi$
2. $\left(\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\right)\phi = \left(E + m\right)\chi$

1 Lösungen mit positiver Energie

Sei: $\phi^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \phi^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \chi^1 = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^1$ $\quad \chi^2 = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^2$

oder

Lösung 1:

$$u_1 = \begin{pmatrix} \phi^1 \\ \chi^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^1 \end{pmatrix}$$

Lösung 2:

$$u_2 = \begin{pmatrix} \phi^2 \\ \chi^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^2 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^2 \end{pmatrix}$$

2

Lösungen mit negativer Energie

Sei: $\chi^3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi^4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\phi^3 = \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E-m}\chi^3 = -\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|E|+m}\chi^3$$

$$\phi^4 = \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E-m}\chi^4 = -\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|E|+m}\chi^4$$

Lösung 3:

$$u_3 = \begin{pmatrix} \phi^3 \\ \chi^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{-\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|E|+m}\chi^3 \\ \chi^3 \end{pmatrix}$$

noch zu zeigen:
E ist negativ !!

Lösung 4:

$$u_4 = \begin{pmatrix} \phi^4 \\ \chi^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{-\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|E|+m}\chi^4 \\ \chi^4 \end{pmatrix}$$

Nachweis der Richtigkeit

(Berechnung der E-Eigenwerte)

- für Lösung 1 (E positiv)

$$\boxed{(\vec{\sigma}\cdot\vec{p})^2 = p^2}$$

$$\begin{pmatrix} m & \vec{\sigma}\cdot\vec{p} \\ \vec{\sigma}\cdot\vec{p} & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^1 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\phi^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m\phi^1 + \frac{(\vec{\sigma}\cdot\vec{p})^2}{E+m}\phi^1 \\ \vec{\sigma}\cdot\vec{p}\phi^1 - m\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\phi^1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{p^2 = E^2 - m^2}$$

$$= \begin{pmatrix} \left[m + \frac{p^2}{E+m}\right]\phi^1 \\ \left[(E+m)\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m} - m\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\right]\phi^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[m + \frac{(E+m)(E-m)}{(E+m)}\right]\phi^1 \\ E\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\phi^1 \end{pmatrix}$$

$$= E \begin{pmatrix} \phi^1 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\phi^1 \end{pmatrix} = E \cdot u_1$$

für Lösung 3 (E negativ)

$$\begin{pmatrix} m & \vec{\sigma}\cdot\vec{p} \\ \vec{\sigma}\cdot\vec{p} & -m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dfrac{-\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|E|+m}\chi^3 \\ \chi^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[-m\dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|E|+m}+\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\right]\chi^3 \\ \left[\dfrac{-(\vec{\sigma}\cdot\vec{p})^2}{|E|+m}-m\right]\chi^3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \left[-m+|E|+m\right]\dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|E|+m}\chi^3 \\ \left[-\dfrac{E^2-m^2}{|E|+m}-m\right]\chi^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -|E|\dfrac{-\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|E|+m}\chi^3 \\ -|E|\chi^3 \end{pmatrix}$$

$$= -|E|u_3$$

! !

Interpretation der Lösungen

1 was bedeutet die zusätzliche Verdoppelung (neben ±E) des Lösungsraums

2 was bedeutet „negative Energie"

(Zur Vereinfachung: $p = p_Z$)

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -\varepsilon \end{pmatrix} \quad u_3 = \begin{pmatrix} -\varepsilon \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon = \frac{p_z}{|E| + m} \sim 1 \qquad \Psi_k = u_k e^{ip_z z}$$

