

Wiederholung

Wechselwirkung von Strahlung mit Materie.

● γ -Strahlung

→ Photo-Effekt
(an gebundenen Elektronen)

$$\propto Z^5 \cdot \frac{1}{E_\gamma^x}$$

$1 \leq x \leq 3.5$

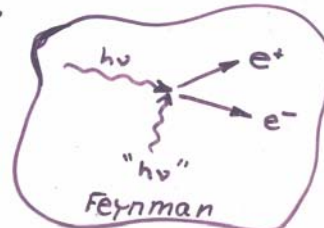
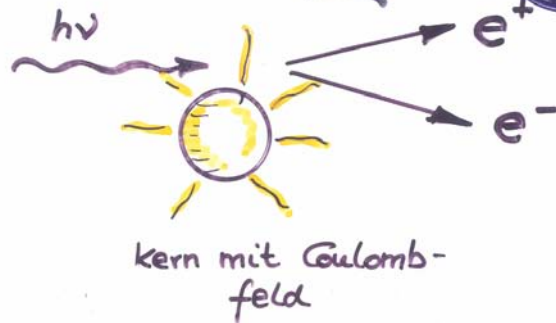
→ Compton-Effekt
(elast. Streuung von $h\nu$ an quasifreien Elektronen)

$$\propto Z \cdot E_\gamma^x$$

$-1 \leq x \leq 1$

→ Paarbildung

$$\propto Z^2 \cdot \{\ln E_\gamma\}$$



● Wechselwirkung ionisierender Strahlung mit Materie.

ionisierende Teilchen = geladene Teilchen

z.B.: p, d, t, α , leichte & schwere Ionen
 $e, \mu, \pi^\pm, K^\pm$

Ionisationsspur



- Q.
- : Energieverlust pro Weg?
 - : z -Abhängigkeit?
 - : Dynamik des Energietransfers?
 - : Reichweite?

Zunächst:

einige Grundgrößen aus der Relativitätstheorie.

definiere: $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Impuls: $\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$= m \vec{v} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$
$$= m \vec{v} \gamma$$
$$= mc \gamma \vec{\beta}$$

Energie: $E = mc^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

$$= mc^2 \gamma$$

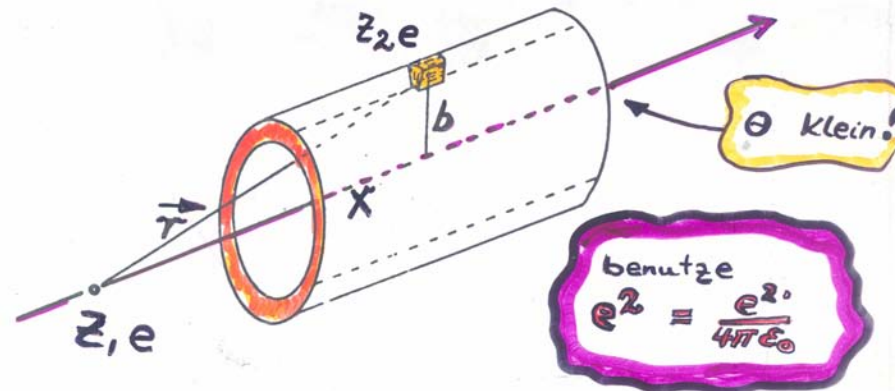
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma}$$

$$E = mc^2 \gamma$$

$$p = mc (\gamma^2 - 1)^{1/2}$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

↖ **Eigenzeit**



Nach dem Durchgang von $(z_1 e)$ bleibt nur die senkrechte Kraftkomponente übrig, die auf das Zylinderelement $(z_2 e)$ wirkt.

$$\epsilon'_\perp = \frac{z_1 e b}{r^3}$$

$$x^2 + b^2 = r^2$$

$$x = v_1 t' = \gamma v_1 t$$

$$\epsilon = \gamma \epsilon'$$

$$\epsilon_\perp = \frac{\gamma z_1 e b}{(b^2 + \gamma^2 v_1^2 t^2)^{3/2}}$$

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{+\infty} F dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z_1 z_2 \gamma e^2 b}{(b^2 + \gamma^2 v_1^2 t^2)^{3/2}} dt$$

$$\Delta p = \frac{2 z_1 z_2 e^2}{v_1 b}$$

unabhängig von γ

$$\Delta E = \frac{(\Delta p)^2}{2m_2} = \frac{2z_1^2 z_2^2 e^4}{b^2 v_1^2 m_2}$$


> Energie transfer prop. $(\frac{1}{v_1^2})$

Annahme 1: ΔE wurde auf ein Elektron übertragen
 $m_2 = m_e$ $z_2 = 1$

Annahme 2: ΔE wurde auf einen Kern übertragen
 $m_2 \approx A m_p$ $z_2 = Z$
 $\approx 2Z m_p$

$$\frac{Z \Delta E (\text{Elektron})}{\Delta E (\text{Kern})} = \frac{Z}{m_e} \frac{2Z m_p}{Z^2} = \frac{2 m_p}{m_e} \approx 4000$$

> nur (Hüllen)-Elektronen sind verantwortlich für Energieverlust eines geladenen Teilchens

Bindungseffekte vernachlässigt !!

nächstes: Energieverlust pro durchlaufene Strecke
 (dE/dx)

$\exists$ $n_e \cdot 2\pi b db dx$ Elektronen

$n_e = Z_2 n_a = Z_2 \frac{N_A \rho}{A} \quad (\#e/Vol.)$

$\Rightarrow \frac{dE}{dx} = 2\pi \cdot n_e \frac{2Z_1^2 e^4}{v_1^2 m_e} \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{db}{b}$

$= \frac{4\pi n_e Z_1^2 e^4}{v_1^2 m_e} \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right)$

? Was ist die Größenordnung von b_{min} & b_{max} ?

