Magnetische Kernresonanz

MNR, MRS

allgemeine Betrachtungen

- Bloch´sche Gleichungen
- Spin-Relaxation
- Spin-Echo

Kernspintomographie

- Anwendung der physikalischen Kenntnisse
- Bildgebungsverfahren

Historie

1945 von Purcell und Bloch unabhängig voneinander entdeckt

1952 Nobelpreis für Bloch & Purcell
(Bloch: Stanford, Purcell: Harvard)

Seit 1973 Anwendung in Kernspin - Tomographie

Seit 1989 im klinischen Betrieb

Grundlagen

alle ug, gu, uu Kerne besitzen ein magnetisches Dipolmoment (s.a. Schmidt-Linien)

das magnetische Moment ist mit dem Kernspin verkoppelt

$$\vec{\mu} = g_k \mu_k \vec{J}$$

g - Kern - g-Faktor

μ_k - Kernmagnetron $= \dfrac{e\hbar}{2m_N c}$

m_N - Nukleonenmasse

$\mu_p = 2{,}79\ \mu_k$

$\mu_n = -1{,}91\ \mu_k$

das Dipolmoment besitzt in einem äußeren Magnetfeld ($\vec{B}$) die potentielle Energie

$$E_{mag} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

↖ Operatorgleichung

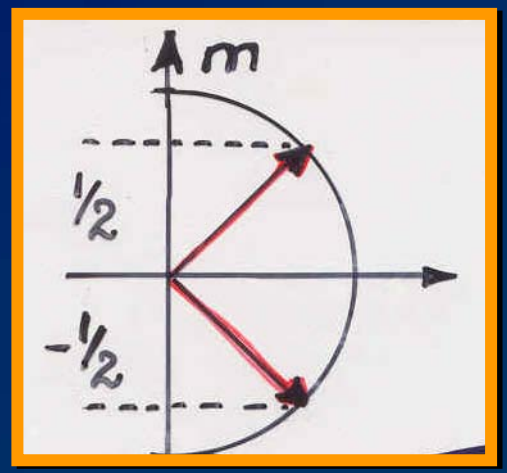
$$E_{mag}(m) = -g_k \mu_k m B_z$$

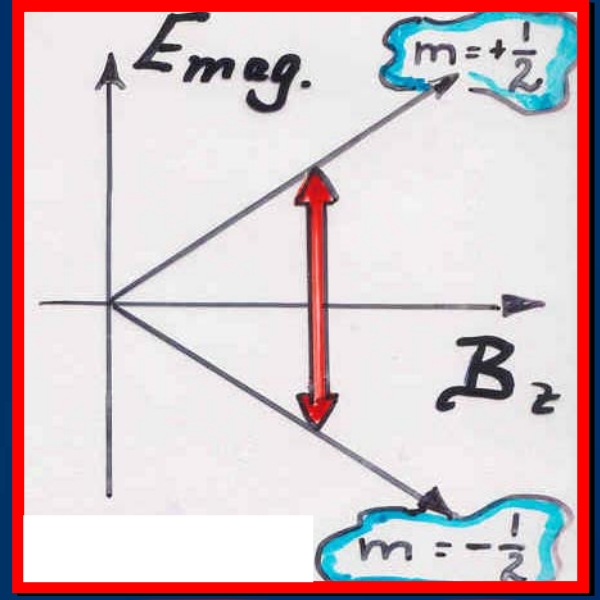
> (2J+1) Einstellungen !!

Fragestellung (Einführung)

- q.m. Energiezustände eines Kern - $\vec{\mu}$ im Magnetfeld $\vec{B}$
- Zusammenhang zwischen Übergangsenergie und klassischer Präzession (Larmor-Frequenz)
- Übergang zu makroskopischen Effekten
  - wie groß ist die Polarisierung $\langle m \rangle$
  - wie groß ist die Magnetisierung $\vec{M}$ (makr. magn. Moment)
  - Zusammenhang mit den mikroskopischen Größen
- Ausrichtung der Magnetisierung im statischen (zentralen) Feld & Bewegungsgleichungen (wiederum Larmorfrequenz)
- Einführung & Bedeutung von Relaxation
- Bewegungsgleichung im Wechselfeld

q.m. Verhältnisse





$$da \quad \left|\vec{J}\right| = \sqrt{J(J+1)}$$

Beachte!

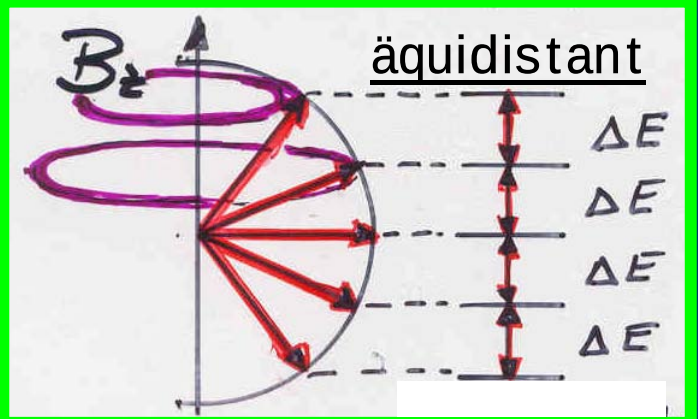
$$\Delta E(m \to m+1) = \gamma B_z = \hbar\omega$$

unabhängig von m !

$$\Delta E = g_k \mu_k B_z = \gamma B_z = \hbar\omega$$

magnetische Dipolstrahlung

Frequenz ist gleich der klassischen Präzessionsfrequenz aller Unterzustände



Größenordnung:

$$\mu_k = 3{,}15 \cdot 10^{-12}\ eV/G$$

$$= 3{,}15 \cdot 10^{-8}\ eV/T$$

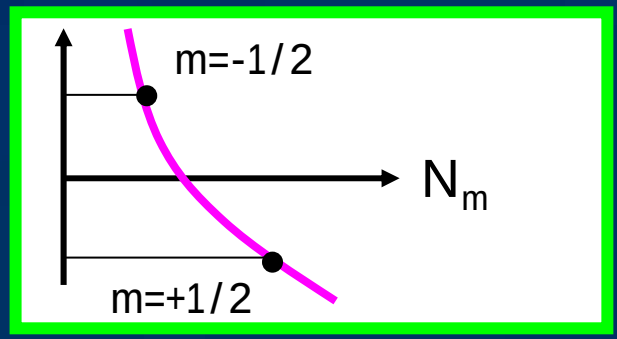
Proton: $g_k = 2{,}79$

$$\Delta E = 42{,}58\ MHz/T$$

In Materie: thermisches Gleichgewicht

Beispiel: $1\,mm^3 \rightarrow 6{,}7 \cdot 10^{19}$ *Protonen*

Die verschiedenen m –Unterzustände sind entsprechend Boltzmann-Verteilung besetzt



$$\frac{N_{m-1}}{N_m} = e^{-E_{mag}/kT}$$

$$= e^{\gamma B_z / kT}$$

für B = 1 Tesla $\succ E_{mag} \approx 10^{-5}\,kT$

$\succ$ ~1 *Proton in* 10^5 *ist ausgerichtet*

> Im Gleichgewicht besteht (geringer) Überschuß parallel zu $\vec{B}$ ausgerichteter Momente

> ∃ makroskopische Polarisation

Frage: wie groß ist makroskopische magnetische Moment ?

berechne zunächst Drehimpulsausrichtung

$$\langle J_z \rangle = \langle m \rangle = \frac{\sum_{m=-J}^{+J} m \cdot e^{-E_{mag}/kT}}{\sum_{m=-J}^{+J} e^{-E_{mag}/kT}}$$

Entwicklung der Exponentialfunktion

$$e^{-\left(E_{mag}/kT\right)} \simeq \left(1+\frac{g_k \mu_k m B_z}{kT}\right) \quad \succ \langle m \rangle \simeq \frac{\sum m\left(1+\frac{g_k \mu_k m B_z}{kT}\right)}{\sum\left(1+\frac{g_k \mu_k m B_z}{kT}\right)}$$

da $\sum_{m=-J}^{+J}(\ldots)$ ≻ lineare Terme in m → 0

$$\langle m \rangle = \frac{1}{2J+1}\frac{g_k \mu_k B_z}{kT}\sum m^2 = \frac{1}{2J+1}\frac{g_k \mu_k B_z}{kT} 2\frac{J(J+1)(2J+1)}{6}$$

makroskopischer Einzeldrehimpuls

$$= \frac{g_k \mu_k B_z}{3kT} J(J+1)$$

Makroskopische Magnetisierung:

$$\vec{M} = \sum_i \mu_i / Vol. \qquad M_z = \sum_i g_k \mu_k \langle m \rangle / Vol.$$

$$= N \frac{g_k^2 \mu_k^2}{3kT} B_z J(J+1)$$

pro Volumen

halten wir fest:

1. die makroskopische Magnetisierung ist zurückgeführt auf mikroskopische Größen
2. bei Scharmittelung ist die Quantelung der Energiezustände „verloren gegangen“
3. die Magnetisierung kann sich unter beliebigen (kontinuierlichen) Winkeln zum statischen Grundfeld einstellen
4. Frage: Wie sehen die Übergangsenergien aus ?

   Frage: Was ist die Bedeutung der Larmor-Frequenz ?
5. Antwort: da magnetisches Moment μ mit mechanischem Drehimpuls gekoppelt ist, wird die Antwort in der Mechanik/Dynamik der Drehimpulse liegen.

! Kreisel !

Verhalten der magnetischen Kernmomente unter der Wirkung äußerer statischer/zeitabhängiger Magnetfelder

mikroskopisch:

Mechanik → zeitliche Änderung des Drehimpulses = dem angreifenden Drehmoment

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{N} \xrightarrow{\vec{\mu}=\gamma\vec{J}} \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma\vec{N}$$

E-Dynamik → Drehmoment auf magnetisches Dipolmoment im Feld $\vec{B}$

$$\vec{N} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \succ \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \cdot \vec{\mu} \times \vec{B} \qquad \vec{B} \overset{!}{=} \vec{B}(t)$$

makroskopisch:

$$\vec{M} = \sum_i \vec{\mu}_i$$

$$\gamma = g_k \mu_k$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{B}$$

einfache Lösung der Bewegungsgleichung

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma(M_y B_z - M_z B_y)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma(M_z B_x - M_x B_z)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma(M_x B_y - M_y B_x)$$

einfacher stationärer Fall: $\vec{B} = (0,\ 0,\ B_0)$

$$\frac{dM_z}{dt} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{dM_x}{dt} &= \gamma B_0 M_y \\ \frac{dM_y}{dt} &= -\gamma B_0 M_x \end{aligned}\right\}$$

Drehung !

Lösung

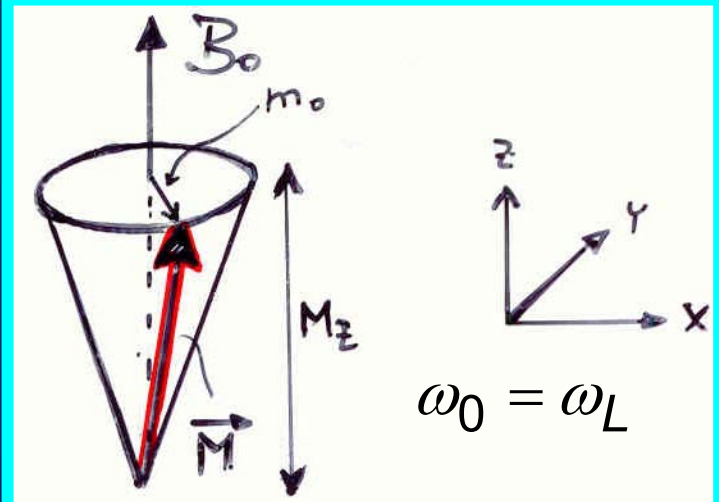
$$M_x = m_0 \cos\omega_0 t$$

$$M_y = -m_0 \sin\omega_0 t$$

$$M_z = const$$

$$\omega_0 = \gamma B_0 = g_k \mu_k B_0$$

$$\omega_0 = \omega_L$$

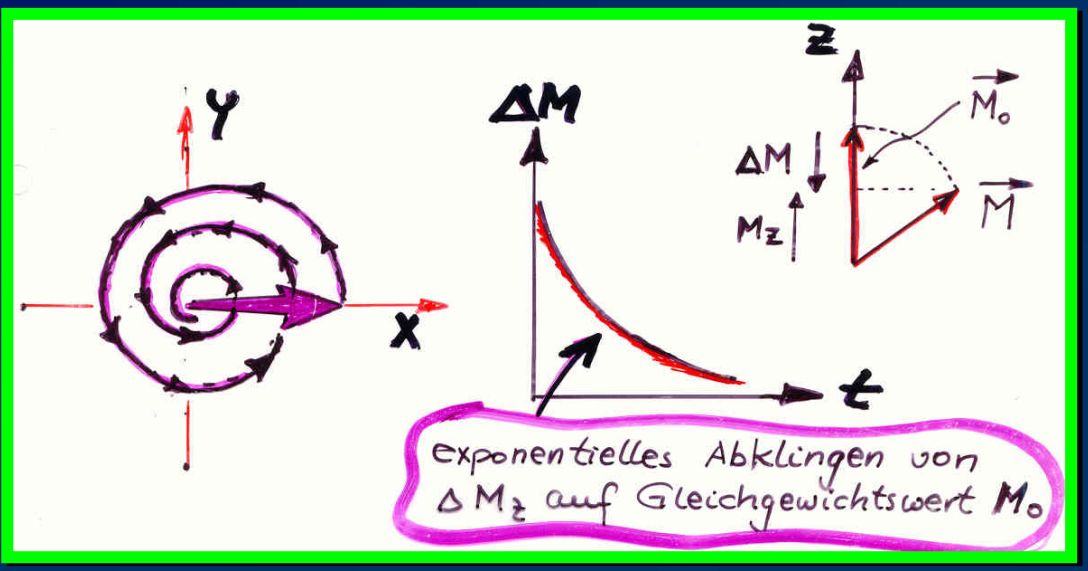


$$\omega_0 = \omega_L$$

Frage: Wird eine einmal eingestellte Magnetisierung für immer weiter präzidieren ?