Antwort: u_1, u_2 sind Teilchen (Fermionen) mit positiver Energie und jeweils entgegengesetzter Spinorientierung

u_3, u_4 sind Teilchen (Fermionen) mit negativer Energie und jeweils entgegengesetzter Spinorientierung zu 1

definiere **Helizitätsoperator** oder Spinprojektion auf die Bewegungsrichtung

hier:

$$\boxed{h = \frac{1}{2}\vec{\Sigma}\cdot\hat{p}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma}\cdot\hat{p} \end{pmatrix} \qquad \hat{p} = \frac{\vec{p}}{p}$$

$$p = p_z \qquad \succ \frac{1}{2}\sum\nolimits_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

$$\succ \frac{1}{2}\sum\nolimits_3 u_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix} = +\frac{1}{2}u_1$$

$$\succ \frac{1}{2}\sum\nolimits_3 u_1 = +\frac{1}{2}u_1 \qquad \succ \frac{1}{2}\sum\nolimits_3 u_3 = +\frac{1}{2}u_3$$

$$\succ \frac{1}{2}\sum\nolimits_3 u_2 = -\frac{1}{2}u_2 \qquad \succ \frac{1}{2}\sum\nolimits_3 u_4 = -\frac{1}{2}u_4$$

$$h = \frac{1}{2}\vec{\Sigma}\cdot\hat{p} \quad = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma}\cdot\hat{p} \end{pmatrix}$$

Die Helizität h (mit Eigenwerten $\lambda = \pm 1/2$) ist eine „gute" Quantenzahl, die die Spinorientierung längs der Bewegungsrichtung beschreibt.

Hinweis 1: $\vec{p}$ ist die einzige ausgezeichnete Achse für die Spinprojektion)

Hinweis 2: Σ ist i.a. keine konstante der Bewegung,

die Kombination $J = L + \frac{1}{2}\Sigma$ ist jedoch eine Erhaltungsgröße zu 2 (negative Energie?)

Interpretation: Die zwei Lösungen mit negativer Energie (Fermion mit negativer Energie) lassen sich mit „Anti-Fermionen“ in Verbindung bringen.

Das Anti-Teilchen der Energie E, Impuls $\vec{p}$ wird beschrieben durch die $(-E),(-\vec{p})$ -Lösungen des Teilchens.

$$u_3(-\vec{p})e^{-i(-p)x} := v_2(\vec{p})e^{ip\cdot x}$$

$$u_4(-\vec{p})e^{-i(-p)x} := v_1(\vec{p})e^{ip\cdot x}$$

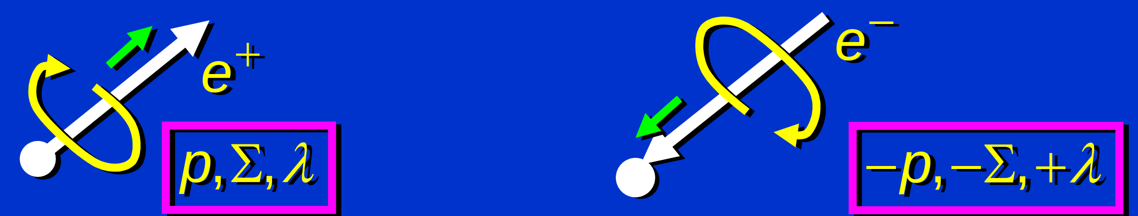
beachte Indizes

oder

Antiteilchen von $u_1(p) \longrightarrow u_4(-p)$ $\quad u_2(p) \longrightarrow u_3(-p)$

oder

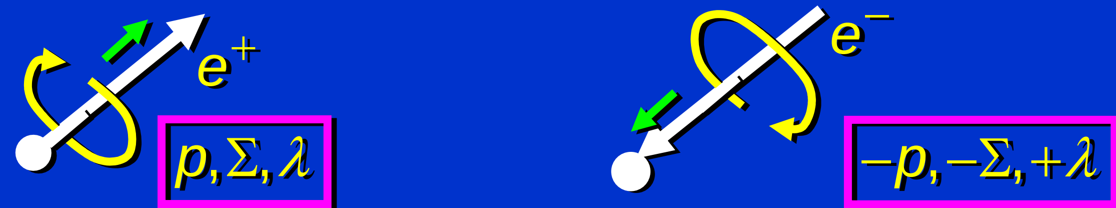
Negative Lösung, Spin $\downarrow$ $\equiv$ Positive Lösung, Spin $\uparrow$



