

Bahnverfolgungssimulationen für das WITCH-Experiment

von

Peter Friedag

Diplomarbeit in Physik

angefertigt im

Institut für Kernphysik

der

Westfälischen Wilhelms-Universität

Münster

im Januar 2008

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Referent: Prof. Dr. C. Weinheimer

Koreferent: Prof. Dr. J. Wessels

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Die Aufgabenstellung und Gliederung	2
2	Das Standardmodell und der Kern-β-Zerfall	3
2.1	Das Standardmodell	3
2.2	Die Vier-Fermion-Kontakt-Wechselwirkung des Kern- β -Zerfalls . .	4
2.3	Die Hamiltondichte	5
2.4	Die V-A-Theorie	7
2.5	Die β -Neutrino-Winkelkorrelation	8
2.6	Andere klein- a -Experimente	11
2.6.1	Das Oak-Ridge- ^6He -Experiment	11
2.6.2	Das ^{32}Ar -Experiment	11
2.6.3	Das TRIUMF-ISAC- ^{38m}K -Experiment	12
2.6.4	Das Berkeley- ^{21}Na -Experiment	12
2.6.5	Das TRI μ P-Experiment	13
2.6.6	Das LPC-Caen-Experiment	13
2.6.7	Zusammenfassung der bisherigen Experimente zur Bestimmung der β - ν -Winkelkorrelation	13
3	Der Aufbau des Experiments	15
3.1	Der MAC-E-Filter	16
3.2	Die Penningfalle	19
3.3	ISOLDE	21

3.4	REXTRAP	22
3.5	Die Strahlführung von WITCH	22
3.6	Die Penningfallen in WITCH	23
3.6.1	Die Kühlfalle	23
3.6.2	Die Differentielle Pumpstrecke	24
3.6.3	Die Zerfallsfalle	25
3.7	Das Retardierungsspektrometer	25
3.7.1	Die Magnetspulenkonfiguration	26
3.7.2	Die Elektrodenkonfiguration	28
3.7.3	Der Detektor	31
4	SimWITCH	33
4.1	Übersicht	33
4.2	Der Aufbau des Programms	34
4.3	Die Komponenten von SimWITCH	34
4.3.1	Die E- und B-Feld-Berechnung	35
4.3.2	Die Bahnverfolgungsroutine <code>traj.cpp</code>	38
4.3.3	Einzelbahnverfolgung	40
4.3.4	Multibahnverfolgung	40
4.3.5	Die Monte-Carlo-Funktion	41
4.4	Diskussion	43
5	Die Extraktionseffizienz der Penningfalle	45
5.1	Das Quadrupol-Potential	47
5.2	Das Box-Potential	47
5.3	Die Falleneffizienz	51
5.4	Der Einfluss des Abschneidewinkels auf das Rückstoßspektrum . .	54
5.5	Diskussion des θ - E -Cut-Off	56

6 Simulationen zur Messung mit ^{124}In	57
6.1 Der Zerfall des ^{124}In	58
6.2 Die Simulation der Messung vom Oktober 2006	58
6.2.1 Die statistische Unsicherheit	60
6.2.2 Die Variation der Zählrate	61
6.3 Die hoch aufgelöste Transmissionsfunktion	65
6.3.1 Ionen, die in der Falle verbleiben	67
6.3.2 Das effektive Retardierungspotential	67
6.3.3 Die Zyklotronbewegung der Ionen	68
6.3.4 Weitere Retardierungsspannungen	71
6.4 Die Variation der Position der Quelle	72
6.4.1 Die Variation des radialen Abstands r der Quelle	72
6.4.2 Die Variation der z -Position der Quelle	74
6.5 Die Verteilung der ^{124}In -Ionen in der Detektor-Ebene	76
6.5.1 Die Variation der Rückstoßenergie	78
6.5.2 Die Variation der Retardierungsspannung	80
6.6 Diskussion	83
7 Simulationen zur Messung mit ^{35}Ar	85
7.1 Das Zerfallsschema von ^{35}Ar	86
7.2 Vorbereitende Simulationen zur Messung vom Oktober 2007	86
7.3 Die Simulation der Messung vom Oktober 2007	90
7.3.1 Die statistische Unsicherheit einer ausgedehnten Quelle	91
7.3.2 Die Breite der Transmissionsfunktionen	92
7.3.3 Die Höhe der Transmissionsfunktion	94
7.3.4 Diskussion der simulierten Transmissionsfunktion für ^{35}Ar	95
7.4 Die hochaufgelöste Transmissionsfunktion für ^{35}Ar	96
7.5 Die Verteilung der ^{35}Ar -Ionen auf dem Detektor	97
7.5.1 Der Einfluss der Fallenspannung U_{dee} auf die Verteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene	97

7.5.2	Der Einfluss der Retardierungsspannung U_{ret} auf die Verteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene	98
7.5.3	Diskussion der Verteilung der ^{35}Ar -Ionen	100
7.6	Simulation des Ausschuss von ^{38}Ar -Ionen auf den Detektor	101
7.7	Diskussion	103
8	Zusammenfassung und Ausblick	105
A	Spulen- und Elektroden- geometrie in SimWITCH	109
B	Transmissionsfunktionen der Simulationen zur Messung mit ^{124}In	115
C	Die Suche nach Teilchenfallen im WITCH-Setup	123
D	Transmissionsfunktionen der Simulationen zur Messung mit ^{35}Ar	129
	Literaturverzeichnis	133

Kapitel 1

Einführung

Das vornehmliche Ziel des WITCH-Experiments (Akronym für **W**eam Interaction **T**rap for **C**Harged particles) ist die nähere Untersuchung der schwachen Wechselwirkung. Aufgrund von Symmetrieüberlegungen für die Hamiltondichte der Vier-Fermionen-Kontakt-Wechselwirkung des β -Zerfalls, kann man die erlaubten Wechselwirkungsarten auf fünf reduzieren, die aufgrund ihrer Transformationseigenschaften skalar (S), pseudoskalar (P), vektoriell (V), axial-vektoriell (A) und tensoriell (T) genannt werden. Der V-A-Theorie zufolge treten jedoch nur vektorielle und axialvektorielle Anteile auf. Die Suche nach skalarer Wechselwirkung ist das Hauptziel des WITCH-Experiments.

Hierzu wird das Energiespektrum der Rückstoßionen gemessen. Dessen Form ist abhängig von der β - ν -Winkel-Korrelation. Der β - ν -Winkel-Korrelation-Koeffizient a hängt wiederum von der Natur der beteiligten Wechselwirkungen ab, womit eine Messung von a eine Aussage über die Art der Wechselwirkung zulässt. Um die Grenzen für skalare Wechselwirkung weiter einzuschränken, ist eine Bestimmung von a mit einer Genauigkeit von $\Delta a \leq 0.5\%$ vonnöten (vgl. Kap. 2).

Das WITCH-Experiment ist am Isotopenseparator ISOLDE am CERN aufgebaut. Die β -Mütter werden bei WITCH als Ionen in einer Penningfalle gespeichert, wo sie über den β -Zerfall zerfallen. Die Rückstoßionen können anschließend die Falle verlassen. Über ein Retardierungsspektrometer wird das Energiespektrum der Ionen bestimmt. Bei dem Spektrometer handelt es sich um einen MAC-E-Filter (**M**agnetic **A**diabatic **C**olimation with **E**lectrostatic retardation) wie er auch in anderen Experimenten, die ein Energiespektrum mit hoher Auflösung und Luminosität messen wollen, wie z.B. KATRIN oder aSPECT eingesetzt wird. Das zugrunde liegende Prinzip ist Folgendes:

Die Ionen werden von einem starken in ein schwaches Magnetfeld geleitet. Dabei wird ein Teil der zu den Magnetfeldlinien senkrechten Komponente der kinetischen Energie in parallele kinetische Energie konvertiert. Über eine anliegende Retardierungsspannung werden nur Ionen ab einer bestimmten longitudinalen kinetischen Energie zum Detektor durchgelassen.

Variiert man die Retardierungsspannung über einen angemessenen Bereich, erhält man das Rückstoßspektrum (vgl. Kap. 3).

1.1 Die Aufgabenstellung und Gliederung

Diese Arbeit befasst sich mit Simulationen, die zum WITCH-Experiment durchgeführt wurden. Hierzu wurde ein Programm zur Bahnverfolgung von Ionen, welches schon für ähnliche Experimente verwendet wurde, an das WITCH-Experiment angepasst und um einige Funktionen erweitert. Dieses Programm berechnet die E- und B-Felder in dem Aufbau und simuliert die Ionenbahnen mit Hilfe der Runge-Kutta-Methode. Diese Bahnverfolgungsroutine ist in ein Monte-Carlo-Programm eingebettet. Dieses Programm kann über einen Zufallsgenerator die verschiedenen Startparameter für die Bahnverfolgung würfeln und diese an die Bahnverfolgungsroutine übergeben. Anschließend lässt sich über die zurückgegebenen Parameter ermitteln, ob die Ionen den Detektor erreicht haben oder nicht. Dabei lassen sich quasi alle interessanten Anfangsvariablen variieren (vgl. Kap. 4).

Der Hauptteil dieser Arbeit gliedert sich in drei Unterpunkte:

- **Die Extraktionseffizienz der Penningfalle (vgl. Kap. 5):** In diesem Kapitel wird für eine punktförmige Quelle die Abhängigkeit der Extraktion der Ionen aus der Zerfallsfalle in Abhängigkeit von der Rückstoßenergie E_{rec} und dem Emissionswinkel θ für ein Box- sowie ein Quadrupolpotential untersucht. Abschließend wird der Einfluss der Extraktionseffizienz auf das Rückstoßspektrum näher betrachtet.
- **Simulationen zur Messung mit ^{124}In (vgl. Kap. 6):** Zunächst wird die Simulation der Messung mit ^{124}In vom Oktober 2006 mit einer punktförmigen Quelle vorgestellt. Hiernach folgt die Analyse einiger hochaufgelösten Transmissionsfunktionen bevor schließlich die Positionsabhängigkeit der Quelle auf die Transmissionsfunktion untersucht wird. Abschließend erfolgt eine kurze Betrachtung der Verteilung der ^{124}In -Ionen in der Detektorebene.
- **Simulationen zur Messung mit ^{35}Ar (vgl. Kap. 7):** Zunächst wird die Simulation der Messung mit ^{35}Ar vom Oktober 2007 mit einer ausgedehnten Quelle im Box-Potential vorgestellt. Hiernach folgt die Analyse einer hochaufgelösten Transmissionsfunktionen. Das Kapitel schließt mit einer kurzen Betrachtung der Verteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene.

Nach einer kurzen Zusammenfassung (vgl. Kap. 8) werden einige Vorschläge für weiterführende Simulationen angeregt.

Kapitel 2

Das Standardmodell und der Kern- β -Zerfall

Bei dem WITCH-Experiment handelt es sich um ein Präzisionsexperiment zur Untersuchung der schwachen Wechselwirkung mit Hilfe des Kern- β -Zerfalls. Das vornehmliche Ziel ist die Suche nach skalarer Wechselwirkung. In diesem Kapitel werden kurz die Hintergründe erörtert.

2.1 Das Standardmodell

Das Standardmodell entstand kurz nach der Vereinigung der elektromagnetischen und der schwachen Eichtheorien durch Glashow, Weinberg und Salam [Gla61, Wei67]. Sie sagten voraus, dass die Eichtransformationen der elektroschwachen Wechselwirkung vom Typ

$$SU(2)_L \otimes U(1) \tag{2.1}$$

sind. Als Vermittlerteilchen in der schwachen Wechselwirkung fungieren die W^\pm - und Z -Bosonen. Durch die Wechselwirkung mit dem Higgsfeld erhalten diese ihre Massen von $M_W \approx 80 \text{ GeV}$ und $M_Z \approx 90 \text{ GeV}$. Diese hohen Massen erklären auch die kurze Reichweite der schwachen Wechselwirkung. In der elektromagnetischen Wechselwirkung fungiert das massenlose Photon γ als Vermittlerteilchen. Aufgrund von $m_\gamma = 0$ ist deren Reichweite unendlich. Als weiteren Bestandteil beinhaltet das Standardmodell die starke Wechselwirkung, deren Vermittlerteilchen die acht Gluonen sind.

Alle zur Zeit bekannten Teilchen setzen sich aus zwölf Elementarteilchen zusammen, sechs Quarks und sechs Leptonen. Die Leptonen lassen sich weiter in drei Generationen unterteilen. Berücksichtigt man zudem die maximale Paritätsverletzung, kann man die Elementarteilchen in rechtshändigen Singlets und linkshändi-

ge Dublets anordnen.

$$\begin{array}{ll} \text{Leptonen} & \left(\begin{array}{c} \nu_e \\ e \end{array} \right)_L, \left(\begin{array}{c} \nu_\mu \\ \mu \end{array} \right)_L, \left(\begin{array}{c} \nu_\tau \\ \tau \end{array} \right)_L \\ \text{Quarks} & \left(\begin{array}{c} u \\ d \end{array} \right)_L, \left(\begin{array}{c} c \\ s \end{array} \right)_L, \left(\begin{array}{c} t \\ b \end{array} \right)_L \end{array}$$

$$\{u_R, c_R, t_R\}$$

$$\{d_R, s_R, b_R\}$$

$$\{e_R, \mu_R, \tau_R\}$$

In der schwachen Wechselwirkung wird ein Teilchen eines Dublets in das entsprechende andere Teilchen des Dublets umgewandelt. Die sechs Quarks sind keine Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung. Diese werden mit Hilfe der CKM-Matrix (CKM steht für die Namen Cabbibo, Kobayashi und Maskawa) gebildet. Die rechtshändigen Teilchen sind nicht an der schwachen Wechselwirkung beteiligt.

2.2 Die Vier-Fermion-Kontakt-Wechselwirkung des Kern- β -Zerfalls

Beim Kern- β -Zerfall wird ein Nukleon unter Aussendung zweier Leptonen, einem β -Teilchen und einem Neutrino ν bzw. Antineutrino $\bar{\nu}$, in seinen Isospinpartner umgewandelt. Man unterscheidet drei Arten des Kern- β -Zerfalls: Den β^- -Zerfall, den β^+ -Zerfall und den Elektronen-Einfang (EC für electron capture). In der Nukleonen-Darstellung können diese drei Prozesse folgendermaßen geschrieben werden:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (\beta^- \text{-Zerfall}) \quad (2.2)$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (\beta^+ \text{-Zerfall}) \quad (2.3)$$

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad (\text{Elektron-Einfang}) \quad (2.4)$$

Da sich beim EC nur zwei Teilchen im Ausgangskanal befinden, besitzt dieser ein diskretes Energiespektrum, d. h. die Energie-Verteilung zeigt einen scharfen Peak um einen festen Wert, während β^+ - und β^- -Zerfall eine kontinuierliche Verteilung zeigen, da sich drei Teilchen im Ausgangskanal befinden.

Obwohl die schwache Wechselwirkung durch W^\pm - und Z^0 -Bosonen übertragen wird, kann man die zugehörige Hamiltondichte durch eine Punkt-Wechselwirkung annähern, wenn der Impulsübertrag zwischen den Hadronen und Leptonen klein gegen die Masse der Eichbosonen ist (vgl. Abb. 2.1). Typische Zerfallsenergien

betragen beim β -Zerfall lediglich einige MeV, wohingegen die Massen der Eichbosonen in der Größenordnung von 100 GeV liegen. Aus diesem Grund ist es möglich folgende Näherung für den Propagator vorzunehmen [WuM66]:

$$\frac{-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{m_W^2}}{k^2 - m_W^2} \rightarrow \frac{g^{\mu\nu}}{m_W^2} \quad (2.5)$$

Das zugehörige Feynman-Diagramm ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Damit lässt sich die Wechselwirkungsstärke der schwachen Punktwechselwirkung G_F mit der Masse des Eichbosons m_W in Verbindung bringen:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} \quad (2.6)$$

Im Folgenden wird diese Art den β -Zerfall zu beschreiben verwendet.

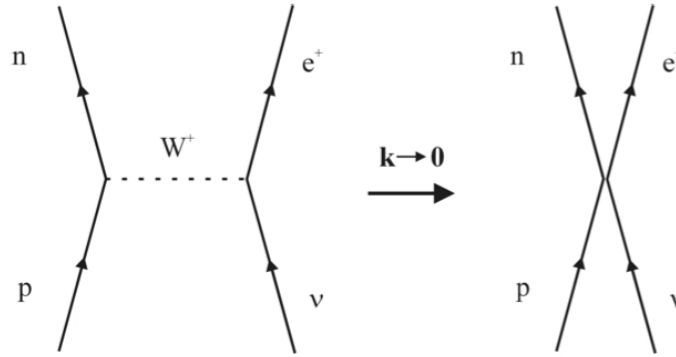


Abbildung 2.1: Feynman-Diagramm des nuklearen β -Zerfalls: (links:) übertragen durch ein W^+ -Boson, (rechts:) als Punktwechselwirkung.

Im Standardmodell wird davon ausgegangen, dass die schwache Wechselwirkung V-A-Charakter besitzt (**V**ektor und **A**xial-Vektor), wohingegen andere theoretisch mögliche Wechselwirkungsarten wie skalare, pseudoskalare oder tensorielle Wechselwirkungen ausgeschlossen sind¹ (siehe Abs. 2.3). Experimentell sind diese exotischen Arten der schwachen Wechselwirkung jedoch nur auf einem Niveau von etwa 10% ausgeschlossen.

2.3 Die Hamiltondichte

Im Jahre 1934 entwickelte Enrico Fermi eine quantenmechanische Theorie des Kern- β -Zerfalls [Fer34]. Analog zur Hamiltondichte für das elektromagnetische

¹Lorentz- und Rotations-Invarianz erlauben prinzipiell fünf unabhängige Terme (Bilinearformen) in der Hamiltondichte. Diese werden nach ihren Transformationseigenschaften als skalar, tensoriell, vektoriell, axialvektoriell und pseudoskalar bezeichnet.

Feld, schlug er eine Hamiltondichte der schwachen Wechselwirkung als Interaktion zweier Vektor-Ladungen, einer hadronischen ($\bar{p}\gamma_\mu n$) und einer leptonischen Ladung ($\bar{e}\gamma_\mu \nu_e$), vor. Damit erhält die Hamiltondichte die Form:

$$H_\beta = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{p}\gamma_\mu n) (\bar{e}\gamma^\mu \nu_e) + h.c. \quad (2.7)$$

Im Jahr 1936, wurde dieser Ansatz von G. Gamow und E. Teller auf alle möglichen Lorentz-invarianten Ladungs-Ladungs-Wechselwirkungen erweitert [GT36]. 1956 stellten Lee und Young fest, dass die Paritätserhaltung für die schwache Wechselwirkung niemals getestet wurde [Lee56] und im darauf folgenden Jahr wurde durch das berühmte Experiment von Wu *et al.* gezeigt, dass die Parität in der schwachen Wechselwirkung verletzt ist [Wu57].

Die Leptonen, die am Kern- β -Zerfall beteiligt sind, müssen relativistisch behandelt werden. Daher entwickelten Lee und Yang 1956 einen Formalismus, in welchem sowohl die Leptonen als auch die Nukleonen die Dirac-Gleichung erfüllen und somit eine vierkomponentige Spin-Wellenfunktion besitzen. Nimmt man weiter an, dass die Wellenfunktion invariant unter Lorentz-Transformation sowie Rotation sein muss, jedoch nicht unter Raum- oder Zeit-Inversion, gilt für die Hamiltondichte [Lee56]:

$$\begin{aligned} H_\beta \propto & (\bar{\psi}_p \psi_n) (C_S \bar{\psi}_\beta \psi_\nu + C'_S \bar{\psi}_\beta \gamma_5 \psi_\nu) \\ & + (\bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_n) (C_V \bar{\psi}_\beta \gamma^\mu \psi_\nu + C'_V \bar{\psi}_\beta \gamma^\mu \gamma_5 \psi_\nu) \\ & + \frac{1}{2} (\bar{\psi}_p \sigma_{\lambda\mu} \psi_n) (C_T \bar{\psi}_\beta \sigma^{\lambda\mu} \psi_\nu + C'_T \bar{\psi}_\beta \sigma^{\lambda\mu} \gamma_5 \psi_\nu) \\ & - (\bar{\psi}_p \gamma_\mu \gamma_5 \psi_n) (C_A \bar{\psi}_\beta \gamma^\mu \psi_\nu + C'_A \bar{\psi}_\beta \gamma^\mu \gamma_5 \psi_\nu) \\ & + (\bar{\psi}_p \gamma_5 \psi_n) (C_P \bar{\psi}_\beta \gamma_5 \psi_\nu + C'_P \bar{\psi}_\beta \psi_\nu) \\ & + h.k. \end{aligned} \quad (2.7a)$$

Die Definition der γ_i -Matrizen entspricht der aus [WuM66] und [Lee56]. Des Weiteren gilt:

$$\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4, \quad \sigma_{\lambda\mu} = -\frac{1}{2} i (\gamma_\lambda \gamma_\mu - \gamma_\mu \gamma_\lambda) \quad \text{und} \quad \bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_4$$

Das $h.k.$ steht hier für hermitisch konjugiert und sorgt dafür, dass auch der β^+ -Zerfall berücksichtigt wird.

