

β -Zerfall

β -Zerfall

elementarer Prozeß: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

im Kernverband können sich die Energie-
Verhältnisse so verschieben, daß auch

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

möglich wird

Allgemeines Schema:

$$\begin{aligned} \text{Hadron} &\longrightarrow \text{Hadron}' + \text{Lepton} + \bar{\text{Lepton}} \\ \text{oder} \\ \text{Lepton} + \text{Hadron} &\longrightarrow \text{Lepton}' + \text{Hadron}' \end{aligned}$$

$$\text{Leptonenzahl} = \begin{cases} +1 & \text{für } L \\ -1 & \text{für } \bar{L} \end{cases} \text{ bleibt erhalten}$$

heute wissen wir

Die Leptonen ordnen sich in Familien ein

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

Die Leptonenzahl ist für jede Familie
separat erhalten

Beispiel:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

$$(1)_\mu = (1)_e - (1)_e + (1)_\mu = (1)_\mu$$

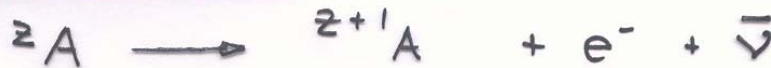
$\mu^- \rightarrow e + \pi$ nicht beobachtet

Theorie des β^- -Zerfalls $\rightarrow$ WS'

hier: nur Energetik + Phänomenologie



β^- -Zerfall



Energetik: $M(A, Z) = M(A, Z+1)^* + M(e^-) + M(\bar{\nu}) + E$

↑
enthält Z Elektronen

↑
enthält Z Elektronen
↑
 $= 0$
} $Z+1$ -Elektronen
= $M(A, Z+1)$

$$> E = M(A, Z) - M(A, Z+1)$$

für $E > 0$ β^- -Zerfall

2.) β^+ - Zerfall

$${}^Z_A \longrightarrow {}^{Z-1}_A + e^+ + \nu$$

Energiebilanz: $M(A, Z) = M(A, Z-1) + M(e^-) + M(e^+) + M(\nu) + E$

Diagramm zur Energiebilanz:

- $M(A, Z)$: Z Elektronen
- $M(A, Z-1)$: Z Elektronen (bestehend aus $(Z-1)$ Elektronen und 2 Elektronen)
- $M(e^-)$: 1 Elektron
- $M(e^+)$: 0
- $M(\nu)$: 0
- E : Energie

$$> E = M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2m_0c^2$$

$E > 0$ β^+ - Zerfall

Die Asymmetrie zwischen β^+ & β^- - Zerfall bei der Aufstellung der Energiebilanz ist eine Folge der speziellen Wahl des Energie-Referenzwertes, i.e. " amu " !!

3. "Electron Capture" (EC) - Prozeß

Einfang eines Elektrons aus der Atom-Hülle (K-, L-, M-, ... Schale)

elementarer Prozeß



d.h. analog zum β^+ -Zerfall ($p \rightarrow n + e^+ + \nu$)

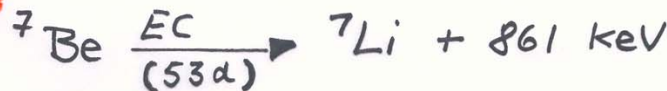


Energetik: $M(A, Z) = M(A, Z-1) + E$

$$E = M(A, Z) - M(A, Z-1)$$

- ! d.h. wenn β^+ -Zerfall energetisch nicht mehr möglich ist, ist EC ein alternativer Prozeß. Hierbei wird die Gesamtenergie auf das Neutrino übertragen

Beispiel:



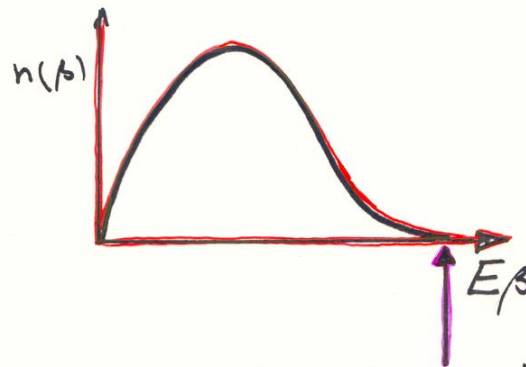
$$(861 \text{ keV} < 2m_0c^2 = 2 \cdot 511 \text{ keV})$$

aber:

ein vollständig ionisiertes ${}^7\text{Be}$ ist stabil !

- Das kontinuierliche Energiespektrum der β^+ , β^- Teilchen ist eine Folge der 3-Körperkinematik (Restkern, Elektron, Neutrino)

Die Form des Spektrums lässt sich über eine Phasenraumbetrachtung unter Berücksichtigung der Spinstellung der Partner zueinander beschreiben



Maximalenergie = Zerfallsenergie
 $E_\beta = \max \quad \gamma \quad E_\nu = 0$!

