

Wiederholung

1 Schalenmodell der Kerne

magische Zahlen:

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

2 Formulierung einer mikroskopischen Beschreibung.

1

Nukleonen bewegen sich unabhängig in einem mittleren Kernpotential

(Pauli-Prinzip verhindert WW (Streuung) in bereits besetzte Zustände)

d.h.:

2

Niel-Teilchen-Wellenfktn ist ein **anti-symmetrisiertes** Produkt von Ein-Teilchen-Wellenfktn.

$$\left\{ \sum_{i=1}^A h_i \right\} \Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = \sum_{i=1}^A \left\{ \frac{\hbar^2}{2m_i} \Delta_i + V(\vec{r}_i) \right\} \Psi(\dots) = E \Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$$

$$\Psi = \mathcal{A} \left\{ \prod_i \varphi_i(\vec{r}_j) \right\} = \det(\varphi_{ij})$$

$$h_i \varphi_i(\vec{r}_j) = \varepsilon_i \varphi_i(\vec{r}_j)$$

Slater-Determinante

$$h_i \varphi_i(\vec{r}_j) = \varepsilon_i \varphi_i(\vec{r}_j)$$

Ein-Teilchen
Energien

Ein-Teilchen
Wellenfktn

Beispiel:

Slaterdeterminante für 2-Teilchen

- Teilchen 1 : φ_1
- Teilchen 2 : φ_2
- Ortskoordinaten : \vec{r}_1, \vec{r}_2

$$\Psi = A \left\{ \prod_{j=1}^2 \varphi_j(\vec{r}_j) \right\}$$

$$= A \left\{ \varphi_1(\vec{r}_1) \cdot \varphi_2(\vec{r}_2) \right\}$$

$$= \varphi_1(\vec{r}_1) \varphi_2(\vec{r}_2) - \varphi_1(\vec{r}_2) \varphi_2(\vec{r}_1)$$

$$= \det \begin{pmatrix} \varphi_1(\vec{r}_1) & \varphi_1(\vec{r}_2) \\ \varphi_2(\vec{r}_1) & \varphi_2(\vec{r}_2) \end{pmatrix}$$

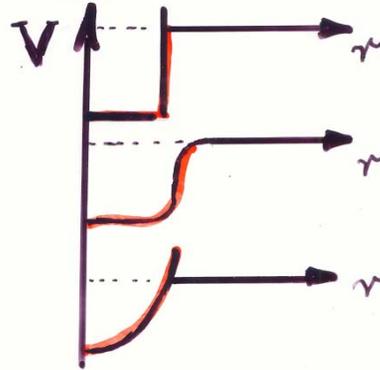
$$= \det(\varphi_{ij}) \quad !!$$

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 = \varphi_2 \\ \vec{r}_1 = \vec{r}_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \det(\) = 0 \\ \det(\) = 0 \end{array}$$

Wahl des WW-Potentials

1

- Kastenpotential
- Woods-Saxon-Pot.
- Oszillator-Pot.



ergibt Schalenstruktur **aber** falsche magische Zahlen

2

Einführung der Spin-Bahn Kopplung

$$V_{es} = V_{es}(r) \vec{L} \cdot \vec{S}$$

Vorstellung:

im kerninnern: $\ell_x[\uparrow] = -\ell_x[\downarrow]$

> kein Nettoeffekt

ABER



positiver Effekt, wenn
"x" an der Oberfläche

$$\rightarrow V_{es}(r) \sim \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial r} \sim \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r}$$

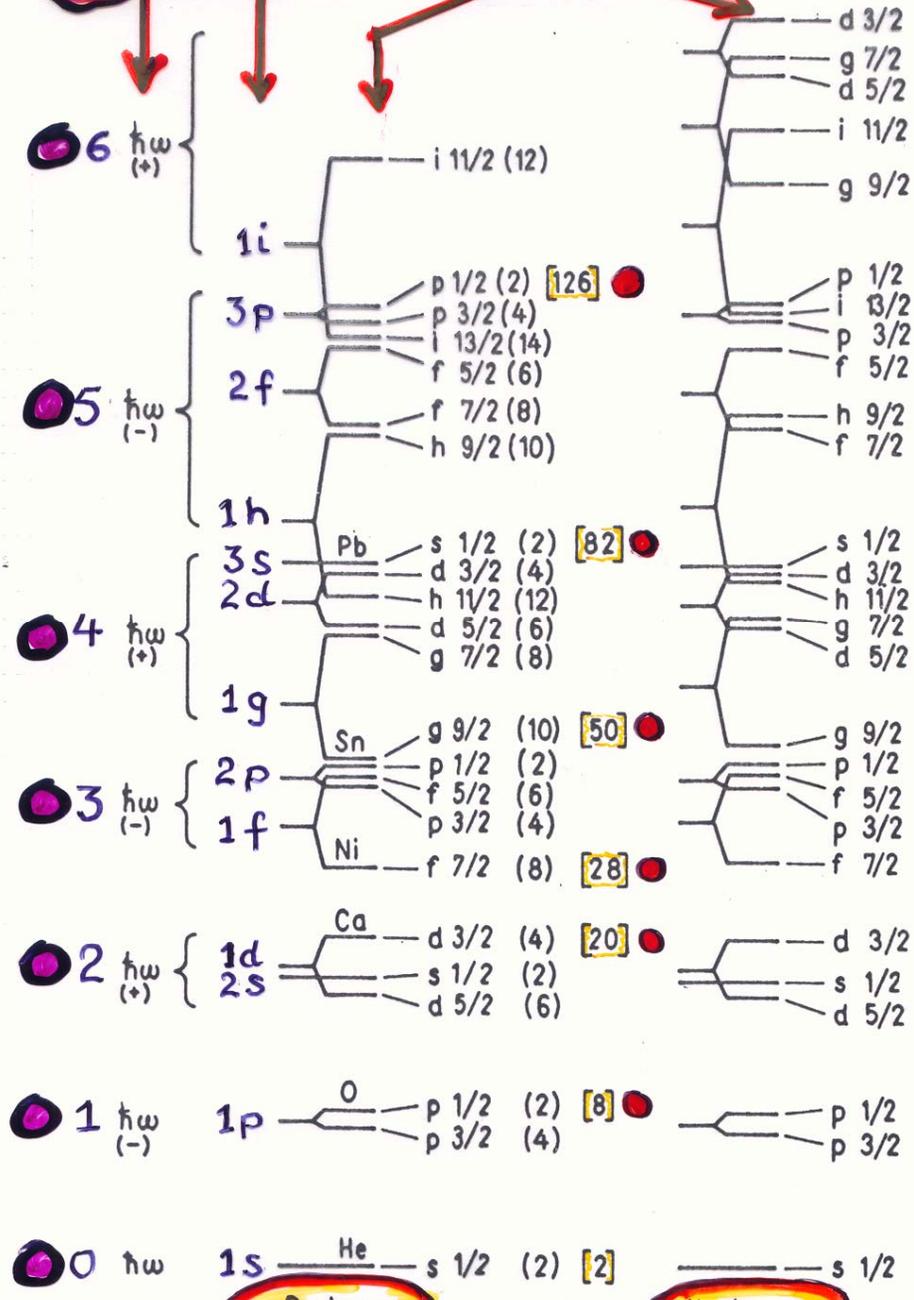


aber:

tiefere Grund für ℓs -Kopplung (insbes. die große Stärke) unbekannt

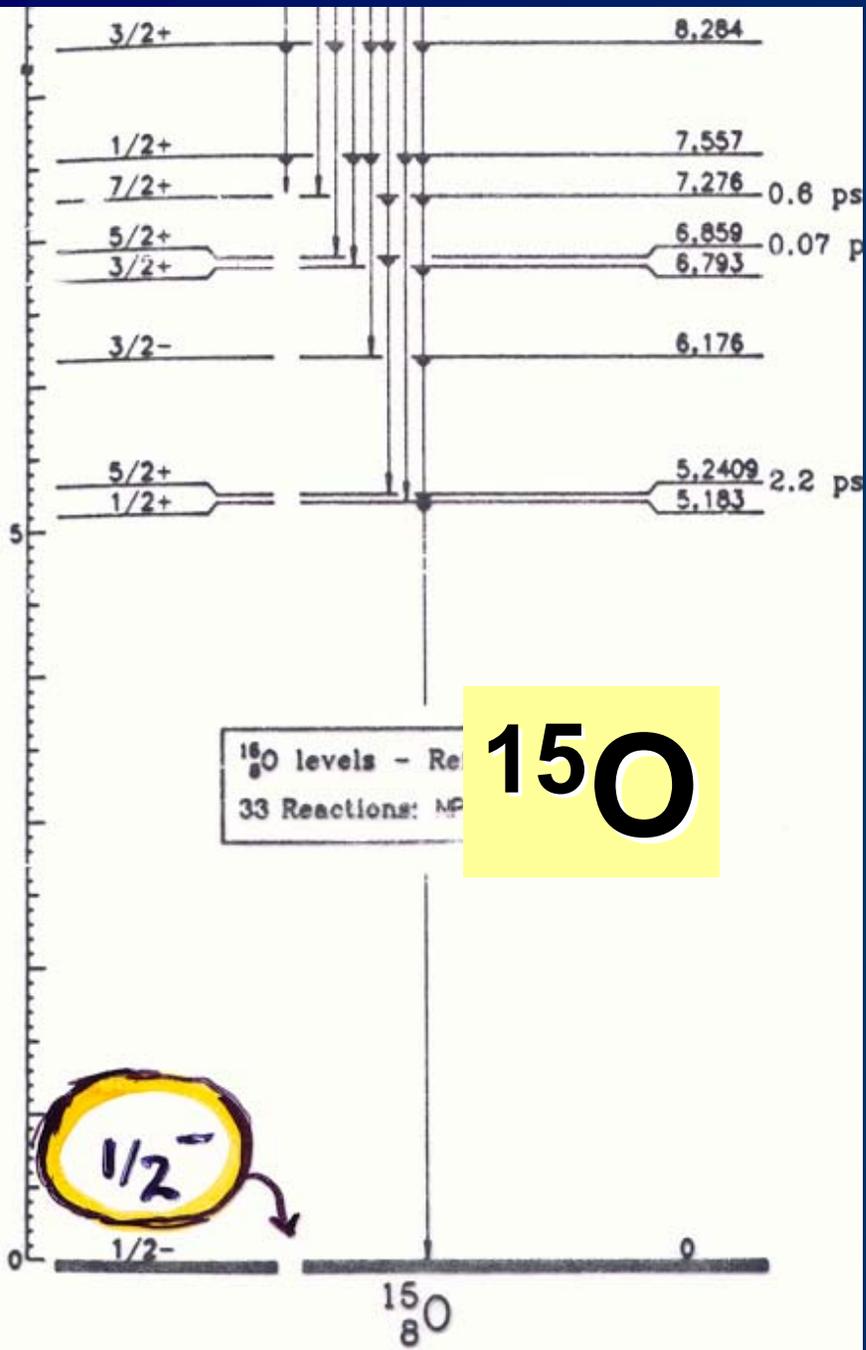
N_i ohne l.s

mit l.s



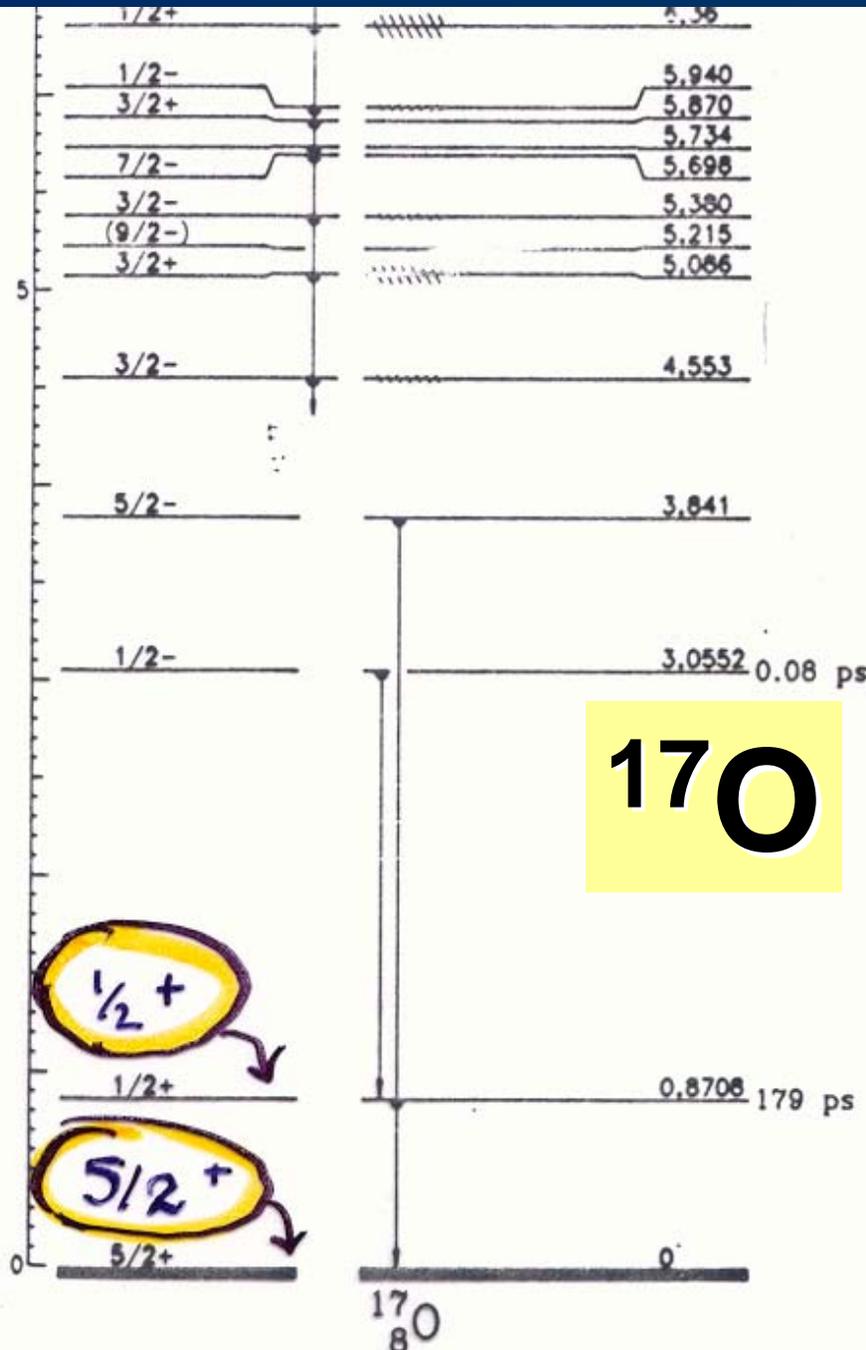
Protonen