Antwort: Natürlich nicht – kann nicht sein,

∃ **Relaxation**, „Reibung“, „Zerfall“



$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma\left(\vec{M}\times\vec{B}\right)_z - \lambda_1 \Delta M_z$$

λ_1 - Zerfallskonstante

$T_1 = 1/\lambda_1$ - mittlere Lebensdauer

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma\left(\vec{M}\times\vec{B}\right)_z - \frac{1}{T_1}(M_0 - M_z)$$

entsprechend:

$$\frac{dM_{xy}}{dt} = \gamma\left(\vec{M}\times\vec{B}\right)_{xy} - \lambda_2 M_{xy}$$

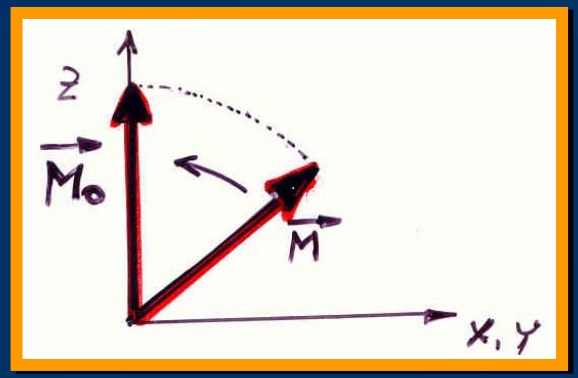
$$\frac{dM_{xy}}{dt} = \gamma\left(\vec{M}\times\vec{B}\right)_{xy} - \frac{1}{T_2} M_{xy}$$

Bloch Gleichung

Frage: Warum sind T_1 und T_2 unterschiedlich ?

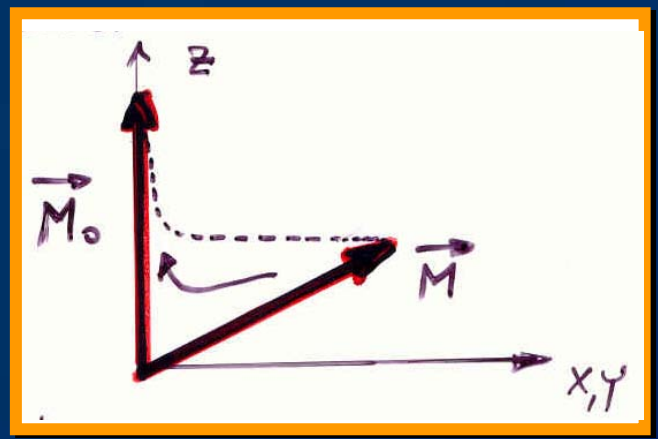
Wäre $T_1 = T_2$

➢ $\vec{M}$ geht auf einem Kreisbogen gegen $\vec{M}_0$



für $T_1 \neq T_2 \quad (T_2 < T_1)$

➢ M_x, M_y Komponenten gehen irgendwie „verloren“



Erklärung:

Rückstellung von M_Z auf M_0 ist ein Übergang in einen energetisch günstigeren Zustand

Überschußenergie wird ins Gitter/Flüssigkeit dissipiert

Änderung von M_X, M_Y ist Unordnungseffekt durch:

1.) Feldfluktuationen

2.) Spin-Spin WW

Bloch-Gleichungen

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma\left(\vec{M}\times\vec{B}\right)_z - \frac{1}{T_1}(M_0 - M_z)$$

$$\frac{dM_{xy}}{dt} = \gamma\left(\vec{M}\times\vec{B}\right)_{xy} - \frac{1}{T_2}M_{xy}$$

$T_1 = 1/\lambda_1$ Energieeffekt $T_2 = 1/\lambda_2$ Quer- tranversale } Relaxation

Längs- longitudinale } Relaxation $\lambda_2 = \lambda_2' + \lambda_2''$ $\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_2'} + \frac{1}{T_2''}$

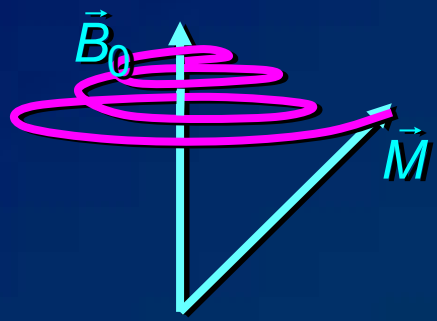
T_2' → lokale Feldinhomogenitäten > verschiedene ω_L (reversibel)

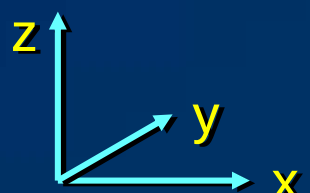
T_2'' → Unordnungseffekt Spin-Spin-WW (irreversibel)

T_1, T_2'' Stoffkonstanten, abhängig von Spindichte > Kontraste

Zeitabhängige Felder und gepulste Kernresonanz

bisher:





$$B_x = B_y = 0$$
$$B_z = B_0$$

Bloch-Gleichung:

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{xy} = \gamma\left(\vec{M}\times\vec{B}\right)_{xy} - \frac{1}{T_2^*}\left(\vec{M}\right)_{xy} \qquad \frac{dM_z}{dt} = -\frac{1}{T_1}(M_z - M_0)$$

→ T_2^* Zeitkonstante der Querrelaxation

- Spin-Spin-Relaxation (irreversibel)
- lokale Feldinhomogenitäten (reversibel)

→ T_1 Zeitkonstante der Längsrelaxation

- Spin-Gitter-Relaxation Energieaustausch !

→ $$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2^{lokal}} + \frac{1}{T_2}$$

T_2^{lokal} ← Inhomogenitäten

T_2 ← Spin-Spin

beachte auch:

Die Umlauffrequenz $\omega_L = \gamma B_0$ $\gamma = g_k \mu_k$

ist

- unabhängig von der Stellung von $\vec{M}$ und $\vec{B}$ zueinander
- unabhängig von Relaxationseffekten

Bedeutung der Observablen

- M_0 ⟶ Kernspindichte
- T_1, T_2 ⟶ Umgebung der Kerne (molekulare Eigenschaften)

i.a. Komplizierte Abhängigkeiten von:

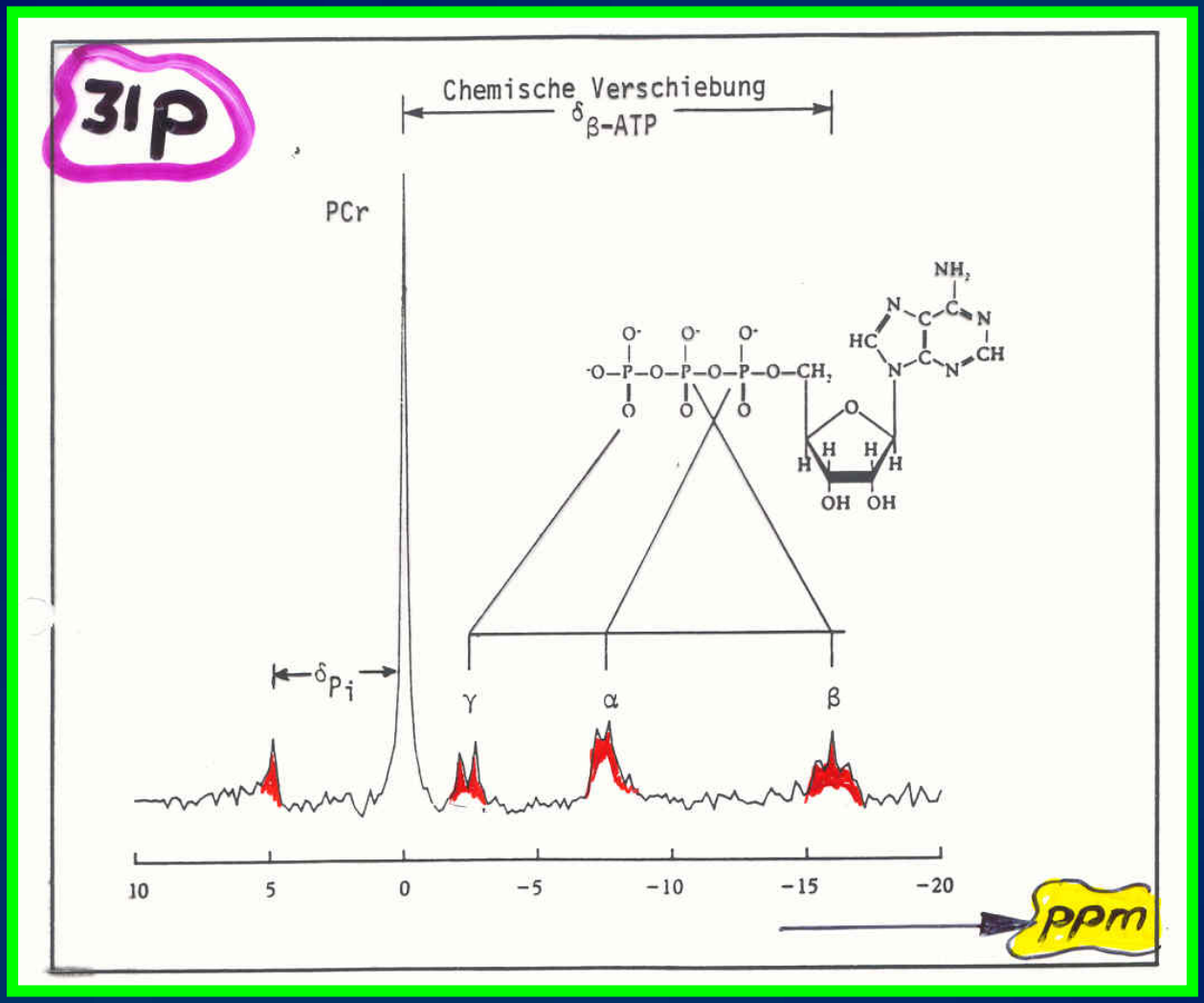
- Beweglichkeit
- Festkörper/Flüssigkeit
- ω_0 !!! (Korrelationsfrequenzspektrum)
- Größe der Moleküle
- Temperatur

Vorsicht: T_2 ist maskiert durch lokale Inhomogenitäten

- ω_L ⟶ B - Feld am Kernort

bei hochauflösender Spektroskopie Messung der chemischen Verschiebung

> NMR - Spektroskopie



chemische Verschiebung

PCr → kreatinphosphat

Pi → anorganisches Phosphat

Einige Werte:

	T_1 [ms]	T_2 [ms]
Muskel	~700	~50
Ventrikel	~1150	~150
Fett	~240	~80
Knochenmark	~320	~80
Hirn	~600	~100
reine Flüssigkeit	~1000-2000	~1000-2000
reiner Festkörper	~Tage	abh. von paramagn. Verunreinig.
beachte:	$T_2 < (\ll) T_1$	

lokale Inhomogenitäten

Annahme: $B_0 = 1\ Tesla$

$\nu_L = 42.58\ Mhz = 2\pi\omega_L$

$\Delta B_0 = 10^{-4} B_0$

$\succ \Delta\nu_L = 10^{-4}\nu_L = 2\pi\Delta\omega_L$

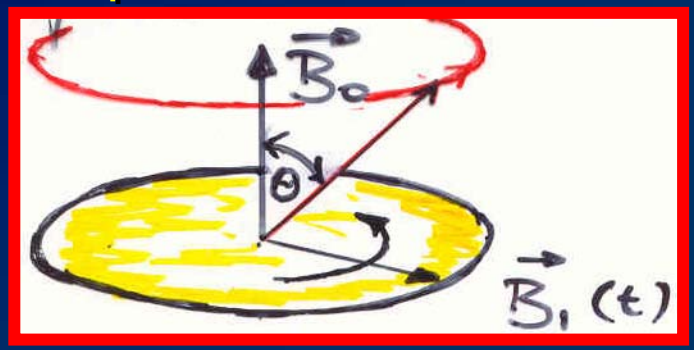
Umlaufszeit: $T_L = \frac{1}{\nu_L} = 0.024\,\mu s$

$\Delta\nu/\nu = 10^{-4}$ > nach 10^4 Umläufen vollständige Dephasierung

$\succ T_2^{lokal} \sim 0.24 ms \ll T_2$

Einbeziehung von zeitabhängigen Feldern

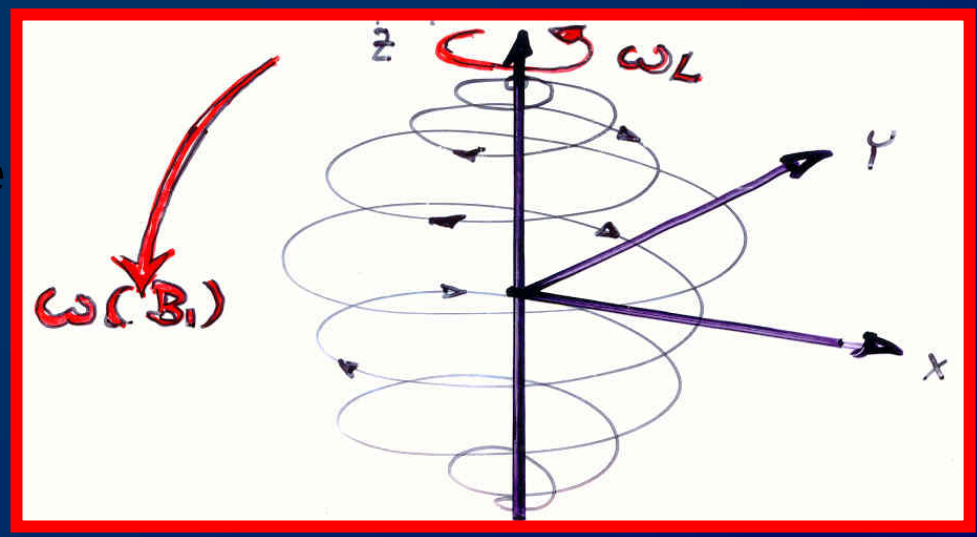
Frage: Was passiert, wenn ein zeitlich verändertes zirkulares $\vec{B}_1$ -Feld mit dem $\vec{M}$ - Vektor mitgeführt wird?