Wäre $M(\nu) \neq 0 \quad \gamma \quad E_\beta = E_{\max} - M(\nu)$

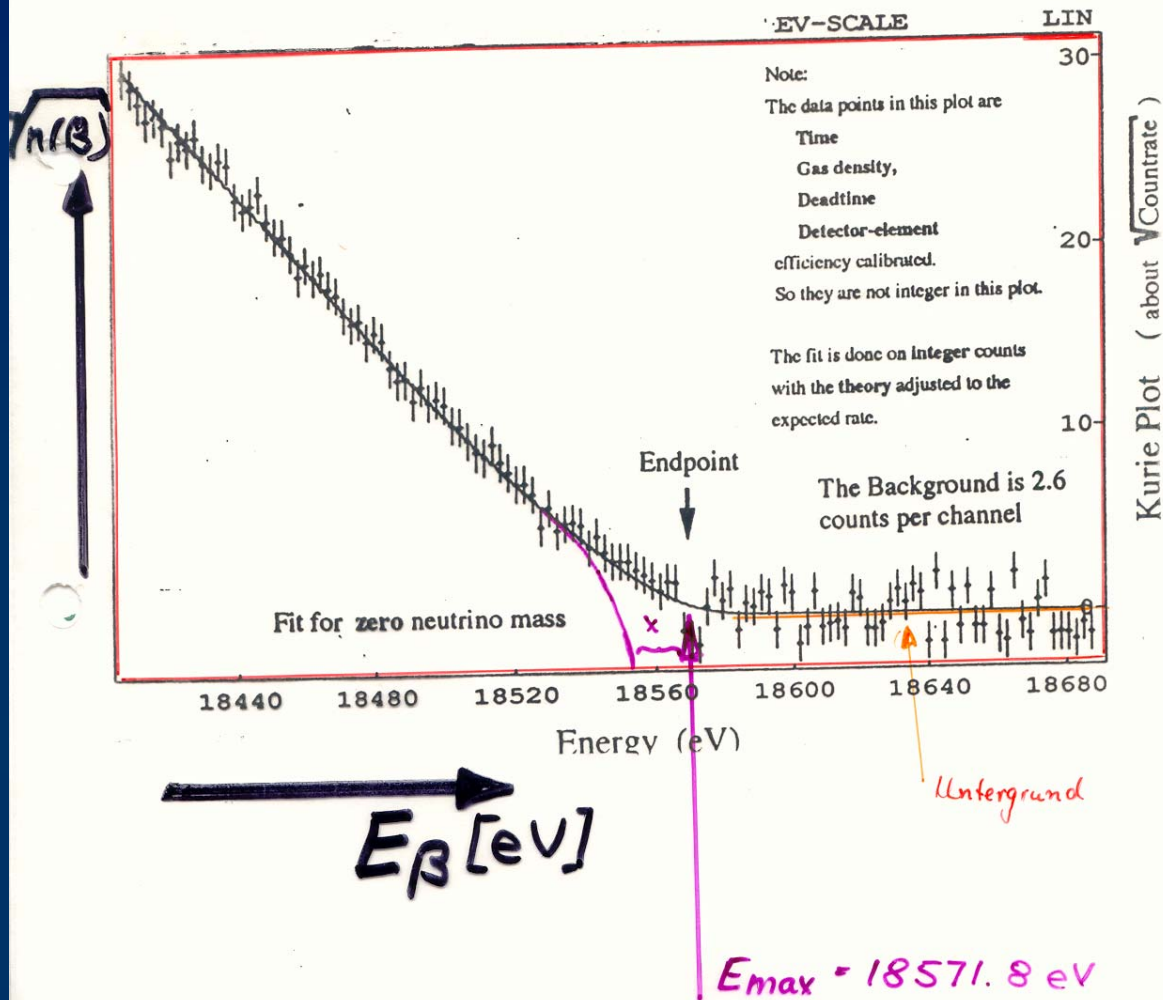
heute:

Aus Zerfall des Tritiums

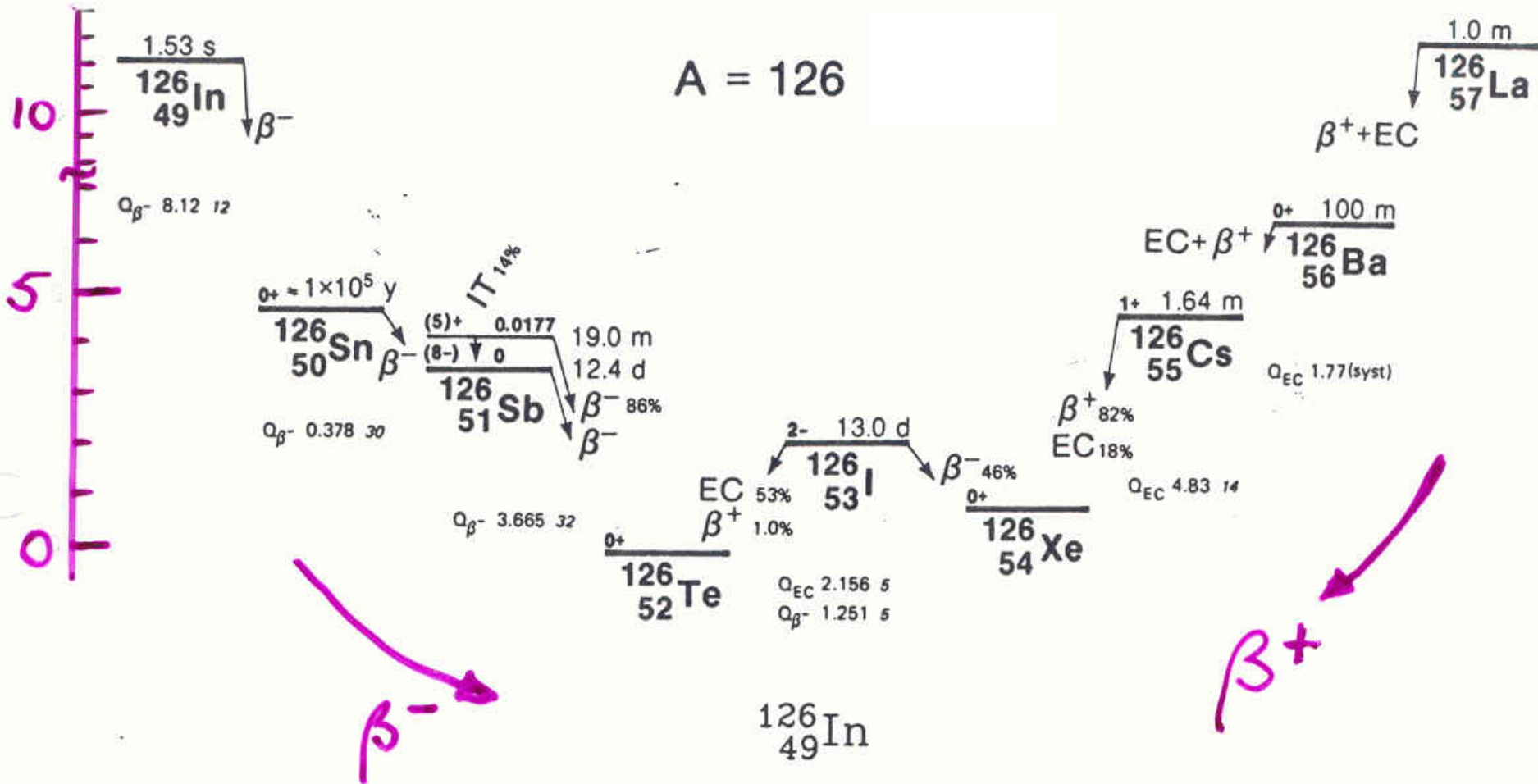


$$E_{\max} = 18,5718 \text{ keV}$$

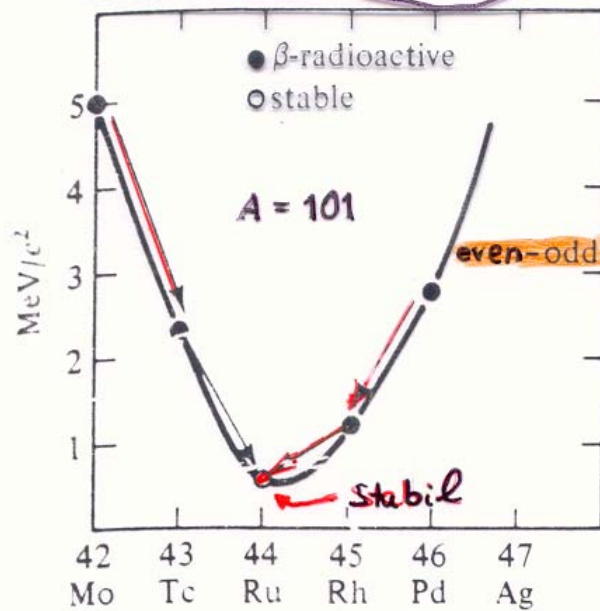
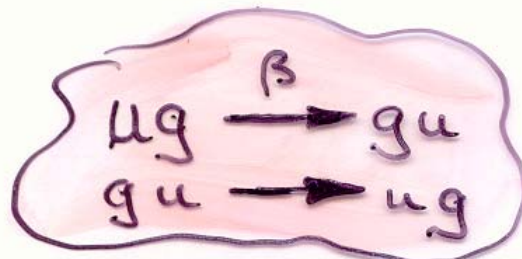
$\gamma \quad M(\nu) < 2 \text{ eV}$!



