

Kernfusion in der Sonne

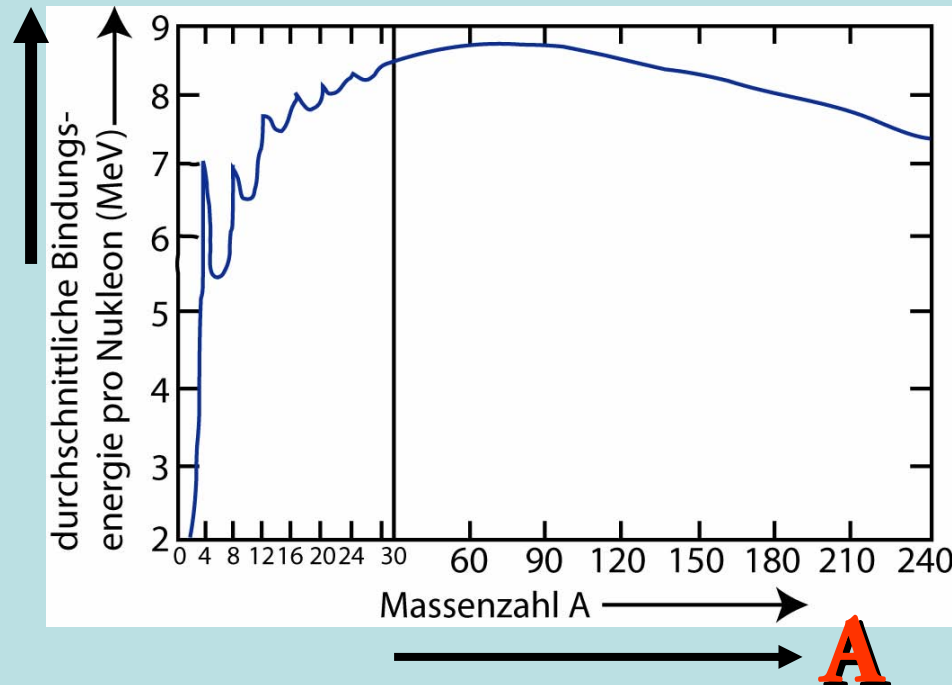
- **Was ist der Energiehaushalt der Sonne**
→ wie effektiv und wie lange noch
- **der Gamow-Peak**
- **der „Triple-Alpha“ Prozess zur Überbrückung von Masse-5 und Masse-8 bei der Fusion schwerer Elemente**
- **Der CNO-Zyklus**
- **Neutrinos aus der Sonne**

Kernfusion

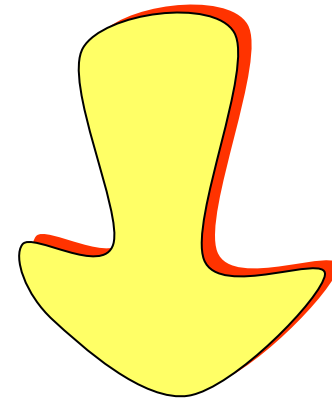
Idee

Energiegewinn: $4\text{ p} \rightarrow {}^4\text{He} + 2\text{e}^+ + 2\nu$
27.8 MeV (inkl. $\text{e}^+ + \text{e}^- \rightarrow 2\gamma$)

B/A



ca. 26 MeV Wärme
ca. 1.7 MeV Neutrinos



Prozess in der Sonne:

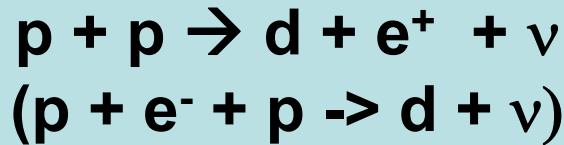
- 70% H, 29% He
- ca. 10^7 K im Innern
- ca. 100 g/cm^3 im Innern

Sonnenparameter:

Merke: $10^7\text{ K} \sim 0.86\text{ keV}$

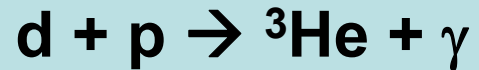
Der p-p Zyklus in der Sonne

Der p-p-Zyklus liefert
98% der Gesamtenergie



0.4 MeV

86 %



14 %

5.5 MeV



12.8 MeV

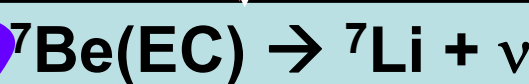
10⁻⁵⁰%

14 %

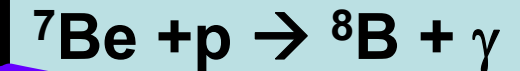


1.6 MeV

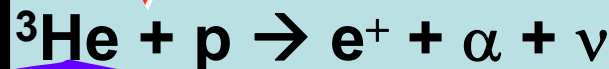
0.02 %



0.86 MeV



0.14 MeV



19.8 MeV



17.4 MeV



18 MeV

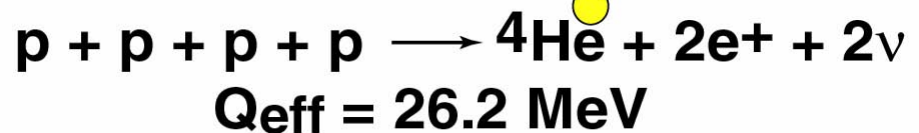
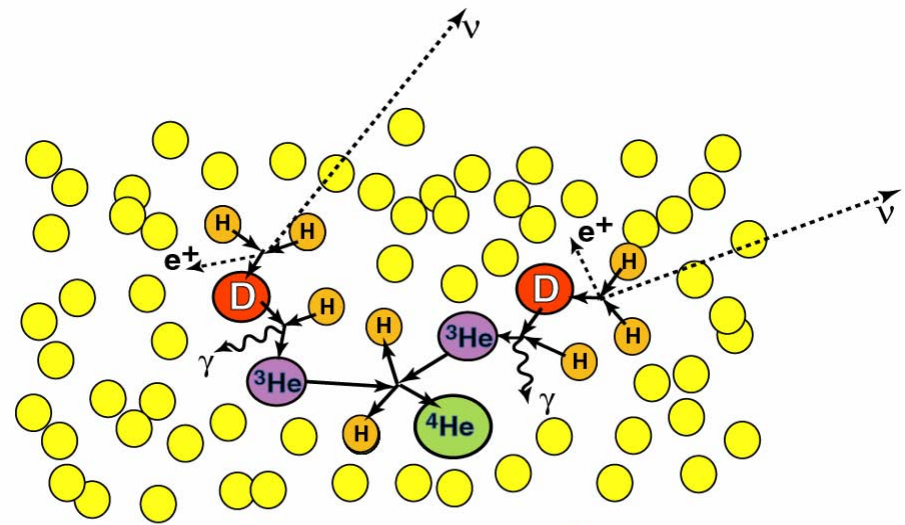


$Q_{\text{eff}} = 26.2 \text{ MeV}$
 $\nu\text{-loss} \sim 2\%$

$Q_{\text{eff}} = 25.66 \text{ MeV}$
 $\nu\text{-loss} \sim 4\%$

$Q_{\text{eff}} = 19.7 \text{ MeV}$
 $\nu\text{-loss} \sim 28\%$

Energie- produktion unserer Sonne



Solarkonstante: $L_{\odot} \quad 2.4 \cdot 10^{39} \text{ MeV/sec} \quad \text{Erde} \quad 1.3 \text{ kW/m}^2$

Zahl der Reaktionen: $\frac{L_{\odot}}{Q_{\text{eff}}} \quad \frac{L_{\odot}}{26.2 \text{ MeV}} \quad 10^{38} \text{ Prozesse/sec}$

650 Mt Wasserstoff $\longrightarrow$ Helium pro Sekunde

Masse Sonne: $M_{\odot} \quad 2 \cdot 10^{33} \text{ g} \quad 1.2 \cdot 10^{57} \text{ H-Atome}$

Lebensdauer der Sonne:

$T_{\odot} \quad 10 \text{ Mrd. Jahre}$

Coulombbarriere

für p + p Reaktion: effektive Höhe der Coulombbarriere

$$E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r_p} = 550 \text{ keV} \quad (=1.44 \text{ MeVfm} \cdot \frac{1}{2 \cdot 1.2 \text{ fm}})$$

klassisch: Mindestenergie für Reaktion: **550 keV**
das entspricht einer stellaren Temperatur ($E = kT$)
von $T = 6,4 \times 10^9 \text{ K}$ ($T_9 = 6,4$)

nicht beachtet: Geschwindigkeiten Maxwell-Boltzmann verteilt
bei niedrigerer Temperatur von $T_9 = 0,01$
($kT=0,86\text{keV}$) ist der Anteil in der Vtlg bei 550 keV:

$$\frac{\phi(550\text{keV})}{\phi(0,86\text{keV})} = 3 \cdot 10^{-275}$$

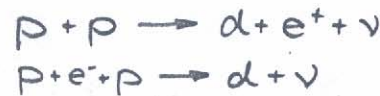
die Zahl der hochenergetischen Teilchen ist viel zu niedrig, um die von
Sternen abgestrahlte Energie zu produzieren

d.h. Tunneleffekt & Max-Bo-Vtlg. ist ausschlaggebend!!!!

Reaktionsraten in der Sonne

Zunächst:

①



} "schwacher" Prozeß

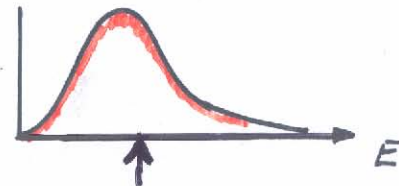
②

$$T_{\odot} \sim 10^7 \text{ K} > E_p \lesssim 1 \text{ keV} \quad (0.86 \text{ keV})$$

allerdings Maxwellverteilung

$\uparrow -kT$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ MeV fm}$$



$$\frac{3}{2} kT \approx 1.3 \text{ keV}$$

Coulombwall:

$$E_c = 1.44 \frac{z_1 z_2}{R_0} \sim 1 \text{ MeV}$$

Gamow-Faktor:

$$\exp(-2\gamma) \approx \exp(-22)$$

$$> \sigma(pp \rightarrow de^+ \nu) \stackrel{1 \text{ keV}}{\approx} 10^{-32} \text{ b} (= 10^{-56} \text{ cm}^2)$$

Beispiel:

1 A p-Strom auf $1 \text{ g/cm}^2 \text{ H}_2$

ergibt: $< 0.01 \text{ Ereignis} / T_u$

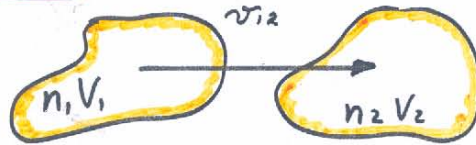
$\uparrow$
($5 \cdot 10^{17} \text{ sec}$)