Die Hamiltondichte setzt sich aus fünf Termen zusammen, welche jeweils einen hadronischen und einen leptonischen Anteil besitzen. Diese unterscheiden sich in den Transformationseigenschaften des Operators im hadronischen Teil und werden folglich als Skalar (S), Vektor (V), Axial-Vektor (A), Tensor (T) und Pseudoskalar (P) bezeichnet. Der leptonische Teil setzt sich aus zwei Termen zusammen, welche sich durch den Faktor γ_5 unterscheiden. Dieser bewirkt, dass beide Terme unterschiedliche Parität besitzen und somit ist es möglich, die maximale Paritätsverletzung zu berücksichtigen, was bedeuten würde, dass $|C_i| = |C'_i|$.

Paritätsinvarianz würde sich hingegen so ausdrücken, dass entweder $C_i = 0$ oder $C'_i = 0$. Die C_i und C'_i beinhalten zudem die relative Kopplungsstärke der beteiligten Wechselwirkungen.

Um den Einfluss der verschiedenen Wechselwirkungsarten (S, V, T, A und P) auf eine Observable zu verstehen, betrachten wir den leptonischen Anteil der Hamiltondichte (vgl. Gl. 2.7) und nehmen zudem vorerst an, dass das β -Teilchen (Elektron bzw. Positron) massenlos sei ($m_\beta = 0$). Dies ermöglicht es uns, dem β -Teilchen eine wohl definierte Helizität h zuzuordnen (vgl. Gl. 2.8). In diesem Zusammenhang sei die Helizität als positiv definiert, wenn Spin- und Impulsvektor parallel sind und entsprechend negativ, wenn beide Vektoren antiparallel sind:

$$h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|} \quad (2.8)$$

Man kann den $(C_i + C'_i \gamma_5)$ -Operator als die Summe zweier Projektionsoperatoren umschreiben:

$$C_i + C'_i \gamma_5 = K_{i,1} \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) + K_{i,2} \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \quad (2.9)$$

Bei K_1 und K_2 handelt es sich um die Summe bzw. die Differenz von C_i und C'_i :

$$K_{1,i} = (C_i + C'_i), \quad K_{2,i} = (C_i - C'_i)$$

$\frac{1+\gamma_5}{2}$ projiziert den Zustand eines Dirac-Teilchens ψ auf dessen links händigen Energieeigenzustand und entsprechend den Zustand eines Dirac-Antiteilchens $\bar{\psi}$ auf dessen rechtshändigen Energieeigenzustand. Analog projiziert $\frac{1-\gamma_5}{2}$ den Zustand eines Dirac-Teilchens auf dessen rechtshändigen Energieeigenzustand und den Zustand eines Dirac-Antiteilchens auf dessen linkshändigen Energieeigenzustand. Der Operator zwischen den Klammern im hadronischen Strom stellt immer eine Summe aus Helizitätsoperatoren dar (vgl. [Del04]).

Beim EC besitzen beide Leptonen einen positiven Energiezustand. Durch Anwendung der Antikommutatorrelationen auf die γ_i -Matrizen kann gezeigt werden, dass beide Leptonen die gleiche Helizität besitzen, falls die Wechselwirkung Vektor- und Axial-Vektor-Charakter besitzt, wohingegen sie im Falle von pseudoskalarer, skalarer und tensorieller Wechselwirkung entgegengesetzte Helizität besitzen. Für den β^+ -Zerfall ist das Ganze gerade umgekehrt. Daher besitzen β^+ und ν_e entgegengesetzte Helizität, falls vektorielle und axial-vektorielle Wechselwirkung beteiligt sind und gleiche Parität, falls pseudoskalare, skalare und tensorielle Wechselwirkung auftreten. Analoges gilt für den β^- -Zerfall.

2.4 Die V-A-Theorie

Im Standardmodell sind nur Wechselwirkungen zwischen linkshändigen Teilchen und rechtshändigen Antiteilchen erlaubt. Aus dieser Annahme lässt sich zusam-

men mit den oben beschriebenen Helizitätsabhängigkeiten folgern, dass nur vektorielle und axial-vektorielle Wechselwirkung auftritt. Wie aus dem Wu-Experiment (Messung der Elektronen-Winkelverteilung beim Zerfall polarisierter ^{60}Co -Kerne) und dem Goldhaber-Experiment (Messung der Helizität des Neutrinos) bekannt ist, verletzt die schwache Wechselwirkung die Parität maximal. Für die Kopplungskonstanten C_i und C'_i bedeutet dieses:

- $C_i = C'_i$, $i = V, A$ (maximale Paritätsverletzung)
- C_i und C'_i , $i = V, A$, sind reell (Zeitumkehrinvarianz)
- $C_i = C'_i = 0$, $i = P, S, T$ (keine pseudoskalare, skalare und tensorielle Wechselwirkung)
- $C_V = C'_V = 1$, $C_A = C'_A = -1.27$ (aktuelle Werte des Standardmodells für C_i und C'_i definiert wie in Gl. 2.7b)

In einer kürzlich erschienenen Veröffentlichung [Sev06] wurde auf Grundlage einer Auswertung sämtlicher Präzisionsexperimente gezeigt, dass falls keine weiteren Annahmen gemacht werden außer jener, dass die Kopplungskonstanten real sein müssen (keine Zeitumkehrverletzung), die aktuellen Grenzen der Kopplungskonstanten durch folgende Werte gegeben sind:

$$-1.40 < C_A/C_V < -1.17 \quad (2.10)$$

$$0.87 < C'_V/C_V < 1.17 \quad (2.11)$$

$$0.86 < C'_A/C_A < 1.17 \quad (2.12)$$

$$-0.065 < C_S/C_V < 0.070 \quad (2.13)$$

$$-0.067 < C'_S/C_V < 0.066 \quad (2.14)$$

$$-0.076 < C_T/C_A < 0.090 \quad (2.15)$$

$$-0.078 < C'_T/C_A < 0.089 \quad (2.16)$$

Der Vertrauensbereich beträgt $2 \cdot \sigma$. Insbesondere die Grenzen für skalare und tensorielle Wechselwirkung, beide in der Größenordnung von etwa 7%, sind für ein Präzisionsmodell ungenügend und bieten noch Raum für Verbesserungen.

2.5 Die β -Neutrino-Winkelkorrelation

Zur Überprüfung der V-A-Theorie stellt sich alsdann die Frage, welche experimentellen Observablen existieren, die Rückschlüsse auf die Existenz oder Nichtexistenz exotischer Wechselwirkungen erlauben. Dazu betrachten wir zunächst Fermi's Goldene Regel. Diese verbindet die Übergangswahrscheinlichkeit W für einen Zerfall mit dem Matrixelement M und dem Phasenraum ρ :

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot |M|^2 \cdot \rho \quad (2.17)$$

Dabei hängt das Matrixelement über folgende Relation mit der Hamiltondichte und der Wechselwirkungsstärke g zusammen:

$$|H|^2 = g^2 \cdot M^2 \quad (2.18)$$

Falls keine Spins gemessen werden, gilt für die Übergangswahrscheinlichkeit folgende Proportionalität [Jac57]:

$$W \propto F(\pm Z, E_\beta) p_\beta E_\beta (E_0 - E_\beta)^2 \cdot \left(1 + a \cdot \frac{p_\beta \cdot p_\nu}{E_\beta \cdot E_\nu} + b \cdot \frac{m_e}{E_\beta} + h.c. \right) \quad (2.19)$$

Dabei ist $F(\pm Z, E_\beta)$ die Fermifunktion, E_β und p_β die Energie und der Impuls des β -Teilchens, E_ν und p_ν die Neutrinoenergie und der Neutrinoimpuls, E_0 die β -Endpunktsenergie, m_e die Elektronenmasse, a der β - ν -Winkelkorrelationskoeffizient und b der Fierz-Interferenz-Term. Hier steht $h.c.$ für Korrekturen höherer Ordnung.

Der Beta-Neutrino-Winkelkorrelationskoeffizient a gibt dabei an, in welchem Winkel sich β -Teilchen und Neutrino nach dem Zerfall voneinander entfernen. Er kann Werte zwischen 1 (beide Teilchen fliegen bevorzugt in die gleiche Richtung) und -1 (beide Teilchen haben bevorzugt entgegengesetzte Impulse) annehmen. Aufgrund der Impulserhaltung ist der resultierende Rückstoß auf den Kern im ersten Fall entsprechend größer, während er im zweiten Fall klein ausfällt (vgl. Abb. 2.2). Da es sich beim β^- - und β^+ -Zerfall um einen Drei-Körper-Zerfall handelt, besitzt die Rückstoßenergie des Kerns eine kontinuierliche Verteilung, deren Maximum sich abhängig von a zu großen oder kleinen Energien verschiebt (siehe Abb. 2.3, in der rechten Hälfte der Abbildung entspricht die obere rote Kurve $a = +1.0$ und die untere grüne Kurve $a = -1.0$). Somit ermöglicht eine Messung des Rückstoßspektrums eine Bestimmung von a .

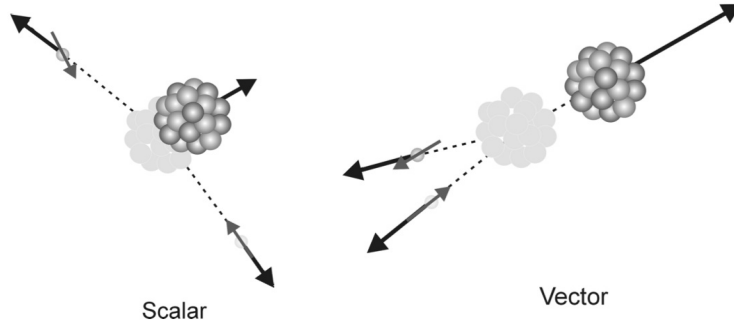


Abbildung 2.2: Auswirkungen von skalarer (links) und vektorieller (rechts) Wechselwirkung auf den Rückstoß des Kerns. Die schematische Darstellung zeigt einen Fermi-Zerfall.

Der Beta-Neutrino-Winkelkorrelationskoeffizient a ist von der Art der am Zerfall beteiligten Wechselwirkungen abhängig. Zerfälle, die über den Vektoranteil des

Übergangsoperators bestimmt werden nennt man Fermi-Zerfälle. In diesem Fall besitzen die Fermionen entgegengesetzte Spins und es tritt keine Paritätsänderung auf. Daher ergeben sich folgende Auswahlregeln: $\Delta P = 0$, $\Delta J = 0$.

Für einen reinen Fermi-Zerfall gilt für a (vgl. [Jac02]):

$$a_F \approx 1 - \frac{|C_S|^2 + |C'_S|^2}{2 \cdot |C_V|^2} \quad (2.20)$$

Zerfälle, die über den Axialanteil des Übergangsoperators bestimmt werden nennt man Gamow-Teller-Zerfälle. In diesem Fall sind die Spins der Fermionen parallel und es tritt keine Paritätsänderung auf. Daher ergeben sich folgende Auswahlregeln: $\Delta P = 0$, $\Delta J = 0, \pm 1$, kein $(0 \rightarrow 0)$.

Für einen reinen Gamow-Teller-Zerfall, gilt für a (vgl. [Jac02]):

$$a_{GT} \approx -\frac{1}{3} \left[1 - \frac{|C_T|^2 + |C'_T|^2}{2 \cdot |C_A|^2} \right] \quad (2.21)$$

Damit erlaubt eine Messung von a bei bekanntem Zerfallstyp eine Suche nach S- und T-Wechselwirkung.

Recoil spectra for the EC of ^{26}Al with the maximum recoil energy of 500eV for different values of a

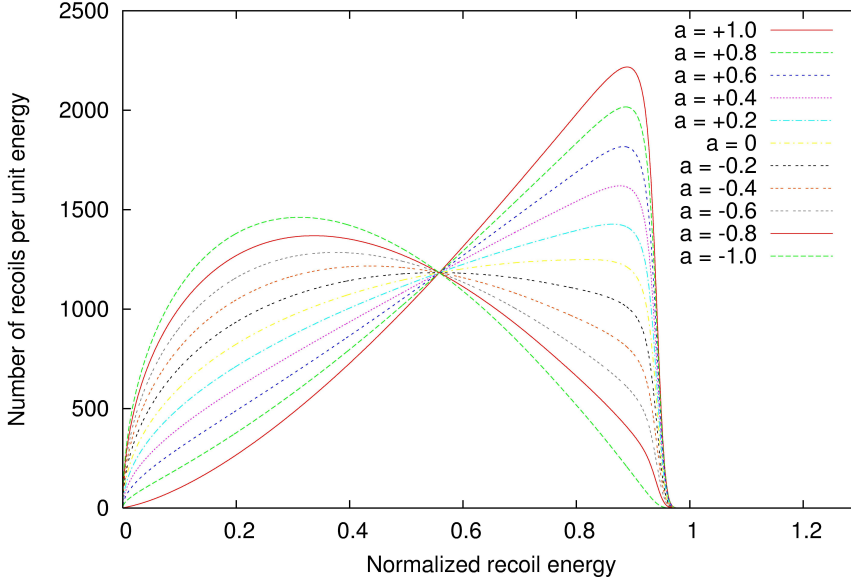


Abbildung 2.3: Simuliertes Rückstoßspektrum für EC von $A = 26$ mit einer Endpunktsenergie von $E_{end} = 500 \text{ eV}$ für verschiedene Werte von a . Die Rückstoßenergie wurde auf den Maximalwert normiert. Die Anzahl der Ereignisse pro Rückstoßenergie ist in beliebigen Einheiten angegeben.

2.6 Andere klein- a -Experimente

Aus einer Bestimmung des β - ν -Korrelationskoeffizienten a lassen sich wie in Abschnitt 2.5 erläutern Rückschlüsse auf die Natur der am β -Zerfall beteiligten Wechselwirkungen ziehen. In der schwachen Wechselwirkung dominieren die Vektor- und Axial-Vektor-Wechselwirkung, jedoch konnten bisher skalare und tensorielle Wechselwirkung nur bis zu einer Grenze von etwa 7 % mit einem Vertrauensbereich von 95 % ausgeschlossen werden (siehe Gl. 2.14 bis Gl. 2.16). Die beste Grenze für die tensorielle Wechselwirkung liefert das Oak-Ridge- ^6He -Experiment, während die beste Grenze für skalare Wechselwirkung vom ^{32}Ar -Experiment und vom TRIUMF-ISAC- ^{38m}K -Experiment kommen. Diese und einige weitere Experimente werden im Folgenden vorgestellt.

Eines der Hauptprobleme bei diesen Experimenten besteht aufgrund der niedrigen Rückstoßenergie darin, die Ionen ungestört aus der Quelle herauszubekommen. In vielen der hier vorgestellten Experimente wird eine gasförmige Quelle oder eine MOT-Falle (Englisch für „magneto-optical trap“) eingesetzt. Beide weisen Nachteile auf, welche in der folgenden Diskussion näher erörtert werden. WITCH verwendet eine Penningfalle zur Speicherung der Ionen, welche als Quelle dienen.

2.6.1 Das Oak-Ridge- ^6He -Experiment

Das Oak-Ridge- ^6He -Experiment, verwendete die Messung des Energiespektrums von Rückstoßionen nach dem reinen Gamow-Teller- β -Zerfall von ^6He zur Bestimmung von a .

Obwohl das Experiment in den 60er Jahren stattfand, liefert es noch immer den besten Wert für tensorielle Wechselwirkung. Der Vorteil des ^6He liegt darin, dass es die höchstmögliche Endpunktsenergie besitzt. Allerdings war man bei dem Experiment insofern eingeschränkt, als dass man lediglich eine gasförmige Quelle verwenden konnte, deren Nachteil in der relativ großen Ausdehnung besteht (vgl. [Joh63]).

2.6.2 Das ^{32}Ar -Experiment

Beim ^{32}Ar -Experiment wurde die verzögerte p -Emission nach dem β -Zerfall von ^{32}Ar gemessen. Die p -Linie ist aufgrund des Kernrückstoßes nach dem β -Zerfall verbreitert. Mit Hilfe des Doppler-Effekts läßt sich daraus der Impuls des Tochterkerns bestimmen [Ade99].

Eine 60 keV- ^{32}Ar -Quelle wird auf eine Kohlenstoffolie implantiert. Anschließend werden die verzögerten Protonen nach übererlaubtem $0^+ \rightarrow 0^+$ -Zerfall des ^{32}Ar mit Hilfe zweier p-i-n -Dioden detektiert. Die p -Emission findet so schnell statt, dass der Tochterkern noch keine Energie in der Kohlenstoffolie verloren haben

kann. Zur Unterdrückung des Untergrunds befand sich der Detektor in einem 3.5 T-Magneten.

Die experimentellen Daten wurden an einen Parameter $a' = \frac{a}{1 + \left(\frac{m_e}{E_\beta}\right) \cdot b}$ gefittet, welcher sowohl den Fiertz-Interferenz-Koeffizienten b als auch den β - ν -Winkelkorrelationskoeffizient a beinhaltet. Diese lieferte eine Genauigkeit von 0.9 % auf a' .

Ein deutlicher Nachteil dieses Experiments besteht darin, dass es sich lediglich auf ein ganz spezielles Zerfallsschema beschränkt.

2.6.3 Das TRIUMF-ISAC- ^{38m}K -Experiment

Beim TRIUMF-ISAC- ^{38m}K -Experiment wird der Impuls der Rückstoßionen mittels eines Flugzeit-Detektors bestimmt, wobei das β^+ -Teilchen als Start-Trigger dient. Eine MOT-Falle dient als gekühlte Untergrund-freie Atom-Quelle.

Der ^{38m}K -Strahl wird am ISAC der TRIUMF-Einrichtung produziert. Das Experiment befindet sich am TISOL-Isotopenseparator. Im Gegensatz zu den beiden oben besprochenen Experimenten kommt hier eine MOT-Falle zum Einsatz, womit allerdings auch durch die MOT bedingte Effekte auftreten können; beispielsweise zeigte sich eine Abhängigkeit von a von der Dichte der Atome in der Falle. Ein weiterer Nachteil der MOT liegt darin, dass zwar unterschiedliche Elemente in einer MOT gespeichert werden können, jedoch nicht alle (die Atome müssen im Magnetfeld der Falle über den Zeeman-Effekt zusätzliche Unterniveaus (M_J) aufspalten; Voraussetzung hierfür ist, dass für die Gesamtdrehimpulsquantenzahl der Hüllenelektronen $J \neq 0$; vgl. [HaW04]). Es ist das zur Zeit genaueste Experiment zur Bestimmung von a (vgl. [Gor05]).

2.6.4 Das Berkeley- ^{21}Na -Experiment

Ähnlich wie bei TRIUMF wird auch hier eine MOT-Falle zur Speicherung der ^{21}Na -Atome verwendet. Die ^{21}Na -Ionen werden am 88"-Zyklotron des Lawrence Berkeley National Laboratory erzeugt. Aus dem TOF-Spektrum (Englisch für „time of flight“) wird eine Bestimmung von a vorgenommen. Erste Analysen zeigten eine 3σ -Abweichung, welche eventuell durch einen systematischen Fehler in den Verzweigungsverhältnissen des ^{21}Na verursacht wurde [Sci04].