Erwartung:

Das System wird im Resonanzfall $\omega = \omega_L$ Energie aus dem $B_1(t)$ aufnehmen

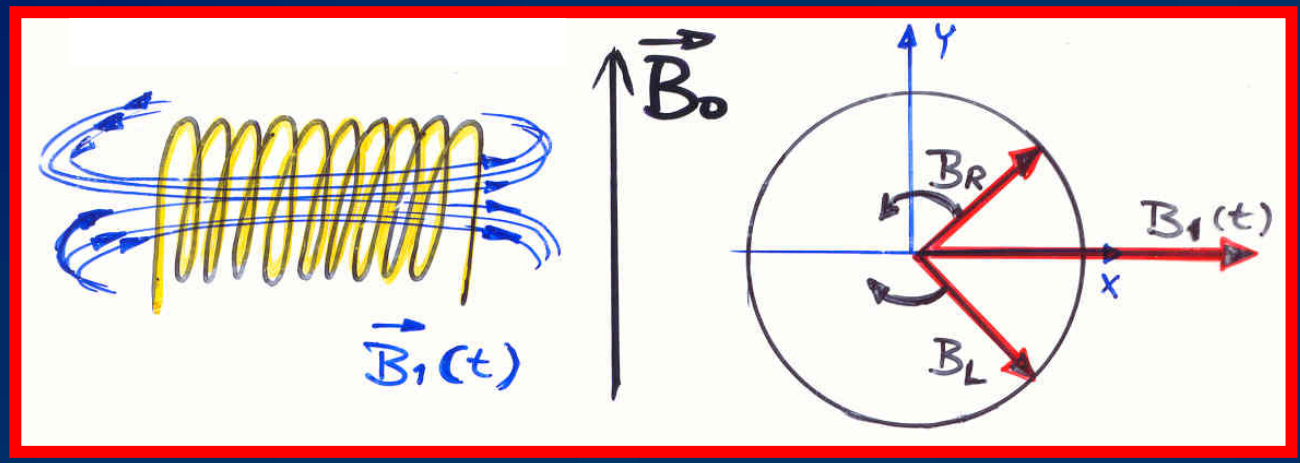
- > Öffnungswinkel Θ wird größer (vgl. Quantenmechanik)
- > Drehung auf einer Kugeloberfläche
  in xy-Ebene $\omega = \omega_L$
  in xz/yz Ebene $\omega = \omega\left(B_1^0\right)$



Aber: Wie produziere ich ein zirkular polarisiertes B - Feld ?

Antwort: ganz einfach !

ein linear polarisiertes $B_1(t)$ – Feld kann als Summe zweier gegenläufiger zirkular polarisierter Felder angesehen werden.



$$B_x(t) = 2B_1^0 \cos\omega t$$

$$\vec{B}_R = B_1^0\left(\cos\omega t \cdot \vec{e}_x + \sin\omega t \cdot \vec{e}_y\right)$$

$$\vec{B}_L = B_1^0\left(\cos\omega t \cdot \vec{e}_x - \sin\omega t \cdot \vec{e}_y\right)$$

$$\succ \vec{B}_R + \vec{B}_L = \vec{B}_x$$

setze:

$$B_1(t) = B_1^0\left(\cos\omega t \cdot \vec{e}_x + \sin\omega t \cdot \vec{e}_y\right)$$

mit $\omega < 0 \longrightarrow B_L$ $\omega > 0 \longrightarrow B_R$

und erwarte, dass im rotierenden System nur eine Komponente eine Rolle spielen wird.

Bloch´sche Bewegungsgleichung (vernachlässige Relaxationseffekte)

$$\text{d.h. } \frac{dM_z}{dt} = 0 \text{ !!}$$

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{xy} = \gamma \vec{M} \times \left(\vec{B}_0 + \vec{B}_1(t)\right)\Big|_{xy}$$

Darstellung der Lösung im rotierenden System

allgemeines Theorem:
Bei´der Transformation eines zeitlich veränderlichen Vektors von einem raumfesten in ein körperfestes (d.h. rotierendes) System treten Coriolis-Effekte auf !!

Transformation: $\left(\frac{d}{dt}\right)_{rot} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{Raum} - \vec{\omega}\times$ angewandt auf beliebigen Vektor

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{rot} = \gamma \vec{M} \times \left(\vec{B}_0 + \vec{B}_1(t)\right) + \vec{M} \times \vec{\omega} = \vec{M} \times \left\{\left(\omega_z + \gamma B_0\right)\vec{e}_z + \gamma B_1 \vec{e}_x\right\}$$

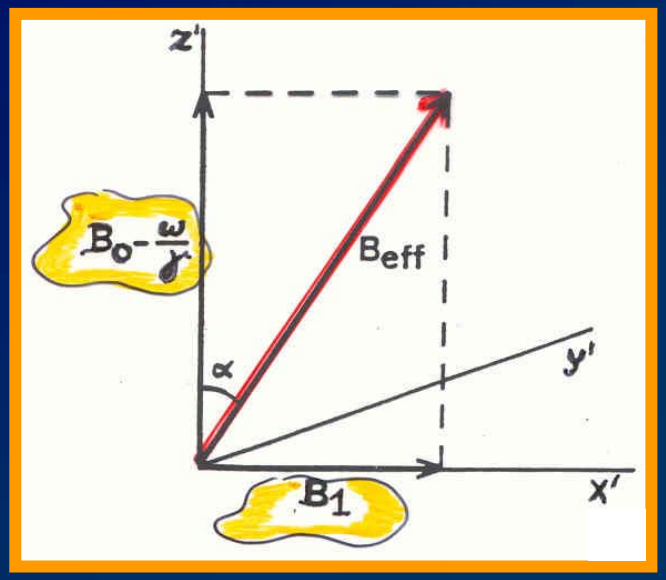
offensichtlich resonant für $\omega_z + \gamma B_0 = 0$

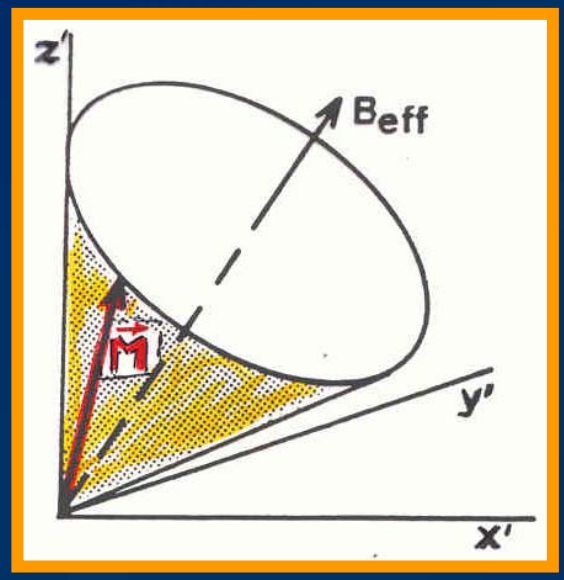
$\succ \omega_z = -\omega$ Drehsinn festgelegt

ω_z – in z-Drehrichtung
B_0 – in z-Richtung
B_1 – in x- und y-Richtung
aber
y- Richtung wegtransformiert

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{rot} = \gamma \vec{M} \times \vec{B}_{eff} \qquad \vec{B}_{eff} = \left(B_0 - \frac{\omega}{\gamma}\right)\vec{e}_z + B_1 \vec{e}_x$$

(zunächst ohne Relaxationseffekte) Resonanz: $\omega = \omega_L$





im rotierenden System

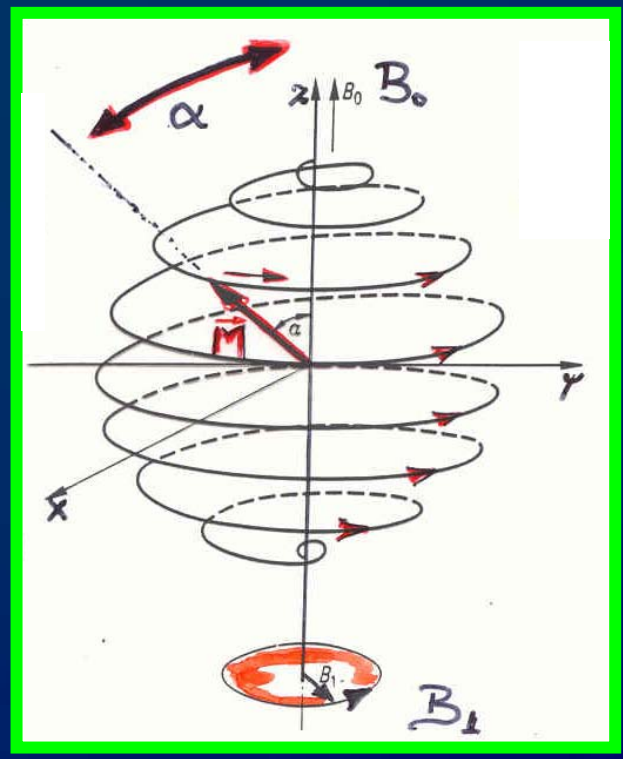
α – Nutationswinkel

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_1 = \gamma B_1$$

i.a.

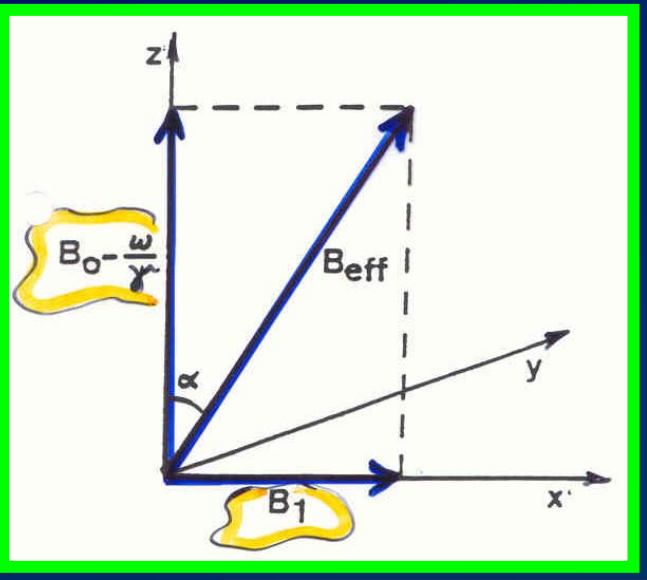
$\omega_1 \ll \omega_0$

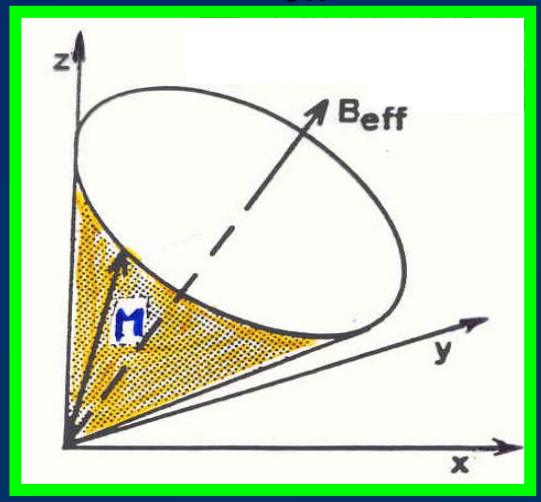
im raumfesten System



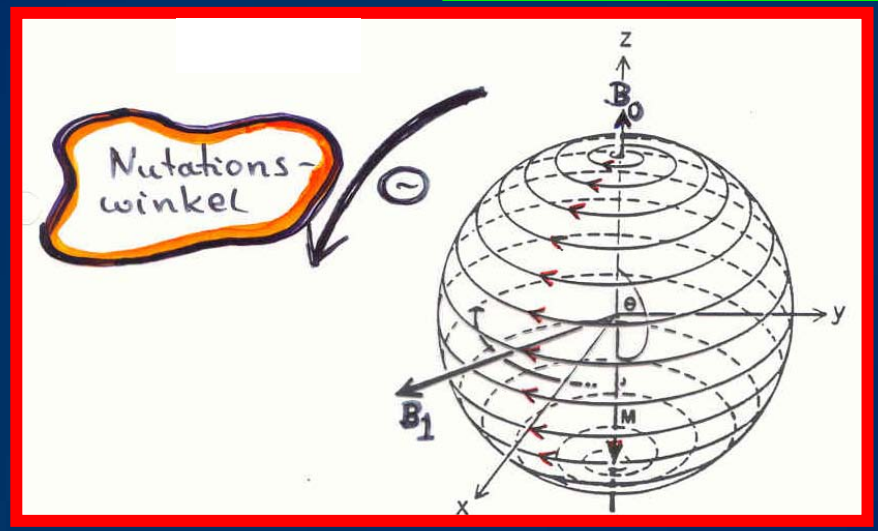
umgeschrieben: $\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{rot} = \gamma\vec{M}\times\left\{\left(B_0-\frac{\omega}{\gamma}\right)\vec{e}_z + B_1\vec{e}_x\right\}$