INSGESAMT: ☉ kein Beispiel für effektive Fusion

ASER

Die Protonen haben in der Sonne eine Geschwindigkeitsverteilung

Reaktionsrate:



$$R = n_1 \cdot n_2 \cdot \bar{v} \cdot \tau_{12} \quad \left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{Vol.} \cdot \text{sec}} \right]$$

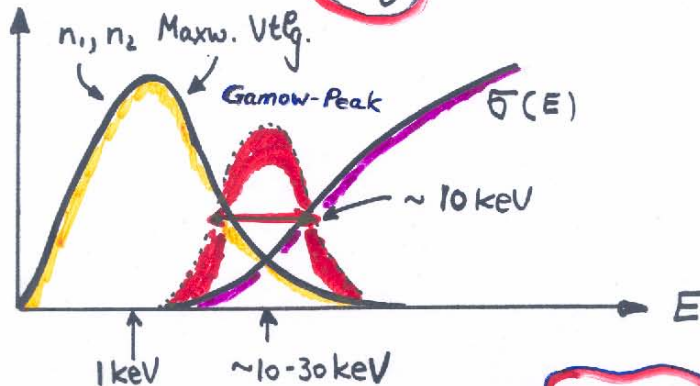
n_1 - Teilchen der Sorte 1 / Vol.

n_2 - Teilchen der Sorte 2 / Vol.

v_{12} - Relativgeschwindigkeit n_1 gegen n_2

Unter Berücksichtigung von Verteilungen

$$R = n_1 \cdot n_2 \int_0^{\infty} \bar{v}(E) f(E) dE$$



Folge: Erhöhung des abgeschätzten WQ's um $\sim 10^4$

Wirkungsquerschnitt

klassisch: $\sigma = \pi(r_p + r_T)^2$

quant. mech. $\sigma = \pi \hat{\lambda}^2 = \frac{\pi}{k^2} \sim \frac{1}{E}$
(für E klein)

Form der Funktion $f(E)$

Maxwell-Boltzmann $\sim \left(\frac{1}{kT} \right)^{3/2} E \exp\left(-\frac{E}{kT} \right)$ **1**

Gamow-Faktor $\sim \exp(-2\gamma E)$ **2**

Abhängigkeit des WQ
Bei kleinen Energien
 $S_0 \rightarrow$ nukl. S-Faktor $\sigma(E) = S_0 \frac{1}{E}$ **3**

$$\langle \sigma(E)v \rangle = \int_0^{\infty} (1) \times (2) \times (3) dE$$

Einige typische Werte für die Sonne

● mittlerer $\overline{\sigma \cdot v}$ -Wert : $\sim 10^{-50} \text{ m}^3/\text{sec}$

● Dichte im Sonneninnern : $\sim 10^5 \text{ kg/m}^3 \sim 6 \cdot 10^{31} \text{ P/m}^3$

$$\begin{aligned} > R = n^2 \overline{\sigma \cdot v} \\ &\sim 3.6 \cdot 10^{13} \text{ PP/m}^3 \text{ sec} \end{aligned}$$

aus Luminosität : $R_{\text{Ges}} \sim 4 \cdot 10^{38} \text{ PP/sec}$
> aktives Volumen : $\sim 10^{25} \text{ m}^3 \sim 10^{-3} V_{\odot}$