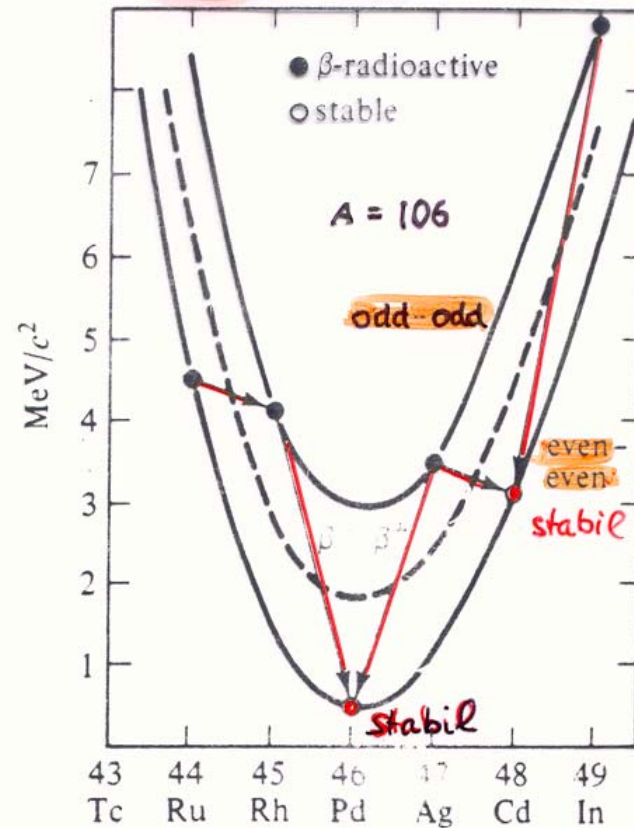
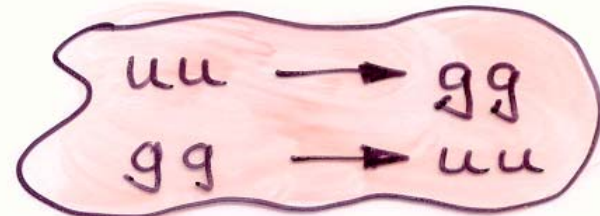
$A = 126$



Paarungsenergie



(a)



(b)

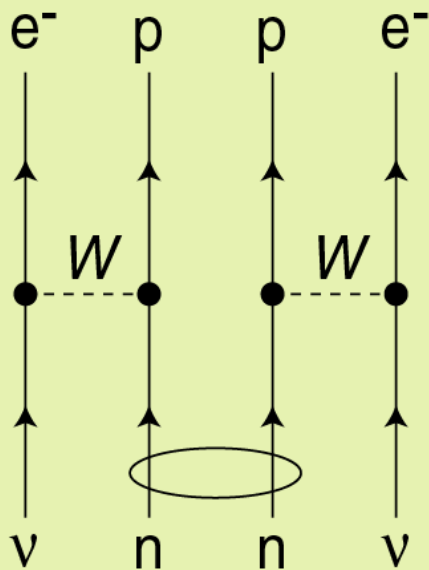
Double beta decay

Neutrino hat Masse !!!

Normal

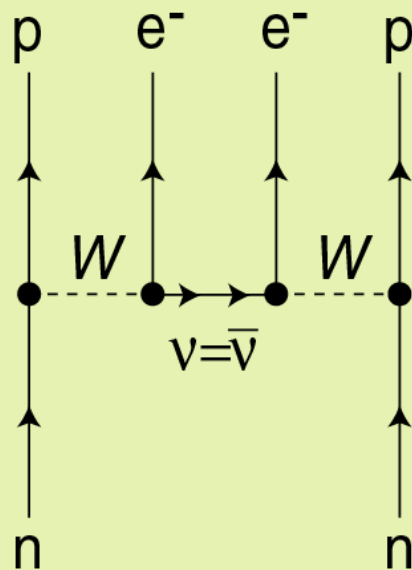
exotisch

4 Teilchen
($2\nu\beta\beta$)



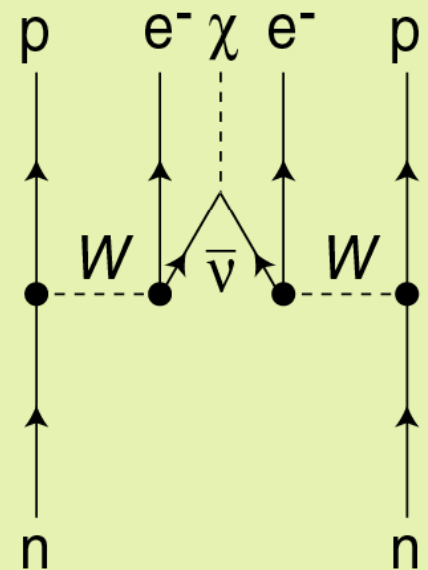
Dirac-Decay

2 Teilchen
($0\nu\beta\beta$)



Majorana-Decay

3 Teilchen
($0\nu\chi\beta\beta$)



Majoron-Decay

Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

Ziel

- 1 Detektion von "Strahlung"
- 2 Ort
- 3 Impuls
- 4 Energie
- 5 Zeit
- 6 Strahlungsart ; Teilchensorte



allgemein

bei allen W.W.-Prozessen muß zunächst ein elektro-magnetisches Signal erzeugt werden, das einem elektronischen Schaltkreis zur Weiter-verarbeitung zugeführt werden kann.