$= \gamma\vec{M}\times\vec{B}_{eff}$ $\qquad \vec{B}_{eff} = \left(B_0-\frac{\omega}{\gamma}\right)\vec{e}_z + B_1\vec{e}_x$





Präzession um $\vec{B}_{eff}$ im rotierenden System



im raumfesten System für $\omega = \omega_L$

bei $\omega = \omega_L$ ist die Präzessionsfrequenz (Umklappfrequenz) $\omega_L = \gamma B_1$

90° - Impuls & freier Induktionszerfall (FID)

decay

Resonanzanregung: $B_x(t) = 2B_1 \cos \omega t$ $\omega = \omega_L$

linear polarisiert, d.h. „resonant“ ist nur die linksdrehende Komponente

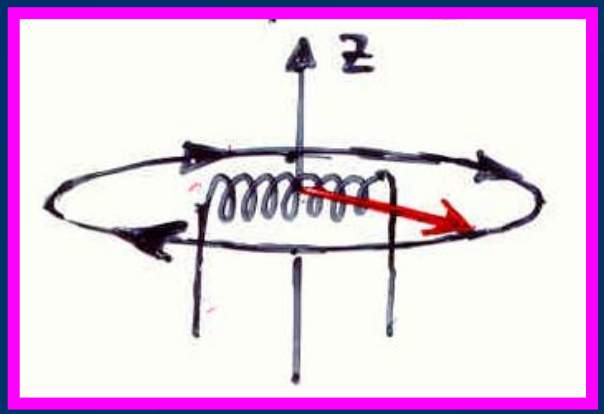
$(\omega_R = 2\omega_L$!!)

wähle Impulszeit T_P so daß $\Theta = 90°$

$$\Theta = \omega_1 T_p = \gamma B_1 T_p \qquad \omega_1 \ll \omega_L !$$

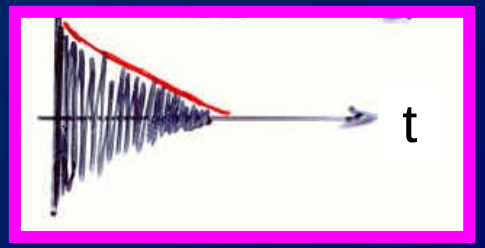
$$\succ T_p = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\gamma B_1}$$

$\succ \vec{M}$ präzediert in xy-Ebene



Erregerspule jetzt als Empfängerspule geschaltet.

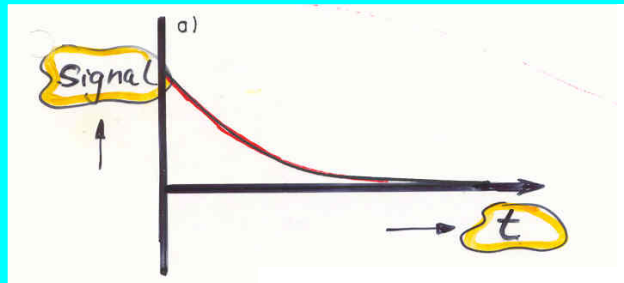
empfangenes Induktionssignal mit $\omega \approx \omega_L$ und Zeitkonstante T_2^*



Nach Mischung der Empfangsfrequenz mit der Eingabefrequenz und einer Analyse mittels eines Tiefpasses ⟶ FID-Signal

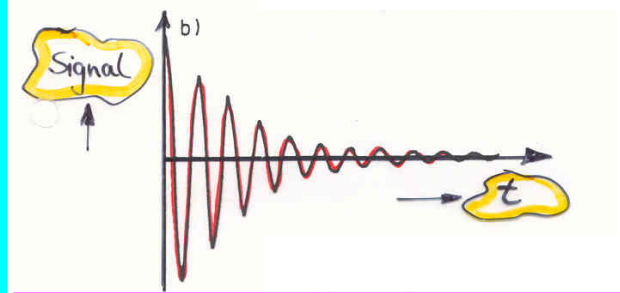
Merke: $\omega_{Empfang} = \omega_L^{lokal}$ ≠ $\omega_{Eingabe} = \omega_L(B_0)$

d.h.: $\omega_{Empfang}$ ist mit der Differenzfrequenz $\Delta\omega = \omega - \omega_L$ moduliert.



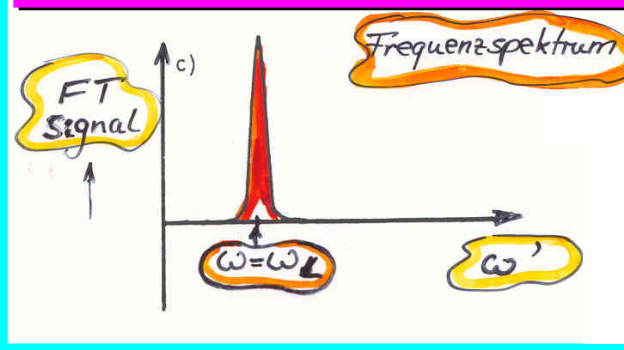
$\omega = \omega_L$

(hypothetischer Fall)



$\omega \neq \omega_L$

$\Delta\omega = \omega - \omega_L$



Fouriertransformation

$$M_0 \int e^{-t/T_2^*} \cos(\Delta\omega t)\, dt = M_0 \frac{T_2^*}{1 + T_2^{*2}(\omega - \omega_L)^2}$$

proportional Kernspindichte

Anregungsmethoden, Spin-Echo T_1 , T_2

Erinnere: $T_1 \gg T_2 \gg T_2^*$

Längsrelaxation — Querrelaxation — lokale Inhomogenitäten

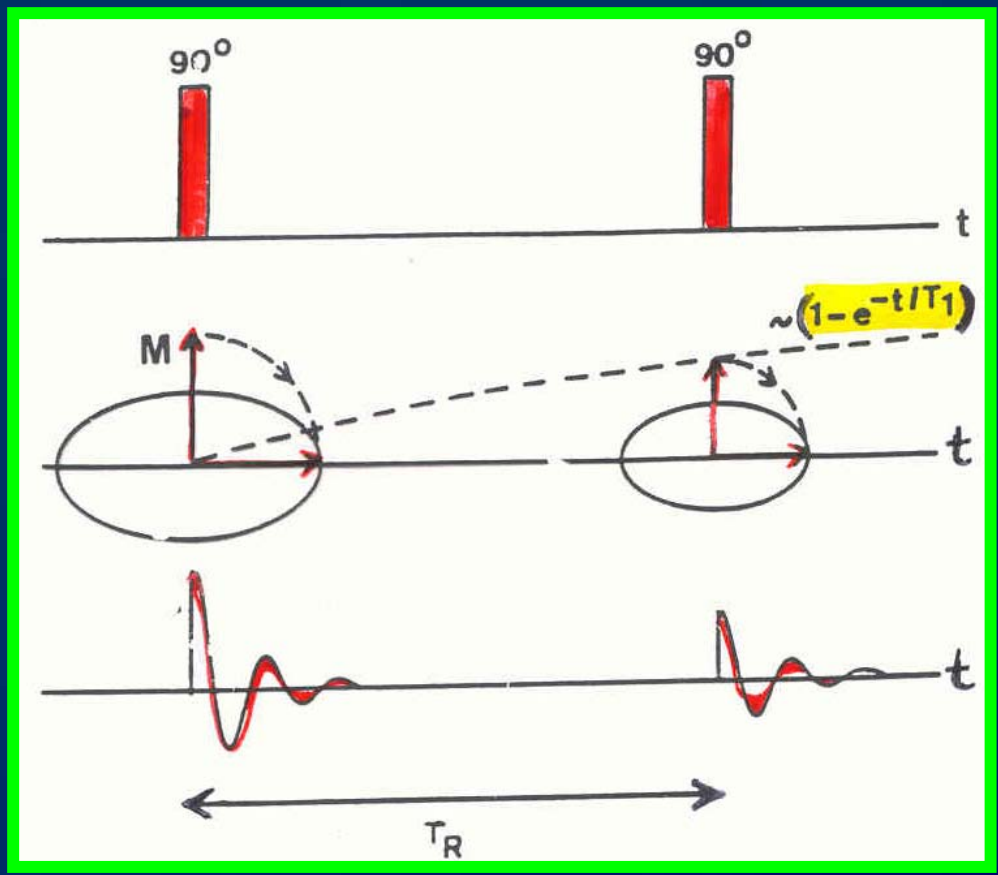
Folgt innerhalb eines Zeitintervalls $T_2 \leq T_R \leq 5T_1$ ein weiterer 90°-Impuls, so ist das FID-Signal reduziert, da M_z sich noch nicht vollständig wieder aufgebaut hat.

- Zeitersparnis da häufige Wiederholung notwendig

$$Signal \sim M(T_R) = M_0 \left(1 - e^{-T_R / T_1}\right)$$

optimale Wiederholung:

$T_R \approx 0{,}5\ T_1$; $\Theta \approx 50°$



Spin-Echo, Dephasierung, Rephasierung

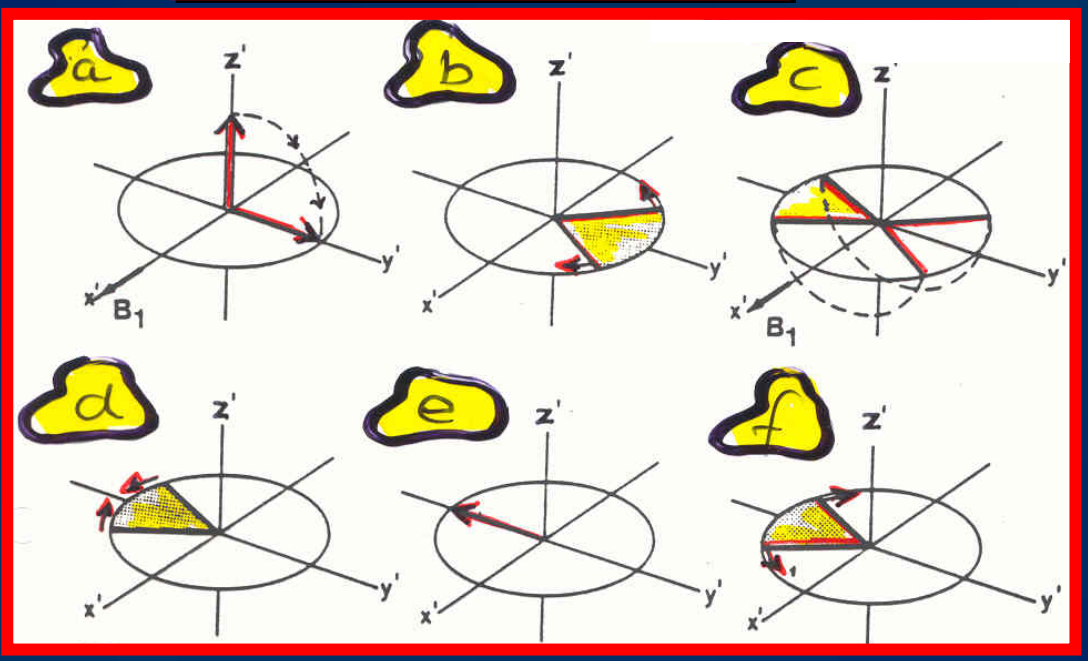
Messung der Spin-Spin Relaxationszeit T_2

Erinnere: $T_2^* \ll T_2$ aber lokale Inhomogenitäten führen zu reversiblen Vorgängen

Idee Erwin Hahn

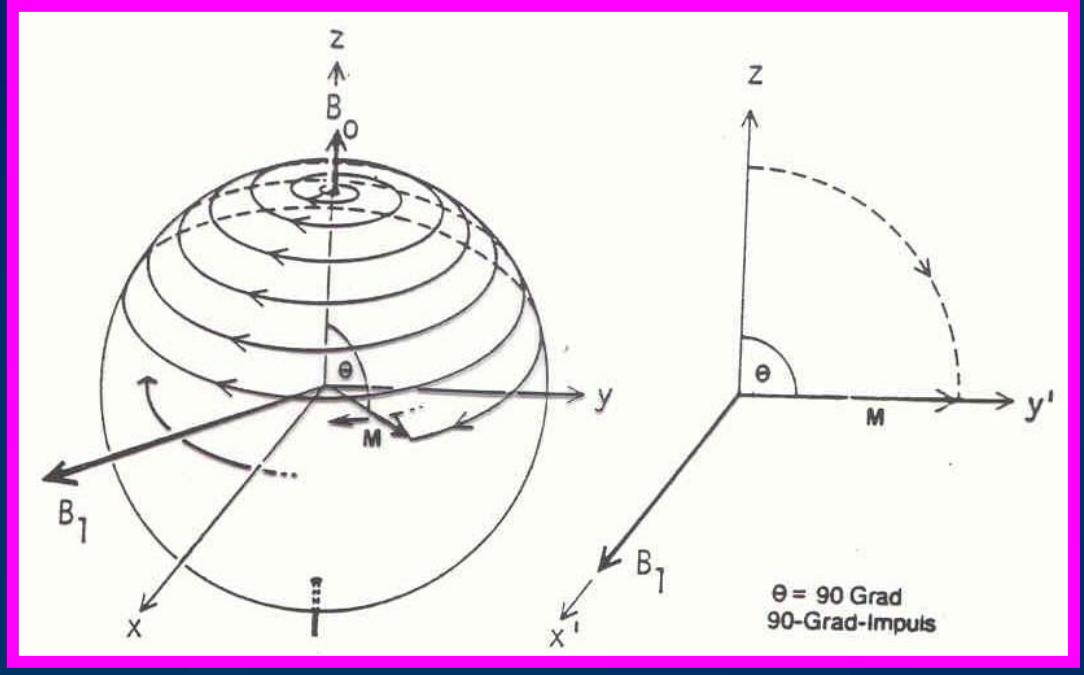
90°-Impuls → T_2^* *Dephasierung* → 180°-Impuls → Rephasierung → **Spin-Echo**