Neutronen



15O

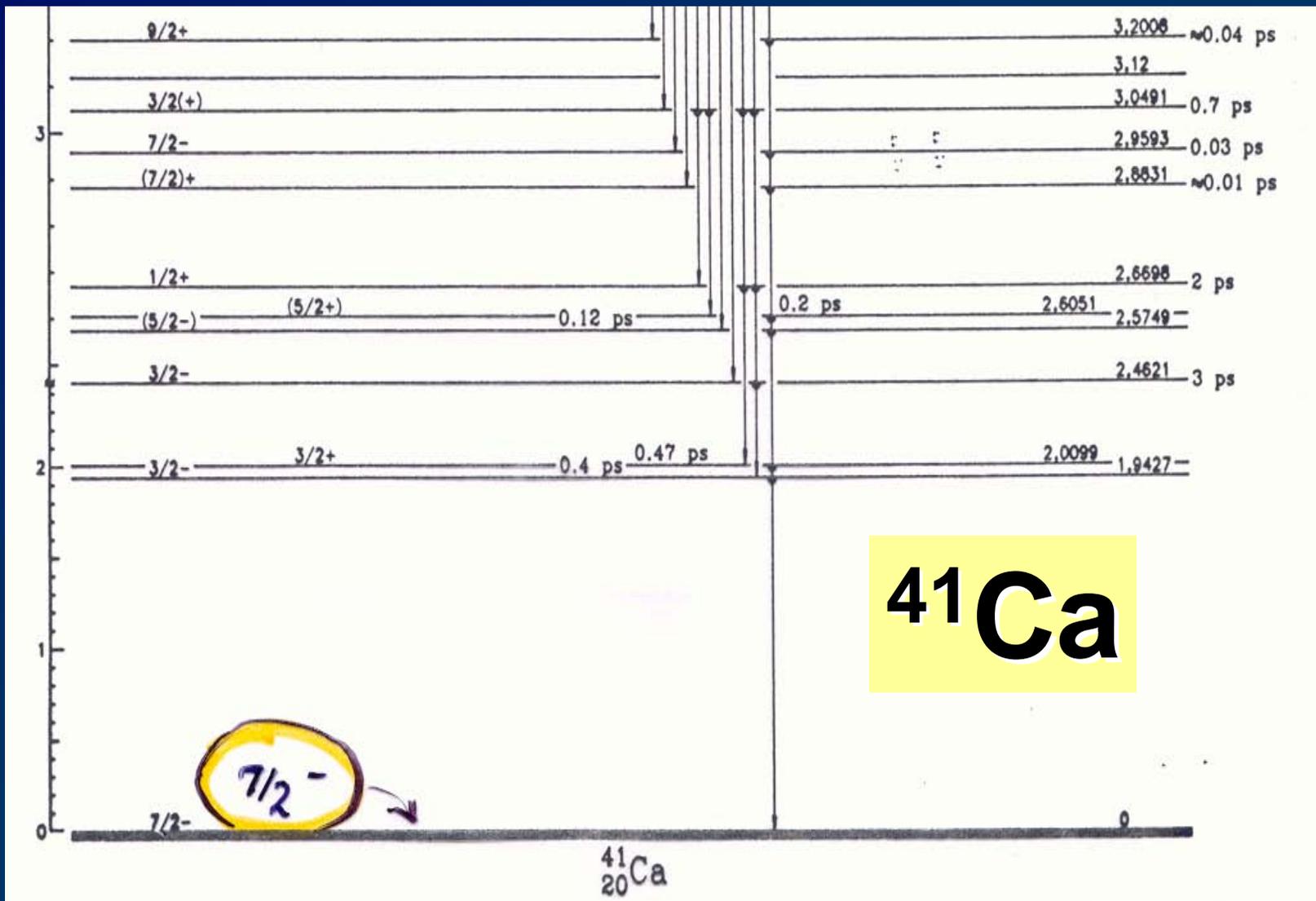
$1/2^-$

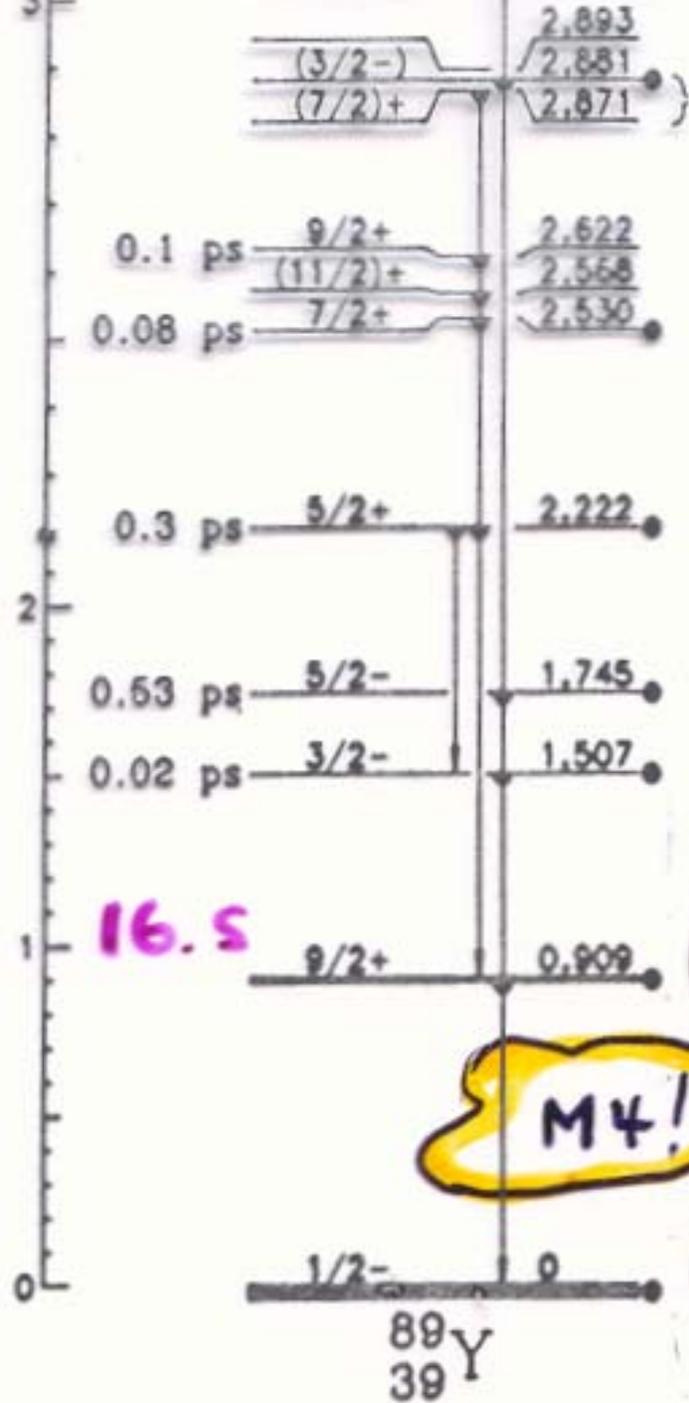


17O

$1/2^+$

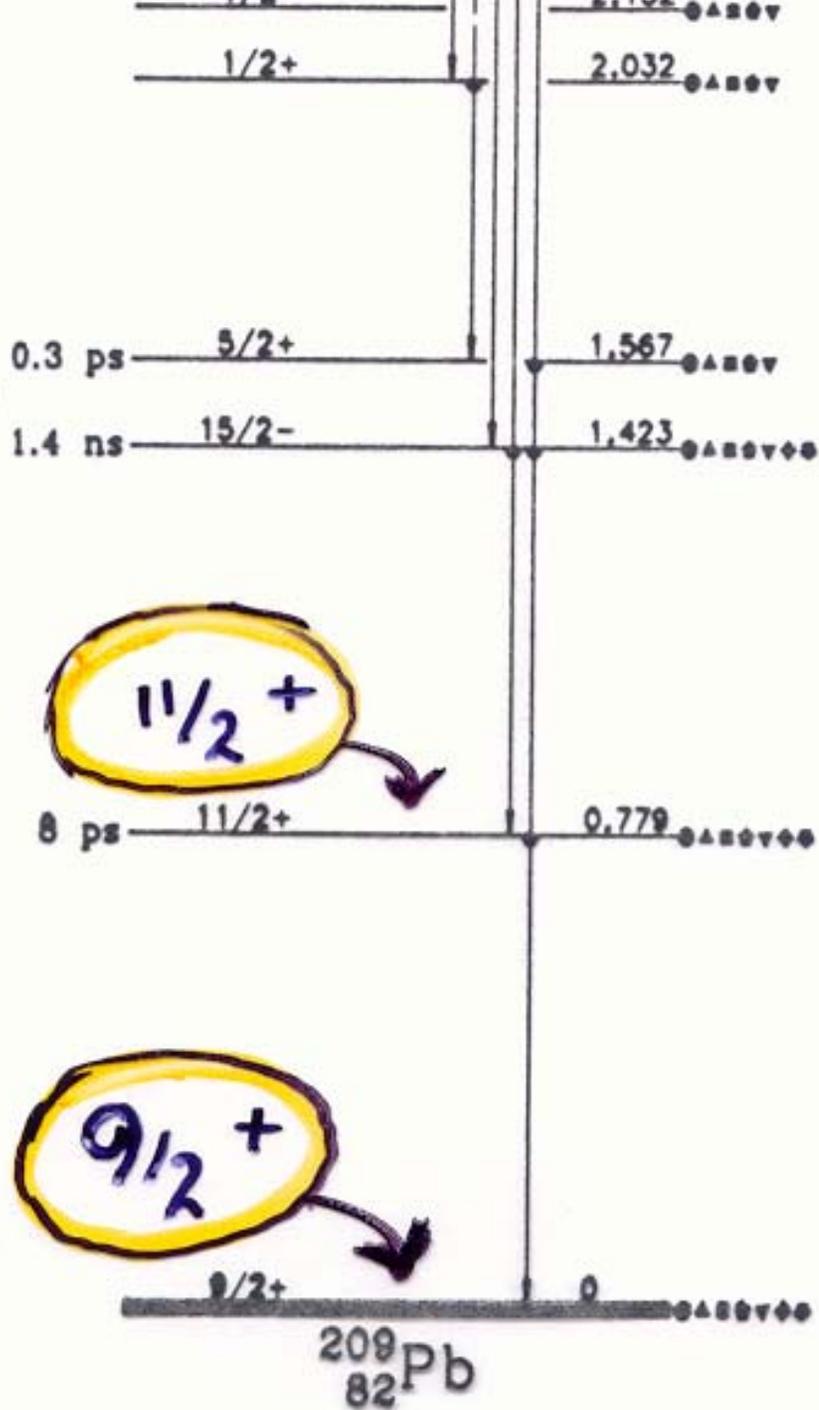
$5/2^+$





89Y

$^{89}_{39}\text{Y}$



^{209}Pb

Nomenklatur

N - Oszillatorschale

n - Radialquantenzahl (= Zahl der Knoten in der W.fktn)

(s, p, d, \dots) L-Schale

s: $l=0$

p: $l=1$

d: $l=2$ usw.