● mittlere Verweildauer
eines Protons in der Sonne

$$: \sim 10^{10} \text{ a}$$

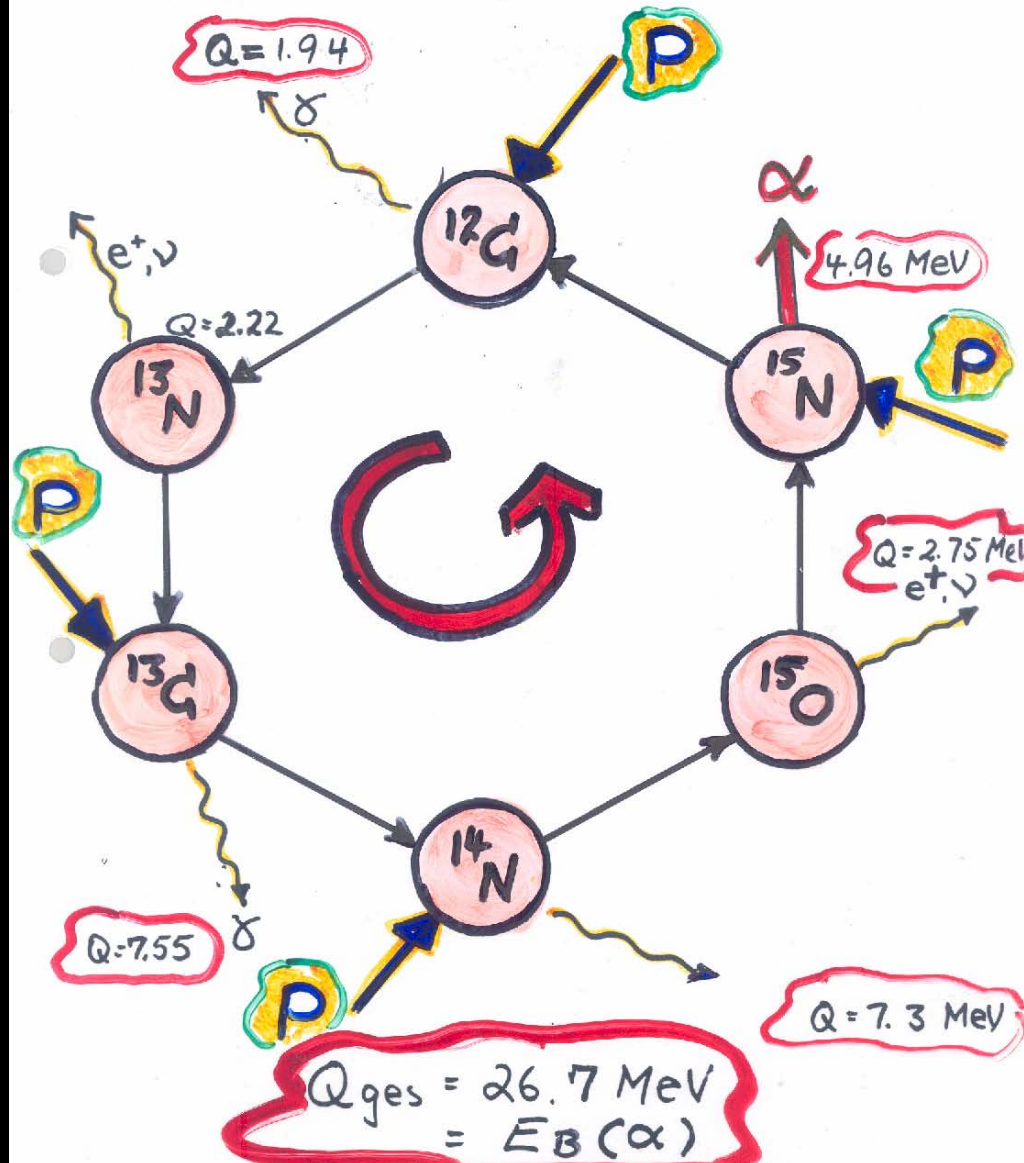
● Lebenserwartung der Sonne

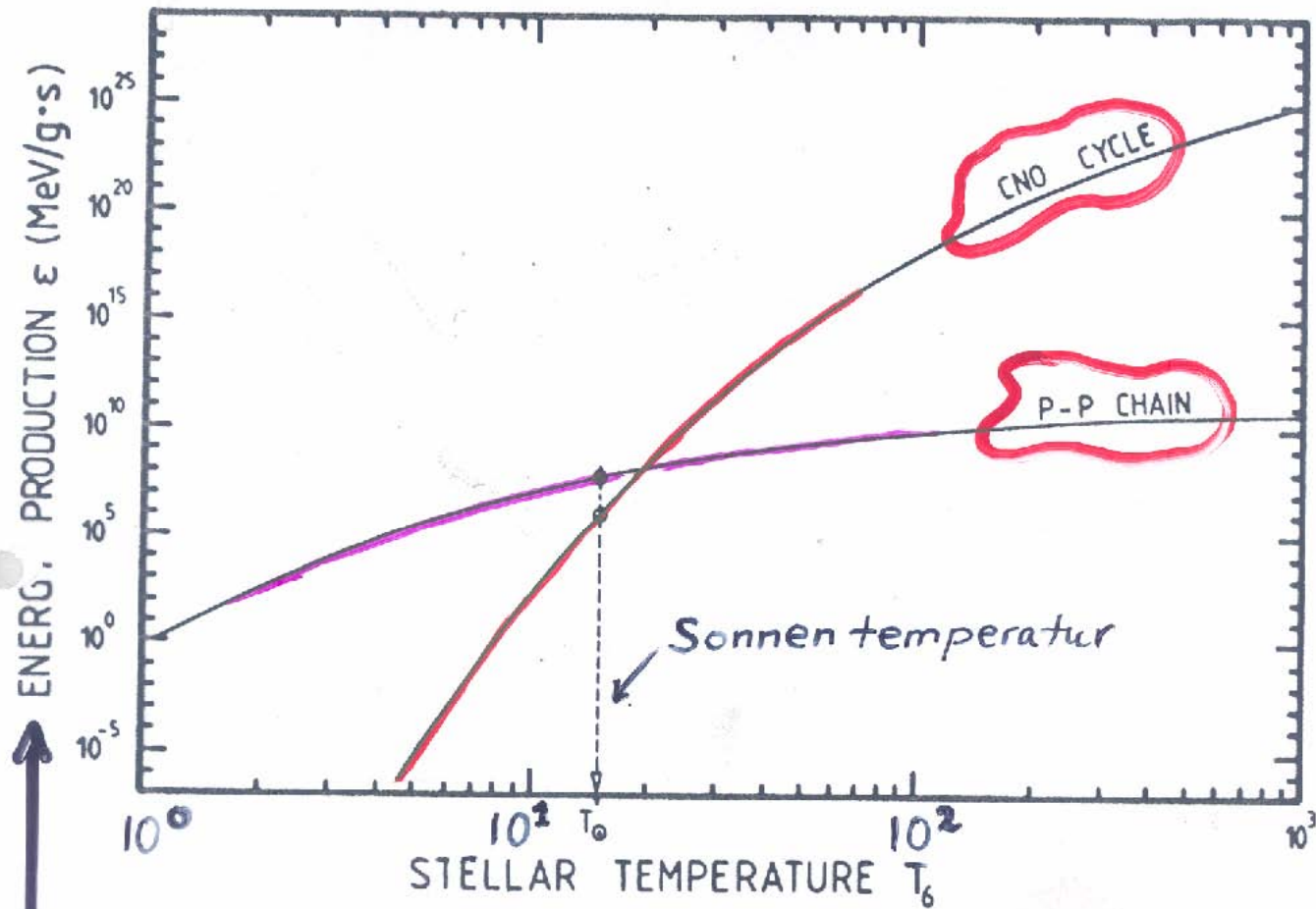
$$: \sim 10^{10} \text{ a}$$