im rotierenden System

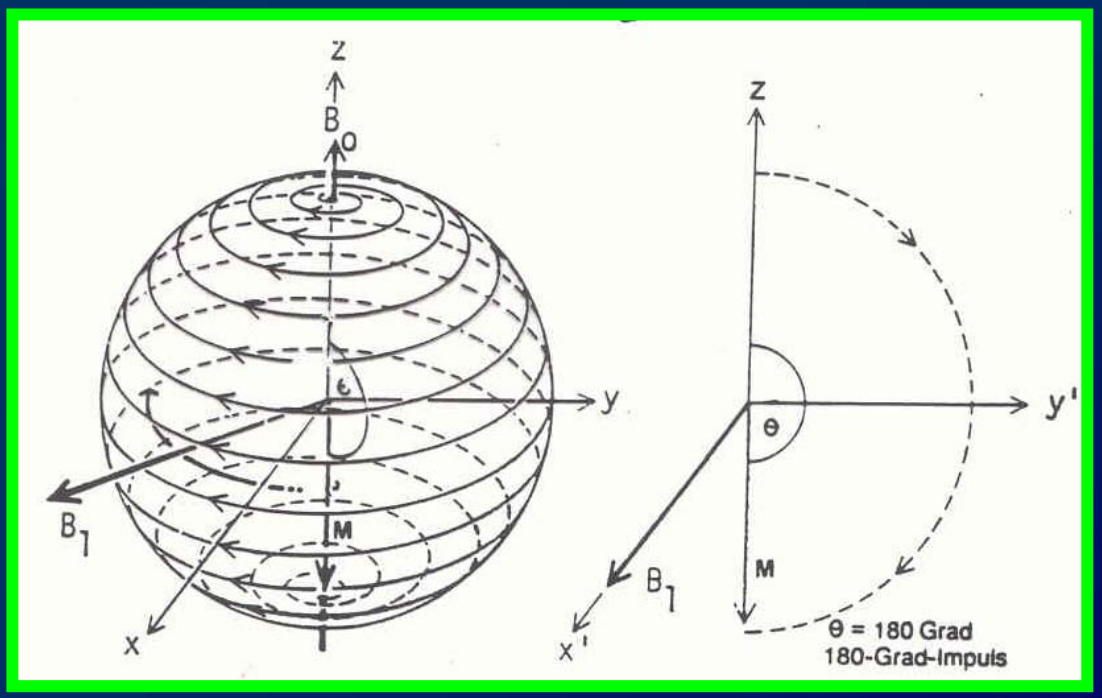


a) 90°-Impuls; $\vec{M}$ in xy-Ebene
b) Auseinanderlaufen der $\vec{M}$-Vektoren > Depasierung > Verlust des Signals
c) 180°-Impuls; Umklappen von $\vec{M}$
d) Ineinanderlaufen der $\vec{M}$-Vektoren
e) Rephasierung > Spin-Echo
f) wie b)

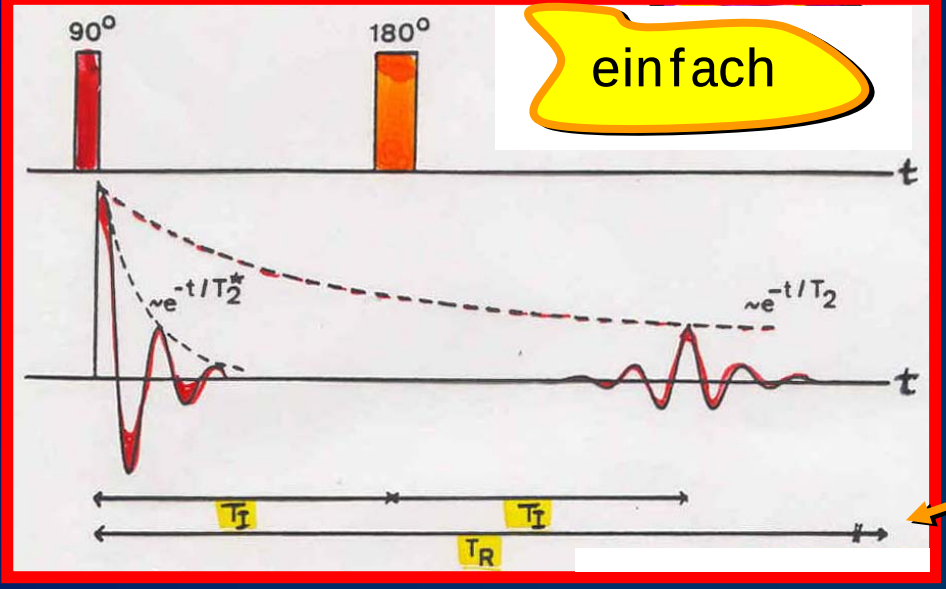
90°-Impuls



180°-Impuls

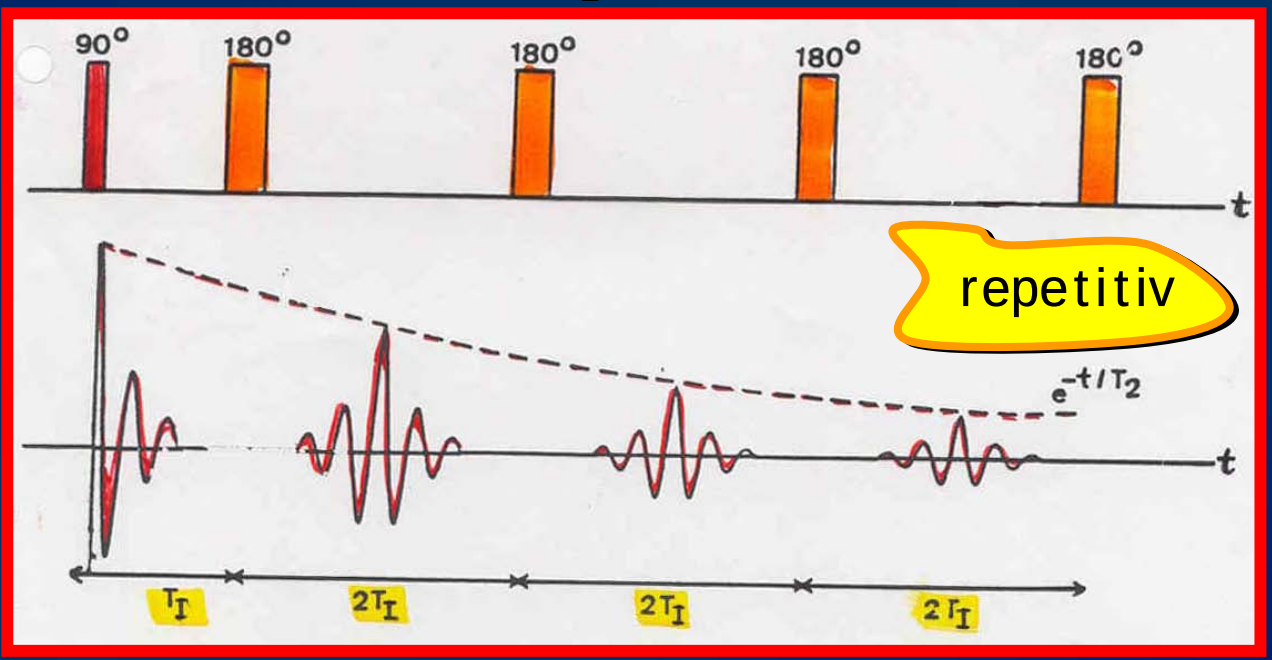


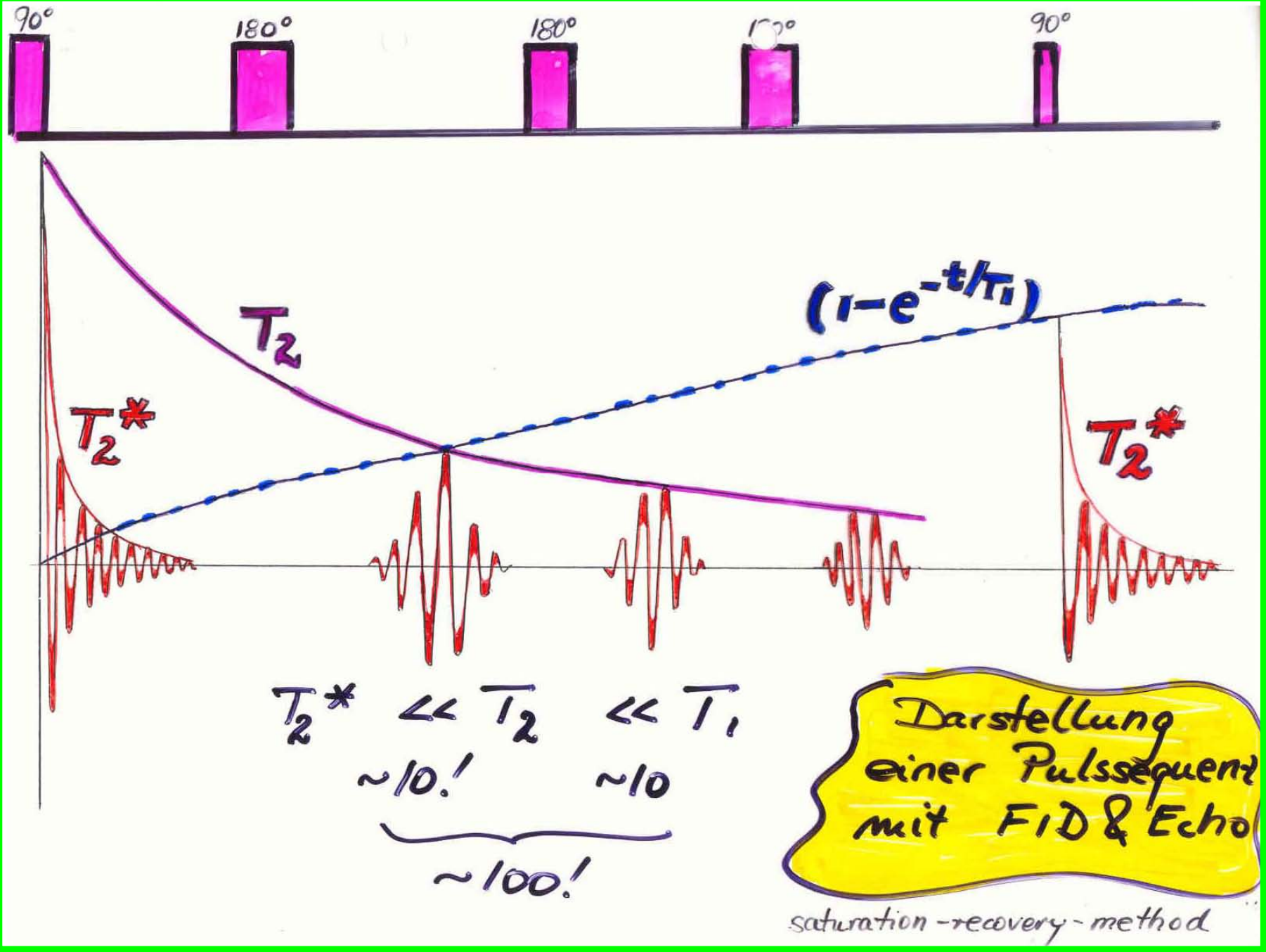
Impulsfolge & Signale



nächster 90°-Impuls nach T_R

- 180°-Impulse nach jeweils $2T_I$ > Messung von T_2
- 90°-Impulse nach jeweils T_R > Messung von T_1




90°
180°
180°
90°
T_2
$(1-e^{-t/T_1})$
T_2^*
T_2^*
$T_2^* \ll T_2 \ll T_1$
~10!
~10
~100!
Darstellung einer Pulssequenz mit FID & Echo
saturation-recovery-method

Ortsaufgelöste Signalanalyse

Idee: $\omega_L = \omega_L(r)$ für $B = B(r)$

realisiere Ortsabhängigkeit durch Addition von Gradientenfelder.