$(p_{3/2}, d_{5/2}, \dots)$ j-Schale

α_j^{-1}

Lochkonfiguration

Beispiel: $(p_{1/2})^{-1}$

$(\alpha_j^{-1} \beta_j^1)_J$

Teilchen-Lochkonfiguration, die zum Gesamtdrehimpuls J koppelt

Beispiel: $(d_{3/2}^{-1}, f_{7/2})_{J=5}$

$(2s_{1/2}^{-1}, 1f_{7/2})_{J=4}$

Radialquantenzahl!

Konfigurationsmischung: Setzt sich ein "realer"

Zustand aus mehreren (vielen)

Teilchen-Loch-Konfigurationen

zusammen, spricht man von

Konfigurationsmischung

Einfache Vorhersagen des SM

1. abgeschlossene j -Schalen haben im Grundzustand $I=0$ da jeweils zwei Nukleonen in $|jm\rangle$ und $|j-m\rangle$ zu $I=0$ koppeln
allgemein: alle geradzahlig vorkommenden Nukleonen koppeln zu $I=0$ \rightarrow alle gg-kerne haben $I=0$

2.) Fügt man zu einem gg-kern mit abgeschlossener j -Schale ein Teilchen (Loch) hinzu, so ist der Grundzust. des ug bzw gu-kern durch die Einteilchen-Konfiguration des Teilchens (Loches) bestimmt
exp: keine Ausnahme!!

3.

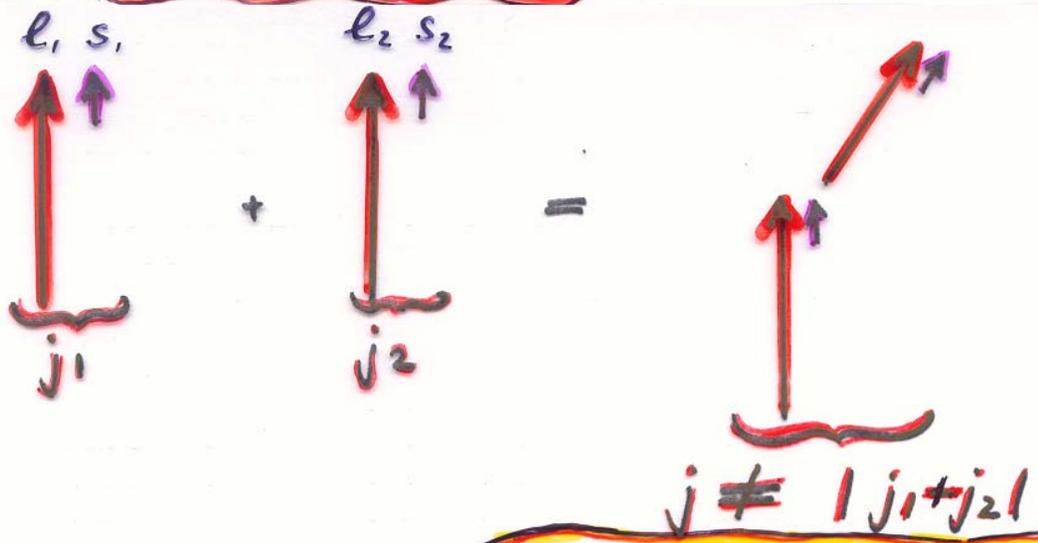
Bei uu -Kernen haben die ungeraden Nukleonen die Tendenz ihre Drehimpulse so zu koppeln, daß ihre Spins möglichst parallel stehen (Nordheim-Regel)

vgl. Deuteron

Beispiel:



Starke Nordheim-Regel !!