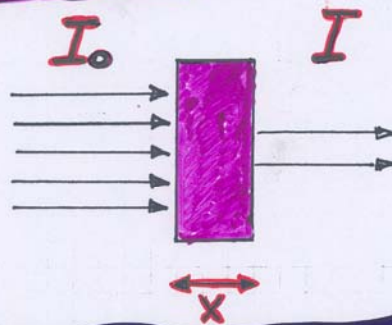
elektromagnetische Signale (primär)

- 1 Licht (Szintillation, Čerenkov-Licht)
- 2 schnelle Elektronen
- 3 Ionisation (Festkörper, Gas, Flüssigkeit, Emulsion)
- 4 Elektron-Loch-Erzeugung (Festkörper (Halbleiter))
- 5 Übergangsstrahlung ($\epsilon_1 \rightarrow \epsilon_2$)
- 6 Effekte der Supraleitung, Hochfrequenzstrahlung
- 7 Kombinationen von 1-6

Wechselwirkung von:

- ① γ - Strahlung
- ② β - Strahlung bzw. Elektronen
- ③ leichte Ionen und Schwerionen
- ④ Neutronen
- ⑤ Neutrinos

1.) γ - Strahlung



$$dI = -\mu I dx$$

$$\int \Rightarrow I = I_0 e^{-\mu x} = I_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

Absorptionskoeffizient

λ - Abschwächlänge, Absorptionslänge
(attenuation length)

$$\lambda_{1/2} = \ln 2 \lambda \text{ - Halbwertsdicke}$$

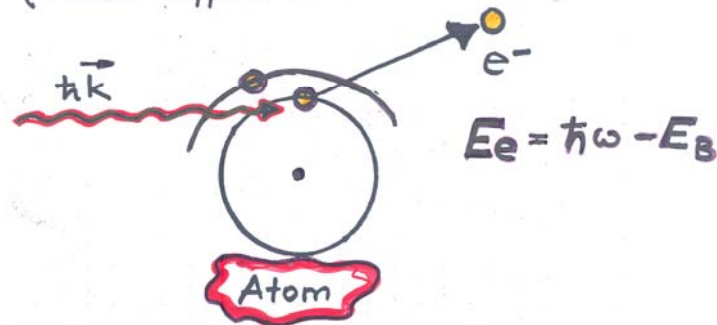
Abschwächlänge / Halbwertsdicke ist eine
Materialkonstante



Beiträge zur Absorption von γ -Strahlung



- atomarer photo-elektrischer Effekt
(Photo-Effekt)



das Herausschlagen eines e^- kann nur aus Schalen geschehen, deren Bindungsenergie kleiner als die Photonen-Energie ist.

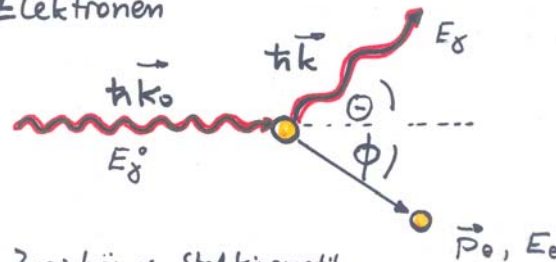


- Rayleigh-Streuung (Für Wellenlängen, die vergleichbar mit der Ausdehnung des Streuobjekts sind: $\lambda \gtrsim 1 \text{ \AA}$)



- Compton-Streuung:

elastische Streuung an freien (quasifreien) Elektronen



Zwei-Körper Stoßkinematik

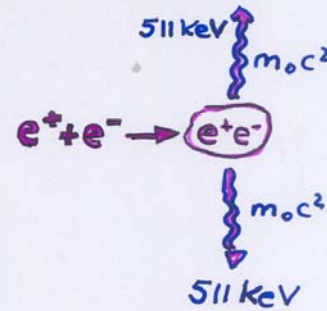
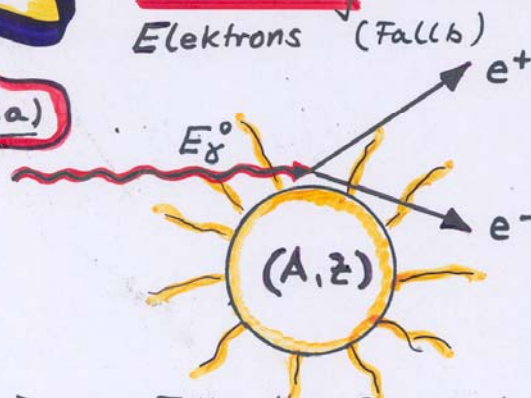


Paarbildung im nuklearen elektrischen Feld (Fall a)



Paarbildung im elektrischen Feld des Elektrons (Fall b)

Fall a)



Da ein Teil der Energie in unbewegte Masse ('Ruhemasse'; hier: $2m_0c^2$) umgesetzt wird erhält man einen "Impuls-überschuß", der vom (unendlich) schweren kern übernommen werden muß

daher: Schwellenenergie

$$E_\gamma^s \geq 2m_0c^2 \quad (= 1022 \text{ keV})$$

Fall b)