Form der Gradientenfelder

$$\vec{B}_0 = (0,\ 0,\ B_0)$$

$$\vec{G} = (G_x, G_y, G_z) = \left(\frac{\partial B_0}{\partial x}, \frac{\partial B_0}{\partial y}, \frac{\partial B_0}{\partial z} \right)$$

d.h.:

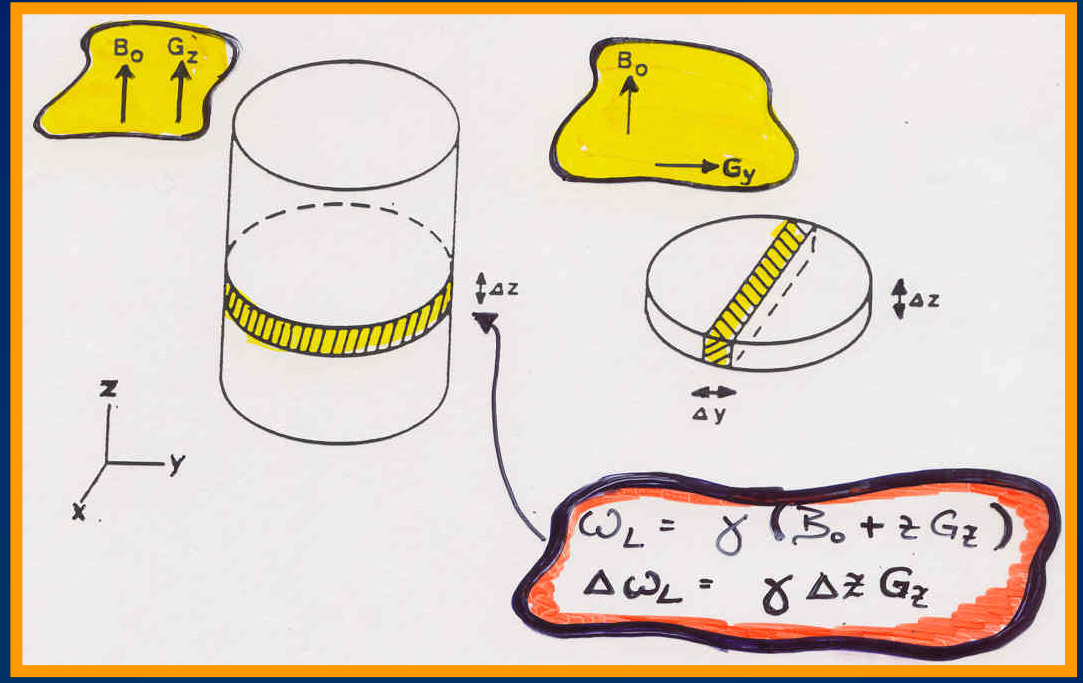
die induzierten magnetischen Zusatzfelder stehen in z-Richtung

„nenne“ (der Einfachheit halber) die ortsabhängigen Zusatzfelder

$$G_x := xG_x = x\frac{\partial B_0}{\partial x} \qquad G_y := yG_y = y\frac{\partial B_0}{\partial y} \qquad G_z := zG_z = z\frac{\partial B_0}{\partial z}$$

das Wechselfeld $\vec{B}_1(t) = (B_x(t), B_y(t), 0)$ senkrecht zu $\vec{B}_0$

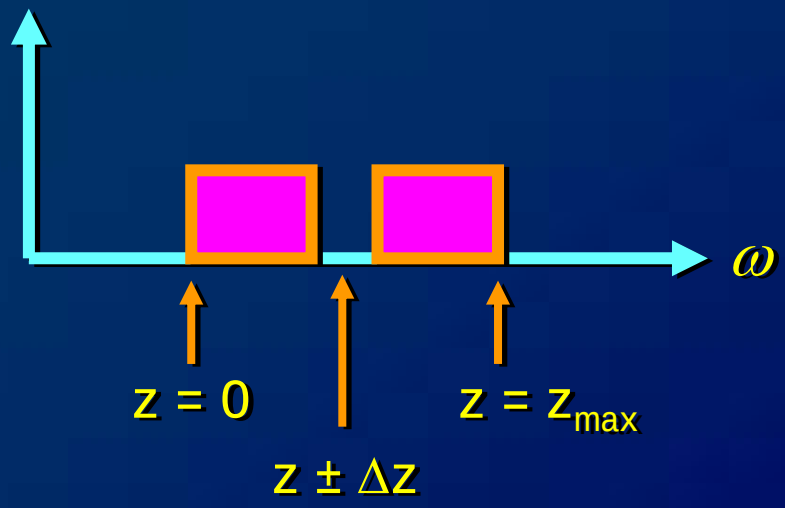
selektive Anregung



1. Schritt: z-Selektion

alle Spins in der Probe werden in 90°-Richtung gekippt
und in „Sättigung gehalten“ (T_1-Zeit!!) mit Ausnahme Δz-Schicht:

Frequenzspektrum:



2. Schritt: y-Selektion

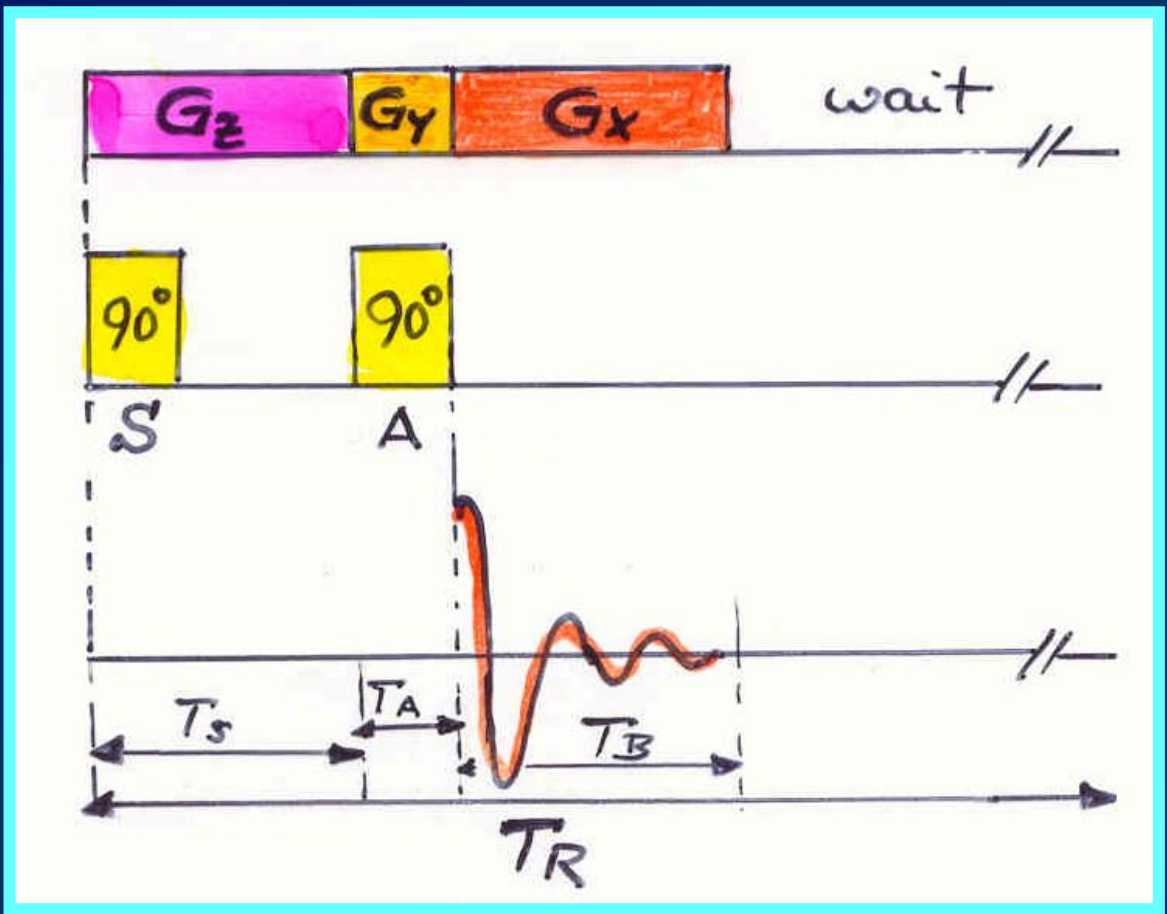
G_z off; G_y on; 90°-Impuls

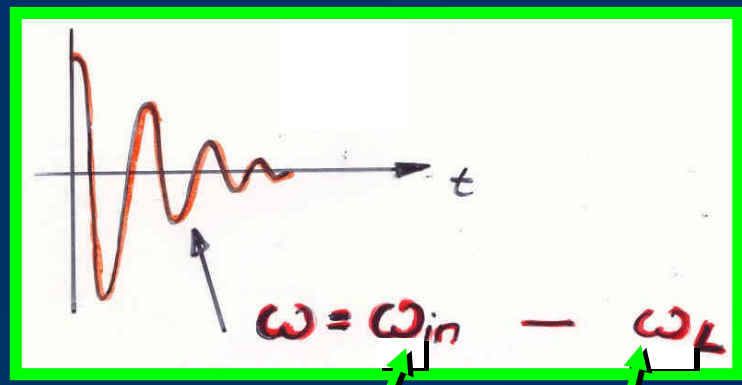
damit wird Zeile (x, y_0, z_0) definiert

3. Schritt: Auslesephase (Beobachtungsphase) mit G_x

Aufzeichnung des FID-Signals & Analyse des Frequenzspektrums (Fourier)

Fourieranalyse & Zuordnung der Frequenzen zu x





definiert durch 90° Impuls während der G_Y-Selektion

$$= \gamma\left(B_0 + xG_x\right)$$

Retrospektive

Kernspin & technische Anwendung

1. Kern hat Spin $\vec{J}$ und magnetisches Moment $\vec{\mu}$
2. $\vec{\mu}$ ist an $\vec{J}$ gekoppelt (gleiche Richtung)
3. ∃ Wechselwirkung zwischen $\vec{\mu}$ und $\vec{B}$ $\quad E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$
4. Wechselwirkung ist (über $\vec{J}$) gequantelt $\quad E(m) = -g_k \cdot \mu_k \cdot m \cdot B_z$
5. Energiezutstände sind äquidistant $\quad \Delta E = \gamma \cdot B_z = \hbar \omega_L$
6. Die Bedeutung der Larmor-Frequenz ist quantenmechanisch zunächst nicht klar
7. **Thermodynamik:** $\frac{N_{m-1}}{N_m} = e^{-\Delta E / kT}$ klein !!
8. Scharmittelung: $\vec{M} = \sum_i \vec{\mu}_i \,/ Volumen$ Quantelung geht „verloren“

9 > benötige **Bewegungsgleichung** für $\vec{M}$

10 **Mechanik:** Änderung des Drehimpulses
= angreifendes Drehmoment

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{N} \longrightarrow \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma\vec{N}$$

11 **Elektrodynamik:** $\vec{N} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

12 $$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma\vec{M} \times \vec{B}$$

13 einfache Lösung $\vec{B} = (0,\ 0,\ B_0)$

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma B_0 M_y \qquad \frac{dM_z}{dt} = 0 \qquad \frac{dM_y}{dt} = -\gamma B_0 M_x$$

} Drehung

$$\omega = \omega_L = \gamma B_0$$

14 ABER: Relaxation !!

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma\left(\vec{M} \times \vec{B}\right)_z - \frac{1}{T_1}M_z \qquad \frac{dM_{xy}}{dt} = \gamma\left(\vec{M} \times \vec{B}\right)_{xy} - \frac{1}{T_2}M_{xy}$$

Bloch

15 Längsrelaxation: T_1 (Energieänderung)

Querrelaxation: T_2 (Entropieänderung, Phaseneffekt)

16 Stoffkonstanten des Spinsystems

$M_0 \quad \omega_L \quad T_1 \quad T_2$

17 zeitabhängige Zusatzfelder $B_1(t) \quad B_1 \perp B_0$

18 Transformation ins rotierende System

$$\left(\frac{d}{dt}\right)_{rot} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{Raum} - \vec{\omega}\times$$

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{rot} = \gamma\vec{M}\times\vec{B}_{eff}$$

$$\vec{B}_{eff} = \left(B_0 - \frac{\omega}{\gamma}\right)\vec{e}_z + B_1\vec{e}_x$$

19 Nutation: $\omega_0 = \omega_L = \gamma B_0$

$\omega_1 = \gamma B_1$

20

kontrollierte Einwirkungen:

90°-Impuls

180°-Impuls

free induction decay (FID)

Dephasierung, Rephasierung

Spin-Echo

21

Abbildungsverfahren

Gradientenfelder:		G_x	G_y	G_z
→	1 Selektion		G_x	
→	2 Anregung		G_y	
→	3 Auslese		G_z	

Fourier-Analyse, Phasenkodierung

Fourier-Abbildung & Phasenkodierung (heutiges angewandtes Verfahren)

prinzipielle Vorgehensweise:

1. selektive 90°-Anregung einer z-Schicht durch G_z;

$$\omega_L = \gamma(B_0 + zG_z)$$

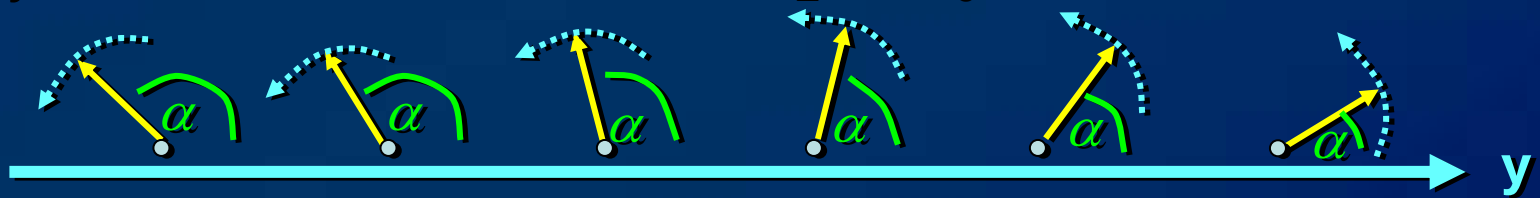
B_1-Feld-Frequenz

2. Einschalten des Phasenkodierungsgradienten G_y
> Spins präzessieren mit verschiedenen Frequenzen:

$$\omega_L = \gamma(B_0 + yG_y)$$

3. G_y off
y bleibt in der Phase kodiert, $\omega_L = \gamma B_0$

4.



Der Phasenwinkel α enthält y-Information

G_x on: Auslesen mit G_x $\omega_L = \gamma(B_0 + xG_x)$

Frequenzanalyse + Phasenanalyse, d.h. Fourieranalyse !

Vorteile der Fourierabbildung

1. hohe Sensitivität
2. kleine Abtastzeiten
3. gutes S/N-Verhältnis
4. wenig empfindlich auf Nichtlinearitäten

ABER

1. extrem rechenintensives Verfahren
   dafür
   beliebige 3-d Schnittdarstellungen möglich.