Auch dieses Experiment setzt eine MOT-Falle ein, wodurch allerdings wiederum MOT-Effekte auftreten können. Ein weiterer Nachteil besteht darin, dass das Zerfallsschema für ^{21}Na nicht genau genug bekannt war.

2.6.5 Das TRI μ P-Experiment

Das TRI μ P-Experiment befindet sich zur Zeit im Aufbau.

Zunächst sollen die β - ν -Messungen von Berkeley reproduziert werden. Später möchte man eine Bestimmung von D vornehmen. Bei D handelt es sich um eine Dreifach-Korrelation aus e^- - und ν -Impuls mit dem Kernspin, welche paritätsinvariant und sensitiv auf Zeitumkehr und exotische Wechselwirkungen (S, V, A, und T) ist. Näheres hierzu sowie eine Definition von D lässt sich in [Sev06] nachlesen. Eventuell lässt man dem eine Messung des elektrischen Dipolmoments von Radium folgen [Wil99, Ber03].

Auch dieses Experiment verwendet eine MOT-Falle.

2.6.6 Das LPC-Caen-Experiment

Mit dem LPC-Caen-Experiment möchte man eine Verbesserung des Oak-Ridge-Experiments vornehmen. Die Produktion der ^6He -Ionen wird am SPIRAL/GANIL vorgenommen. Die Ionen werden in einer Paul-Falle gekühlt und gebündelt. Anschließend nimmt man eine Flugzeit-Messung mit einer Koinzidenz zwischen β -Teilchen und Rückstoßionen vor. Die β -Teilchen werden mit einem Si-Strip-Detektor nachgewiesen, während die Rückstoßionen mittels einer positionsempfindlichen MCP nachgewiesen werden [Ban04].

2.6.7 Zusammenfassung der bisherigen Experimente zur Bestimmung der β - ν -Winkelkorrelation

Betrachtet man die bisherigen klein- a -Experimente, so lässt sich erkennen, dass es an verschiedenen Stellen noch Raum für Verbesserungen gibt. Das Oak-Ridge- ^6He -Experiment verwendete eine gasförmige Quelle. Diese besitzt den Nachteil, dass sie eine große räumliche Ausdehnung hat. Viele Stoffe liegen zudem als Festkörper vor und können daher nicht in einer Gas-Quelle gespeichert werden.

Beim ^{32}Ar -Experiment kam eine Kohlenstoffolie zum Einsatz. Diese eignet sich ebenfalls nur für sehr wenige Stoffe, da die meisten Rückstoßenergien zu niedrig sind, als dass die Rückstoßionen die C-Folie verlassen könnten.

Beim TRIUMF-ISAC- ^{38m}K -Experiment und Berkeley- ^{21}Na -Experiment hingegen wird eine MOT-Falle eingesetzt. Diese Fallen-Typen besitzen gewisse Nachteile: Man ist in der Auswahl der Elemente eingeschränkt und hat bei der MOT mit Fallen-Effekten (siehe Abs. 2.6.3) zu kämpfen.

Beim WITCH-Experiment umgeht man hingegen viele dieser Problematiken durch den Einsatz einer Penningfalle, welche es erlaubt quasi alle Elemente zu speichern. Allerdings treten bei einer Penningfalle wiederum andere Effekte auf (vgl. Abs.

3.2). Daher macht es Sinn bestehende Messungen mit anderen Fallentypen zu wiederholen um systematische Effekte in der Falle auszuschließen.

Zudem erreicht man bei WITCH, durch die Anbindung an den Isotopenseparator ISOLDE, dass eine sehr große Auswahl radioaktiver Isotope als Quelle zur Verfügung stehen, welche alle in einer Penningfalle gespeichert werden können. Dies ist bei den oben besprochenen Experimenten nicht der Fall. Auf diese Weise ist das WITCH-Experiment auch in der Lage reine Fermi- und Gamow-Teller-Zerfälle zu untersuchen.

Kapitel 3

Der Aufbau des Experiments

Das WITCH-Experiment ist am ISOLDE-Isotopenseparator am CERN aufgebaut. Von dort wird das Experiment mit Ionen verschiedenster Art versorgt.

Zunächst wird das Prinzip des MAC-E-Filters erklärt, da dieser ein elementarer Bestandteil des Experiments und für ein tieferes Verständnis eine nähere Betrachtung unablässig ist. Im Folgenden wird näher auf die Penningfalle eingegangen, da diese an mehreren Stellen im Experiment zum Einsatz kommt. Anschließend werden die beiden Einrichtungen ISOLDE und REXTRAP, sowie die Strahlführungskomponenten des Aufbaus nur kurz vorgestellt, da diese für die Simulationen nur nebensächlich sind. Detailliertere Informationen hierzu finden sich in [Coe07, Koz05, Del04].

Schließlich werden die einzelnen Komponenten des WITCH-Retardierungsspektrometers näher betrachtet. Dieses spielt in meinen Simulationen eine zentrale Rolle.

Abbildung 3.1 zeigt den schematischen Aufbau des WITCH-Experiments. Im PS-Booster des CERN werden Protonen beschleunigt und anschließend auf ein Target geschossen. Dabei entstehen durch Spallations- und Fragmentations-Effekte radioaktive Ionen, welche dann als Ionenstrahl von $E = 60 \text{ keV}$ (30 keV) in einem Magnetfeld nach Impulsen getrennt werden. Die ausgewählte Masse wird von REXTRAP vorgekühlt und gebündelt, bevor sie an WITCH geliefert werden. Über eine horizontale und vertikale Strahlführung werden die Ionen zunächst in die Kühl- und anschließend in die Zerfallsfalle geleitet. Aus der Zerfallsfalle gelangen die Rückstoßionen in das Retardierungsspektrometer. Die transmittierten Ionen werden mit 10 keV nachbeschleunigt und mittels einer Einzellinse auf den Detektor fokussiert.

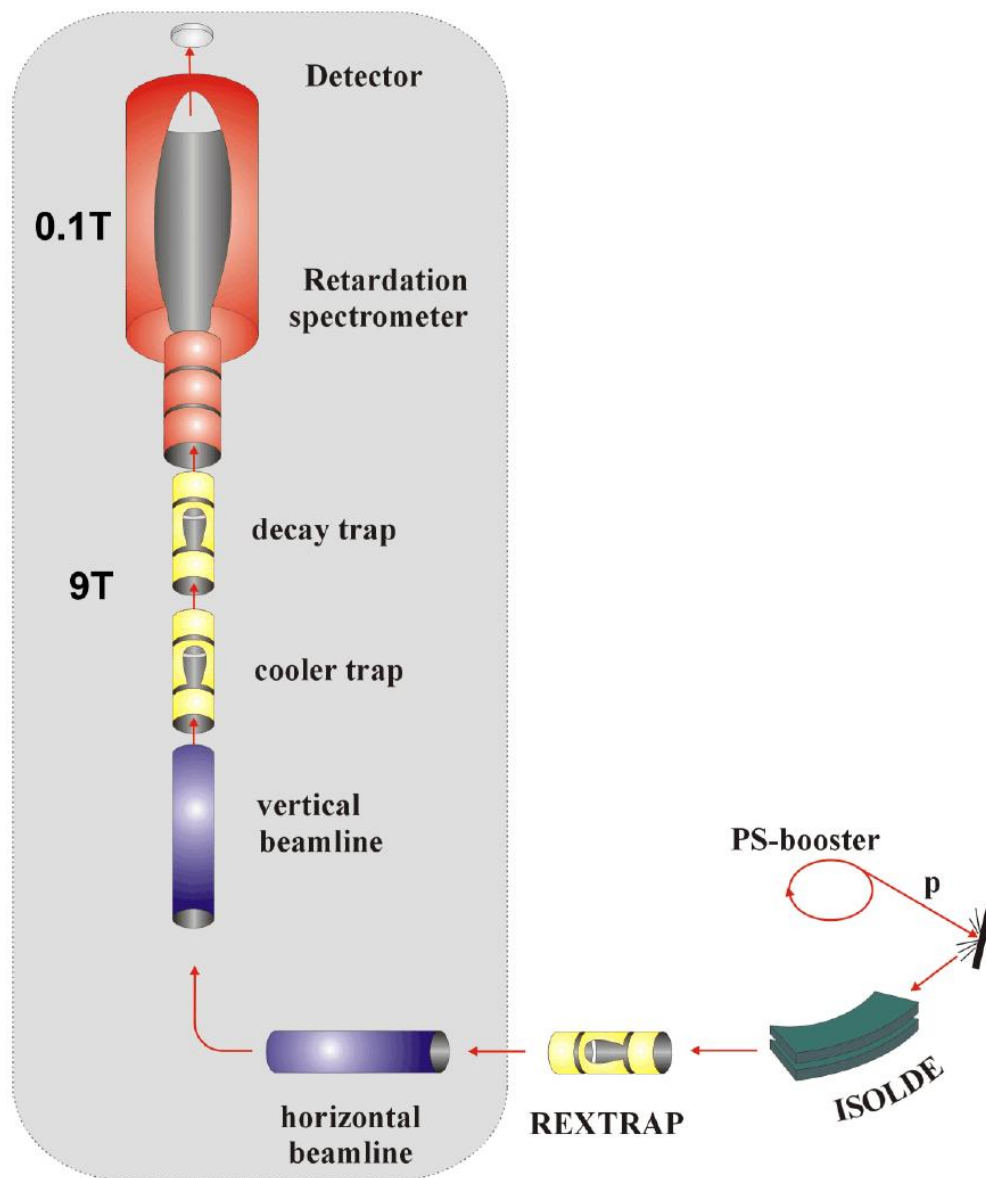


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des WITCH-Experiments: Von REXTRAP werden die gebündelten Ionen, welche in ISOLDE produziert werden über die horizontale und vertikale Strahlführung in die Kühlfalle geleitet. Nach der Kühlung mit Helium als Puffergas, werden die Ionen in der Zerfallsfalle gespeichert. Nach dem Zerfall gelangen die Rückstoßionen in das Retardierungsspektrometer (aus [Del04]).

3.1 Der MAC-E-Filter

Das WITCH-Experiment misst die Rückstoßenergie von Ionen, welche über den β -Zerfall zerfallen. Diese Energie befindet sich typischerweise in der Größenord-



Abbildung 3.2: Fotografische Aufnahme des WITCH-Aufbaus: Gezeigt ist eine Seitenansicht des WITCH-Aufbaus aus dem Jahr 2004, nachdem alle Komponenten aufgebaut waren. Rechts unten befindet sich REXTRAP (aus [Koz05]).

nung von ≈ 100 eV. Diese geringen Energien lassen sich mit einem MAC-E-Filter messen, wie er auch bei WITCH Verwendung findet.

Die Abkürzung MAC-E-Filter steht für „**m**agnetic **a**diabatic **c**ollimation with **e**lectrostatic retardation filter“. Es handelt sich dabei um einen Filter, der auf den Prinzipien einer magnetischen adiabatischen Kollimation und einer daran anschließenden elektrostatischen Retardierung beruht. Dabei wird zu den magnetischen Feldlinien transversale kinetische Energie $E_{kin,\perp}$ in longitudinale kinetische Energie $E_{kin,\parallel}$ umgewandelt, welche anschließend mittels elektrostatischer Retardierung analysiert wird.

Bei adiabatischer Bewegung ist der lokale magnetische Fluss ϕ eine Erhaltungsgröße:

$$\phi = B\pi\rho_{cyc}^2 = const.$$

Dies führt dazu, dass auch das zugehörige magnetische Dipolmoment μ eine Erhaltungsgröße ist (für eine Herleitung siehe Abs. 5.2). Es gilt:

$$\mu = \frac{E_{kin,\perp}}{B} = const. \quad (3.1)$$

In diesem Fall erfolgt die Bewegung der Ionen entlang der magnetischen Feldlinien.

Sofern die elektrostatische Retardierung noch nicht eingesetzt hat, ist die kinetische Gesamtenergie $E_{rec} = E_{kin,\parallel} + E_{kin,\perp}$ eine Erhaltungsgröße. Führt man die Ionen von einem hohen (indiziert mit *ini*) in ein schwaches Magnetfeld (indiziert mit *fin*), wird transversale kinetische Energie in longitudinale kinetische Energie umgewandelt. Mit Gl. 3.1 folgt:

$$E_{kin,\perp,ini}/B_{ini} = E_{kin,\perp,fin}/B_{fin} \quad (3.2)$$

Besitzt das Ion die anfängliche Rückstoßenergie E_{rec} , so gilt:

$$E_{kin,\parallel,fin} = E_{rec} - E_{kin,\perp,fin} = E_{rec} - E_{rec,\perp,ini} \cdot \frac{B_{fin}}{B_{ini}} \quad (3.3)$$

Nach dieser Umwandlung werden die Ionen über eine an einer Anordnung von Retardierungselektroden anliegenden Retardierungsspannung U_{ret} schrittweise abgebremst. Dadurch erreicht man, dass nur Ionen mit einer longitudinalen kinetischen Energie $E_{kin,\parallel}$ die Analysierebene bei U_{ret} passieren können, mit:

$$E_{kin,\parallel} > q \cdot U_{ret} \quad (3.4)$$

Die Analysierebene ist dabei die Ebene senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, in der das elektrische Potential ein Maximum erreicht. Durch Variation der Retardierungsspannung, kann man so ein integrales Energiespektrum der Rückstoßionen aufnehmen.

Bei WITCH starten die Ionen ihre Bewegung in einem Magnetfeld von $B_{ini} = 9 \text{ T}$, während sich die Analysierebene des MAC-E-Filters in einem Magnetfeld von $B_{fin} = 0.1 \text{ T}$ befindet. Bei adiabatischer Bewegung und hinreichend kleinen Variationsschritten der Retardierungsspannung erreicht man damit eine Energieauflösung von:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{B_{fin}}{B_{ini}} = 0.011 \quad (3.5)$$

Dieses Prinzip wird auch beim KATRIN-Experiment angewandt. Dort kommt jedoch ein zur Analysierebene nahezu spiegelsymmetrisches Spektrometer zum Einsatz. Für meine Simulationen habe ich eine leicht modifizierte Version der KATRIN-Bahnverfolgungsroutine verwendet. Dies hat Konsequenzen für das Simulationsprogramm, auf die im folgenden Kapitel 4 näher eingegangen wird.

3.2 Die Penningfalle

Im WITCH-Experiment kommen an drei Stellen Penningfallen zum Einsatz. Aus diesem Grund werden in diesem Kapitel die Vorgänge in der Penningfalle kurz näher beleuchtet. Da für meine Simulationen lediglich die Zerfallsfalle von Bedeutung ist, wird hier nicht näher auf die Kühlung und Anregung der Ionen in der Kühlfalle eingegangen. Näheres hierzu kann in [Del04, Koz05, Coe07, Coe07b] nachgelesen werden.

Bei der Penningfalle erfolgt der Einschluss eines Ions in radialer Richtung über die Lorenzkraft in einem starken homogenen Magnetfeld:

$$\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z \quad (3.6)$$

In axialer Richtung wird der Einschluss durch ein elektrostatisches Quadrupolfeld der Form

$$U(r, z) = \frac{U_0}{4d^2} (2z^2 - r^2) \quad (3.7)$$

realisiert.

Dabei ist U_0 das an der Falle anliegende Potential, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ und d ist die charakteristische Fallendimension, mit $d = \sqrt{\frac{1}{2}(z_0^2 + \frac{1}{2}\rho_0^2)}$. ρ_0 ist der Abstand des Fallenzentrums von der Taille der Ringelektrode und z_0 der Abstand des Fallenzentrums von den Zentren der Endkappen Elektroden (vgl. Abb. 3.3). Die Ringelektrode ist jeweils die zentrale Elektrode in Abb. 3.3. Die Endkappen-Elektroden sind jeweils die äußeren Elektroden in Abb. 3.3.

Es gibt zwei gängige Möglichkeiten, eine Penningfalle zu konstruieren (vgl. Abb. 3.3). Die ideale Form ist die hyperbolische Penningfalle, bei der die Elektroden eine hyperbolische Form besitzen.

Bei der zylindrischen Penningfalle bestehen die Elektroden aus zylindrischen Elektroden. Sie lässt sich leichter befüllen und entleeren, allerdings ist der Feldverlauf hier nicht ganz optimal, was sich auch durch zusätzliche Korrektorelektroden nicht vollständig ausgleichen lässt. Im WITCH-Experiment kommen lediglich zylindrische Penningfallen zum Einsatz. In Abb. 3.3 sind beide Fallentypen schematisch dargestellt.

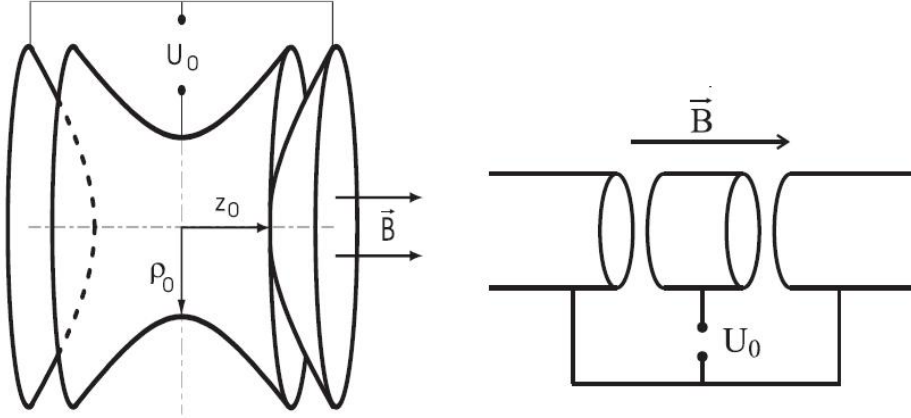


Abbildung 3.3: Penningfallen: Links: Hyperbolische Penningfalle. Rechts: Zylindrische Penningfalle (vereinfacht) (aus [Koz05])

Für ein einzelnes Ion in der Penningfalle lässt sich dessen Bewegungsgleichung analytisch lösen. Man erhält als Lösung eine Überlagerung dreier Bewegungen: der Magnetronbewegung mit der Frequenz ω_- , der reduzierten Zyklotronbewegung mit ω_+ und einer harmonischen Schwingung in Richtung der Magnetfeldlinien mit ω_z (vgl. [Bol96]). Die Trajektorie eines Ions in der Penningfalle ist in Abb. 3.4 dargestellt.

Im WITCH-Experiment haben wir es aber mit einer Teilchenzahl von $N \approx 10^6$ Ionen in der Falle zu tun. Analytisch ist einer solchen Anzahl von Ionen nicht beizukommen. Daher sind numerische Simulationen hier das Mittel der Wahl. Diese sind nicht Bestandteil dieser Arbeit, Näheres hierzu kann in [Coe07, Coe07b] nachgelesen werden. Dennoch seien hier einige qualitative Aussagen erwähnt.

Die Anwesenheit mehrerer Ionen hat unterschiedliche Effekte in der Falle zur Folge. Zum einen führt die durch die Ionen hervorgerufene Raumladung zu einer Absenkung des Fallenpotentials, d. h. ein Ion innerhalb der Wolke nimmt das Potential der Falle nur abgeschirmt von der Ladung der anderen Ionen wahr.

Die Bewegung der Ionen im Inneren der Falle bewirkt eine Änderung des Magnetfeldes. Über die Form der Bewegung der Ionen kann hier keine genaue Aussage getroffen werden. Für einige Spezialfälle sei hier auf [Dub99] und [Bec01] verwiesen.