● Alter der Sonne

$$: 4.55 \cdot 10^9 \text{ a}$$

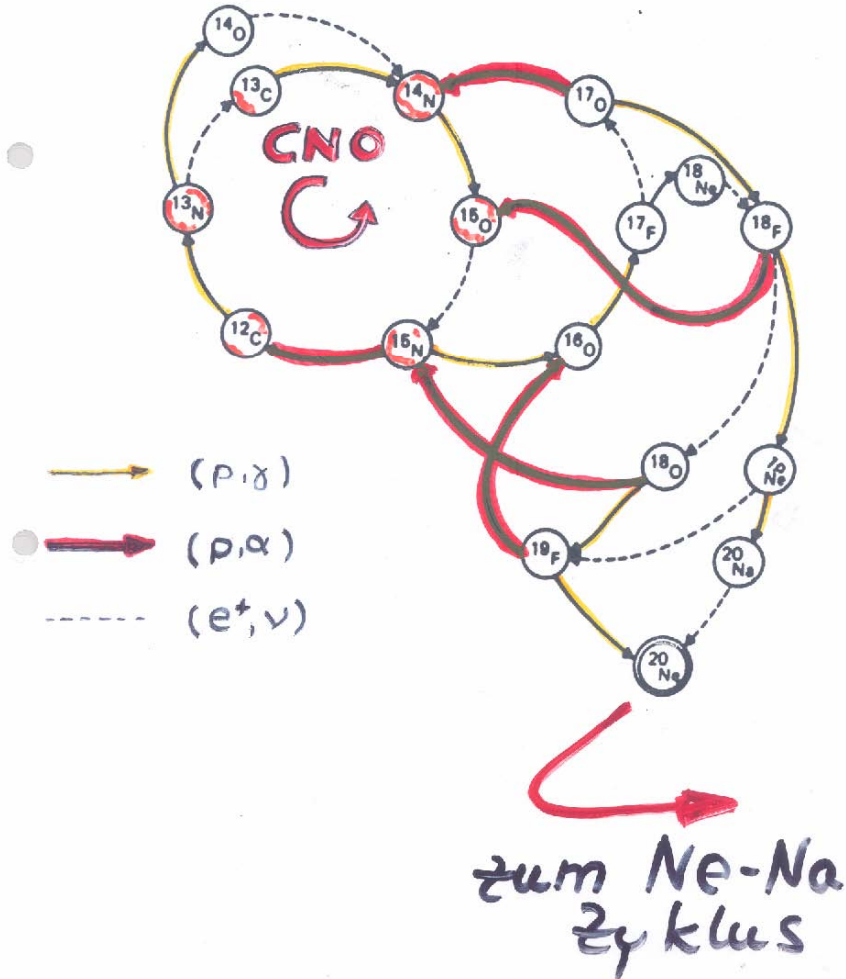
CNO - Zyklus (Bethe - Weizsäcker Zyklus)



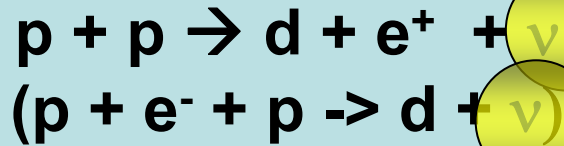


T_6 [10^6 K]