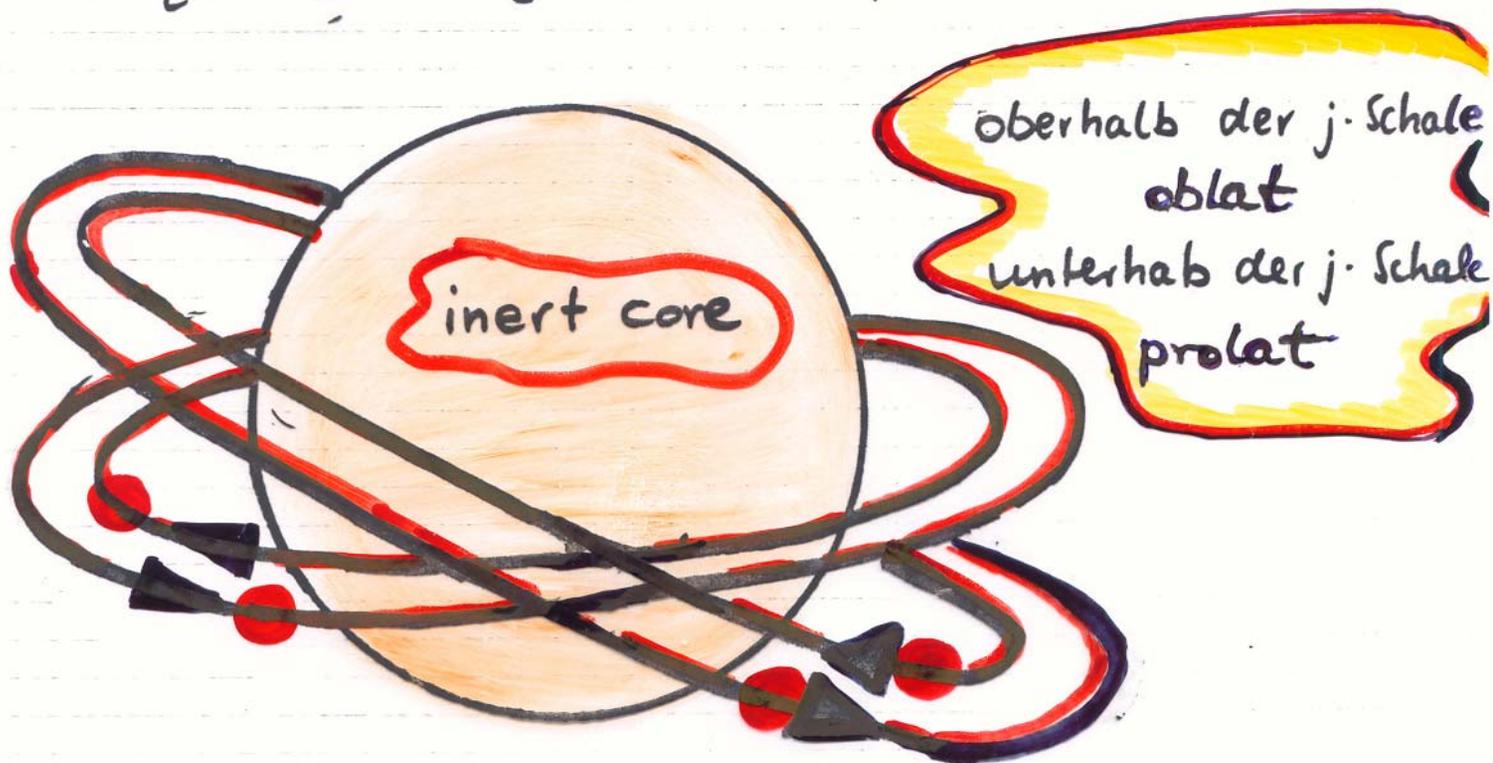
Schwache Nordheim-Regel

4.

Bei unvollständig gefüllten Schalen werden die Eigenschaften des Kerns durch die Nukleonen außerhalb der unterliegenden abgeschlossenen j -Schale bestimmt.

(inert-Core oder Rumpf-Näherung)

Dieses führt bei Schalen mit großem j zu Grundzustandsdeformationen



5) Isomerie (Inseln der Isomerie)

Bei Schalen mit großem j , kann es bei niedrigen Anregungsenergien zu großen Drehimpulsänderungen kommen.

Da $E(\lambda)$, $M(\lambda)$ klein für λ groß ($\lambda = \Delta j$) \rightarrow Langlebige angeregte Zustände

Isomerie

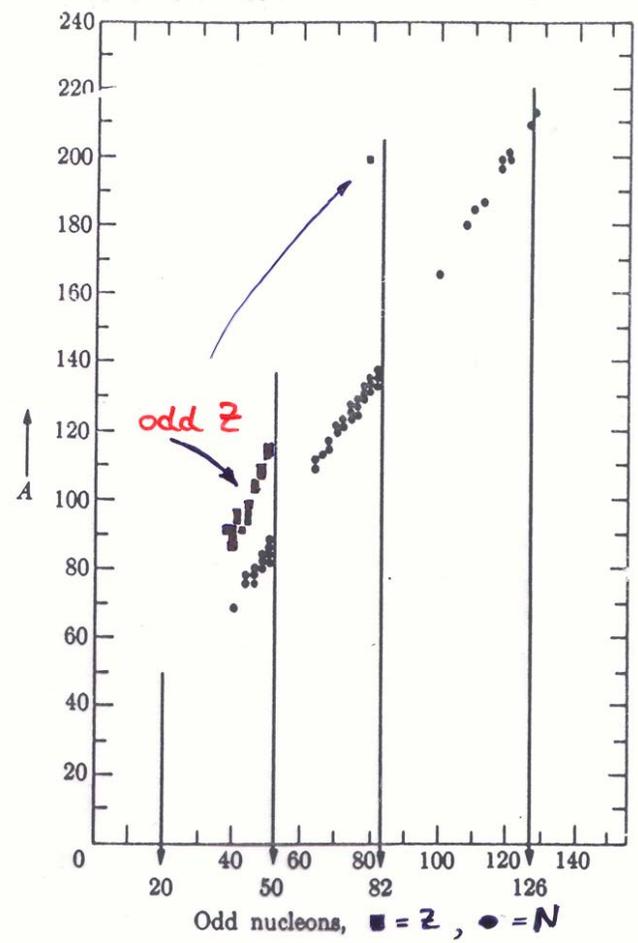
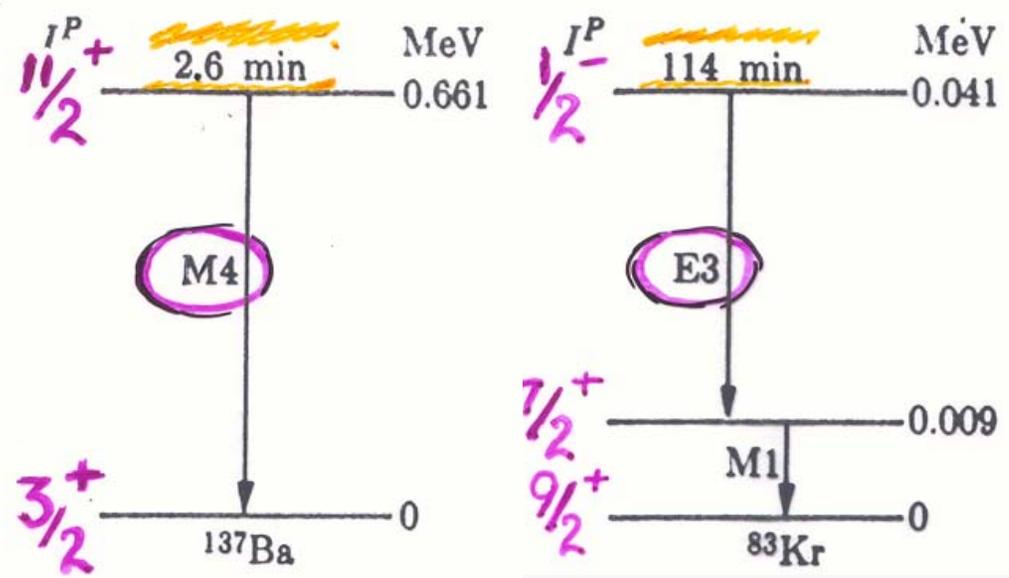
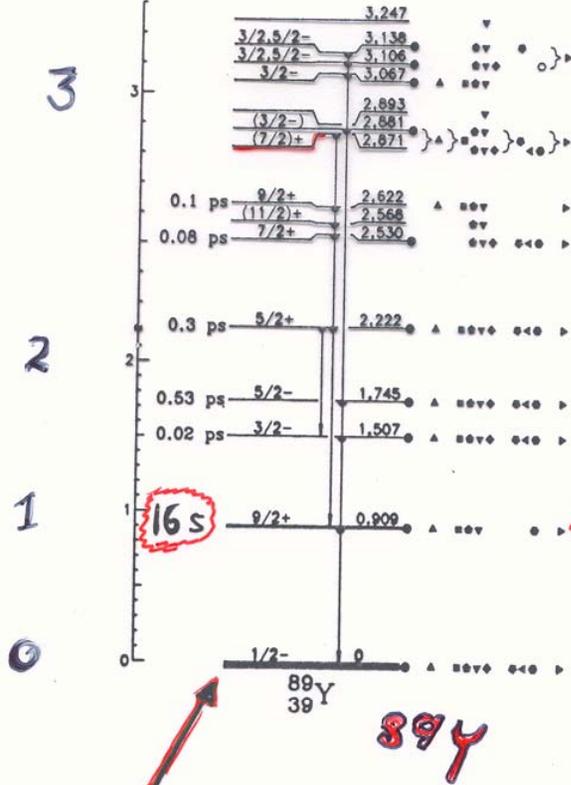
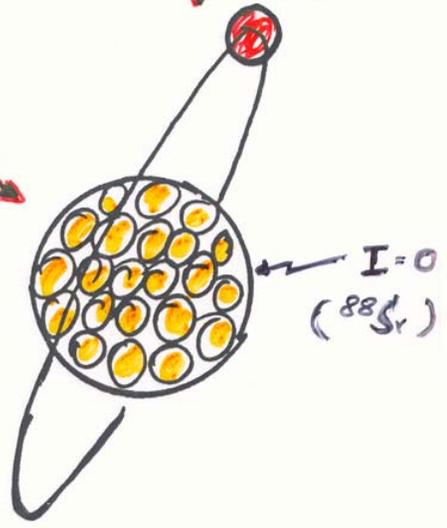