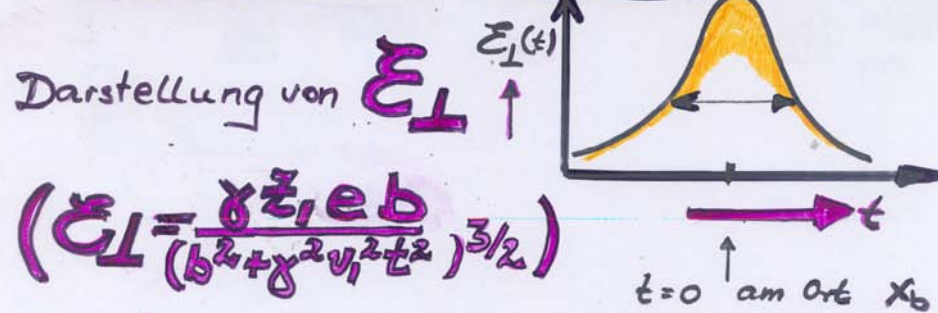
$b = b_{min} \Rightarrow \Delta E = \Delta E_{max}$ "head-on collision"
 $\approx 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$ (zwei-körper !!)

$\Rightarrow \frac{2Z_1^2 e^4}{b_{min}^2 v_1^2 m_e} = 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$



$\Rightarrow b_{min} = \frac{Z_1 e^2}{\gamma m_e v_1^2}$

$b_{\max}$?



$$\left(\mathcal{E}_\perp = \frac{\gamma z_i e b}{(b^2 + \gamma^2 v_i^2 t^2)^{3/2}} \right)$$

definiere Kollisionszeit t_{coll} als
Halbwertsbreite der $\mathcal{E}_\perp(t)$ -Verteilung

$$t_{\text{coll}} \approx \frac{b}{v_i \gamma}$$

$$> b_{\max} \approx \gamma v_i t_0 \approx \gamma v_i \frac{1}{\omega}$$

ω - charakteristische Frequenz



Wir sehen:

Ist die Frequenz " ω " kleiner als die Energie, die notwendig ist für Ionisation, dann erfolgt kein Energietransfer

$Z = Z_{\text{projektil}}$

$v = v_{\text{projektil}}$

damit insgesamt (Index "1" weglassen)

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi n_e Z^2 e^4}{v^2 m_e} \ln\left(\frac{m_e v^3 \gamma^2}{Z e^2 \omega}\right)$$

strikte quantenmechanische Beschreibung

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi n_e Z^2 e^4}{m_e v^2} \left\{ \ln\left(\frac{2m_e v^2 \gamma^2}{I}\right) - \beta^2 \right\}$$

$\sim Z^2/v^2!$

mittleres Ionisierungspotential
 $I/Z \approx 10 \text{ eV}$

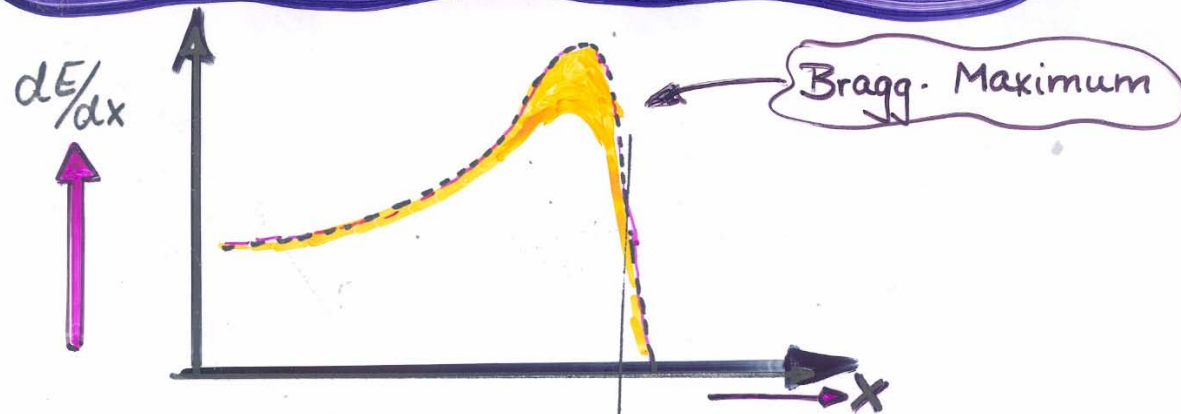
$$\frac{dE}{dx} = D_e \left(\frac{Z}{\beta}\right)^2 n_e \left[\ln\left(\frac{2m_e v^2 \gamma^2}{I}\right) - \beta^2 \right]$$

$$D_e = 4\pi r_e^2 m_e c^2 = 5.1 \cdot 10^{-25} \text{ MeV cm}^2$$

klassische e^- -Radius
 $m_e c^2 = e^2/r_e$

Bethe-Bloch Formel

Darstellung der Bethe-Bloch Formel



$$R(E) = \int_E^0 \frac{1}{-(dE/dx)} dE$$

tabelliert

stopping power:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \left[\text{MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2) \right]$$

tabelliert

Beispiel:



Kohlenstoff-Target 50 mg/cm^2

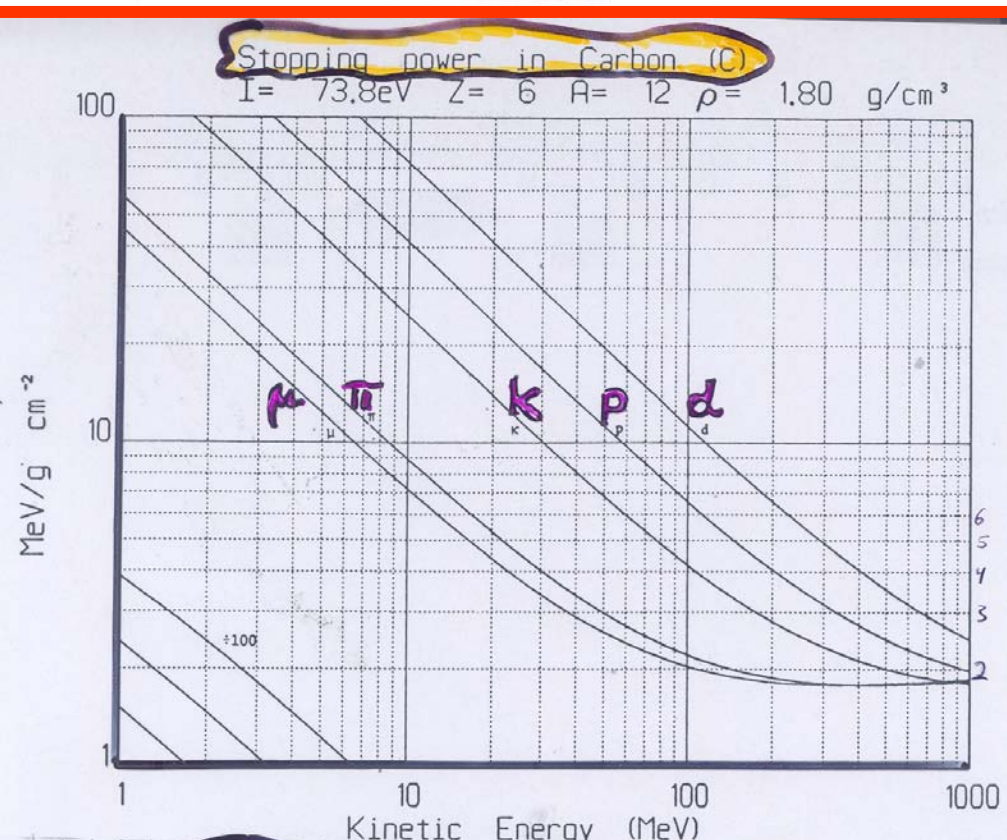
Protonen - Strahl 100 MeV

$$\Delta E = ?$$

Stop.p.