Fusionszyklen zum Aufbau Schwerer Elemente

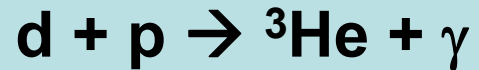


Neutrinos im p-p Zyklus



0.4 MeV

86 %



14 %

5.5 MeV



12.8 MeV

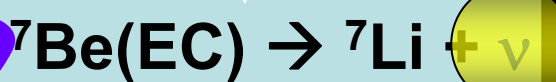
10⁻⁵⁰%



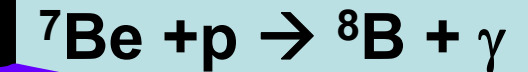
1.6 MeV

14 %

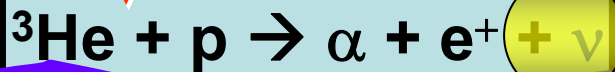
0.02 %



0.86 MeV



0.14 MeV



19.8 MeV



17.4 MeV



18 MeV



$Q_{\text{eff}} = 26.2 \text{ MeV}$
 $\nu\text{-loss} \sim 2\%$

$Q_{\text{eff}} = 25.66 \text{ MeV}$
 $\nu\text{-loss} \sim 4\%$

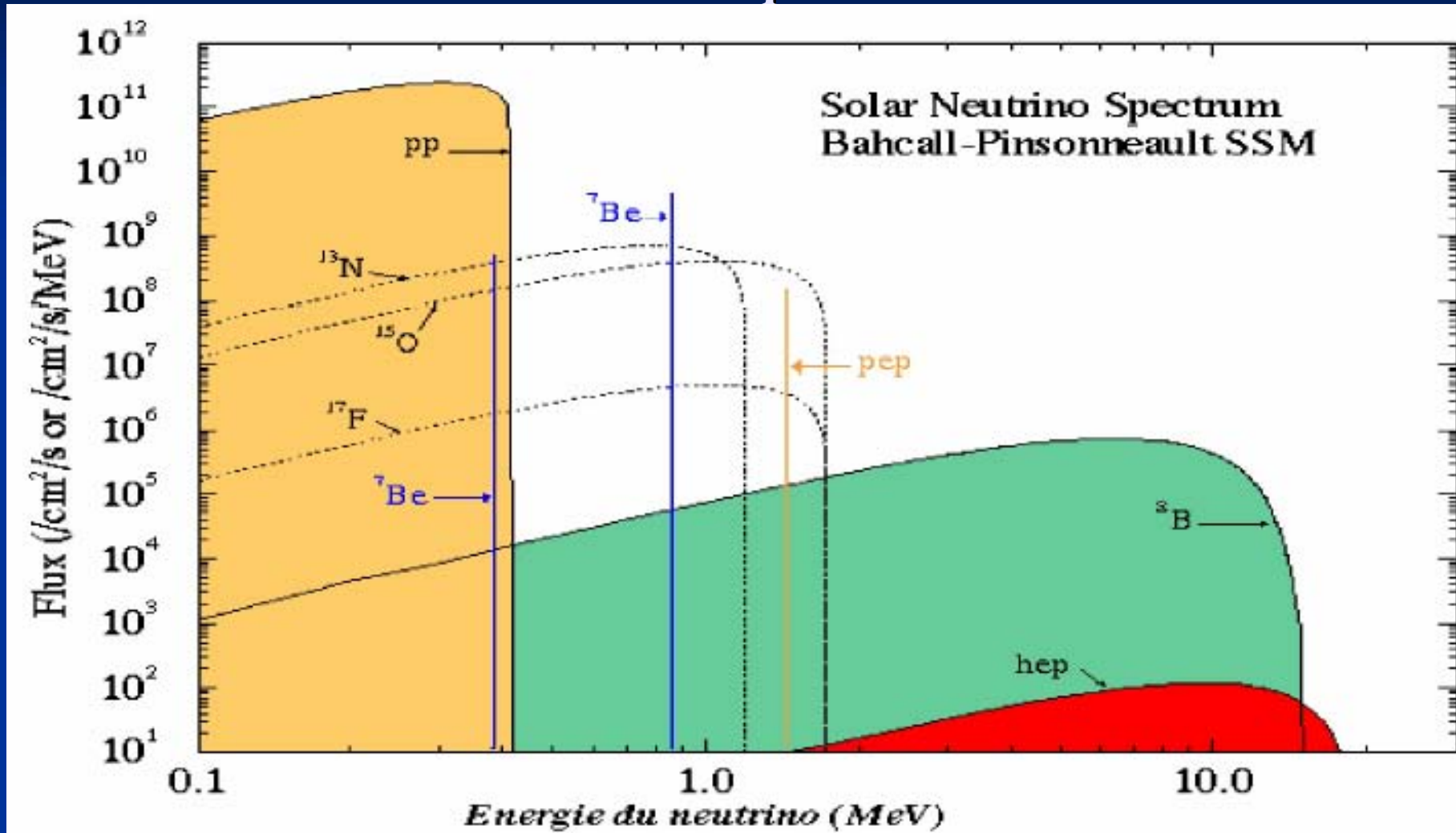
$Q_{\text{eff}} = 19.7 \text{ MeV}$
 $\nu\text{-loss} \sim 28\%$