Fig. 7-25. Long-lived isomers of odd A . [Adapted from M. Goldhaber and R. D. Hill, *Revs. Mod. Phys.* 24, 179 (1952)]

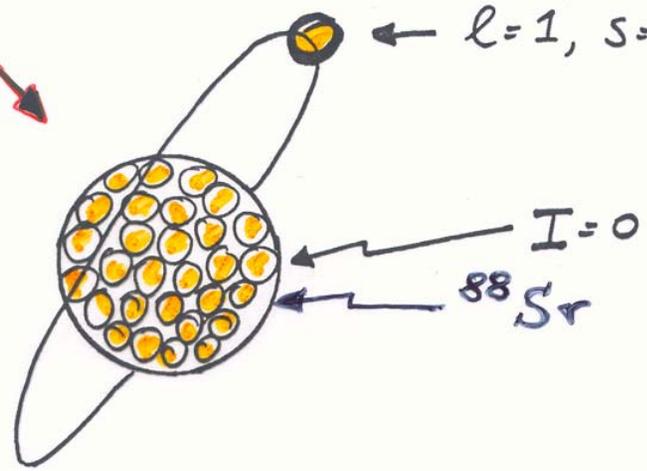


^{89}Y
39

$l=4, s=1/2$
 $j=9/2^+$



$l=1, s=1/2 \rightarrow j=1/2^-$



Restwechselwirkungen

1

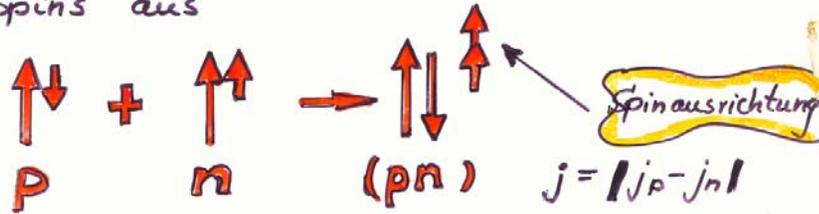
Alle (gg)-kerne haben $I=0$

Paarungs-WW

(s.a. Bethe-Weizsacker)

2

Starke **Nordheim-Regel**
ungepaarte Nukleonen richten ihre Spins aus



(s.a. Deuteron)

Spin-Spin-WW

3

dem entgegen:

Schwache **Nordheim-Regel**



4

Konfigurationsmischung:

3-Körper-WW
nicht-lokale-WW etc

In-Isotope (49)

$\frac{1}{2}^-$							
<u>650</u>	<u>536</u>	<u>391</u>	<u>336</u>	<u>315</u>	<u>313</u>	<u>313</u>	<u>320</u>
$\frac{9}{2}^+$							
<u>109In</u>	<u>111In</u>	<u>113In</u>	<u>115In</u>	<u>117In</u>	<u>119In</u>	<u>121In</u>	<u>123In</u>
49In							

$J_n(\text{g.s.}) : 49 \pi \rightarrow (g \frac{9}{2})^{-1} \rightarrow J^\pi = \frac{9}{2}^+$
 $J_n^* : (g \frac{9}{2})^{10} (p \frac{1}{2})^{-1} \rightarrow J^\pi = \frac{1}{2}^-$
 ↑ abgeschlossen ↑ Core-Anregung

Geometrische Überlegungen bei der Addition von Drehimpulsen

bisher saloppe Vorstellung:

$$\vec{j} = \vec{l} \pm \vec{s} \quad \left\{ \begin{array}{l} \uparrow + \uparrow = \uparrow \\ \uparrow - \downarrow = \uparrow \end{array} \right.$$