Schwellenenergie

$$E_\gamma^s = 4m_0c^2$$



$$\begin{aligned} \sum \vec{p}_e &= \hbar \vec{k}_0 \\ \sum E_e &= E_\gamma^0 \end{aligned}$$

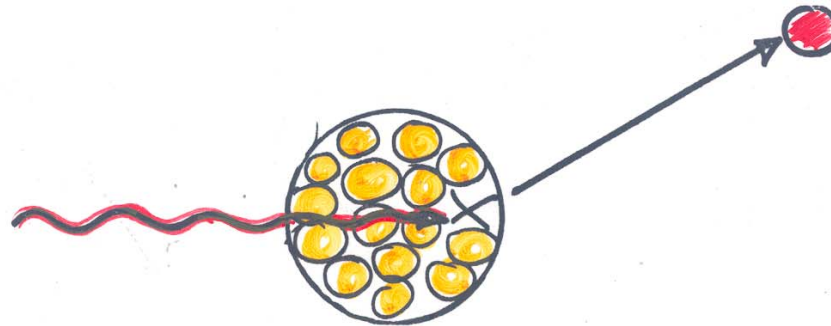
incl. Ruhemasse



$\sigma_{ph.n.}$

Photo - Nuclear - Effekt
Kern - Photoeffekt

7



$$(A, Z) \rightarrow (A-1, Z')$$

$$E_\gamma > E_B (\text{Nukleon})$$

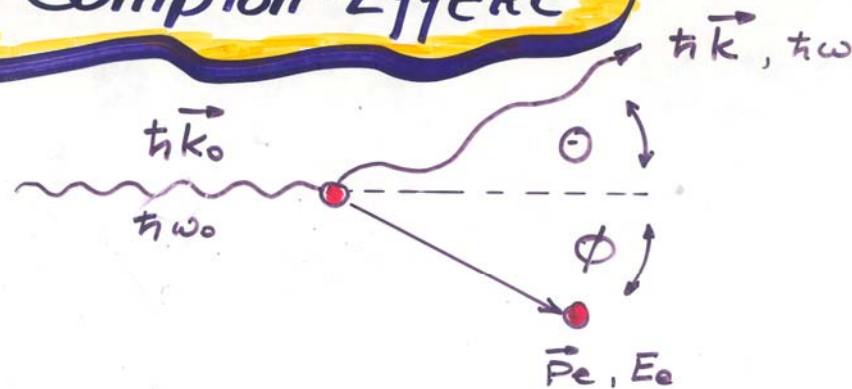
Insgesamt:

Die mit Abstand am wichtigsten Effekte sind:

1. Photo - Effekt
2. Compton - Effekt
3. Paarbildung



Compton-Effekt



Energiesatz

$$\hbar \omega_0 + m_0 c^2 = \hbar \omega + m c^2 = \hbar \omega + \gamma m_0 c^2 \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Impulssatz:

$$\hbar \vec{k}_0 = \hbar \vec{k} + m \vec{v}_e$$

$$m^2 v_e^2 = \hbar^2 k_0^2 + \hbar^2 k^2 - 2 \hbar^2 k k_0 \cos \Theta$$

$$m^2 v_e^2 c^2 = \hbar^2 \omega_0^2 + \hbar^2 \omega^2 - 2 \hbar^2 \omega \omega_0 \cos \Theta$$

$$m c^2 = \hbar (\omega_0 - \omega) + m_0 c^2$$

$$m^2 c^4 = \hbar^2 \omega_0^2 + \hbar^2 \omega^2 - 2 \hbar^2 \omega \omega_0 + m_0^2 c^4 + 2 m_0 c^2 \hbar (\omega_0 - \omega)$$

$$\text{II-I} \quad m^2 c^4 (1 - \beta^2) = m_0^2 c^4 - 2 \hbar^2 \omega \omega_0 (1 - \cos \Theta) + 2 m_0 c^2 \hbar (\omega_0 - \omega)$$

$\uparrow$
 $= m_0^2 c^4$

$$> \Delta \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \Theta)$$

unabhängig von λ

Compton-Effekt



$$\bullet E_\gamma = E_\gamma^0 \frac{1}{1 + \epsilon (1 - \cos \Theta)} \quad \epsilon = \frac{E_\gamma^0}{m_0 c^2}$$

$$\bullet E_e = m_0 c^2 \frac{\epsilon^2 (1 - \cos \Theta)}{1 + \epsilon (1 - \cos \Theta)}$$

verifiziere: $E_\gamma + E_e = E_\gamma^0$

Extremfälle

$$\Theta \rightarrow 0^\circ \rightarrow E_\gamma \rightarrow E_\gamma^0 ; E_e \rightarrow 0$$

$$\Theta = 180^\circ \rightarrow E_\gamma = E_\gamma^0 \frac{1}{1 + 2\epsilon}$$

$$\rightarrow E_e = m_0 c^2 \frac{2\epsilon^2}{1 + 2\epsilon} = 2E_\gamma^0 \frac{1}{2E_\gamma^0 + m_0 c^2}$$

d.h.: E_e ist immer kleiner als E_γ

oder: Kinematik ist wie "leichte Kugel stößt schwere Kugel"