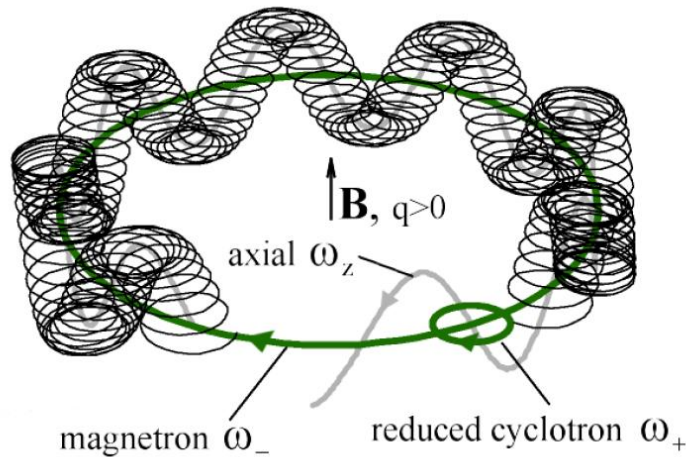


Abbildung 3.4: Bewegung in der Penningfalle: Die Bewegung in der Penningfalle setzt sich aus drei Teilen zusammen: Der reduzierten Zyklotronbewegung, der Magnetronbewegung und der harmonischen Schwingung in axialer Richtung (aus [Koz05]).

Zusammen führen diese beiden Effekte zu einer Änderung der Frequenzen ω_{\pm} und ω_z und damit zu einer veränderten Eigenbewegung.

Des Weiteren führen abstoßende Coulombkräfte zwischen den Ionen zur Vergrößerung der Ionenwolke. Dies kann zu systematischen Effekten führen, da die Transmissionsfunktion des Spektrometers abhängig vom Radius der Ionenwolke ist.

3.3 ISOLDE

Bei ISOLDE handelt es sich um einen Isotopenseparator, welcher am CERN aufgebaut ist. Dies ist die zur Zeit weltbeste Einrichtung ihrer Art. Sie ist in der Lage ein sehr weites Spektrum radioaktiver Isotope zu erzeugen(vgl. [Kug00]).

Zur Erzeugung der Isotope werden Protonen im PS-Booster auf Energien von etwa 1,4 GeV beschleunigt und diese dann auf ein schweres Target geschossen. Durch Spallations-, Fragmentationsprozesse und Neutroneneinfang entstehen dabei radioaktive Kerne, die aus dem heißen Target herausdiffundieren. Diese werden im Anschluss ionisiert und auf Energien von bis zu $E = 60$ keV beschleunigt. Über einen Separationsmagneten werden anschließend die unterschiedlichen Massen der Ionen getrennt. Dazu stehen der GPS (general purpose separator) mit einer Massenauflösung von 2400 und der HRS (high resolution separator) mit einer Auflösung von 6000 zur Verfügung.

Abbildung 3.5 gibt einen schematischen Überblick über ISOLDE.

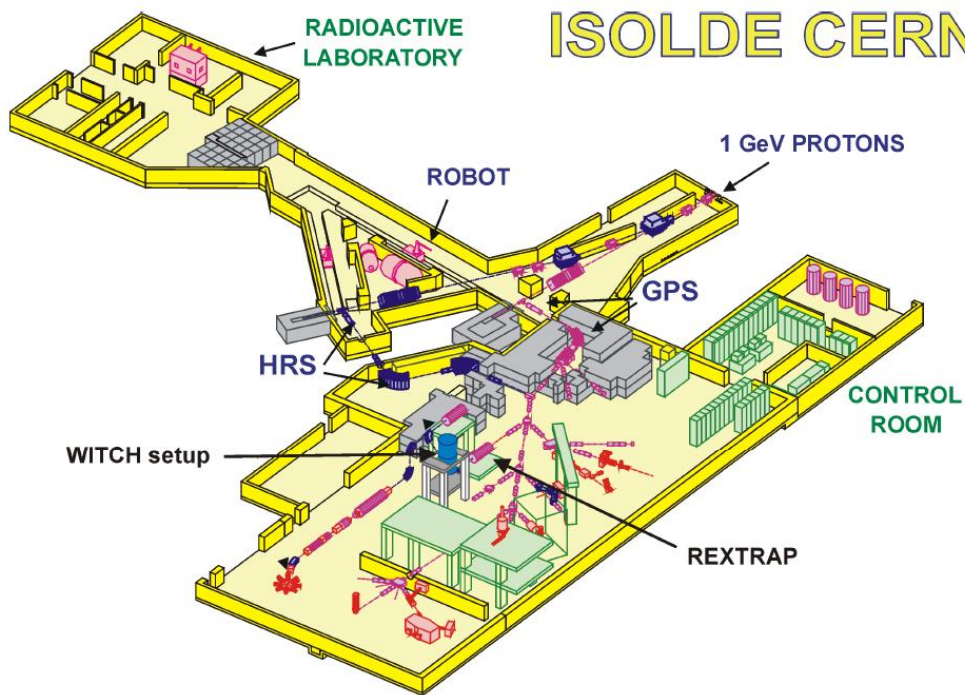


Abbildung 3.5: Schematischer Überblick über die ISOLDE-Einrichtung: Durch Beschuss eines Targets mit hochenergetischen Protonen werden verschiedene radioaktive Isotope erzeugt, welche danach mit Hilfe des GPS bzw. des HRS getrennt und an die verschiedenen Experimente geliefert werden.

3.4 REXTRAP

ISOLDE liefert einen kontinuierlichen Ionenstrahl mit einer Energie von $E = 60 \text{ keV}$ bzw. 30 keV . In REXTRAP, der Kühlerfalle des REX-ISOLDE-Beschleunigers, wird dieser Strahl mittels einer zylindrischen Penningfalle gesammelt und gekühlt. Anschließend werden die Ionen gebündelt und wieder auf 60 keV bzw. 30 keV beschleunigt. In dieser Form werden die Ionen REX-ISOLDE bzw. das WITCH-Experiment, geliefert.

3.5 Die Strahlführung von WITCH

Die Strahlführung der Ionen lässt sich in eine horizontale und eine vertikale Komponente unterteilen, welche beide über einen 90° -Umlenker verbunden sind.

Die Aufgabe der horizontalen Strahlführung ist es, den Ionenstrahl von REXTRAP zu WITCH zu transportieren. Sie besteht im Wesentlichen aus einer Reihe von Strahlführungskomponenten für den mit 60 keV ankommenden Strahl.

Ein Kicker fungiert als Beamgate, welches den Ionenstrahl je nach anliegender Spannung geradeaus weiterleiten kann, falls dort ein weiteres Experiment steht oder ablenkt und zum WITCH-Experiment führt. Anschließend passiert der vertikale Strahl eine Einzellinse, bevor er in den 90°-Umlenker eintritt. Die gesamte horizontale Strahlführung befindet sich unter Vakuum, mit einem Druck von $p \approx 10^{-8}$ mbar.

Nach dem Passieren des 90°-Umlenkens gelangt der Strahl in die vertikale Strahlführung. Der Hauptbestandteil der vertikalen Strahlführung ist eine gepulste Drift-Strecke mit Retardierungselektroden. Sie erlaubt den Verzicht auf eine HV-Plattform für die Penningfallen, da sie die Ionen von 30 keV bzw. 60 keV auf einige hundert eV bis 1.5 keV abbremst bevor sie in das hohe Magnetfeld, welches eine Stärke von $B_{ini} = 9$ T aufweist, gelangen.

An mehreren Stellen in der Strahlführung befinden sich Strahldiagnosen zur Überwachung der Strahlintensität, -position und -breite. Durch mehrere X-Y-Steuerplatten lassen sich Strahlverschiebungen ausgleichen. Eine genaue Beschreibung der Strahlführung kann in [Coe07, Coe07a] nachgelesen werden.

3.6 Die Penningfallen in WITCH

Im WITCH-Experiment werden zwei Penningfallen eingesetzt. Die erste dient zur Kühlung der Ionen, in der zweiten werden die Ionen gespeichert, zerfallen dort und dienen somit als Quelle für die Messung. Der Transfer zwischen den beiden Fallen erfolgt über eine differentielle Pumpstrecke. Unten befindet sich die Kühlfalle, oben die Zerfallsfalle und dazwischen ist die differentielle Pumpstrecke eingebaut.

3.6.1 Die Kühlfalle

Nach der vertikalen Strahlführung gelangt der Ionenstrahl in die Kühlfalle. Bevor er in die Falle gelangt, wird er von 1,5 keV auf 50 eV abgebremst. Es handelt sich dabei um eine zylindrische Penningfalle, wie sie weiter oben beschrieben wurde. Sie setzt sich zusammen aus je vier Endkappenelektroden, jeweils zwei inneren und äußeren Korrektorelektroden und einer zentralen Ringelektrode. Über ein Einlasssystem kann ein Puffergas in die Falle geleitet werden. Der Druck des Puffergases wurde auf etwa 10^{-3} bis 10^{-5} mbar berechnet. Durch Stöße mit dem Puffergas werden die Ionen gekühlt. Die Kühlfalle befindet sich in der 9 T-Region des Magnetfelds. Die Falle hat einen Durchmesser von 4 cm.

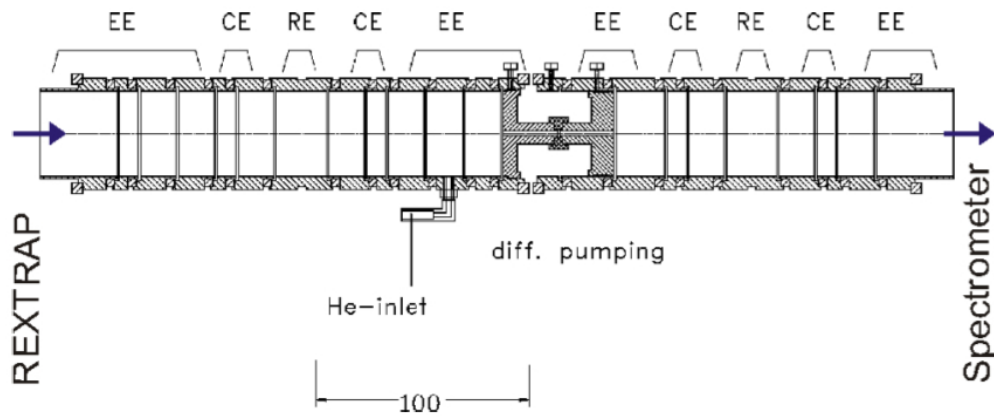


Abbildung 3.6: Die Elektroden der Kühl- und der Zerfallsfalle. Die Abbildung zeigt die beiden Fallen des WITCH-Spektrometers mit deren Elektroden. Zwischen den beiden Fallen befindet sich die differentielle Pumpstrecke. Zur Nomenklatur: EE bezeichnet die Endkappenelektroden, CE die Korrektur-Elektroden und RE die zentrale Ringelektrode. Aus [Koz05].

Tabelle 3.1: Die Nomenklatur der Elektroden der Zerfallsfalle und der diff. Pumpstrecke.

Name	Elektrode
DEE1	Diff. Pumpstrecke
DEE2	untere Endkappen-Elektrode
DEE3	untere Endkappen-Elektrode
DCE1	untere, äußere Korrektur-Elektrode
DCE2	untere, innere Korrektur-Elektrode
DRE	zentrale Ringelektrode
DCE3	obere, innere Korrektur-Elektrode
DCE4	obere, äußere Korrektur-Elektrode
DEE5	obere, innere Endkappen-Elektrode
DEE6	obere, äußere Endkappen-Elektrode

3.6.2 Die Differentielle Pumpstrecke

Beim Transfer der Ionen von der Kühlfalle in die Zerfallsfalle muss sichergestellt werden, dass möglichst nur die Ionen, nicht aber das Puffergas in die Zerfallsfalle gelangen. Dies geschieht mittels einer differentiellen Pumpstrecke, deren zentrales Loch mit einem Durchmesser von $d_{dif} = 2$ cm zum Durchschuss der Ionen dient. Der Transfer der Ionen geschieht durch Absenken des elektrischen Potentials zwischen den beiden Fallen [Coe07b].

3.6.3 Die Zerfallsfalle

Auch bei der Zerfallsfalle handelt es sich um eine zylindrische Penningfalle. Analog zur Kühlfalle besteht auch die Zerfallsfalle aus je vier Endkappenelektroden, zwei inneren und äußeren Korrektorelektroden und einer zentralen Ringelektrode. Durch Anlegen einer geeigneten Spannungskonfiguration an die Falle können mittels eines Quadrupol- oder eines Kastenpotentials die Ionen in der Größenordnung von $t \gg 1$ s gespeichert werden. Die Zerfallsfalle befindet sich ebenfalls in der 9 T-Region. Auch die Zerfallsfalle hat einen Durchmesser von 4 cm. Die Länge der Falle beträgt etwa 14.9 cm. Die Differenz des Magnetfelds zwischen Fallenzentrum und Fallende beträgt etwa $\Delta B \approx 0.1$ mT. Tabelle 3.2 enthält verschiedene Elektrodenkonfigurationen der Zerfallsfalle.

Tabelle 3.2: Verschiedene Elektrodenkonfigurationen der Zerfallsfalle. Tabelliert sind die Elektrodenkonfigurationen für ein Quadrupolpotential (QP) mit einer Tiefe von $U_{\text{trap}} = 20$ V (aus [Coe07]) und $U_{\text{trap}} = 10$ V sowie ein Box-Potential mit einer Tiefe von $U_{\text{trap}} = 20$ V, $U_{\text{trap}} = 10$ V und $U_{\text{trap}} = -10$ V.

Konfiguration:	QP, 20 V	QP, 10 V	Box, 20 V	Box, 10 V	Box, -10 V
Elektrode	angelegte Spannung [V]				
DEE1	20	10	20	10	0
DEE2	20	10	20	10	0
DEE3	20	10	20	10	0
DCE1	13.5	6.75	0	0	-10
DCE2	3.3	1.65	0	0	-10
DRE	0	0	0	0	-10
DCE3	3.3	1.65	0	0	-10
DCE4	13.5	6.75	0	0	-10
DEE5	20	10	20	10	0
DEE6	20	10	20	10	0

Abbildung 3.7 zeigt das Magnetfeld in der Zerfallsfalle für verschiedene radiale Abstände r von der z -Achse. Aufgrund der Zusammensetzung des 9 T-Magneten aus mehreren Spulen kommt es zu einer leichten Magnetfeldinhomogenität. Das Magnetfeld erreicht bei $z = 12$ cm ein lokales Maximum. Näheres zu der Auswirkung dieser Inhomogenität auf die Transmission der Ionen findet sich in Abs. 6.2.2. Die Abweichungen der Kurven für verschiedene r sind sehr gering (≈ 0.1 mT)

3.7 Das Retardierungsspektrometer

Beim Retardierungsspektrometer handelt es sich um einen MAC-E-Filter bestehend aus einem Elektrodensystem, welches sich innerhalb zweier supraleitender

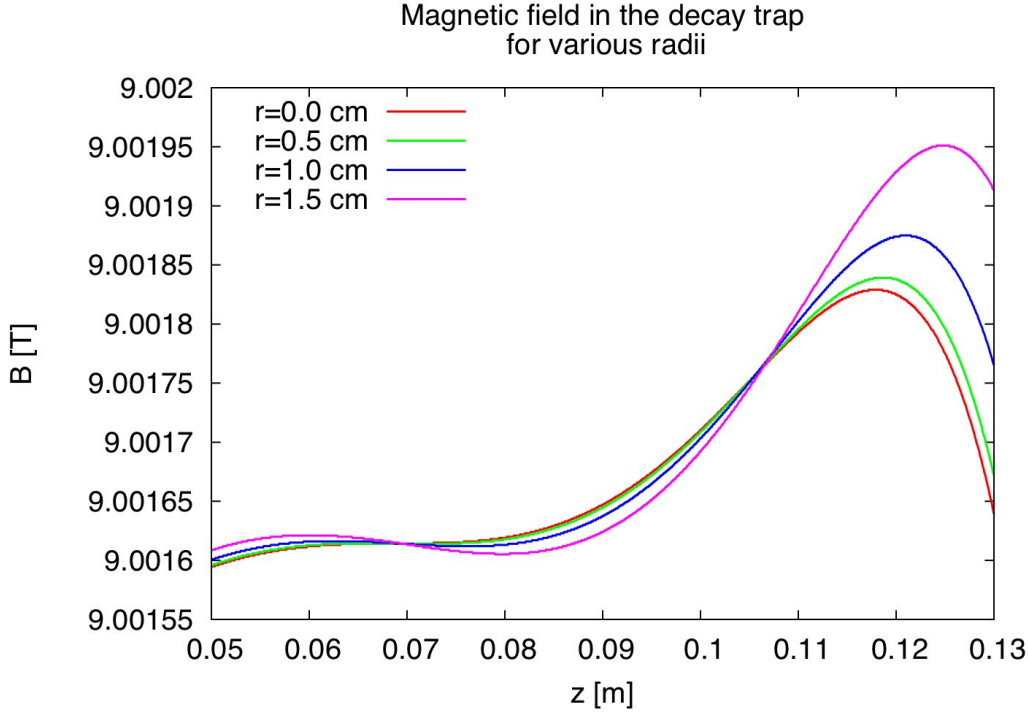


Abbildung 3.7: Magnetfeld in der Zerfallsfalle für verschiedene radiale Abstände r . Die Abbildung zeigt die Zerfallsfalle mit dem berechneten Magnetfeld im Inneren entlang verschiedener Abstände r von der z -Achse. Aufgrund der Zusammensetzung des 9 T-Magneten aus mehreren Spulen kommt es zu einer leichten Magnetfeldinhomogenität. Das Magnetfeld erreicht bei $z \approx 12$ cm ein lokales Maximum.

Helium gekühlter Magnetspulen befindet. Abbildung 3.8 liefert einen schematischen Überblick über das Retardierungsspektrometer von WITCH.

3.7.1 Die Magnetspulenkonfiguration

Zur Konvertierung der radialen kinetischen Energie der Ionen in axiale kinetische Energie, befindet sich die Zerfallsfalle in einem hohen Magnetfeld, der daran anschließende Retardierungsteil des Spektrometers befindet sich in einem schwachen Magnetfeld. Für das starke Magnetfeld wird ein 9 T-Magnet mit einem Innendurchmesser von $d_{M_1} = 15.95$ cm eingesetzt, für das schwache Feld kommt ein 0.2 T-Magnet mit einem Innendurchmesser von $d_{M_2} = 49.646$ cm zum Einsatz. Normalerweise wird der 9 T-Magnet bei 9 T und der 0.2 T-Magnet bei 0.1 T betrieben. Der Abstand der Magnetspulenzentren beträgt nominell $d_{mag} = 1.38$ m, wobei sich der 9 T-Magnet um jeweils 3 cm nach vorne oder nach hinten verschieben lässt. In Abb. 3.9 ist das Retardierungsspektrometer mit dem simulierten Magnetfeld im Inneren dargestellt.

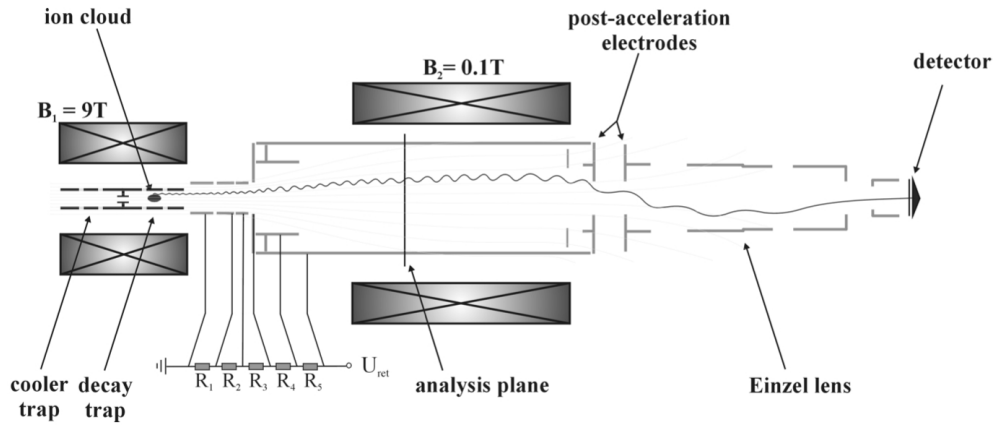


Abbildung 3.8: Schematische Darstellung des WITCH-Retardierungsspektrometers: Beide Fallen befinden sich in der 9T-Region. Über eine Anordnung von Retardierungselektroden werden die Ionen energieselektiv auf den Detektor geleitet (aus [Del04]).