λ **invariant !**

3 Teilchen („T“) / Antiteilchen („A“) - Bild

Negative Lösung, Spin ↓ = Positive Lösung, Spin ↑



4 Es gibt zwei Helizitätszustände für ein Dirac-Teilchen

$$\vec{\Sigma} \cdot \hat{p}\,\Psi_{Dirac} = \pm \Psi_{Dirac} \qquad \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}$$

Hinweis:

Die Dirac-Theorie liefert für alle Dirac-Teilchen den „g“-Faktor $g = 2$.
Besitzt ein Spin-1/2 Teilchen einen $g \neq 2$ g-Faktor, so ist dieses kein Elementarteilchen („Punktteilchen“)
(abgesehen von Korrekturtermen höherer Ordnung)

! $g \neq 2 \quad \Longrightarrow \exists$ innere Struktur
(Beispiel: Proton, Neutron)

Zusammenfassung

1 Lösung der Dirac-Gleichung für freies Teilchen

- $(\gamma^{\mu} p_{\mu} - m)u = 0 \qquad (\not{p} - m)u = 0$

mit $$\Psi = u(\vec{p})e^{-ip\cdot x} = u(\vec{p})e^{-ip_{\mu}\cdot x^{\mu}}$$

2 Es gibt 4 Lösungen mit jeweils positiver und negativer Energie, und positiver und negativer Helizität

$$u_1 = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \xrightarrow{p=p_z} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix} \Uparrow \qquad v_1(-p) = u_4 = \begin{pmatrix} \dfrac{-\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \xrightarrow{p=p_z} \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Downarrow$$

„T" „A"

$$u_2 = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \xrightarrow{p=p_z} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -\varepsilon \end{pmatrix} \Downarrow \qquad v_2(-p) = u_3 = \begin{pmatrix} \dfrac{-\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \xrightarrow{p=p_z} \begin{pmatrix} -\varepsilon \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Uparrow$$

„T" „A"

$$\varepsilon = \left({p_z}/{(E+m)} \right)$$

E positiv

Helizitäten, Händigkeiten, Gamma^5´s und alle diese Sachen

1

$$\gamma^5 = \vec{\Sigma}\cdot\hat{p}$$

im relativistischen Limit

Helizitätsprojektor

Beweis: (benutze Standard-Darstellung der γ´s)

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S = 1, 2$$

$$\gamma^5 u_S = \gamma^5 \begin{pmatrix} \phi^S \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\phi^S \end{pmatrix} \qquad m \ll E \quad \succ \quad E = p$$

$$\simeq \gamma^5 \begin{pmatrix} \phi^S \\ \vec{\sigma}\cdot\hat{p}\ \phi^S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p}\ \phi^S \\ \phi^S \end{pmatrix}$$

mit: $$1 \approx \frac{p}{E+m} = \frac{p^2}{p(E+m)} = \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\ \vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{p(E+m)} = \vec{\sigma}\cdot\hat{p}\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{(E+m)}$$

$$= \vec{\sigma}\cdot\hat{p} \begin{pmatrix} \phi^S \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{(E+m)}\phi^S \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma}\cdot\hat{p} \end{pmatrix}}_{\vec{\Sigma}\cdot\hat{p}} \begin{pmatrix} \phi^S \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{(E+m)}\phi^S \end{pmatrix}$$

2

$\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ ist Projektor auf Helizität „-“ (linkshändige Komponente)