Neutrinoentstehung in der Sonne

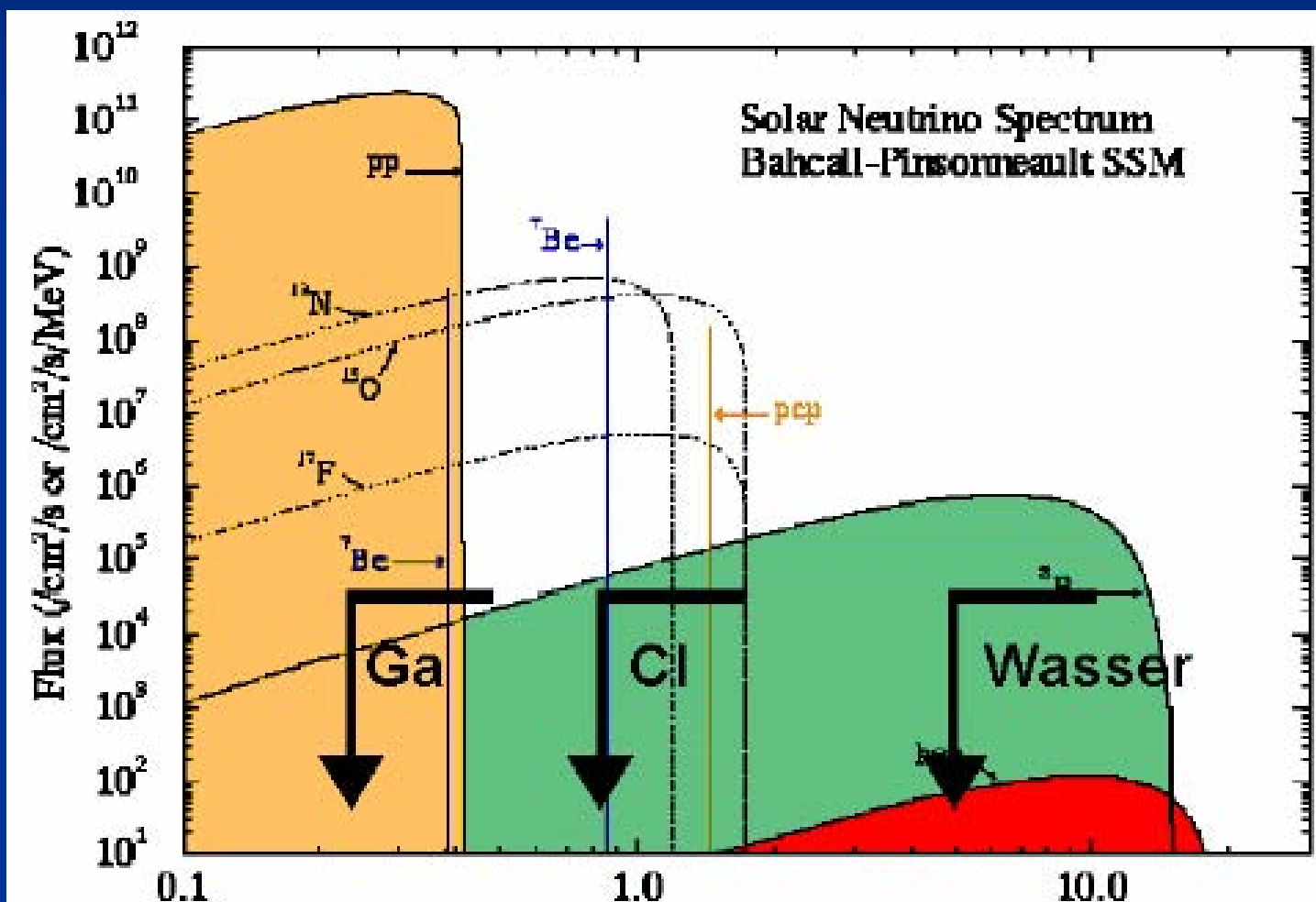
Das Neutrinospektrum

Name	Reaktion	$\langle E_\nu \rangle [MeV]$	$E_\nu^{\max} [MeV]$
pp	$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$	0.26	0.42
pep	$p + e^- + p \rightarrow d + \nu_e$	1.44	1.44
hep	${}^3He + p \rightarrow {}^4He + e^+ + \nu_e$	9.6	18.7
7Be	${}^7Be + e^- \rightarrow {}^7Li + \nu_e$	0.38	0.38
		0.86	0.86
8B	${}^8B \rightarrow {}^8Be + e^+ + \nu_e$	6.73	14.1
${}^{13}N$	${}^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^+ + \nu_e$	0.71	1.19
${}^{15}O$	${}^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^+ + \nu_e$	1.00	1.73
${}^{17}F$	${}^{17}F \rightarrow {}^{17}O + e^+ + \nu_e$	1.00	1.74

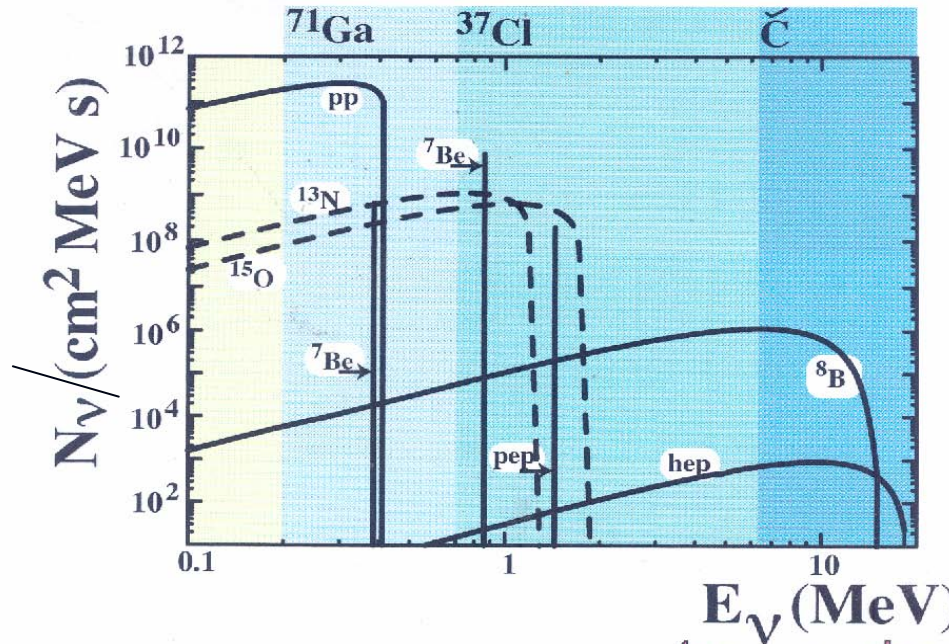
Neutrinoentstehung in der Sonne das Neutrinospektrum



Bisherige Nachweisversuche Das Neutrinospektrum



Solare Neutrinos



Nettoprozess :



Energie :

$$\Delta E = 26.7 \text{ MeV}$$

(~25 MeV thermal, ~1.7 MeV ν 's)