ABER:

$$m_j = j, (j-1, j-2, \dots)$$

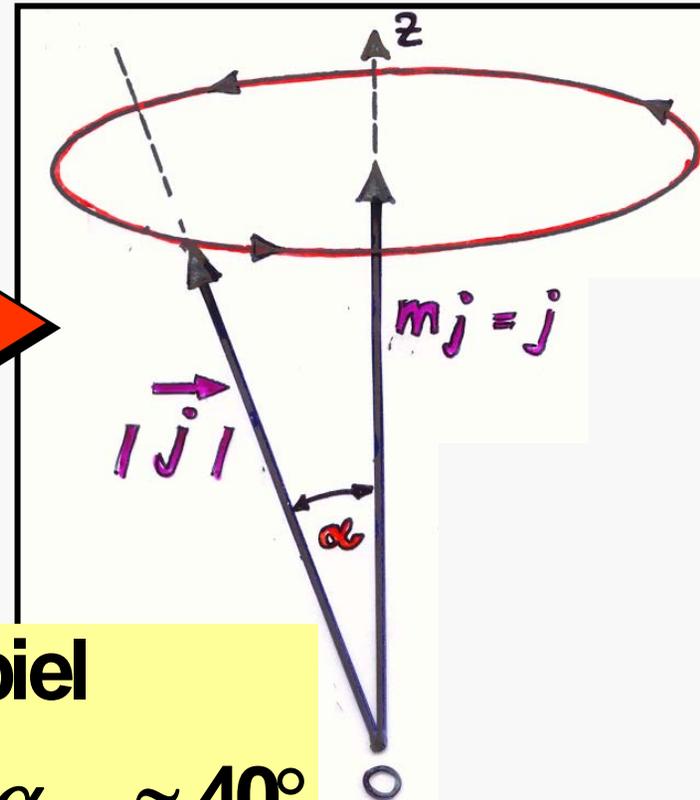
$$j = \sqrt{j(j+1)} > j$$

$$\cos \alpha = \frac{m_j}{|j|} = \frac{m_j}{\sqrt{j(j+1)}}$$

$$\min(\cos \alpha) = \frac{j}{\sqrt{j+1}}$$

Beispiel

$$j = \frac{3}{2} \rightarrow \alpha_{\min} \approx 40^\circ$$



Frage:

Im SM sind j, l, s, m_j
gute Quantenzahlen mit

!

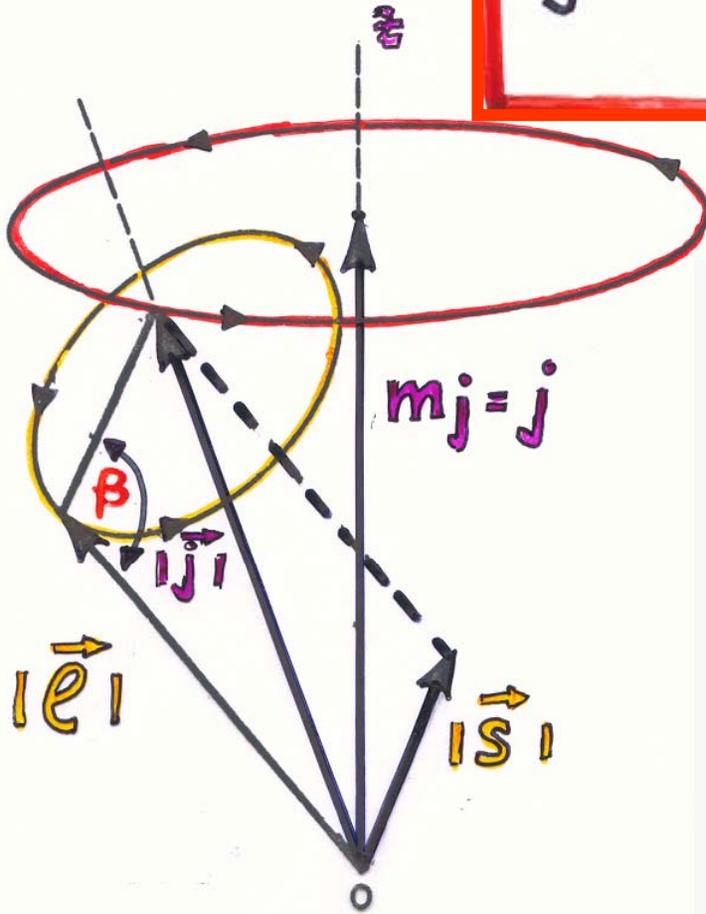
$$\begin{aligned}j^2 | \dots \rangle &= j(j+1) | \dots \rangle \\l^2 | \dots \rangle &= l(l+1) | \dots \rangle \\s^2 | \dots \rangle &= s(s+1) | \dots \rangle \\m_j | \dots \rangle &= j, (j-1), (j-2) \dots | \dots \rangle\end{aligned}$$

Wie orientieren sich \vec{l}, \vec{s} und \vec{j}
für $\vec{j} = \vec{l} \pm \vec{s}$?

$$\begin{aligned}|\vec{j}| &= \sqrt{j(j+1)} ; |\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)} \\|\vec{s}| &= \sqrt{s(s+1)}\end{aligned}$$

$$|\vec{j}| = \sqrt{j(j+1)} ; |\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)}$$

$$|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}$$



Siehe auch:

m_l, m_s
 können keine
 guten Q.z.
 sein, da ihre
 Werte von der
 Größe & der
 Orientierung von
 \vec{j} abhängen



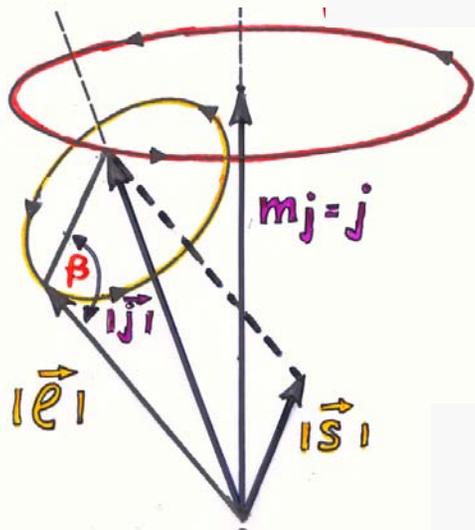
Wie groß ist β für $j = l + \frac{1}{2}$
 $j = l - \frac{1}{2}$.

Lösung

$$\vec{j}^2 = \vec{l}^2 + \vec{s}^2 - 2|\vec{l}||\vec{s}|\cos\beta$$

$$\rangle j(j+1) = l(l+1) + s(s+1) - 2\sqrt{l(l+1)s(s+1)}\cos\beta$$

$$\cos\beta = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{l}{l+1}} & j = l + \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{l+1}{l}} & j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$



Beispiel:

$$j = 3/2 ; l = 1$$

$$\beta = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = \underline{114^\circ}$$

$$j = 1/2 ; l = 1$$

$$\beta = \arccos\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = \underline{35^\circ}$$