Abbildungsverfahren

- selektive Anregung unter partieller Sättigung
- selektive Anregung & Erzeugung von Spinechos
- Projektions- Rekonstruktionsabbildungen
- Fourier-Abbildungen
- Abbildungen im rotierenden System
  + „beliebig“ viele Derivate davon

immer wiederkehrendes Prinzip:

1. Selektion einer z-Schicht durch G_z
2. Anregung unter G_y
3. Auslese durch G_x

Analyse/Vorgabe des Frequenzspektrums

$$zG_z \sim \Delta\omega_L(z)$$

$$yG_y \sim \Delta\omega_L(y)$$

$$xG_x \sim \Delta\omega_L(x)$$

Wiederholung

Bloch´sche Bewegungsgleichung der Magnetisierung $\vec{M}$

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{xy} = \gamma\left(\vec{M}\times\vec{B}\right)_{xy} - \frac{1}{T_2^*}\left(\vec{M}\right)_{xy} \qquad \frac{dM_z}{dt} = -\frac{1}{T_1}(M_z - M_0)$$

$B_x = B_y = 0\ ;\ B_z = B_0$

T_1 Längsrelaxation (Energie !!)

T_2 Querrelaxation (Entropie !!)

T_2^* Querrelaxation (reversibel, nicht-entropisch)

ω_L Larmor-Frequenz $(\omega_L = \gamma B_0)$

M_0 Gleichgewichtsmagnetisierung $(M_0 \sim \rho(\uparrow\uparrow))$

Bewegungsgleichung der Magnetisierung bei zeitlich veränderlichen Feldern

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1(t)\ ;\ \vec{B}_0 \perp \vec{B}_1 \qquad \vec{B}_1(t) = B_1\left\{\cos\omega t\cdot\vec{e}_x + \sin\omega t\cdot\vec{e}_y\right\}$$

$\omega < 0$ linksdrehend $\qquad$ $\omega > 0$ rechtsdrehend

dann

Transformation ins rotierende System

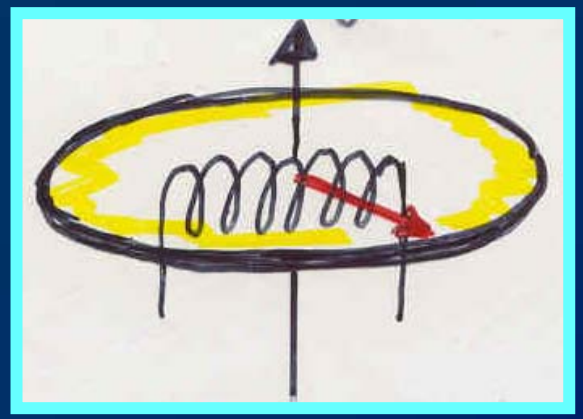
90° - Impuls & FID

Resonanzanregung: $B_x(t) = 2B_1 \cos \omega_L t$

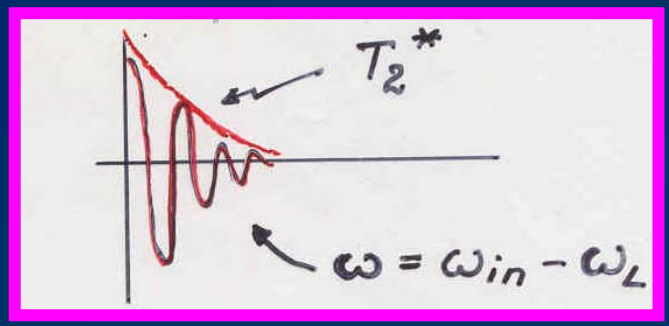
linear polarisiert

Impulsanregung: $\alpha = \omega_1 T_p \quad \succ T_p = \pi/2 \cdot \frac{1}{\gamma B_1}$ (einige μs)

$\vec{M}$ -Präzession in xy-Ebene



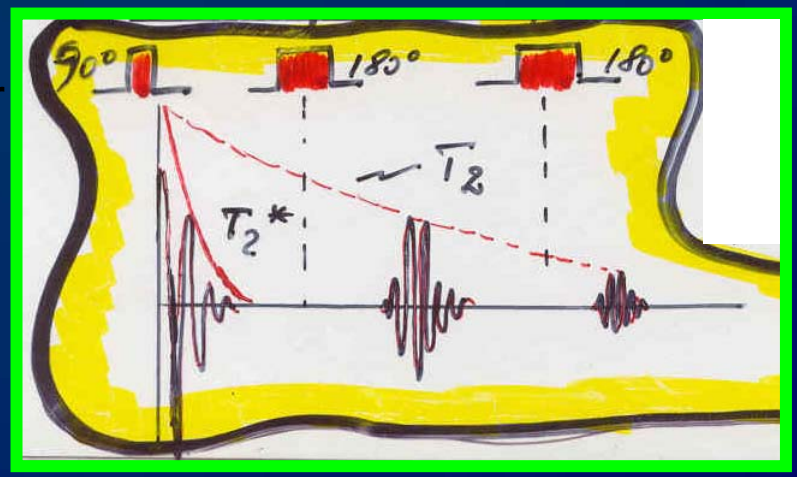
FID - Signal:



180° - Impuls & Spin-Echo

T_2^* -Dephasierung: Spins laufen auseinander

180° - Impuls & Rephasierung:
Spins wedren umgeklappt (180°);
vorher auseinanderlaufende Spins
laufen wieder zusammen
> Spin-Echo



Insgesamt

Durch Impulsverfahren Messung möglich von:

M_0 ~ Spindichte

T_1 ~ molek. Umgebung

T_2 ~ molek. Umgebung

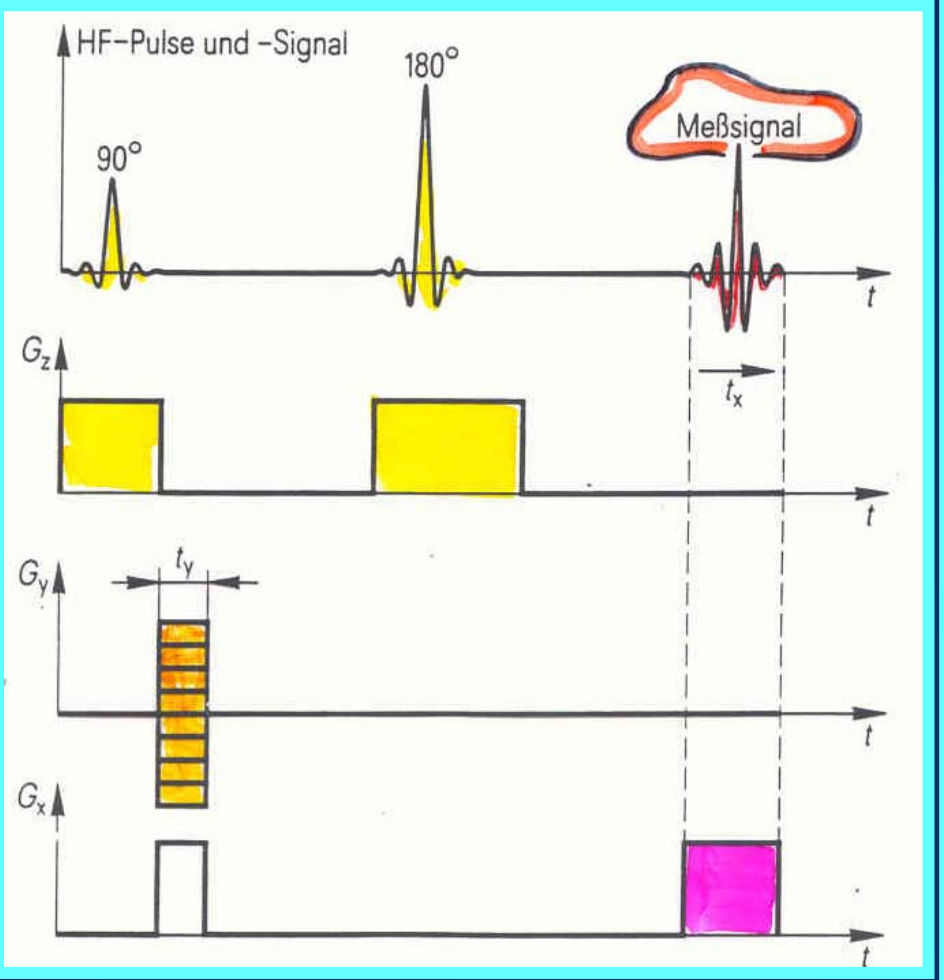
aber noch nicht

Ortsinformation !

Zusammen mit einer guten Ortsinformation ist die multidimensionale Bildschnitt-Technik möglich

Imaging !

Puls-Sequenzen zur Phasen-Kodierung



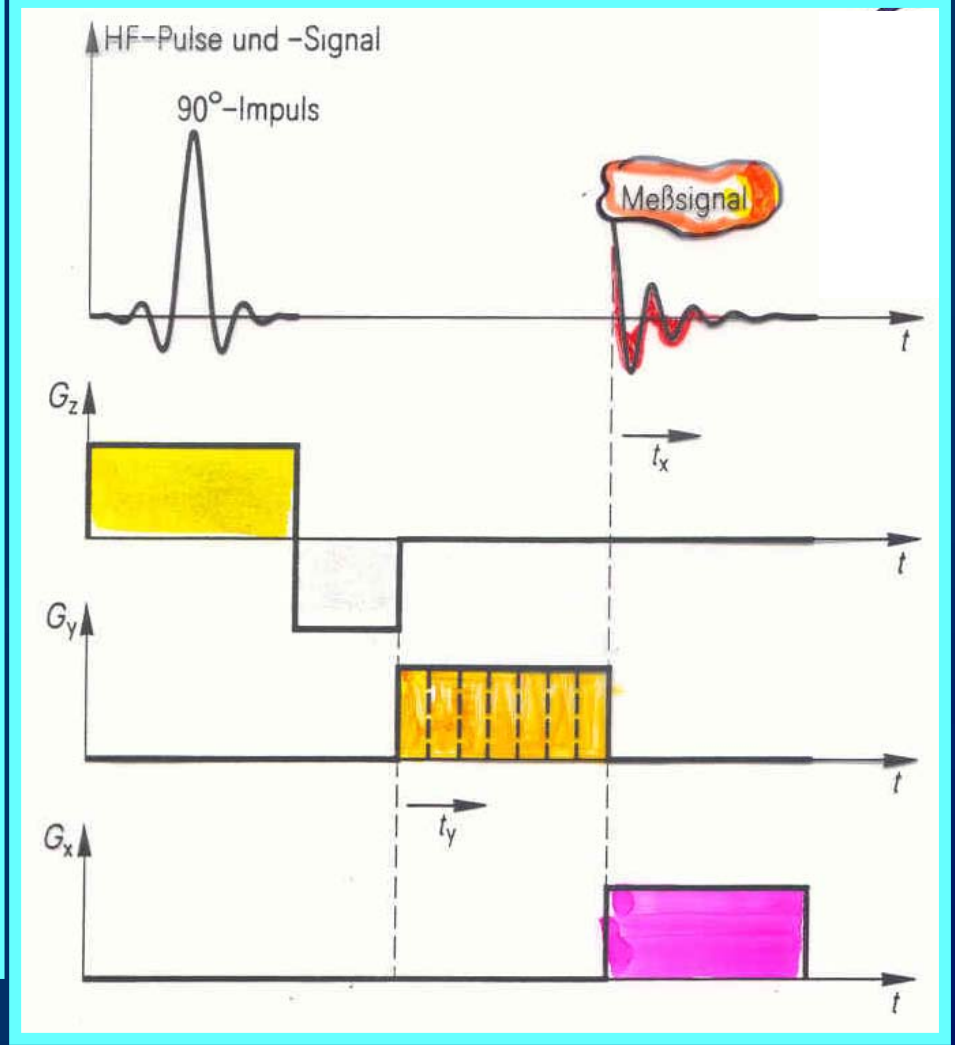


Bild : Sequenz zur Vermessung einer Schicht durch Abtastung des Fourierraums in kartesischen Koordinaten (a). Nach selektiver Anregung im Gradienten G_z wird die Kernmagnetisierung zuerst mit G_y kodiert und dann in G_x ausgelesen. Sequenz zur Vermessung einer Schicht mit einer Spin-Echo-Sequenz (b)

Abschätzung der Scan-Zeiten

- m – fache Wiederholung einer Zeilenabbildung (zur Verbesserung des Signal/Rausch-Verhältnis)
- n_y-Zahl der y-Zeilen
- k_s-Zahl der Sättigungsperioden pro Längsrelaxation T_1 ($k_s \approx 3$)
- n_z-Zahl der z-Schnitte

> Zeit für 2-dimensionale Schicht: $T^{2d} = mn_y(T_A + T_B)\left(1 - k_s \frac{T_s}{T_1}\right)$

für jede neue z-Schicht muß mindestens 3 T_1 gewartet werden, damit die Spins wieder ins thermische Gleichgewicht finden

$= f < 1$

$$\succ T^{3d} = n_z(T^{2d} + 3T_1)$$

$$= n_z\left\{mn_y(T_A + T_B)(1+f) + 3T_1\right\}$$

Beispiel:

$$= 1000\ \left\{50 \cdot 1000 \cdot 1\,ms \cdot 1{,}5 + 1\,s\right\}$$

$$= 76000\ s \approx 21\,h$$

zu zeitaufwendig !