$\frac{1}{2}(1+\gamma^5)$ ist Projektor auf Helizität „+“ (rechtshändige Komponente)

$$P_R = \frac{1}{2}(1+\gamma^5)$$

im relativistischen Limit

$$P_L = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)$$

a)

$$P_R \cdot P_R = \frac{1}{4}\left(1+\gamma^5\right)\left(1+\gamma^5\right) = \frac{1}{4}\left(1+2\gamma^5+\gamma^5\gamma^5\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(2+2\gamma^5\right) = \frac{1}{2}\left(1+\gamma^5\right)$$

$$= P_R$$

$$\gamma^5 \cdot \gamma^5 = 1$$

b)

$$P_R \cdot P_L = \frac{1}{2}\left(1+\gamma^5\right)\frac{1}{2}\left(1-\gamma^5\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(1-\gamma^5\gamma^5\right)$$

$$= 0$$

$$\gamma^5 \cdot \gamma^5 = 1$$

$$P_R\, u(h=+1) = \frac{1}{2}\left(1+\gamma^5\right)\begin{pmatrix}1\\0\\\varepsilon\\0\end{pmatrix} \simeq \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&1&0&1\\1&0&1&0\\0&1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\\varepsilon\\0\end{pmatrix}$$

$$\varepsilon = \frac{p}{E+m} \approx 1$$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1+\varepsilon\\0\\1+\varepsilon\\0\end{pmatrix} = \frac{1}{2}(1+\varepsilon)\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}1\\0\\\varepsilon\\0\end{pmatrix} = u\,(h=+1)$$

$$P_L\, u(h=+1) = \frac{1}{2}\left(1-\gamma^5\right)\begin{pmatrix}1\\0\\\varepsilon\\0\end{pmatrix} \simeq \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0&-1&0\\0&1&0&-1\\-1&0&1&0\\0&-1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\\varepsilon\\0\end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1-\varepsilon\\0\\-(1-\varepsilon)\\0\end{pmatrix} = \frac{1}{2}(1-\varepsilon)\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\end{pmatrix} \approx 0 \qquad \text{für } \varepsilon \approx 1$$

3 Weitere wichtige Beziehungen

a) $\bar{\Psi}_L = ?$

$$\boxed{\bar{\Psi} = \Psi^+ \gamma^0 \text{!!}}$$

$$\bar{\Psi}_L = \left[\frac{1}{2}\left(1-\gamma^5\right)\Psi\right]^+ \gamma^0 = \frac{1}{2}\Psi^+\left(1-\gamma^5\right)^+ \gamma^0$$

$$= \frac{1}{2}\Psi^+\left(1-\gamma^5\right)\gamma^0 = \frac{1}{2}\Psi^+\gamma^0\left(1+\gamma^5\right)$$

$$\left(1-\gamma^5\right)^+ = \left(1-\gamma^5\right)$$

$$\gamma^5\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^5$$

$$\gamma^5\gamma^\mu = -\gamma^\mu\gamma^5$$

- $\bar{\Psi}_L = \bar{\Psi} P_R$

b) $\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi = ?$!! Stromoperator !!

$$\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi = \bar{\Psi}(P_L + P_R)\gamma^\mu(P_L + P_R)\Psi$$

$$= \bar{\Psi}P_L\gamma^\mu P_L\Psi + \bar{\Psi}P_R\gamma^\mu P_R\Psi + \bar{\Psi}P_R\gamma^\mu P_L\Psi + \bar{\Psi}P_L\gamma^\mu P_R\Psi$$

$$= \bar{\Psi}\gamma^\mu P_R P_L\Psi + \bar{\Psi}\gamma^\mu P_L P_R\Psi + \bar{\Psi}_L\gamma^\mu\Psi_L + \bar{\Psi}_R\gamma^\mu\Psi_R$$

mit $\left(1-\gamma^5\right)\gamma^\mu = \gamma^\mu\left(1+\gamma^5\right)$

$$P_L\gamma^\mu = \gamma^\mu P_R$$

- $\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi = \bar{\Psi}_L\gamma^\mu\Psi_L + \bar{\Psi}_R\gamma^\mu\Psi_R$

d.h.: da e-m-Kopplung vom Typ $\left(\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\Psi\right)$ ist, gibt es