Sonnenparameter : 70% H, 29% He, $T \sim 10^7 \text{ }^\circ\text{K}$

$$\rho \sim 100 \text{ g/cm}^3$$

$$\Rightarrow N_\nu ! \quad (L_0 = 2.39 \cdot 10^{39} \text{ MeV/s})$$

Problem:

$$N_\nu^{\text{exp}} = \begin{cases} \sim 1/3 N_\nu: & {}^{37}\text{Cl} + \nu_e \Rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^- \quad (\text{Homestake}) \\ \sim 1/2 N_\nu: & \text{H}_2\text{O} \quad \overset{\nu}{\text{C}}\text{kov} \quad (\text{Kamioka}) \\ \sim 2/3 N_\nu: & {}^{71}\text{Ga} + \nu_e \Rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^- \quad (\text{GALLEX, SAGE}) \end{cases}$$

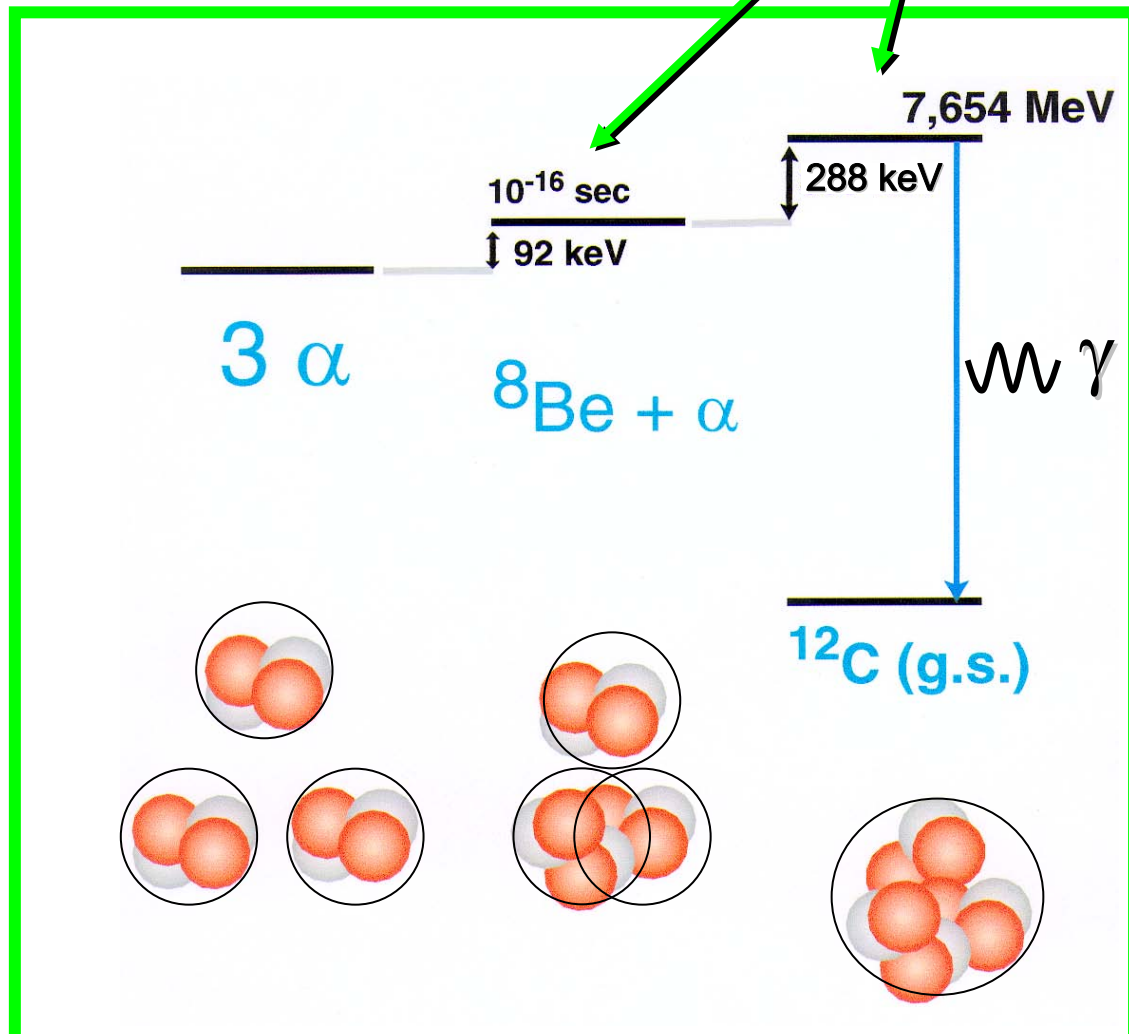
Triple - α - Fusion



Ist der
mysteriöseste
und
faszinierendste
Prozess in der
gesamten Physik!!

Mit zwei
„präzise getunten“
Resonanzen gelingt
der Sprung über
Masse-5
und Masse-8

**Resonanter
Zustand**



Entwicklungsphasen der Sonne

10 Mrd Jahre ruhiges Wasserstoffbrennen: $4\text{ p} \rightarrow \alpha + 2\text{ e}^+ + 2\nu$

- **Brennstoff geht zuneige**
 - **der Stern kollabiert**
 - **Temperatur erhöht sich**
 - **triple- α Prozess setzt ein (da höhere Temperatur)**
- **CNO Zyklus wird aktiviert**
- **Ausbruch aus dem CNO-Zyklus und Übergang in die Phase des Roten Riesen**
- **Übergang ins explosive Brennen (nur für Sterne größer als etwa 10 Sonnenmassen)**
- **Supernova (Typ II)**

Keine Sorge: die Sonne explodiert nicht – sieht geht über in einen „braunen Zwerg“ d.h. sie geht einfach „aus“ --- that's it