Was man noch wissen sollte/könnte

1 chemical shift effect

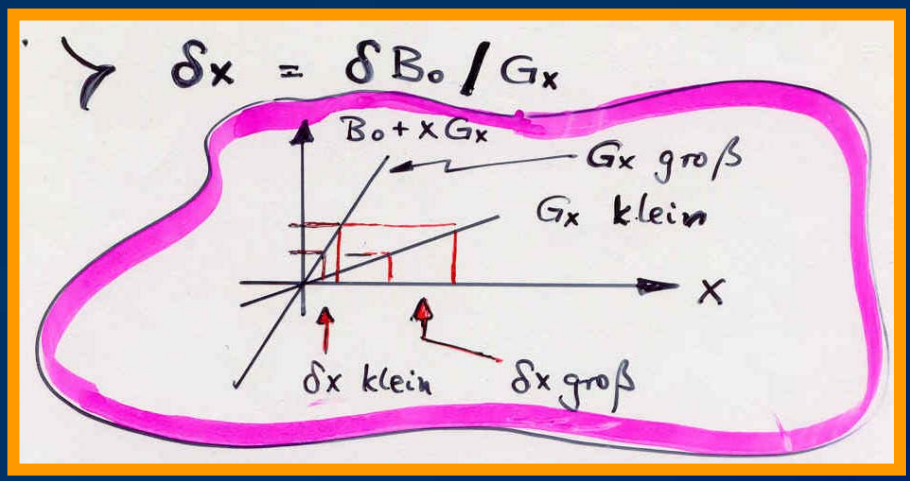
chemical chift imaging (CSI)

(diamagnetischer Effekt der Umgebung)

Effekt 1 Ortsungenauigkeit bei H_2-Scan

$$\Delta\omega(H_2O - CH_2 - ...(Fett)) \approx 3ppm$$

(d.h. bei 42 MHz: $\Delta\omega \approx 100Hz$)



Der Feldstärke sind aber biologische Grenzen gesetzt. Weiterhin wird S/N Verhältnis wegen der hohen Frequenzbandbreite ungünstiger.
Technischer Wert: 6-10 T/m

Effekt 2 Beispiel: ^{31}P *in ADP / ATP*

Problem: geringe Intensitäten

hohe Felder

zu hohe absorbierte Energie

2 biologische Wirkung statischer Magnetfelder

- Induktion von Lorentzpotential aufgrund von Ladungstrennung in Blutgefäßen:

  Beispiel Aorta: d = 2 cm
  v = 0,6 m/s
  B = 2T

  $\succ U \sim 30\ mV$

  Schwelle für Herzmuskelfaseranregung ~ 40mV

- Auswirkungen auf Nervenleitungen
  B ~ 24T > 10% der Signalgeschwindigkeit

- ferromagnetische Implantate
  > lebensgefährliche Verletzungen

festgesetzte Grenzwerte:

B < 2,0 T FDA

B < 2,5 T NRPB

3 schnell geschaltete Felder

- Induktion von Kreisströmen

  bei $1\,T/s \;\succ\; I \sim 1\,\mu A/cm^2$

  Herzkammerflimmern: $100 - 1000\,\mu A/cm^2$
- Augenblitze bei 2-5 T/s

4 biologische Wirkung von HF-Feldern

- Wärmeabsorption

  Grenzwert:

< 70 W	**NRPB**
< 0,4 W/kg (Ganzkörper)	**FDA**
< 2 W/kg (Teilexposition)	**FDA**

> Temperaturerhöhung < 0,5°C/10 min

5

Technische Ausstattung & Sicherheitsfragen

HF - Leistungssender

absorbierte HF – Leistung einer zylinderartigen Probe

$$P_{Probe} = \frac{\pi}{512}\omega_0^2\sigma B_1^2\left[D^4 l + \frac{4}{3}D^2 l^3\right]$$

D = ∅ Zylinder
l = Länge Zylinder
$\sigma = 0{,}5(\Omega m)^{-1}$
Leitfähigkeit biologischer Substanz

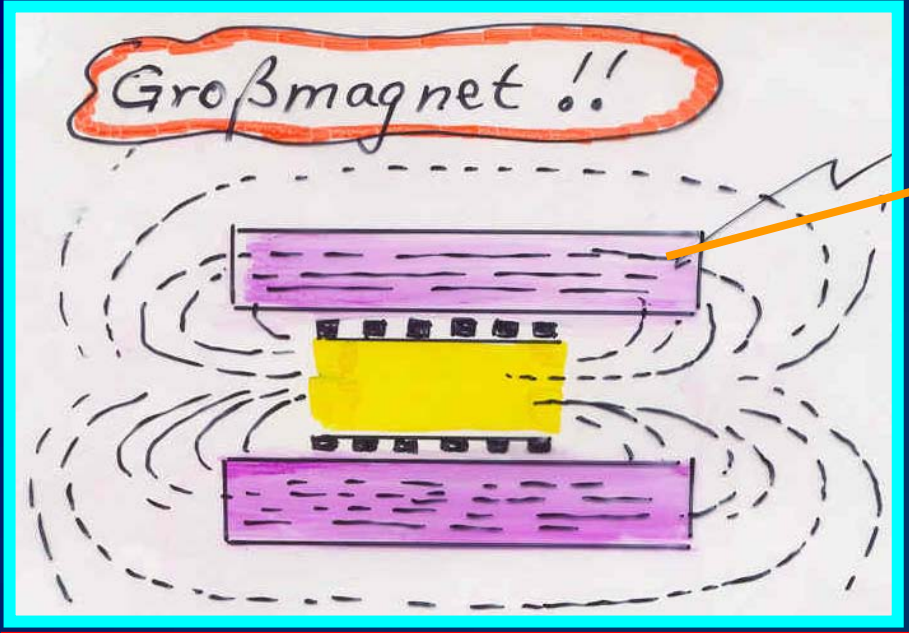
$1\,ms,\ \omega_0 = 2\pi\ 42\ MHz$
$\succ\ P \sim 2{,}8\ kW$ ← Mensch

> Antennenauslegung ~ 8 kW bei 42 MHz

HF - Abschirmung

Abschirmfaktor > 100 dB
(entspricht 5 kW Sender in 10 km Entfernung)

> Raumausstattung mit 0,5 mm Kupferfolie
> Türenausstattung mit Lamellenfedern
> Zuleitungen mit Sperrfiltern



Streufeldabschirmung

Flußrückführung

Eisenjoch

+

Raumabschirmung

Beispiel: 1 T Magnet **> 21 t** Eisen
(1m Durchmesser, 2m Länge)

Geräte und Einrichtungen	Max. magnetische Feldflussdichte	Mindestabstand von Magneten ohne Abschirmung (axial) 0.5 Tesla	1.5 Tesla
Magn. Datenträger Computer Fernsehanlagen, Kreditkarten, Uhren, Fotoapparate	1 mT	6 m	9 m
Herzschrittmacher	0.5 mT	8 m	12.5 m
CT-Scanner, Röntgen-Bildverstärker, Photomultiplier	0.1 mT	13.5 m	21 m
Gammakameras Elektronenmikroskop	0.01 mT	30 m	40 m

Tab. 1: Beispiele von Geräten, deren Funktionsweise durch magnetische Streufelder beeinflusst werden.

Erdmagnetfeld:
~ 50 μT

Umgebungseinflüsse

Änderungen der Feldkonfigurationen durch ferromagnetische Stoffe

Störende Bauteile und Geräte	Mindestabstand vom Magneten ohne Abschirmung in axialer Richtung	
	0.5 Tesla	1.5 Tesla
Leichte Eisenarmierungen in Fussboden und Decke (bzgl. Magnetachsen symmetrisch verlegt *)	1 m	1 m
Armierte Betonunterzüge und -säulen, Stahlträger *)	5 m	8 m
Fahrbare Liegen, Trag-bahren, Rollstühle	8 m	11 m
Starkstromkabel Transformatoren	10 m	13 m
Autos, Betten, Liftanlagen	12 m	16 m
Lastwagen	15 m	20 m
Eisenbahnen Strassenbahnen	30 m	40 m

Tab. 2: Beispiele von Einrichtungen und Geräten, die die Feldhomogenität im Magneten beeinflussen und deren Mindestabstände von unabgeschirmten Magneten.
*) Für schwere Armierungen in unmittelbarer Nähe der Magnete ist vorzugsweise rostfreier (nicht ferromagnetischer) Stahl zu verwenden.

kryotechnik (Supraleitung)

- Betrieb bei **LHe** - Temperatur: 4,2 K
- **LHe** Verbrauch: ~ 0,5 l/h bei 500 l
- LN_2 Verbrauch: ~ 2 l/h bei 1500 l
- Quench-Festigkeit !

2T, 1m Ø Magnet:

Feldenergie: **E ~ 7 MWs !**

Quench > **LHe**

~ 500 m^3 !!!

Kapitalkosten

Abschreibung der Gerätekosten von 6.000.000,- DM auf 6 Jahre linear	1.000.000,- DM
Abschreibung der Gebäudekosten von 2.800.000,- DM auf 25 Jahre	112.000,- DM
Verzinsung 8% auf halbe Kapitalkosten von 8.800.000,- DM	352.000,- DM
Total	**1.464.000,- DM**

Wartungs-, Unterhalts- und Energiekosten

Servicevertrag (5% v. Anschaffungswert)	300.000,- DM
Flüssiges Helium	14.000,- DM
Elektrizität\Klimat.\Wasser	42.000,- DM
Total	**336.000,- DM**

Personalkosten (2-Schichtbetrieb)

2 Ärzte	320.000,- DM
6 med. -tech. Assistenten	400.000,- DM
1 Techniker oder Physiker	110.000,- DM
2 Sekretärinnen	110.000,- DM
1 Raumpflegerin	30.000,- DM
Total	**970.000,- DM**

Übrige Kosten

System-Updating	200.000,- DM
Verbrauchsmaterial	250.000,- DM
Verwaltungskosten	150.000,- DM
Diverses	100.000,- DM
Total	**700.000,- DM**

Zusammenstellung der jährlichen Betriebskosten

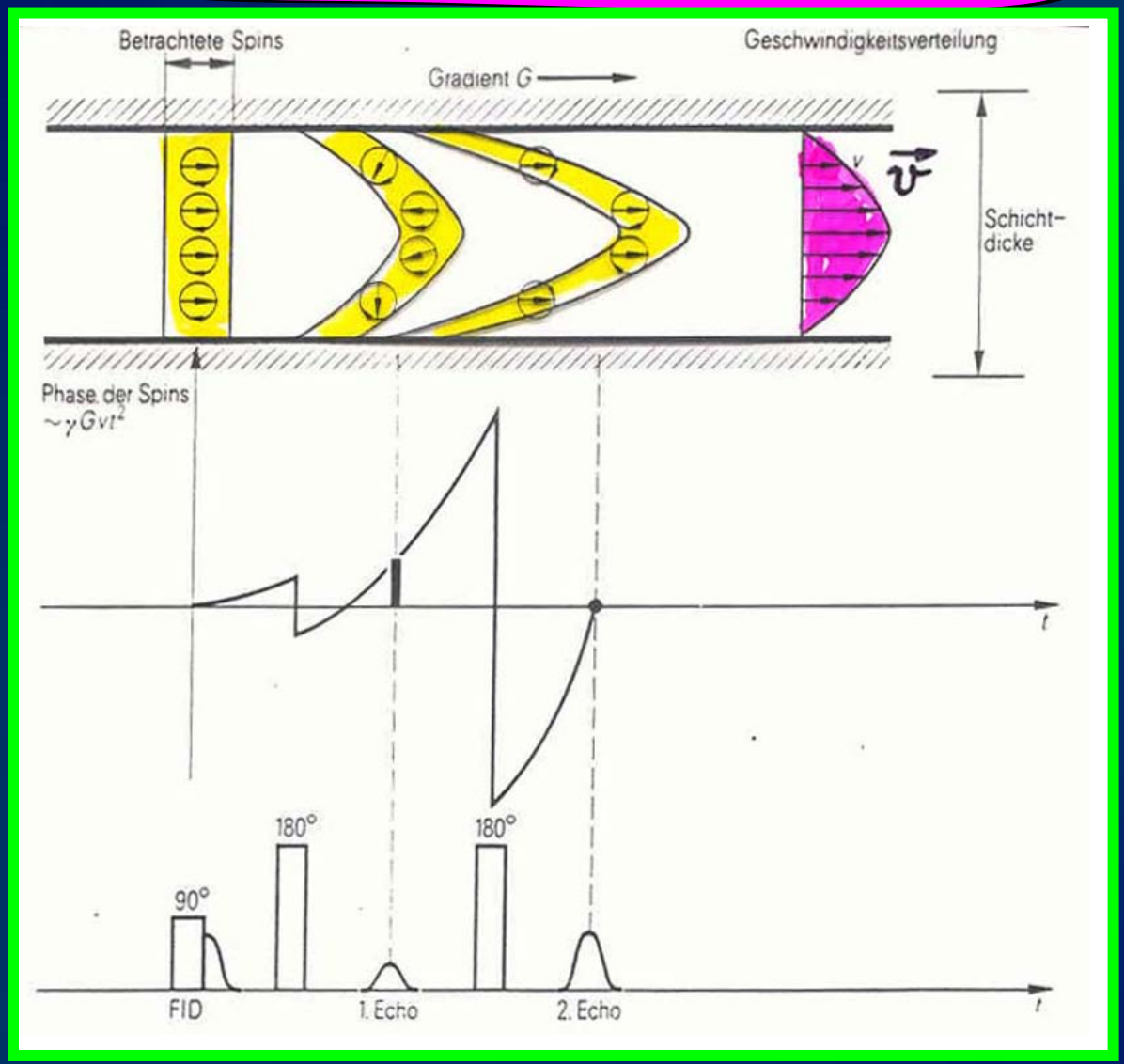
Kapitalkosten	1. 464.000,- DM
Wartungs, Unterhalts- und Energiekosten	336.000,- DM
Personalkosten	970.000,- DM
Übrige Kosten	700.000,- DM
Total	**3.490.000,- DM**

Avisiert: 4.000 Untersuchungen pro Jahr

895,- DM per Untersuchung

(700-800,- DM von der Krankenkasse)

Angiographie (Blutfluss - Tomographie)



Spinphase

$\varphi = \varphi(v,t)$