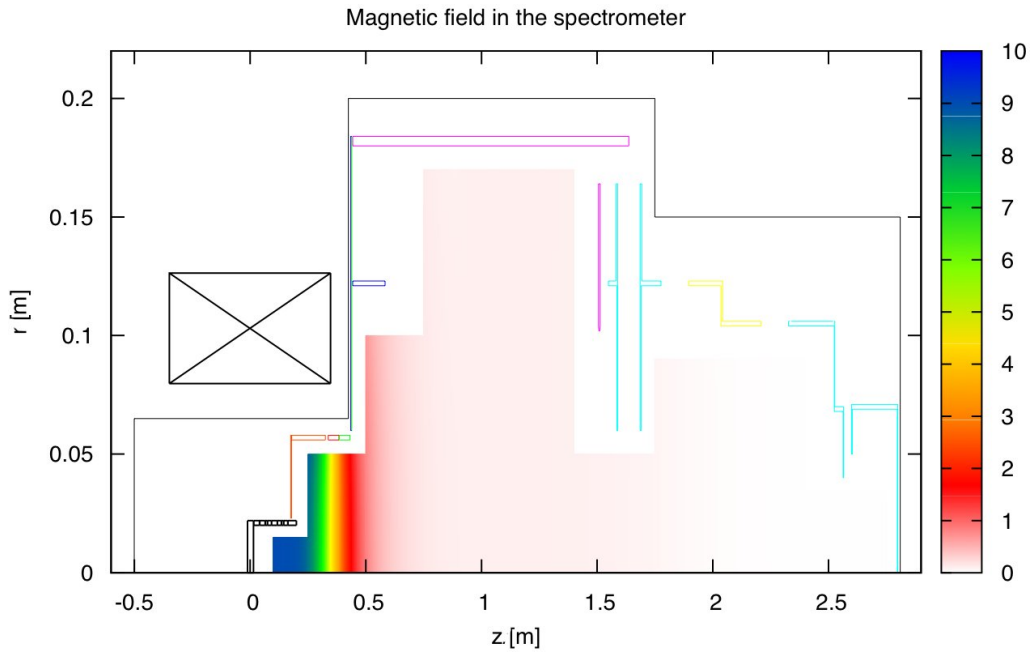


Abbildung 3.9: Magnetfeld im WITCH-Setup: Die Abbildung zeigt das Retardierungsspektrometer mit dem berechneten Magnetfeld im Inneren. Das Magnetfeld wurde für die Soll-Konfiguration berechnet, mit einem Abstand von $d_{mag} = 1,38\text{ m}$ zwischen den beiden Magneten. Das hohe Magnetfeld hatte eine Stärke von $B_{ini} = 9\text{ T}$ und das schwache hatte einen Wert von $B_{fin} = 0.1\text{ T}$ in der Analysierebene bei $z \approx 1\text{ m}$.

Abbildung 3.10 zeigt das berechnete und das gemessene Magnetfeld entlang der z -Achse ($r = 0$) in logarithmischer Darstellung. In beiden Abbildungen wurde das Magnetfeld für die Soll-Konfiguration berechnet, mit einem Abstand von $d_{mag} = 1,38$ m zwischen den beiden Magneten. Das hohe Magnetfeld hatte eine Stärke von $B_{ini} = 9$ T und das schwache hatte einen Wert von $B_{fin} = 0.1$ T. Beide Kurven sind in guter Übereinstimmung.

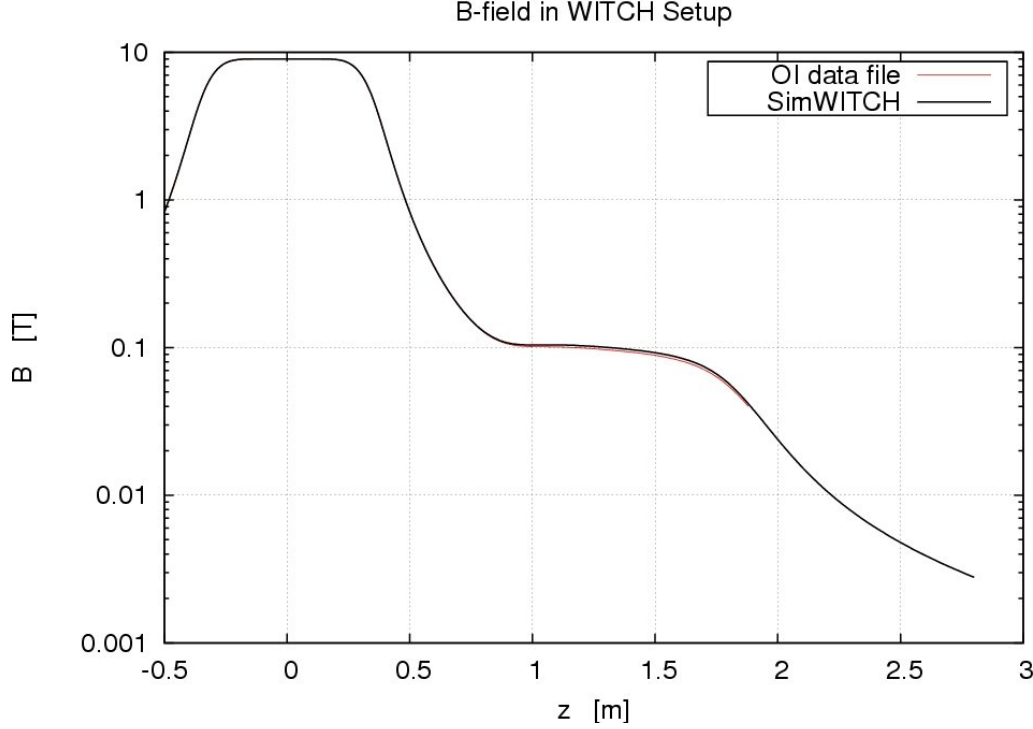


Abbildung 3.10: Das Magnetfeld auf der Symmetrieachse: Die Abbildung zeigt das Magnetfeld entlang der Symmetrieachse des Spektrometers ($r = 0$) in logarithmischer Darstellung. Die schwarze Kurve zeigt eine Messung von Oxford Instruments. Die rote Kurve wurde berechnet. Die Übereinstimmung ist sehr gut.

3.7.2 Die Elektrodenkonfiguration

Das Elektrodensystem lässt sich in zwei Teile unterteilen: eine Retardierung und daran anschließend eine elektrostatische Nachbeschleunigung. Bis zur Analysierebene muss die Bewegung der Ionen möglichst adiabatisch erfolgen. Das bedeutet, die Ionen bewegen sich entlang der magnetischen Feldlinien. Ist die Bewegung der Ionen in diesem Bereich nicht adiabatisch, kann dies die Form der Transmissionsfunktion verändern. Darauf wird im Folgenden noch näher eingegangen. Nach der Analysierebene erfolgt die Bewegung nicht mehr adiabatisch, da hier die Ionen über die Nachbeschleunigung auf für den Nachweis notwendige Energien

beschleunigt und fokussiert werden. Abbildung 3.11 zeigt das Retardierungsspektrometer mit dem berechneten elektrischen Potential im Inneren. Das Potential wurde berechnet für eine Retardierungsspannung von $U_{ret} = 100$ V, Fallenpotential $U_{trap} = -10$ V, Nachbeschleunigung $U_{post} = -10$ kV und Potential der Einzellinse von $U_{EINZ01} = -200$ V. Da das Berechnungsprogramm nicht in der Lage ist, in unmittelbarer Nähe der Elektroden zu rechnen (vgl. Kap. 4), wurde das Potential nur bis kurz vor den Elektroden berechnet.

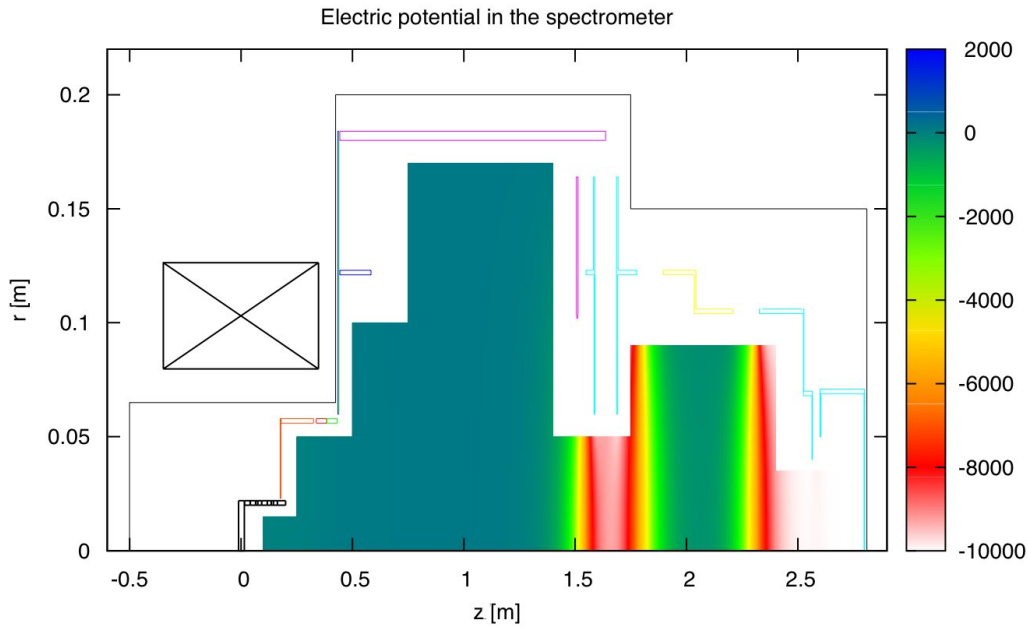


Abbildung 3.11: Das elektrische Potential im WITCH-Spektrometer: Die Abbildung zeigt das Retardierungsspektrometer mit dem berechneten elektrostatischen Potential im Inneren. Das Potential wurde berechnet für eine Retardierungsspannung von $U_{ret} = 100$ V, Fallenpotential $U_{trap} = -10$ V, Nachbeschleunigung $U_{post} = -10$ kV und Potential der Einzellinse von $U_{EINZ01} = -200$ V. Da das Programm nicht in der Lage ist, in unmittelbarer Nähe der Elektroden zu rechnen, wurde das Potential nur bis kurz vor den Elektroden berechnet.

Um eine adiabatische Bewegung zu gewährleisten, wird das elektrische Feld nach der Falle schrittweise erhöht (vgl. Tab. 3.3). Dies geschieht über ein System von Retardierungselektroden, wie es in Abbildung 3.8 dargestellt ist. Nachdem die Ionen die Falle verlassen, gelangen sie in eine 11,2 cm durchmessende, aus drei Elektroden, SPRETA01, SPRETA02 und SPRETA03, bestehende, 25, 55 cm lange Anordnung von Retardierungselektroden. Die Bezeichnung der Elektroden kann Abb. 3.12 entnommen werden.

Hiernach wird die Retardierungsspannung schrittweise über zwei Elektroden, die beide auf gleichem Potential liegen (SPRETA04 und SPRETA05) weiter erhöht. Diese befinden sich innerhalb der Hauptretardierungselektrode SPRETA06. Die

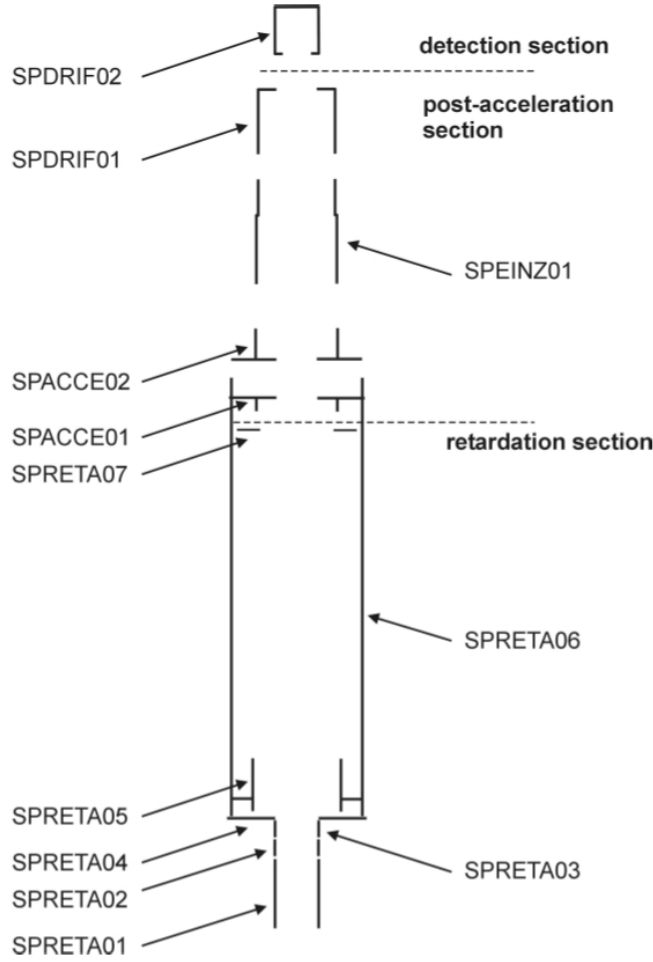


Abbildung 3.12: Die Bezeichnung der Spektrometer-Elektroden. Die Abbildung zeigt die Elektroden des Retardierungsspektrometers, sowie deren Bezeichnung. Im oberen Bereich befindet sich der Detektor, darunter die Nachbeschleunigung und im unteren Bereich die Retardierungselektroden.

SPRETA06-Elektrode erstreckt sich über eine Länge von $l_{SPRETA06} = 1,193 \text{ m}$ und besitzt einen Durchmesser von $d_{SPRETA06} = 20,4 \text{ cm}$. Innerhalb dieser Elektrode erreicht das elektrische Potential sein Maximum. An ihrem Ende ist eine weitere hohe und schmale Elektrode SPRETA07 angebracht, die auf gleichem Potential liegt und zur Abschirmung der Nachbeschleunigung von der Retardierung dient. Die standardmäßige Belegung der Retardierungselektroden ist in der Tabelle 3.3 aufgelistet.

Nach der Retardierung folgt die Nachbeschleunigung. Diese besteht insgesamt aus fünf Elektroden. Die ersten beiden Elektroden besitzen ein T-förmiges Profil,

Tabelle 3.3: Die Standard-Elektrodenbelegung des Retardierungsspektrometers. U_{ret} ist die an den Retardierungselektroden SPRETA01 bis SPRETA07 anliegende Retardierungsspannung [Del04]. U_{ret} kann zwischen 0 V und 500 V variiert werden.

Elektrode	U [V]
SPRETA01	$0 \cdot U_{ret}$
SPRETA02	$30 \cdot U_{ret}$
SPRETA03	$6 \cdot U_{ret} 0$
SPRETA04, SPRETA05	$80 \cdot U_{ret}$
SPRETA06, SPRETA07	$100 \cdot U_{ret}$
SPACCE01, SPACCE02	-10000
SPEINZ01	-200
SPDRIF01, SPDRIF02	-10000

wobei sie mit der flachen Seite zueinander angeordnet sind. Sie dienen zur Beschleunigung der Ionen, welche das Retardierungsspektrometer verlassen konnten auf die zum Nachweis erforderlichen Energien. Hiernach folgt die Einzellinsenelektrode, welche auf einem positiveren Potential liegt als die übrigen Retardierungselektroden. Sie dient dazu, die Ionen auf den Detektor zu fokussieren. Die Fokussierung der Ionen durch die Einzellinse ist über

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{p_2}{p_1} \quad (3.8)$$

vom Impuls der Ionen (p_1 und p_2) und damit von mehreren Parametern abhängig, wie der kinetischen Energie des Ions, der Masse aber auch der Ladung. Dabei sind, in Analogie zur klassischen Optik n die Brechzahl, n_i der Brechungsindex des mit i indizierten Mediums und f_i die zugehörigen Brennweiten (aus [Hin97]).

Anschließend folgen zwei weitere Nachbeschleunigungselektroden. Die hintere besitzt eine Zylinderform, an deren hinterer Wand sich der Detektor befindet.

Im Normalbetrieb wird die Nachbeschleunigung auf $U_{post} = -10 \text{ keV}$ gelegt, während die Einzellinse mit $U_{EINZ} = -200 \text{ V}$ betrieben wird.

3.7.3 Der Detektor

Als Detektor wird zur Zeit eine positionsempfindliche Mikrokanalplatte (MCP) eingesetzt. Dadurch wird neben der Anzahl detektierter Ionen auch eine Ortsinformation geliefert. Als Energieinformation liefert der Detektor die Pulshöhenverteilung. Jedoch ist die Energieauflösung sehr niedrig (vgl. [Coe07]), aber ausreichend, um auf einer statistischen Basis β -Teilchen von Rückstoßionen zu unterscheiden. In Abb. 3.13 ist eine Aufnahme des Detektors zu sehen.

Der Detektor ist in die Rückwand der DRIF02-Elektrode eingelassen. Seine Frontfläche befindet sich auf dem gleichen Potential. Er ist kreisförmig, mit einem

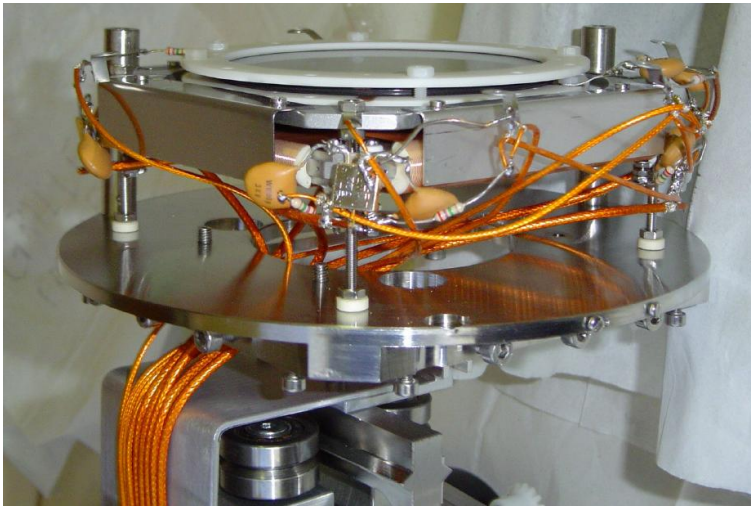


Abbildung 3.13: Fotografische Aufnahme des Detektors: Als Detektor kommt eine MCP mit einem Durchmesser von $d = 4$ cm zum Einsatz.

Durchmesser von $d = 4,7$ cm. Die Positionsauflösung beträgt $110 \mu\text{m}$. Die Effizienz des Detektors beträgt 52.3 % (vgl. [Lie05]).

Kapitel 4

SimWITCH

Ein zentraler Punkt meiner Arbeit war das Erstellen des Simulationstools SimWITCH zur Simulation der Teilchenbewegung für WITCH. Hier soll nun ein kurzer Überblick über dessen Funktionen gegeben werden und einige Konsistenztests gezeigt werden.

4.1 Übersicht

SimWITCH basiert auf der Bahnverfolgungsroutine `traj.c`, welche von Ferenc Glück¹ in der Programmiersprache C geschrieben wurde und schon bei verschiedenen anderen Experimenten wie KATRIN oder aSPECT zum Einsatz kam. Diese Bahnverfolgungsroutine verwendet den Runge-Kutta-Algorithmus, einem Verfahren zur Lösung von Anfangswertproblemen.

Das Programm wurde um einige Funktionen wie der Möglichkeit zur Durchführung von Monte-Carlo-Simulationen, dem systematischen Variieren eines oder mehrerer Startparameter und einer einfachen Möglichkeit zur Änderung der Elektroden- und Spulen-Konfiguration erweitert. Eine Beschreibung dieser Funktionen lässt sich im Folgenden nachlesen.