Lösung: $\Delta E = 6.6 \cdot 0.05 = 0.33 \text{ MeV}$

↑
Tabelle



Beispiel 2

Pb-Target : 50 mg/cm^2

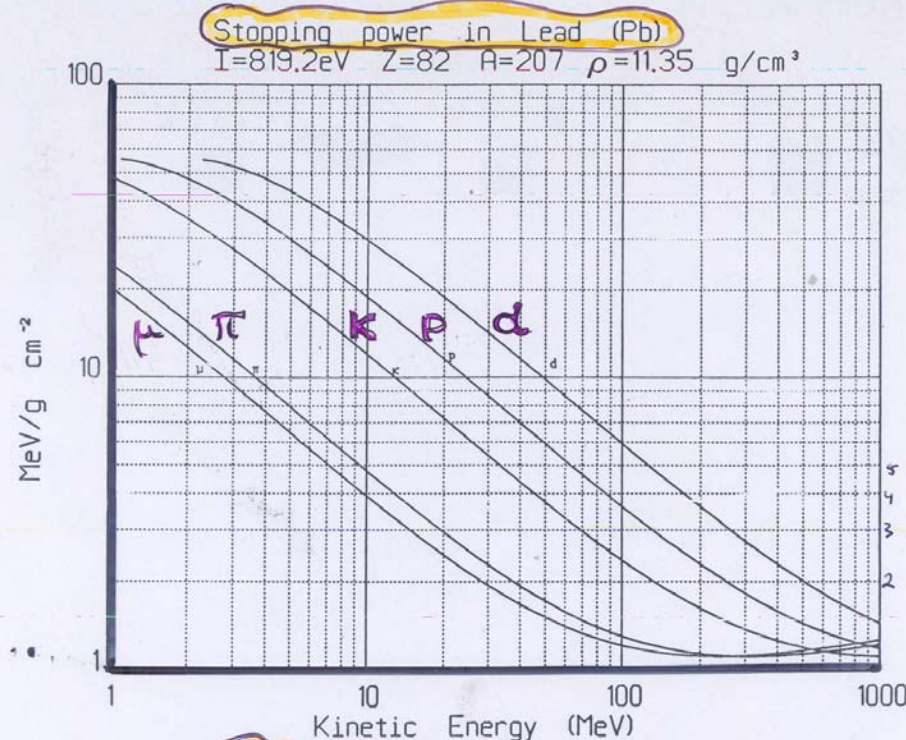
p-Strahl : 100 MeV

$$\Delta E = ?$$

Lösung: $\Delta E = 3.6 \cdot 0.05 = 0.18 \text{ MeV}$

aber: 50 mg/cm^2 $\zeta \rightarrow$ Dicke = 0.028 cm

$50 \text{ mg/cm}^2 \text{ Pb} \rightarrow$ Dicke = 0.004 cm



Beispiel 3

$$200 \text{ MeV } \alpha = \frac{50 \text{ MeV}}{A} ; z^2 = 4$$

$$600 \text{ MeV } {}^{12}\text{C} = \frac{50 \text{ MeV}}{A} ; z^2 = 36$$

gleiche
Geschwindigkeit

$$> \frac{dE}{dx} (600 \text{ MeV } {}^{12}\text{C}) \stackrel{!}{=} 9 \frac{dE}{dx} (200 \text{ MeV } \alpha)$$

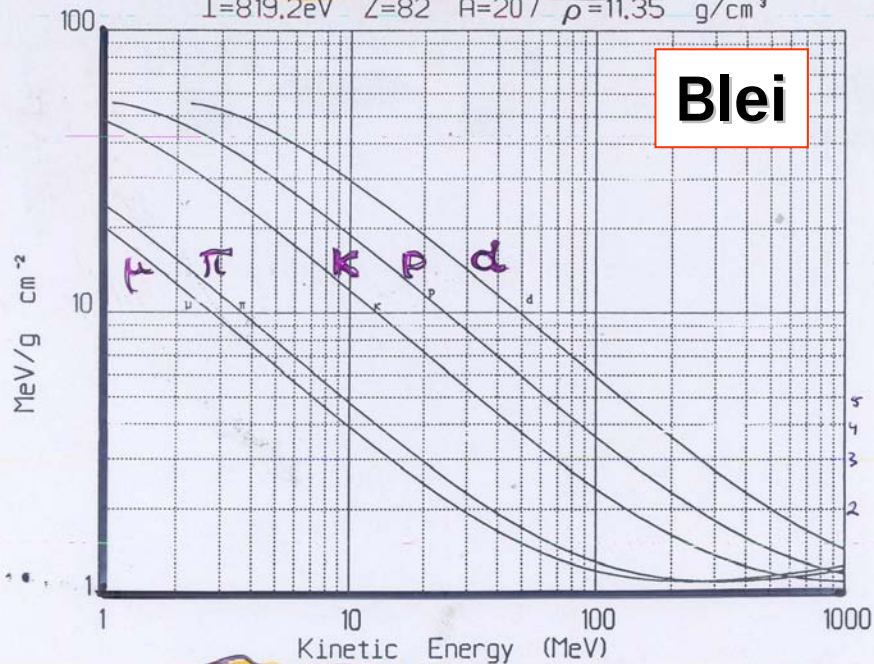
Tabelle / Expt

$$909.97 \text{ MeV/cm} = 9.0016 \cdot 101.09 \text{ MeV/cm}$$

Stopping power in Lead (Pb)

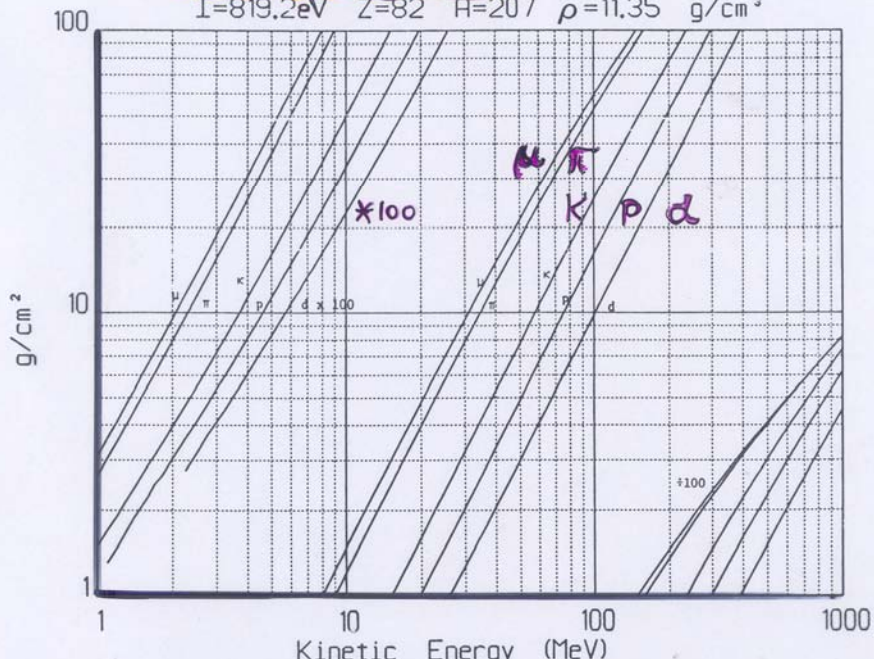
$I=819.2\text{eV}$ $Z=82$ $A=207$ $\rho=11.35\text{ g/cm}^3$