- 1.) keine Helizitätsübergänge
- 2.) keine Paritätsbrechnung

c) $\bar{\Psi}_L\gamma^{\mu}\Psi_L = ?$ Operator der schwachen Wechselwirkung

$$\bar{\Psi}_L\gamma^{\mu}\Psi_L = \bar{\Psi}P_R\gamma^{\mu}P_L\Psi$$
$$= \bar{\Psi}\gamma^{\mu}P_LP_L\Psi$$

$$P_LP_L = P_L$$

$$\bar{\Psi}_L\gamma^{\mu}\Psi_L = \frac{1}{2}\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\left(1-\gamma^5\right)\Psi \quad !$$

$$\gamma^{\mu} - \gamma^{\mu}\gamma^5$$

Vektor – Axialvektor Kopplung

d) $\bar{\Psi}_R\gamma^{\mu}\Psi_L = ?$

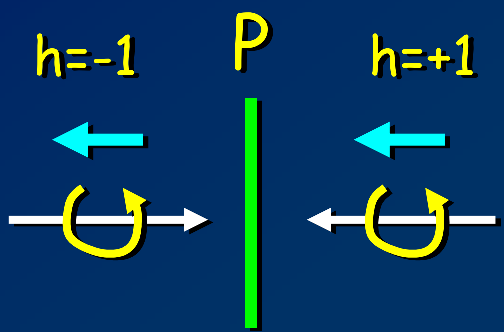
$$= \bar{\Psi}P_L\gamma^{\mu}P_L\Psi$$
$$= \bar{\Psi}\gamma^{\mu}P_RP_L\Psi$$

$$\bar{\Psi}_R\gamma^{\mu}\Psi_L = 0 \quad !$$

d.h.: Eine WW der Form $\gamma^\mu\left(1-\gamma^5\right)=\gamma^\mu-\gamma^\mu\gamma^5$ (V-A Form) lässt nur

$\boxed{\text{linkshändige}}$ Teilchen miteinander wechselwirken

(damit maximal paritätsverletzend !!)



$$P:\ r \longrightarrow -r$$
$$P:\ \vec{r}\times\vec{p} \longrightarrow \vec{r}\times\vec{p}$$

Da e: = e_R + e_L kann nur die linkshändige Komponente $\left(1-\gamma^5\right)e \sim e_L$
(beachte Masse !!) an der schwachen WW teilnehmen.

masselose Fermionen (Neutrinos) - Eigenschaften

Dirac GL: $H\Psi=\left(\vec{\alpha}\cdot\vec{p}+\beta m\right)\Psi$

für m = 0:

$$\left.\begin{aligned} E\phi &= \vec{\sigma}\cdot\vec{p}\phi \\ E\chi &= -\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\chi \end{aligned}\right\}$$

entkoppelt E = p !!

oder:

$$\boxed{\begin{aligned} \phi &= \vec{\sigma}\cdot\hat{p}\phi \\ \chi &= -\vec{\sigma}\cdot\hat{p}\chi \end{aligned}}$$

es gibt: $\nu_L,\ \nu_R,\ \overline{\nu}_L,\ \overline{\nu}_R$

$h = \ -1\quad +1\quad -1\quad +1$

Frage: Wer sind die 4 Neutrinos ?

Antwort: ? Wir kennen nur 2

- Für $m(\nu)=0$ und WW vom Typ (V-A) bleiben die rechtshändigen ν unsichtbar

- Für $m(\nu)\neq 0$ $\succ$ $\frac{1}{2}\gamma^5 \neq \frac{1}{2}\Sigma\cdot\hat{p}$

  - Komponenten beider Helizitäten nehmen an der schwachen WW teil:

d.h.: $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_L$ rechtshändig

$\cancel{n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_R}$ linkshändig

Vorsicht: endliche Masse führt noch nicht (notwendigerweise) zum Effekt der Oszillation