Das Hauptprogramm `simwitch.cpp` beinhaltet das Startmenü und die Funktionen zur Durchführung einer einzelnen Bahnverfolgungsrechnung `SingleTraj` und jene zur Durchführung einer Rechnung bei Variation eines oder mehrerer Startparameter `MultiTraj`, zu welcher wiederum die Funktionen `TECutoff` zur Durchführung einer θ - E -Cut-Off-Rechnung (siehe auch Kap. 5) und `ThetaPhiTest` zum Ausführen eines θ - ϕ -Korrelationstests gehören.

In die Datei `simwitch.cpp` sind die folgenden Header-Dateien eingebunden, welche ihrerseits folgende Aufgaben übernehmen:

¹Ferenc Glück, Forschungszentrum Karlsruhe

- `elmain.hpp` beinhaltet die Routine zur Berechnung der elektrischen und magnetischen Felddaten und zum Erstellen einer zugehörigen Eingabedatei. In ihr eingebunden ist die Datei `elcd3 2.c`.
- `traj.c` beinhaltet den Code für die Bahnverfolgungsrechnung. Dieser wurde ebenso wie der von `elmain.hpp` von Ferenc Glück geschrieben und von mir um einige Funktionen erweitert und angepasst.
- `random.hpp` beinhaltet den Zufallszahlengenerator `ran2` aus [Num01], sowie eine Klasse zum Würfeln eines entsprechenden Satzes an Startparametern für eine Monte-Carlo-Simulation.
- `montecarlo.hpp` beinhaltet die Klasse zur Durchführung einer solchen Monte-Carlo-Rechnung.
- `spec.hpp` enthält die Klasse zum Würfeln einer Rückstoßenergie aus einem Spektrum.

4.2 Der Aufbau des Programms

Der Quellcode des gesamten Programms besteht aus mehreren Dateien. Zum Kompilieren verwendet man die Datei `simwitch.cpp` und unter Linux den Befehl:

```
g++ simwitch.cpp -lm -o simwitch
```

danach kann das Programm mit `./simwitch` gestartet werden. Das Kompilieren benötigt das GNU Compiler Compendium, welches Bestandteil der meisten Linux-Distributionen ist. Unter Windows kann das Programm beispielsweise mit dem Compiler Bloodshed DEV C++² kompiliert werden. Das Programm benötigt nach dem Kompilieren ca. 60MB Festplattenspeicher, welcher hauptsächlich von den elektrischen und magnetischen Felddaten beansprucht wird (vgl. Abs. 4.3.1). Die Größe der Ausgabedateien ist abhängig von der gewählten Funktion und der Zahl der Ereignisse.

4.3 Die Komponenten von SimWITCH

SimWITCH ist ein Programmpaket verschiedener Simulationstools. Diese lassen sich unterteilen in:

- Die E- und B-Feld-Berechnung

²www.bloodshed.org

- Die Einzelbahnverfolgung
- Die Multibahnverfolgung
- Die Monte-Carlo-Funktion

Diese einzelnen Bestandteile werden hier nun ausführlicher besprochen.

4.3.1 Die E- und B-Feld-Berechnung

Bevor mit der Bahnverfolgung eines Ions begonnen werden kann, müssen zunächst die elektrischen und magnetischen Felddaten für den WITCH-Aufbau und die jeweilige Elektrodenkonfiguration berechnet werden.

Für die Berechnung der E- und B-Felder kommen die beiden Routinen `elmain` und `magmain` zum Einsatz. Nachdem einmal die Felder berechnet wurden, können mit dieser Konfiguration beliebig viele Bahnverfolgungsrechnungen durchgeführt werden. Diese beiden Routinen erstellen die Dateien `elsource.dat` und `magsource.dat`, welche die elektrischen und magnetischen Felddaten enthalten und auf die von der Bahnverfolgungsroutine `traj` zugegriffen wird.

Die Berechnung geschieht mittels der Funktionen `elmain` für das elektrische Feld und `magmain` für das magnetische Feld. Beide Funktionen sind Bestandteil der Datei `elmain.hpp`. `elmain` greift dabei auf die Datei `cylinder.dat` als Eingabedatei zurück, welche sämtliche Informationen zur Geometrie der Elektroden im WITCH-Aufbau enthalten. `magmain` greift seinerseits wiederum auf die Datei `magnetfeld.dat` zurück, welche die Spulenkonfiguration beinhaltet. Beide Dateien verwenden, wie das gesamte Programm Zylindersymmetrie. Der Aufbau dieser beiden Dateien sieht folgendermaßen aus:

- **cylinder.dat:** In der ersten Zeile steht die Anzahl der Elektroden, welche identisch mit der Anzahl der nachfolgenden Zeilen ist. Für jede Elektrode gibt es nun im Folgenden eine Zeile mit folgendem Aufbau:

$$Z_{ini} \quad R_{ini} \quad Z_{fin} \quad R_{fin} \quad U \quad N$$

Dabei sind Z_{ini} und Z_{fin} Anfangs- und Endposition der z -Koordinate der jeweiligen Elektrode in m, R_{ini} und R_{fin} Anfangs- und Endradius der Elektrode in m, U das Potential der Elektrode in V und N ein Diskretisierungsparameter. N muss abhängig von der Länge der Elektrode gewählt werden. Für die kürzesten Elektroden habe ich $N = 2$ gewählt, während für die längste Retardierungselektrode SPRETA06 $N = 20$ gewählt wurde. Wird N zu klein gewählt, kann es zu numerischen Fehlern in der Berechnung des elektrischen Feldes kommen. Wählt man N hingegen sehr groß, dauert die Berechnung der elektrischen Felddaten sehr lange. Auf diese Weise

lassen sich nur Elektroden einbinden, die im Profil linienförmig sind. Um komplizierter geformte Elektroden zu implementieren, kann man diese aus mehreren solcher Elemente zusammensetzen.

- **magnetfeld.dat:** In der ersten Zeile steht die Anzahl der Spulen, welche identisch ist mit der Anzahl der nachfolgenden Zeilen. Für jede Spule gibt es im Folgenden eine Zeile mit folgendem Aufbau:

$$Z_{cnt} \quad R_{ini} \quad L_R \quad L_Z \quad C$$

Dabei gibt Z_{cnt} das Zentrum der Spule auf der z -Achse an, R_{ini} den Innenradius, L_R die Dicke in radialer Richtung, L_Z die Gesamtlänge in z -Richtung und C ist die Anzahl der Windungen multipliziert mit der Stromstärke in A. Um die Richtung des Magnetfeldes umzupolen, kann das Vorzeichen von C geändert werden.

Das Programm beinhaltet zudem eine Funktion zur Berechnung von E- und B-Feldern in einem rechteckigen Feld in der z - r -Ebene. Auf diese Funktion kann direkt über das Menü von SimWITCH zugegriffen werden.

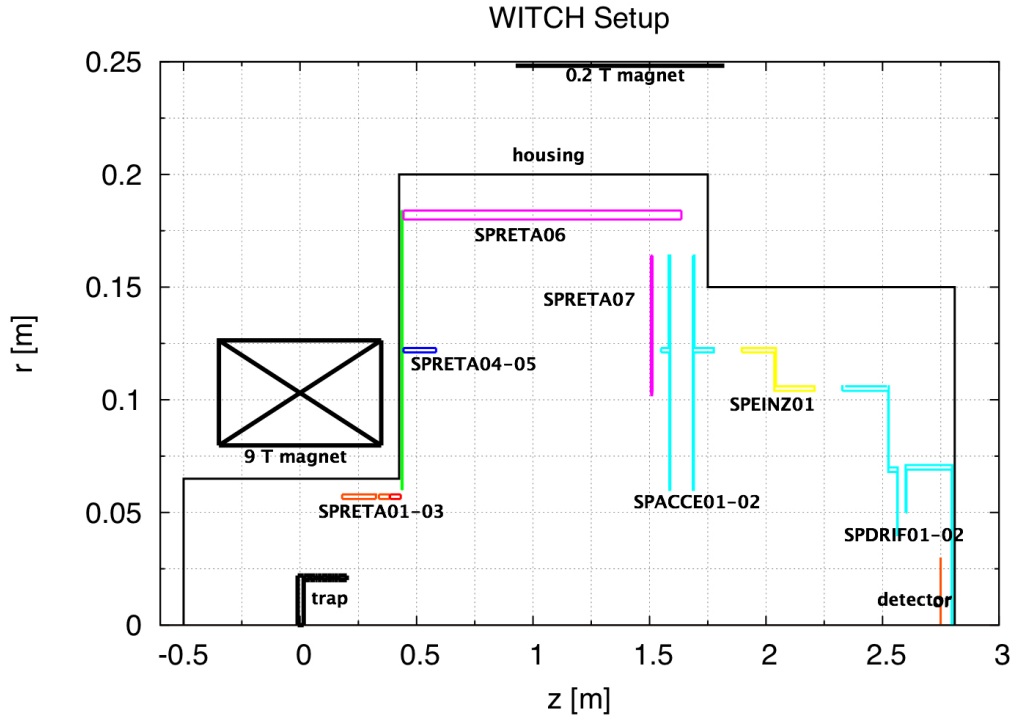


Abbildung 4.1: WITCH-Geometrie: Darstellung der von SimWITCH verwendeten Geometrie. Der Übersicht halber ist die Abbildung in r -Richtung stark gestreckt.

Die für die folgenden Simulationen (Kap. 6 bis 7) in SimWITCH implementierte

Geometrie ist in der Abbildung 4.1 dargestellt. Die genauen Werte können den Tab. A.1 bis Tab. A.5 in Anhang A entnommen werden.

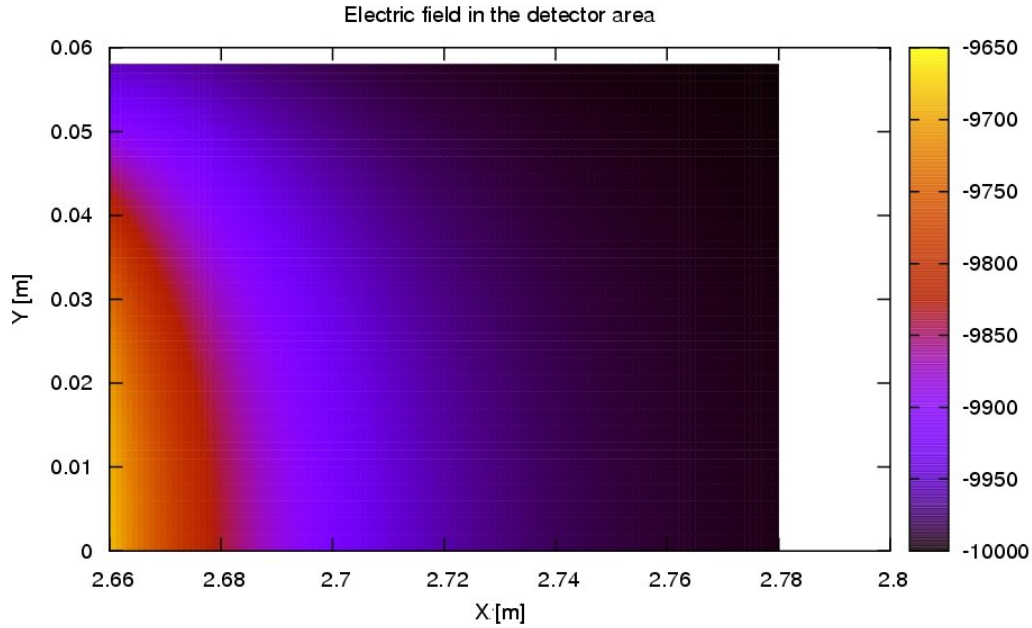


Abbildung 4.2: Elektrisches Potential in der Detektornähe: Der Detektor befindet sich bei $z = 2.75$ m und $r \leq 0.0235$ m. Man kann sehen, dass die Abweichung vom Sollwert von $U_{det} = -10000$ V kleiner als 50 V ist.

Die Bahnverfolgungsroutine kann nicht in unmittelbarer Nähe der Elektroden arbeiten, da die Legendre-Polynome der Runge-Kutta-Methode hier nicht konvergieren (Näheres hierzu findet sich in [Glu05, Hug08]). Daher wurde in der Nähe des Detektors eine kleine Korrektur vorgenommen. Die rückwändige Elektrode in der Detektornähe wurde um ca. 5 cm nach hinten verlegt. Dies ermöglicht eine Bahnverfolgung bis zu der Stelle, an der sich der Detektor befindet. Diese Maßnahme ändert das elektrische Feld in der Detektorregion nur marginal um etwa 0.5 %, wie in der Abbildung 4.2 zu sehen ist.

Das B-Feld

Die in dem Programm implementierte Spulengeometrie kann der Tabelle A.1 in Anhang A entnommen werden. Dabei wurden alle Abmessungen relativ zum Zentrum des 9 T-Magneten angegeben. Der Abstand zwischen den beiden Magnet-Zentren beträgt $d_{mag} = 1.38$ m.

Mit dieser Spulenkonfiguration wurde das Magnetfeld entlang der z -Achse berechnet und mit gemessenen Werten der Firma Oxford Instruments zusammen

in der Abbildung 3.10 in Kap. 3 dargestellt. Wie man sehen kann, ist die Übereinstimmung sehr gut. Die beiden Kurven liegen quasi übereinander.

Das elektrische Potential

Tabelle A.2 in Anhang A zeigt die idealisierte Elektrodenkonfiguration der Zerfallsfalle. Die Potentialbelegung kann entweder als Box- oder als Quadrupolpotential gewählt werden. Eine einzelne Konfiguration jeder einzelnen Fallenelektrode kann zur Zeit nur im Quellcode vorgenommen werden. Die Elektrodenbelegung für verschiedene Konfigurationen der Falle kann Tabelle 3.2 entnommen werden.

In Tab. A.3 in Anhang A ist die von SimWITCH verwendete Elektrodengeometrie des Spektrometers aufgelistet.

4.3.2 Die Bahnverfolgungsroutine `traj.cpp`

Die Bahnverfolgungsroutine `traj` wurde von Ferenc Glück entwickelt und bereits bei anderen MAC-E-Filter-Experimenten, wie KATRIN (vgl. [Val04, Hug08]) oder aSPECT (vgl. [Glu05]) eingesetzt. Für das elektrische Potential basiert sie auf der Boundary-Element-Methode und verwendet zur Lösung der Anfangswert-Probleme das achtstufige Runge-Kutta-Verfahren. Optional kann auch der vierstufige Runge-Kutta-Algorithmus verwendet werden. Dieser ist jedoch weniger genau und daher nicht empfehlenswert. Näheres zum Runge-Kutta-Verfahren kann in [Kut01, Val04] nachgelesen werden.

Das Programm besitzt eine Reihe von Abbruchbedingungen, die im Folgenden erläutert werden:

- Der Wert `z_end` wird erreicht: Dieser Parameter gibt an, ab welchem z -Wert das Programm die Bahnverfolgung abbricht. Es ist die gewöhnliche Abbruchbedingung für ein transmittiertes Ion, falls bei der Bahnverfolgung nichts Unerwartetes passiert. Als Endposition wird die z -Koordinate verwendet, an welcher der Detektor steht, $z_{end} = 2.75$ m. Auch Bahnverfolgungen von Ionen, die außerhalb des Detektors ($r > 2.35$ cm) in der Detektorebene ankommen, brechen hier ab.
- Die Legendre-Polynome des Runge-Kutta-Algorithmus konvergieren nicht: Dieser Fall tritt ein, falls die Trajektorie in unmittelbarer Nähe einer Elektrode berechnet werden soll.
- Die z -Komponente des Impuls-Vektors ändert ihr Vorzeichen: In diesem Fall wird das Teilchen reflektiert und die Rechnung wird abgebrochen.

- Die maximale Anzahl an Zyklotronbewegungen wird erreicht: Die Anzahl der maximal zulässigen Zyklotronumläufe wird durch den Parameter `nperiod` in der Funktion `traj` bestimmt. Er ist vom Typ Integer und kann somit maximal einen Wert von `nperiod = 2147483647` annehmen. Die Simulationen in dieser Arbeit wurden mit diesem Wert durchgeführt. Ist dieser Wert ausreichend groß gewählt, sollte diese Abbruchbedingung nicht zum Tragen kommen.

Bei jeder Bahnverfolgung wird eine Datei, deren Name vom Benutzer gewählt werden kann, angelegt. In dieser werden alle Informationen zur Trajektorie gespeichert. Ist eine Datei mit diesem Namen bereits vorhanden, so wird diese überschrieben. Mit dem Parameter `nprint` in der Funktion `traj` kann bestimmt werden, jeder wievielte Rechenschritt in die Datei geschrieben werden soll. Der Aufbau der Ausgabedatei sieht folgendermaßen aus:

```
x y z r U B err1 err2 err3 long_kin_energy trans_kin_energy cospB t
```

Die ersten drei Werte sind die kartesischen Koordinaten der Ionentrajektorie, danach folgt die r -Komponente mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ in m. Die fünfte und sechste Komponente beinhalten das elektrische Potential und das Magnetfeld am Ort der Ionenbahn in V bzw. T. Danach folgen drei Fehlerwerte:

- **err1** : relative Energieerhaltung, bezogen auf den Anfangs-Energiewert E_0 : $\text{err1} = (E - E_0)/E$
- **err2** : relative axiale Drehmomenterhaltung, bezogen auf den Anfangswert des axialen Drehmoments M_0 : $\text{err2} = (M - M_0)/M$
- **err3** : relative Adiabaticitätserhaltung, bezogen auf den Anfangswert der adiabatischen Invarianten A_0 : $\text{err3} = (A - A_0)/A$ mit $A = \gamma \cdot \mu$, wobei μ das magnetische Dipolmoment ist (vgl. Gl. 5.5).

Hiernach folgen die Parameter `long_kin_energy` und `trans_kin_energy`, dies sind die longitudinale und transversale Komponente der kinetischen Energie des Ions am Ort der Trajektorie in eV. Der Parameter `cospB` gibt den Kosinus des Winkels zwischen dem Impulsvektor und dem magnetischen Feld-Vektor an. `t` entspricht der Zeit in s nach dem Beginn der Bahnverfolgung.

Hier wurde die Funktion der Bahnverfolgungsroutine `traj` beschrieben. Weitere Einzelheiten zu dieser Bahnverfolgungsroutine finden sich in [Glu05, Glu07, Voe08]. Wie `traj` in die einzelnen Unterprogramme eingebunden wurde, wird im Folgenden erläutert.

4.3.3 Einzelbahnverfolgung

Mit dieser Funktion kann eine Bahnverfolgungsrechnung für ein einzelnes Ion durchgeführt werden. Der Benutzer wird der Reihe nach gefragt, mit welchen Anfangswerten er die Rechnung durchführen möchte. Da die Geometrie zylindersymmetrisch ist, wird nicht nach einem y -Startwert gefragt, sondern nur nach einem für die x -Komponente. Die y -Komponente startet immer mit dem Wert 0. Zum Schluss wird der Benutzer gebeten, einen Dateinamen anzugeben, in welche die Trajektorie geschrieben werden soll.

Sind alle Angaben gemacht worden, wird die Bahnverfolgung gestartet. Nach erfolgreicher Rechnung liefert das Programm die Endwerte der z - und r -Koordinate, sowie die Information, ob das Ion den Detektor erreicht hat und ob eine Elektrode getroffen wurde oder nicht.

4.3.4 Multibahnverfolgung

Diese Funktion ermöglicht es, eine Serie von Bahnverfolgungen zu berechnen, wobei ein oder mehrere Startparameter systematisch variiert werden. Die folgenden drei Optionen können aus dem Menü ausgewählt werden.

Die Variation eines Startparameter

Mit diesem Menüpunkt kann die Abhängigkeit der Transmission von einem bestimmten Startparameter untersucht werden.

Zunächst werden die Startwerte sämtlicher Parameter angegeben, sowie ein Dateiname, in den die Endwerte geschrieben werden. Der Aufbau dieser Datei sieht folgendermaßen aus:

```
theta_ini r_ini z_ini E_ini x_fin y_fin z_fin r_fin conv det
```

Die Namen der ersten acht Variablen sind selbsterklärend. Der neunte ist der oben angesprochene Parameter (vgl. Abs. 4.3.2), welcher angibt, ob ein Ion gegen eine Elektrode geflogen ist oder reflektiert wurde. `det` gibt an, ob das Ion detektiert wurde (1) oder nicht (0). Ist bereits eine Datei mit diesem Namen vorhanden, werden diese Informationen an das Ende der Datei angehängt.