Blei



Range in Lead (Pb)

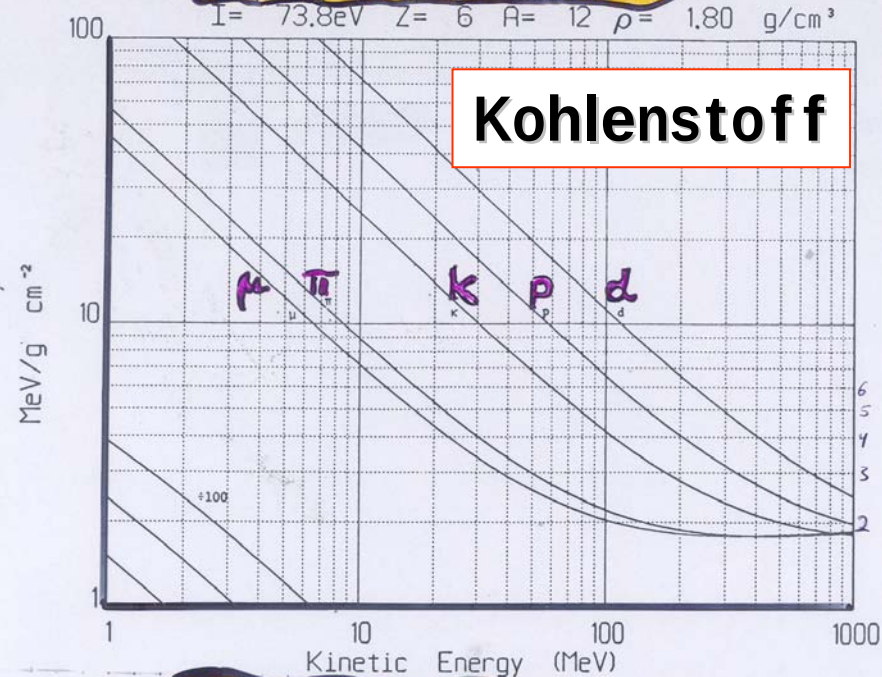
$I=819.2\text{eV}$ $Z=82$ $A=207$ $\rho=11.35\text{ g/cm}^3$



Stopping power in Carbon (C)

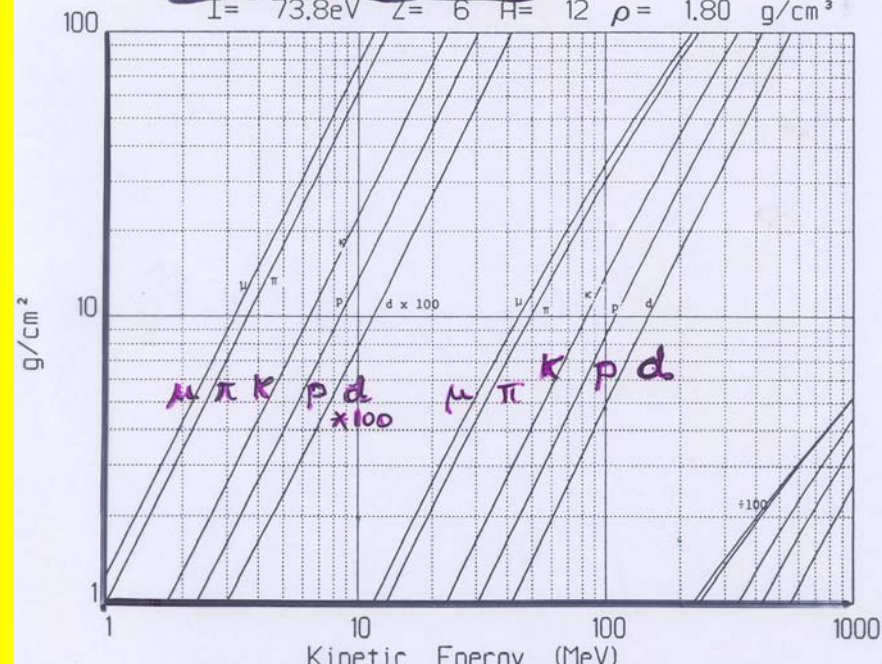
$I=73.8\text{eV}$ $Z=6$ $A=12$ $\rho=1.80\text{ g/cm}^3$