Abhängigkeit der Prozesse von

a Energie E_γ

b Ladungszahl Z

I Photo-Effekt

$$\epsilon = \frac{E_\gamma^0}{m_0 c^2} < 1$$
$$\epsilon > 1$$

$$\sigma_T \sim \frac{Z^5}{\epsilon^{7/2}}$$
$$\sigma \sim \frac{Z^5}{\epsilon}$$

II Compton-Effekt

$$\epsilon \ll 1$$

$$\epsilon \gg 1$$

$$\sigma_{\text{COMPTON}} \sim Z \epsilon$$

$$\sigma_{\text{COMPTON}} \sim \frac{Z}{\epsilon}$$

III Paarbildung

$$\epsilon < 137 Z^{-1/3}$$

$$\epsilon \gg 137 Z^{-1/3}$$

$$\sigma_N \sim Z^2 \ln \epsilon$$

$$\sigma_N \sim Z^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}$$

Abhängigkeit der Prozesse von

- a Energie E_γ
- b Ladungszahl z

I Photo-Effekt

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} < 1 \quad \sigma_z \sim \frac{z^5}{\epsilon^{7/2}}$$

$$\epsilon > 1 \quad \sigma \sim \frac{z^5}{\epsilon}$$

II Compton-Effekt

$$\epsilon \ll 1 \quad \sigma_{\text{COMPTON}} \sim z \epsilon$$

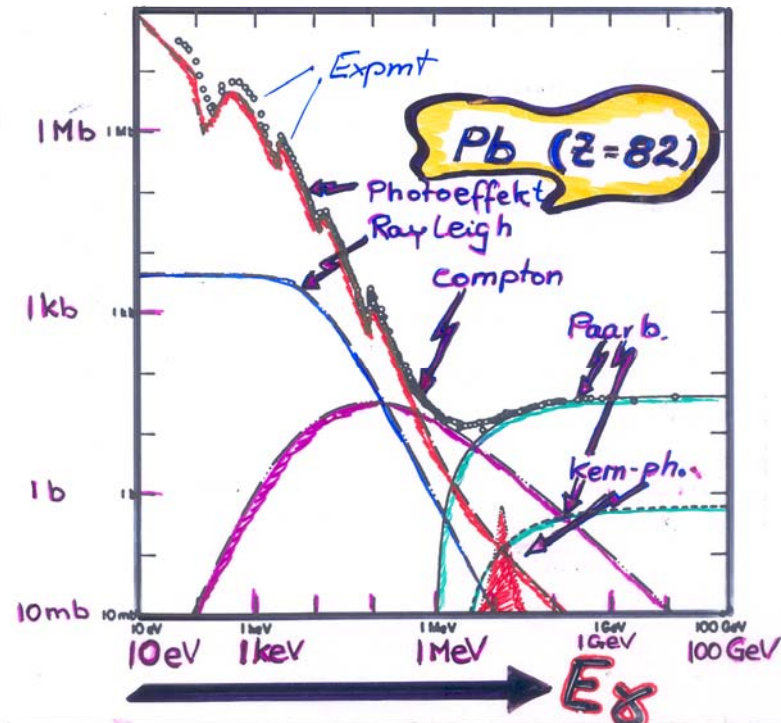
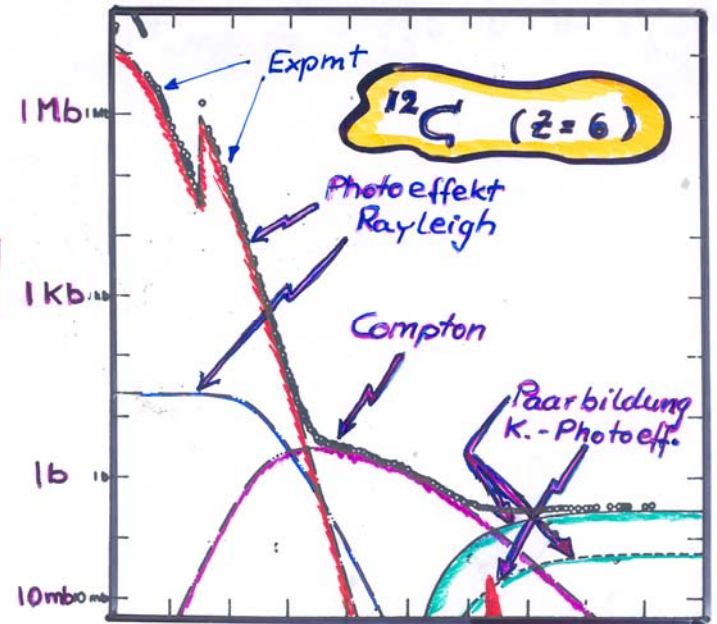
$$\epsilon \gg 1 \quad \sigma_{\text{COMPTON}} \sim \frac{z}{\epsilon}$$