Danach hat man die Möglichkeit, einen der folgenden Parameter auszuwählen, welcher variiert werden soll: die z -Position, die x -Position, der θ -Winkel, die Energie, die Masse und die Ladung. Anschließend wird die Schrittweite für die Variation festgelegt, sowie die Anzahl der Variationsschritte. Danach werden sämtliche Bahnverfolgungen durchgeführt, bis der letzte Variationsschritt erreicht wurde.

Die θ -E-Cut-Off-Rechnung

Da die θ -E-Cut-Off-Rechnung (siehe auch Kap.5) ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit ist, wurde hierfür ein gesonderter Menüpunkt eingerichtet. Hiermit lässt sich die Transmissionsabhängigkeit der Energie einer punktförmigen monoenergetischen Quelle vom Emissionswinkel θ für eine gegebene Fallenkongfiguration untersuchen. Bei isotroper Emission lässt sich damit die Falleneffizienz bestimmen. Näheres hierzu befindet sich in Kap. 5.

Bei dieser Rechnung wird zu einer gegebenen Energie der θ -Winkel solange variiert, bis das Ion nicht mehr in der Lage ist, die Falle zu verlassen oder $\theta = 90^\circ$ erreicht ist. Danach geht das Programm zum nächsten Energiewert und der Vorgang wiederholt sich, bis sämtliche Variationsschritte für die Energie durchgeführt wurden.

Alle Rechnungen beginnen im Zentrum der Zerfallsfalle, also bei $z = x = y = 0$. Der Benutzer wird zunächst aufgefordert, die Energie, mit welcher die Variation begonnen werden soll, anzugeben. Danach folgen die Eingabe der Anzahl der Energieschritte, die Schrittweite in eV, sowie die Anzahl der Schritte in $^\circ$. Hiernach beginnt das Programm mit der Rechnung. Als Ausgabe wird eine Datei erstellt, die zu jedem Energiewert den zugehörigen maximalen θ -Winkel, bis zu welchem die Ionen die Falle verlassen können, enthält. Dieser Programmteil wurde in Kapitel 5 verwendet.

Erwartungsgemäß hat dieser Test keine ϕ -Abhängigkeit der Transmission für eine punktförmige Quelle bei $r = 0$ ergeben.

Der θ - ϕ -Korrelationstest

Bei dem θ - ϕ -Korrelationstest handelt es sich um einen Konsistenz-Check. Da die Programmgeometrie zylindersymmetrisch ist, sollte eine Variation von ϕ bei festgehaltenem θ nichts an der Tatsache ändern, ob ein Ion den Detektor erreichen kann oder nicht, falls es auf der z -Achse startet. Um dies zu überprüfen, habe ich den θ - ϕ -Korrelationstest eingebaut.

Zunächst wird der Benutzer aufgefordert eine Startenergie anzugeben. Danach beginnt das Programm zu jedem θ -Wert ϕ jeweils in Schritten von 0.5° zu variieren. Als Ausgabe wird eine Datei erstellt, die zu jedem θ - ϕ -Paar die Information enthält, ob das Ion den Detektor erreicht hat (1) oder nicht (0).

4.3.5 Die Monte-Carlo-Funktion

Unter diesem Menüpunkt können Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt werden. Dazu werden je nach ausgewählter Ionenwolke gewisse Startwerte gewürfelt.

Das Programm verwendet den Zufallszahlengenerator **ran2** aus [Num01]. Zur Generierung der entsprechenden Zufallszahlen, dient die Klasse **Randomizer**. Dazu werden die entsprechenden Maximalwerte der zu würfelnden Variablen an die Klasse **Randomizer** übergeben. Diese multipliziert den Maximalwert mit einer mit dem Zufallszahlengenerator **ran2** gewürfelten Zahl $n_{ran} \in]0, 1[$. Der Benutzer hat die Möglichkeit, aus einer Reihe von Optionen zu wählen, wie die Ionenquelle auszusehen hat.

Zuerst wird gefragt, ob die Quelle monoenergetisch ist oder ob man ein kontinuierliches Spektrum verwenden möchte, aus welchem die Energie gewürfelt werden soll. Falls eine monoenergetische Quelle gewählt wird, muss zunächst die Rückstoßenergie angegeben werden. Bei dem Spektrum muss es sich um ein integrales Spektrum handeln in folgendem Format:

E_rec N N_err

wobei **E_rec** die Rückstoßenergie, **N** die zugehörige integrale Zählrate und **N_err** der entsprechende Fehler der Zählrate ist. **N_err** wird nicht weiter verwendet. Das Spektrum muss mit der kleinsten Energie beginnen und die Energien monoton steigend sein. Der Benutzer wird nach dem Dateinamen für das Spektrum gefragt. Das Programm liest zunächst das Spektrum ein und würfelt dann bei jeder Bahnverfolgung ein **N** zwischen **N(E_min)** und **N(E_max)** und verwendet die zugehörige Energie als Rückstoßenergie. **E_min** und **E_max** sind dabei der minimale und der maximale Energiewert des Spektrums.

Danach wird die Anzahl der zu würfelnden Ereignisse abgefragt.

Als nächstes wird die Form der Ionenwolke gewählt. Dabei stehen folgende drei Optionen zur Auswahl:

- Punktförmige Quelle
- Sphärische Quelle, homogen verteilt
- Zylindrische Quelle, homogen verteilt

Im Falle des ersten Menüpunkts wird der Benutzer nach den z - und x -Koordinaten der Quelle gefragt. Falls der zweite Punkt ausgewählt wird, wird der Benutzer gebeten, den Radius r der Quelle anzugeben. Das Programm würfelt dann für jedes Ereignis eine entsprechende Position innerhalb einer Kugel mit dem Radius r um das Zentrum der Zerfallsfalle. Wird der dritte Menüpunkt gewählt, muss zunächst der Radius r und die Länge l angegeben werden. Das Programm würfelt dann für jedes Ereignis eine entsprechenden Position im Zylinder mit Radius r und Länge l , zentriert um das Zentrum der Zerfallsfalle.

Als Ausgabe wird eine Datei mit dem Namen **track_info.dat** erstellt, die für jedes Ereignis eine Zeile mit folgenden Einträgen enthält:

```
i x_ini y_ini z_ini E theta phi z_fin r_fin conv det
```

dabei ist `i` die Nummer des Ereignisses. `theta` und `phi` sind die Werte der beiden Emissionswinkel in $^{\circ}$. Alle anderen Parameter wurden bereits weiter oben erläutert. Des Weiteren werden noch die Dateien `r_counts.dat`, `x_counts.dat`, `y_counts.dat` und `xy_counts.dat` erstellt. Diese enthalten die Verteilung der Ionen auf dem Detektor. Als Letztes wird in die Datei `int_trans.dat` die Zahl der Ionen, die den Detektor erreichen, sowie die Rückstoßenergie der Ionen (nur bei einer monoenergetischen Quelle) geschrieben. Ist die Datei bereits vorhanden, wird die Information an das Ende angehängt.

4.4 Diskussion

Mit SimWITCH steht eine Sammlung nützlicher Simulationswerkzeuge zur Verfügung, um Bahnverfolgungsrechnungen und Feldberechnungen für das WITCH-Experiment durchzuführen. Der verwendete Quellcode zur Bahnverfolgung fand bereits bei anderen Experimenten Verwendung und hat sich dort bewährt. Er wurde speziell auf die Bedürfnisse von WITCH angepasst.

Es gibt jedoch noch Raum für Verbesserungen und Erweiterungen des Programms. Einige hiervon lassen sich mit relativ wenig Aufwand realisieren:

- Bisher stehen bei Monte-Carlo-Simulationen nur homogene Ionenverteilungen in der Quelle zur Verfügung. Man könnte in einem nächsten Schritt eine Dichteverteilung der Ionenwolke als Option einführen.
- Zur Zeit wird der von der KATRIN-Gruppe verwendete Code erweitert, um Streuung an Restgas im Spektrometer zu berücksichtigen. Sobald diese Option fertiggestellt ist, ließe sie sich mit wenig Aufwand in SimWITCH implementieren.
- Viele kleinere Änderungen werden zur Zeit immer noch am Quellcode direkt vorgenommen (z. B. eine Änderung des Potentials jeder einzelnen Fallenelektrode). Diese sollten direkt im Hauptmenü untergebracht werden.
- Bisher kann eine θ - E -Cut-Off-Rechnung nur für ein Ion im Zentrum der Zerfallsfalle durchgeführt werden. Hier könnte noch die Möglichkeit ergänzt werden, die Position der Quelle in der Falle vorzugeben.

Andere erfordern mehr Arbeit und sind daher erst für einen späteren Zeitpunkt vorgesehen:

- Das Programm berücksichtigt zur Zeit keine in der Penningfalle auftretenden Effekte (vgl. Abs. 3.2). So müssten beispielsweise Raumladungseffekte

hervorgerufen durch die Anwesenheit mehrerer Ionen in der Falle eingebunden werden, welche das Fallenpotential abhängig von der Zahl der Ionen in der Falle und dem Startort der Ionenbewegung ändert.

- Durch die Verwendung von elliptischen Integralen an Stelle der Legendre-Polynome wäre es möglich die Bahnberechnung der Ionen in unmittelbarer Nähe einer Elektrode fortzusetzen. Dies erfordert jedoch eine grundlegende Überarbeitung des Quellcodes zur Bahnverfolgung. Zudem ist die Lösung dieser Integrale sehr zeitintensiv und es müsste abgewägt werden, ob man bei einer bestimmten Rechnung diese Eigenschaft nutzen möchte. Als Option wäre diese Änderung aber jedenfalls sinnvoll.
- Eine Erweiterung des Programmcodes um Abweichungen von der Zylindersymmetrie des Aufbaus einzubauen wäre wünschenswert. Dadurch ließen sich beispielsweise Haltestrukturen, Kabeldurchführungen oder dergleichen in den Simulationen berücksichtigen. Hierzu existiert bereits ein erster Ansatz, welcher von der KATRIN-Gruppe verwendet wird.

Kapitel 5

Die Extraktionseffizienz der Penningfalle

Die Extraktionseffizienz der Penningfalle (in dieser Arbeit häufig auch als θ - E -Cut-Off bezeichnet) ist abhängig von der Fallentiefe und der Teilchenenergie $E_{kin,rec}$. Daher beeinflusst er auch das Energiespektrum. Aus diesem Grund sollte er möglichst genau verstanden werden.

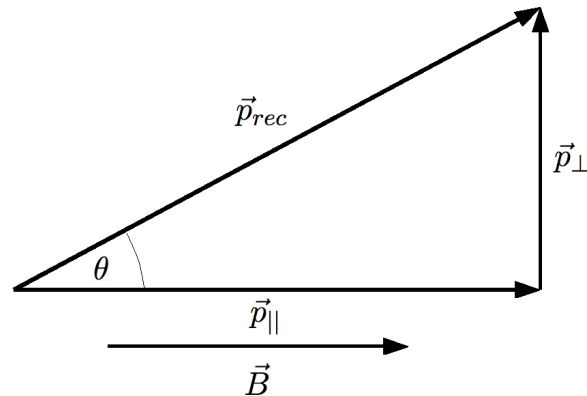


Abbildung 5.1: Orientierung der Impulskomponenten zum Magnetfeld-Vektor: Für die longitudinale und transversale Komponente des Impulsvektors gilt: $\vec{p}_{||} = \vec{p}_{rec} \cdot \cos \theta$, $\vec{p}_{\perp} = \vec{p}_{rec} \cdot \sin \theta$. Die jeweilige Energiekomponente kann über $E = p_{rec}^2 / (2m)$ berechnet werden.

Für eine monoenergetische, punktförmige Quelle ist die longitudinale Komponente der kinetischen Energie $E_{kin,||}$ nur von dem Winkel θ zwischen dem Magnetfeldvektor \vec{B} und dem Impuls-Vektor \vec{p}_{rec} abhängig (vgl. Abb. 5.1). Dabei gilt

zunächst folgender Zusammenhang:

$$E_{kin,||} = E_{kin,rec} \cdot \cos^2 \theta \quad (5.1)$$

Liegt nun die Falle auf einem Potential, sodass sich im Zentrum der Falle, wo sich auch die Quelle befindet, das Potential U_{ini} einstellt, während am Ende der Falle das Potential U_{fin} herrscht, muss ein Ion der Ladung q die Potentialdifferenz $\Delta U = U_{fin} - U_{ini}$ überwinden, um die Falle verlassen zu können. Es gilt:

$$E_{kin,||} \geq q \cdot \Delta U \quad \implies \quad E_{kin,rec} \cdot \cos^2 \theta \geq q \cdot \Delta U \quad (5.2)$$

Hier wurde die Annahme gemacht, dass sich die Änderung des Magnetfeldes zwischen dem Startort und dem Ort der Potentialstufe vernachlässigen lässt. Abbildung 5.2 zeigt das elektrische Potential und das Magnetfeld entlang der z -Achse ($r = 0$ m) für verschiedene Konfigurationen der Fallenelektroden. Das Zentrum der Zerfallsfalle befindet sich bei $z = 0.106$ m (vgl. Kap. 3).

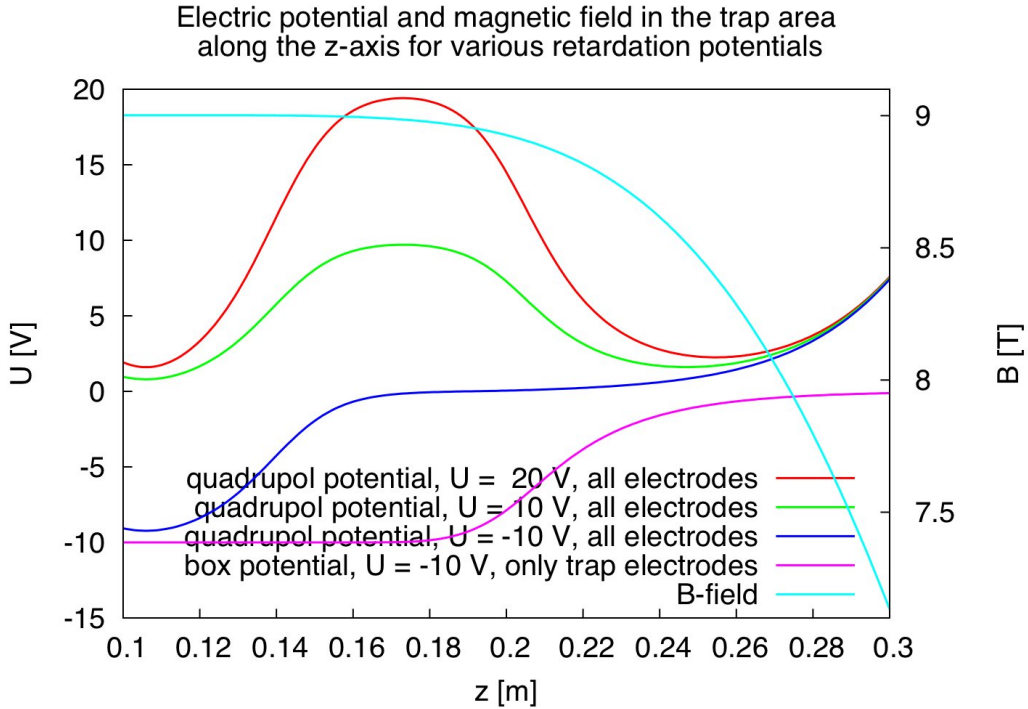


Abbildung 5.2: Elektrisches Potential und Magnetfeld entlang der z -Achse ($r = 0$ m) für verschiedene Konfigurationen der Fallenelektroden (vgl. Kap. 3). Das Zentrum der Zerfallsfalle befindet sich bei $z = 0.106$ m. Die Potentiale gelten für einfach positiv geladene Ionen.

Näheres zu der Simulationsroutine, welche bei den im Folgenden gezeigten Ergebnissen Verwendung fand, kann in Kap. 4 nachgelesen werden.

5.1 Das Quadrupol-Potential

Die oben gemachte Annahme, dass sich das Magnetfeld zwischen Fallenzentrum und Fallende nicht ändert, kann nur für eine sehr kleine Falle gelten. Der Abb. 5.2 lässt sich entnehmen, dass bei der Quadrupolfalle das Potential bereits bei einer Entfernung $\Delta z = 3.5 \text{ cm}$ vom Fallenzentrum die Hälfte seines Maximalwertes erreicht hat, während dies für das Box-Potential erst bei $\Delta z = 10.5 \text{ cm}$ der Fall ist. Das Quadrupol-Potential ist also gegenüber einem Box-Potential deutlich weniger stark ausgedehnt, womit die oben gemachte Annahme hier eher zulässig sein dürfte.

Auflösen der Gl. 5.2 nach θ führt zu einem Winkel θ_C über welchem die Ionen nicht mehr in der Lage sind, die Falle zu verlassen:

$$\theta_c = \arccos \sqrt{\frac{q \cdot \Delta U}{E_{kin,rec}}} \quad (5.3)$$

In Abb. 5.3 sind für zwei verschiedene Fallenpotentiale die simulierten Abschneidewinkel θ_c und die dazugehörigen Kurven nach Gleichung 5.3 dargestellt. Der simulierten $U_{trap} = U_{ini} = 20 \text{ V}$ -Kurve entspricht die Funktion mit $\Delta U = 17.8 \text{ V}$, da der Potentialdurchgriff der Endkappenelektroden dazu führt, dass das Fallenzentrum nicht auf 0 V liegt und sich somit eine Potentialdifferenz von $\Delta U = 17.8 \text{ V}$ ergibt. Der $U_{trap} = 10 \text{ V}$ -Kurve entspricht die Funktion mit $\Delta U = 8.9 \text{ V}$. Wie zu sehen ist, stimmen die simulierten Kurven sehr gut mit den berechneten Werten überein.

5.2 Das Box-Potential

Für ein Box-Potential ist Gl. 5.3 nicht mehr gültig, da sich das Potential über einen weiteren Bereich in z -Richtung erstreckt und daher aufgrund der Änderung des Magnetfeldes bereits transversale kinetische Energie $E_{kin,\perp}$ in longitudinale kinetische Energie $E_{kin,\parallel}$ umgewandelt wurde, bevor das Ion die Potentialstufe erreichte. Dies wird auch aus Abb. 5.4 ersichtlich, in welcher für ein anliegendes Box-Potential $\Delta U = -10 \text{ V}$ simulierte Kurven für verschiedene z -Werte, an welchen die Simulation gestoppt wurde dargestellt sind und mit den entsprechenden Kurven für Gl. 5.3 verglichen wurden. Dabei lagen alle Fallenelektroden auf dem gleichen Potential. Da der Potentialverlauf entlang der z -Achse, für die -10 V -Box-Falle (violette Kurve in Abb. 5.2) kein lokales Maximum innerhalb der Falle besitzt, wie es beim Quadrupolpotential der Fall ist, kann das Fallende nicht eindeutig definiert werden. Das Ende der äußeren Endkappenelektrode liegt bei $z = 0.2005 \text{ m}$. Aus diesem Grund wurden die Simulationen für verschiedene Stopp-Positionen auf der z -Achse durchgeführt. Die relative Änderung des Magnetfelds B_{fin}/B_{ini} kann der Tabelle 5.1 entnommen werden.