Kohlenstoff

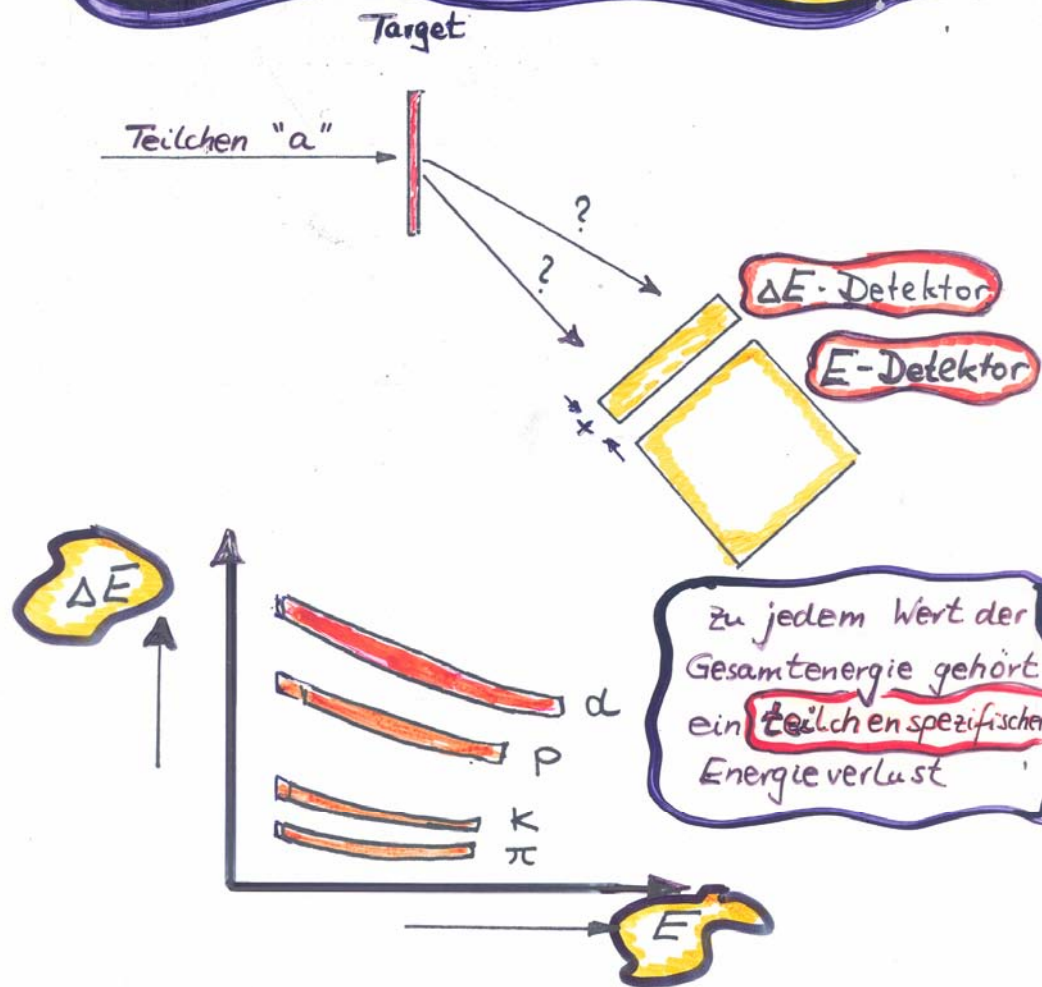


Range in Carbon (C)

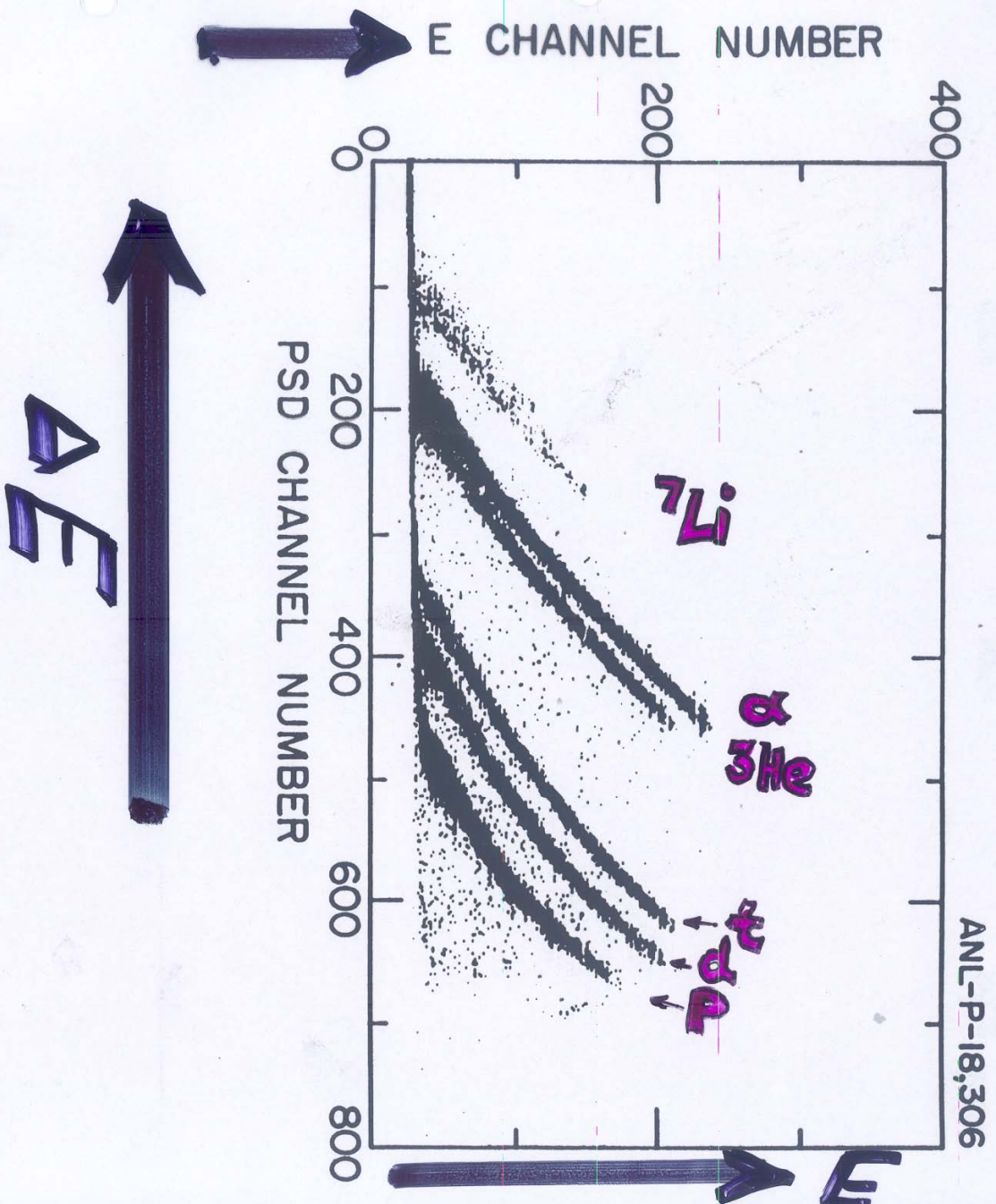
$I=73.8\text{eV}$ $Z=6$ $A=12$ $\rho=1.80\text{ g/cm}^3$