III Paarbildung

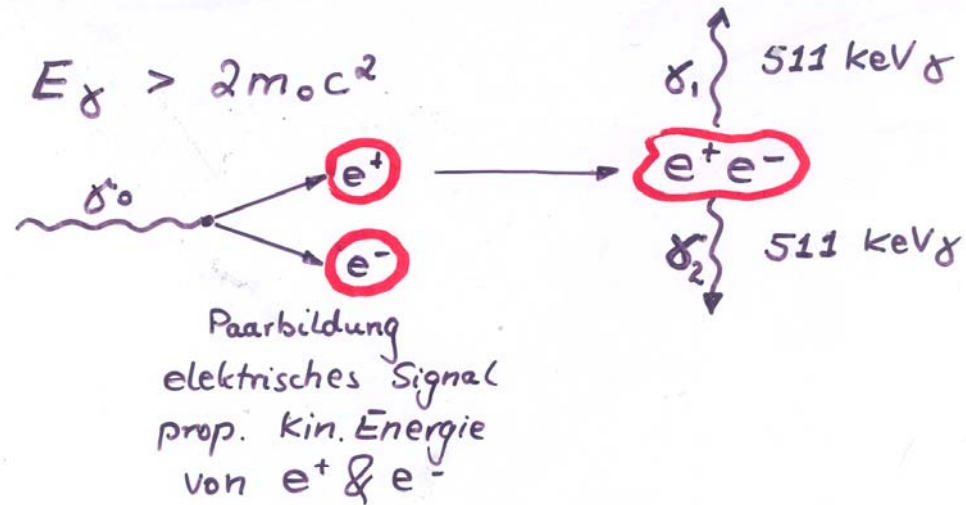
$$\epsilon < 137 z^{-1/3} \quad \sigma_N \sim z^2 \ln \epsilon$$

$$\epsilon \gg 137 z^{-1/3} \quad \sigma_N \sim z^2 \ln \frac{183}{z^{1/3}}$$

$\sigma [b]$



single / dbl escape



double escape :

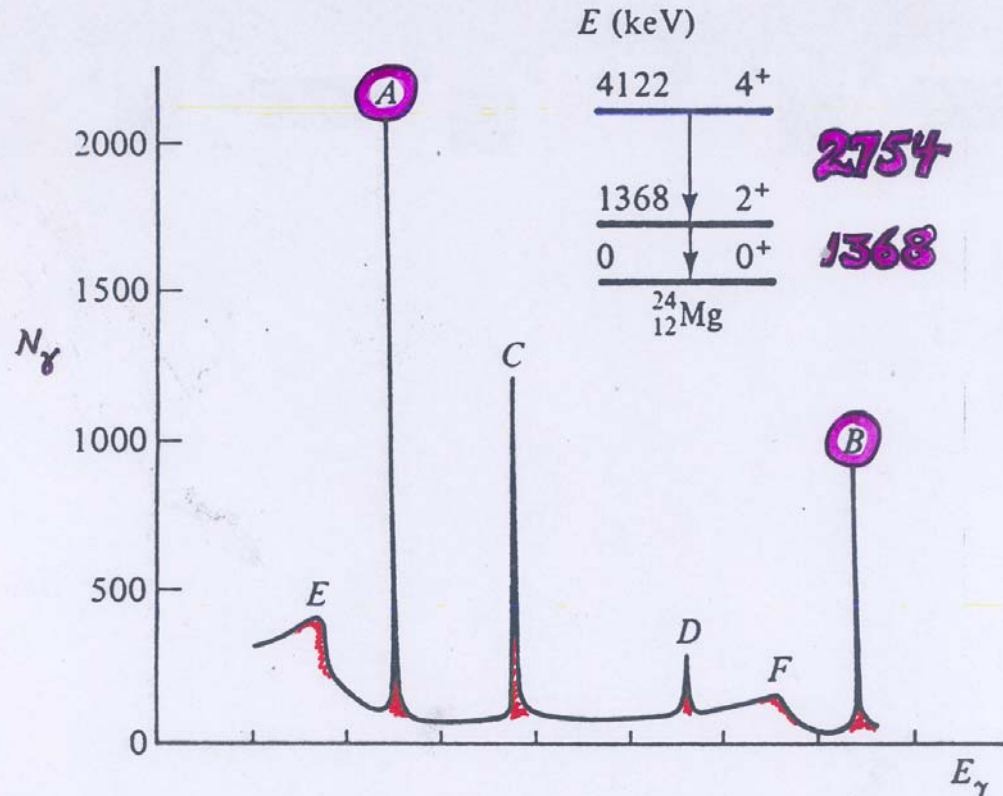
kinetische Energie von e^+ & e^- wird
absorbiert ($E = E_{\gamma_0} - 2m_0c^2$)

aber

γ_1 & γ_2 verlassen Detektor

single escape

γ_1 (oder γ_2) wird durch Photo-Effekt
im Detektor absorbiert



Peak	Energy (keV)	
A	1368	Photo-peak
B	2754	Photo-peak
C	1732	dbl-escape $2754 - 2 \times 511$
D	2243	sgl-escape $2754 - 1 \times 511$
E	1153	Compton A
F	2520	Compton B