Teilchenidentifizierung über Messung des Energieverlusts



! teilchen spezifischer Energieverlust !



Energieverlust von Elektronen

$$\Delta E = \Delta E_{\text{kollision}} + \Delta E_{\text{Bremsstrahlung}}$$

↑
Bethe-Bloch

↑
s.a. Jackson: Class. E-Dyn

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{B.S.}} / \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{koll}} \approx \frac{Z_2 E}{1600 m c^2}$$

Kritische Energie : $\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{B.S.}} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{koll.}}$

$$E_{\text{krit}} = \frac{1600}{Z_2} m c^2$$

Projektil

Material

● e^- in Pb : $E_{\text{krit}} \approx 10 \text{ MeV}$

● μ in Pb : $E_{\text{krit}} \approx 2.05 \text{ GeV}$

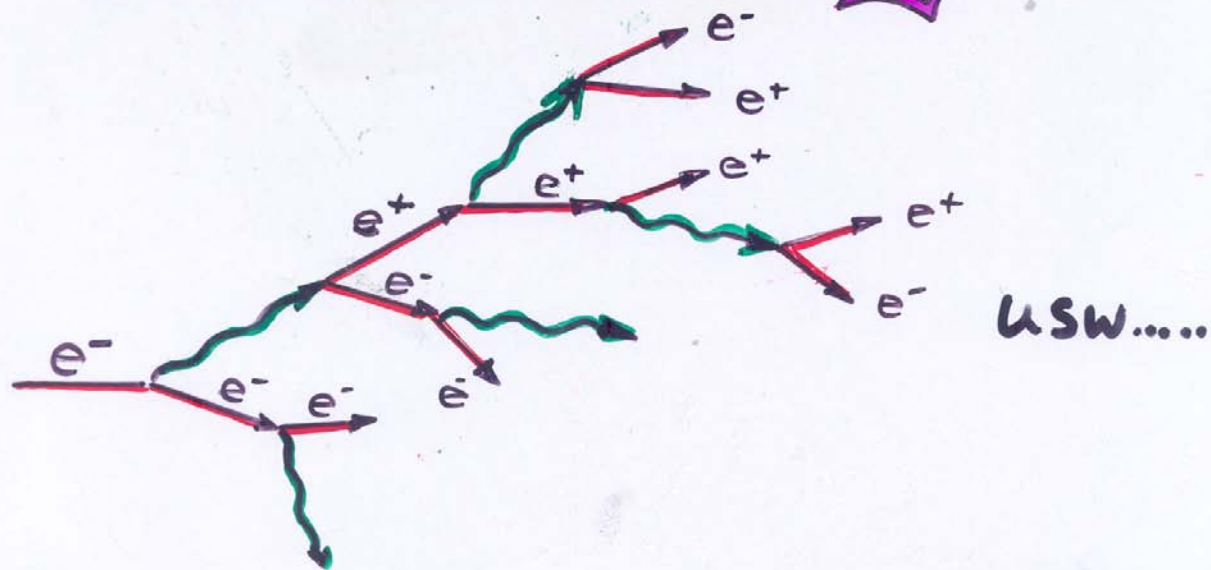
● p in Pb : $E_{\text{krit}} \approx 18 \text{ GeV}$

$\frac{dE}{dx}$ (2 GeV μ in Pb) $\sim 1.6 \text{ MeV/cm}$

$\frac{dE}{dx}$ (18 GeV p in Pb) $\sim 1.5 \text{ MeV/cm}$

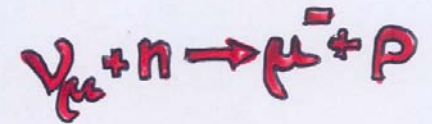
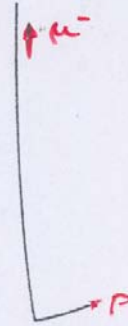
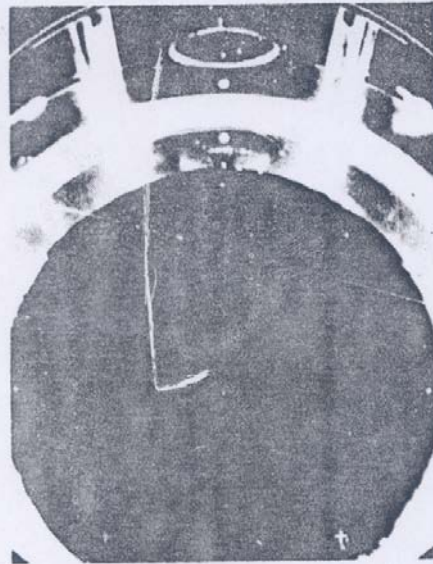
Merke auch : $\frac{d\sigma}{dE_{\text{hv}}} \sim \frac{Z^2}{E_{\text{hv}}} \quad \text{für Elektronen}$
(E_{hv} genügend groß)

damit ergibt sich bei hohen
Energien folgende Situation
bei der **Bremsstrahlung**



Ausbildung eines
e-m Schauers !

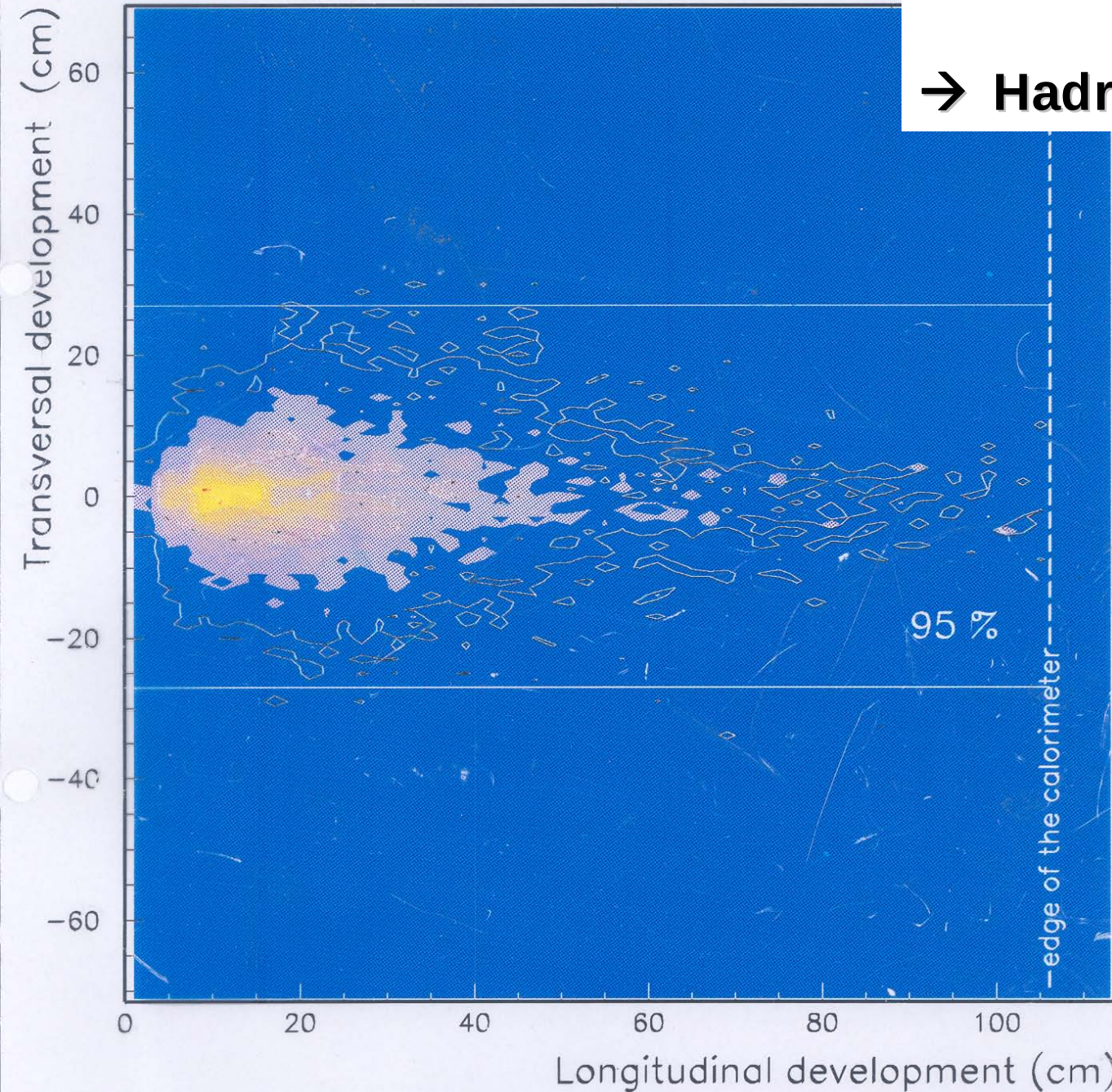
**CERN
Big - European
Bubble Chamber
(BEBC)
1963**



10 GeV π shower

Bei hohen Energien

→ Hadronischer Schauer



30 Elektronen a 500 MeV in einem Szintillations-Faser-Detektor (GEANT- MC-Simulation)