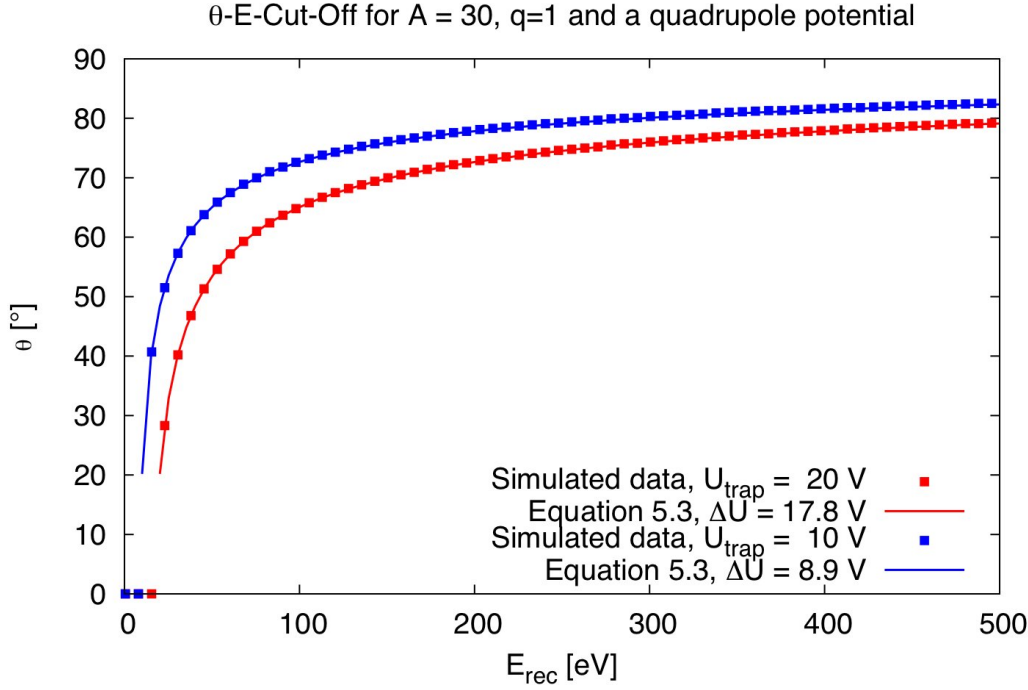


Abbildung 5.3: Simulierter Abschneidewinkel θ_c bei anliegendem Quadrupolpotential verglichen mit Gl. 5.3 für $A = 30$ und $q = 1$. Der Wert für ΔU ist die Potentialdifferenz zwischen dem Zentrum der Zerfallsfalle und deren Endkappe, $\Delta U = 17.8$ V entspricht, aufgrund des Potentialdurchgriffs $U_{trap} = 20$ V und $\Delta U = 8.9$ V entspricht $U_{trap} = 10$ V. Die Kurven für Gl. 5.3 und die simulierten Werte stimmen sehr gut überein.

Aufgrund der Änderung des Magnetfelds muss ein anderer Ansatz gewählt werden. Hierzu betrachten wir den lokalen magnetischen Fluss ϕ , welcher eine Erhaltungsgröße ist:

$$\phi = B\pi\rho_{cyc}^2 = const. \quad (5.4)$$

Mit Gl. 5.7 folgt:

$$B\pi\rho_{cyc}^2 = B\pi\frac{2mE_{kin,\perp}}{e^2B^2} = const. \Rightarrow \frac{E_{kin,\perp}}{B} = \mu = const. \quad (5.5)$$

Dabei ist μ das magnetische Dipolmoment.

Deshalb gilt für die longitudinale kinetische Energie $E_{kin,||}$ (vgl. Gl. 3.3):

$$\begin{aligned}
 E_{kin,||,fin} &= E_{kin,rec} - E_{kin,\perp,fin} \\
 &= E_{kin,rec} - E_{kin,\perp,ini} \cdot \frac{B_{fin}}{B_{ini}} \\
 &= E_{kin,rec} \cdot \left(1 - \sin^2 \theta_{ini} \frac{B_{fin}}{B_{ini}}\right)
 \end{aligned}$$

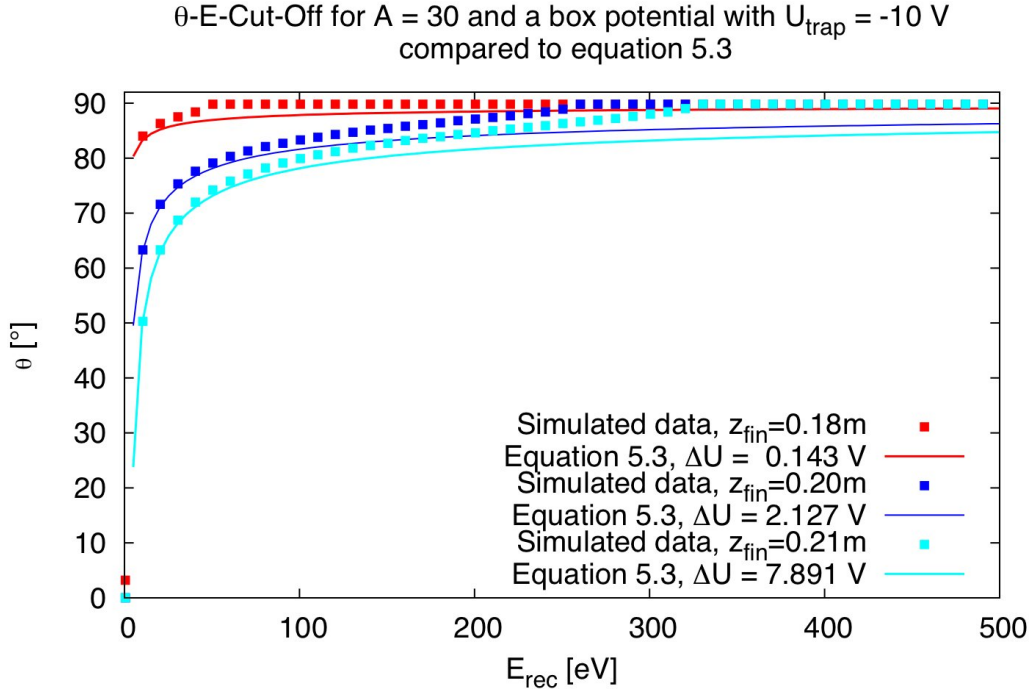


Abbildung 5.4: Simulierter θ -E-Cut-Off bei anliegendem Box-Potential verglichen mit Gl. 5.3 für $A = 30$, $q = 1$ mit $U_{\text{trap}} = -10$ V für verschiedene z -Endpositionen. Der Wert für ΔU ist die Potentialdifferenz zwischen dem Zentrum der Zerfallsfalle und deren Endkappe. $\Delta U = 0.143$ V und $z = 0.18$ m, $\Delta U = 2.127$ V und $z = 0.20$ m sowie $\Delta U = 7.891$ V und $z = 0.21$ m gehören jeweils zusammen.

Dabei wurde das Fallenzentrum mit *ini* und das Fallenende mit *fin* indiziert. Zudem wurde die Annahme gemacht, dass das elektrische Potential bis zum Fallenende homogen ist, wo es instantan ansteigt. Um die Falle zu verlassen, muss die longitudinale kinetische Energie $E_{\text{kin},||,\text{fin}}$ am Fallenende größer oder gleich der Potentialdifferenz multipliziert mit der Ladung q des Ions sein: $E_{\text{kin},||,\text{fin}} \geq q \cdot \Delta U$. Das Gleichheitszeichen definiert den Abschneidewinkel θ_c :

$$E_{\text{kin},\text{rec}} \cdot \left(1 - \sin^2 \theta_c \cdot \frac{B_{\text{fin}}}{B_{\text{ini}}} \right) = q \cdot \Delta U$$

Dies ergibt für θ_c :

$$\theta_c = \arcsin \sqrt{\left(1 - \frac{q \Delta U}{E_{\text{kin},\text{rec}}} \right) \frac{B_{\text{ini}}}{B_{\text{fin}}}} \quad (5.6)$$

Die Abb. 5.5 zeigt, dass damit die Übereinstimmung zwischen den simulierten und den berechneten Kurven ziemlich gut ist.

Durch Auflösen von Gl. 5.6 nach $E_{\text{kin},\text{rec}}$ lässt sich zusammen mit der Forderung $\theta_c = 90^\circ \Rightarrow \sin \theta_c = 1$ die Rückstoßenergie berechnen, bei welcher genügend

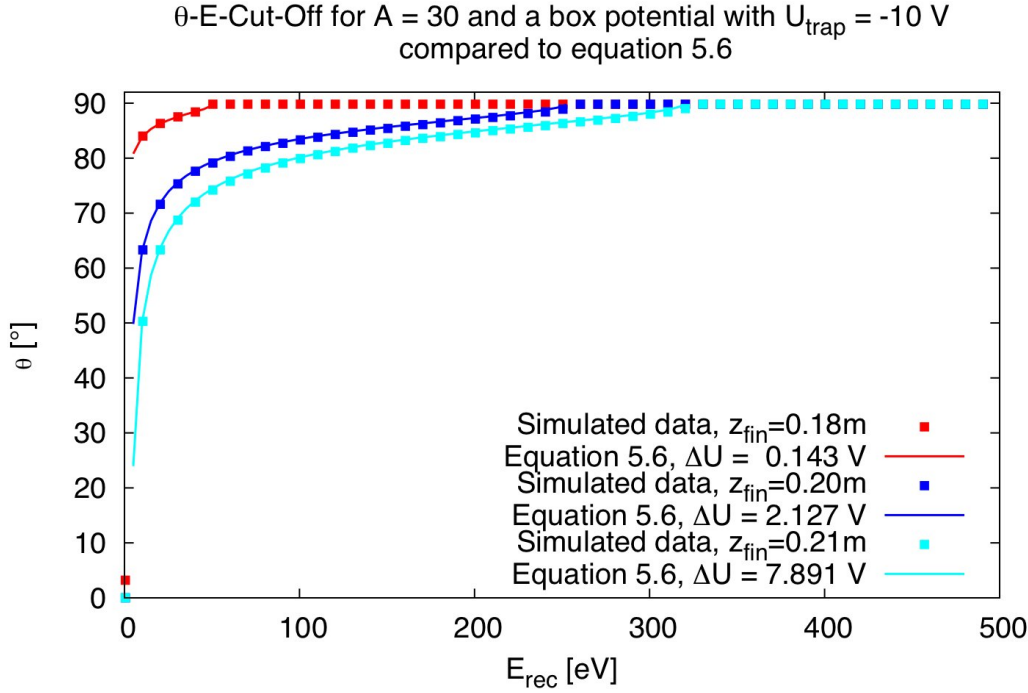


Abbildung 5.5: Simulierter Abschneidewinkel θ_c bei anliegendem Box-Potential verglichen mit Gl. 5.6 für $A = 30$ und $q = 1$ mit $U_{\text{trap}} = -10$ V und verschiedene z -Endpositionen. Der Wert für ΔU ist die Potentialdifferenz zwischen dem Zentrum der Zerfallsfalle und dem Fallenende. $\Delta U = 0.143$ V und $z = 0.18$ m, $\Delta U = 2.127$ V und $z = 0.20$ m sowie $\Delta U = 7.891$ V und $z = 0.21$ m gehören jeweils zusammen.

transversale kinetische Energie $E_{\text{kin},\perp}$ in longitudinale kinetische Energie $E_{\text{kin},\parallel}$ umgewandelt wurde um das Fallenpotential zu überwinden und somit alle Ionen die Falle verlassen können. Aus Tab. 5.1 wird ersichtlich, dass sich simulierte und berechnete Werte in guter Übereinstimmung miteinander befinden.

Tabelle 5.1: Berechnete und simulierte Werte für $E_{\text{kin},\text{rec}}$, von wo an genug transversale kinetische Energie in longitudinale Energie umgewandelt wurde, um das Fallenpotential zu überwinden. Außerdem sind die zugehörige relative Änderung des Magnetfelds $B_{\text{fin}}/B_{\text{ini}}$ und die Potentialdifferenz ΔU [V] aufgelistet.

z_{fin} [m]	ΔU [V]	$B_{\text{fin}}/B_{\text{ini}}$	$E_{\text{kin},\text{rec},\text{calc}}$ [eV]	$E_{\text{kin},\text{rec},\text{sim}}$ [eV]
0.18	0.143	0.9972	51.071	50.5
0.20	2.127	0.9916	253.214	260.0
0.21	4.219	0.9868	319.621	327.5

Gleichung 5.6 ist nur gültig unter der Annahme, dass das elektrische Potential

homogen ist, während die magnetische adiabatische Transformation stattfindet. Dies ist streng genommen nicht erfüllt. Daher wäre eigentlich der richtige Ansatz, über sämtliche Trajektorien zu integrieren während man überprüft, ob die Beziehung $E_{kin,||} \geq q \cdot U$ erfüllt ist.

Des Weiteren wurde die Zyklotronbewegung außer Acht gelassen. Die Bewegung der Ionen erfolgt im magnetischen Feld der beiden Magnetspulen, wie sie in Abschnitt 3.7.1 beschrieben wurden. Daher ist bei adiabatischer Bewegung ihre Bahn an die Magnetfeldlinien gebunden, um welche sie sich in Spiralbahnen mit dem Zyklotronradius ρ_{cyc} bewegen. Zur Abschätzung des Radius dieser Bewegung setzen wir die Zentripetalkraft mit der Kraft des magnetischen Feldes gleich:

$$\frac{mv_{\perp}^2}{\rho_{cyc}} = qv_{\perp}B$$

wobei m die Masse des Ions, q dessen Ladung, v_{\perp} die Geschwindigkeit senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, B die magnetische Feldstärke und ρ_{cyc} der radiale Abstand zur magnetischen Feldlinie ist. Auflösen nach ρ_{cyc} liefert:

$$\rho_{cyc} = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

Drücken wir nun v_{\perp} durch die transversale kinetische Energie $E_{kin,\perp} = \frac{1}{2}mv_{\perp}^2$ aus, so erhält man:

$$\rho_{cyc} = \frac{\sqrt{2mE_{kin,\perp}}}{qB} \quad (5.7)$$

Diese führt dazu, dass sich Ionen mit unterschiedlichen Emissionswinkeln θ_{ini} auf Bahnen mit unterschiedlichen Zyklotronradien bewegen. Der Zyklotronradius ist proportional zur Wurzel der kinetischen Energie. Da sich das elektrische Potential auch mit dem Abstand zur z -Achse (also mit r) verändert, sehen Ionen, die sich auf unterschiedlichen Zyklotronbahnen bewegen unterschiedliche Potentialdifferenzen ΔU . In Abb. 5.6 ist das elektrische Potential entlang der Trajektorien für $A = 30$, $E_{rec} = 100$ eV und für verschiedene θ -Startwinkel bei einem Fallenpotential von $U_{Trap} = -10$ V dargestellt. Da alle Kurven sehr gut miteinander übereinstimmen, scheint dieser Effekt nur eine geringe Rolle zu spielen.

Somit läßt sich also zusammenfassend sagen, dass den Hauptbeitrag zur Reflexionsbedingung die magnetische adiabatische Transformation transversaler in longitudinale kinetische Energie liefert, während das inhomogene elektrische Potential und die Zyklotronbewegung nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Beide Probleme von Gl. 5.6 werden jedoch in den Simulationen berücksichtigt.

5.3 Die Falleneffizienz

Betrachten wir nun den Einfluss des Abschneidewinkels θ_c auf die Falleneffizienz S . Als Falleneffizienz bezeichnen wir hier die Wahrscheinlichkeit, das ein Ion aus

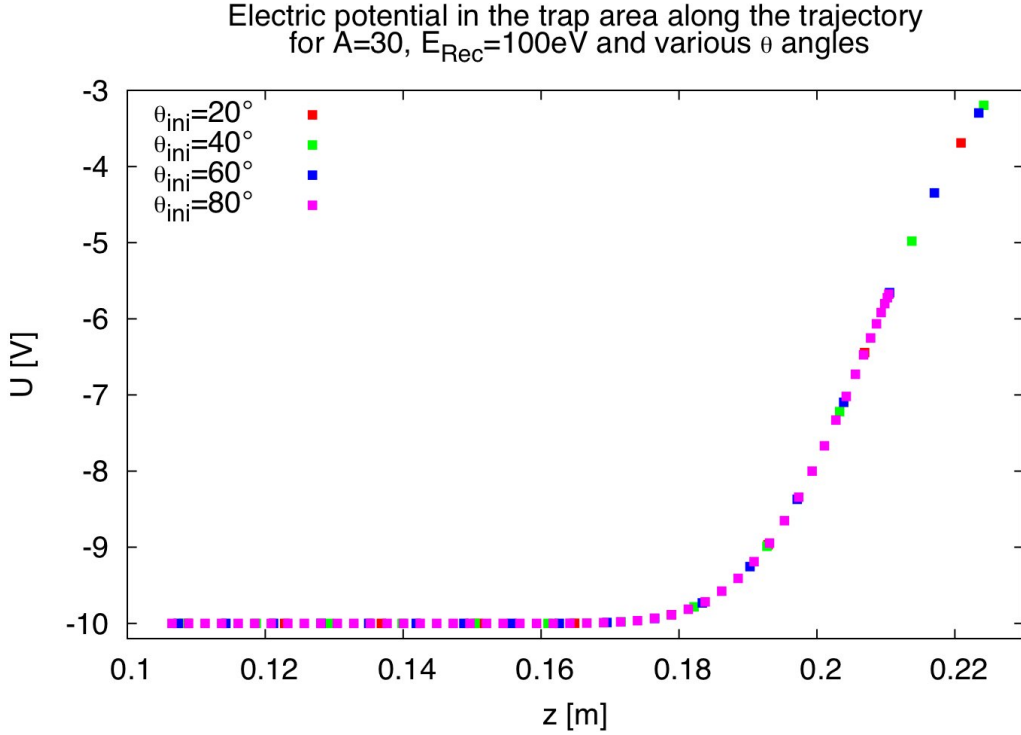


Abbildung 5.6: Elektrisches Potential entlang verschiedener Trajektorien für $A = 30$, $E_{\text{rec}} = 100 \text{ eV}$ und verschiedene Werte für θ_{ini} bei einem Fallenpotential von $U_{\text{Trap}} = -10 \text{ V}$.

der Quelle die Falle verlassen kann. Im Folgenden beschränken wir uns auf eine isotrope Emission der Ionen in Vorwärtsrichtung, das heißt die vorderen 2π des Raumwinkels. Um den ganzen Raumwinkel zu berücksichtigen, muss die Falleneffizienz mit $1/2$ multipliziert werden, da Ionen, welche nach hinten emittiert werden nicht die Falle verlassen können.

Ionen mit einem θ -Startwinkel bis zu θ_{ini} fallen in einen Kegel mit einem Raumwinkelement, normiert auf 2π , von:

$$S(\theta_{\text{ini}}) = 1 - \cos(\theta_{\text{ini}}) = 1 - \sqrt{1 - \sin^2(\theta_{\text{ini}})} \quad (5.8)$$

Ersetzt man in obiger Gleichung θ_{ini} durch θ_C , so stellt S die Wahrscheinlichkeit dar, für ein Ion, welches in Vorwärtsrichtung emittiert wird, die Falle zu verlassen.

• Das Quadrupol-Potential

Durch Kombination der Gleichungen 5.3 und 5.8, erhält man folgenden Ausdruck für die Falleneffizienz in Abhängigkeit von der Fallentiefe ΔU

und der Rückstoßenergie $E_{kin,rec}$:

$$S(E_{kin,rec}, \Delta U) = \begin{cases} 1 - \sqrt{\frac{q \cdot \Delta U}{E_{kin,rec}}} & \text{für } q \cdot \Delta U < E_{kin,rec} \\ 0 & \text{für } E_{kin,rec} \leq q \cdot \Delta U \end{cases} \quad (5.9)$$

• Das Box-Potential

Für eine größere Falle, wie beim Box-Potential, muss wieder die magnetische adiabatische Transformation berücksichtigt werden. Verwenden wir daher anstelle von Gl. 5.3 die Gleichung 5.6, erhält man für die Falleneffizienz in Abhängigkeit von der Fallentiefe ΔU und der Rückstoßenergie $E_{kin,rec}$:

$$S(E_{kin,rec}, \Delta U) = \begin{cases} 1 & \text{für } E_{kin,rec} \cdot \left(1 - \frac{B_{fin}}{B_{ini}}\right) \geq q \cdot \Delta U \\ 1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{q \cdot \Delta U}{E_{kin,rec}}\right) \frac{B_{ini}}{B_{fin}}} & \text{für } E_{kin,rec} \cdot \left(1 - \frac{B_{fin}}{B_{ini}}\right) < q \cdot \Delta U < E_{kin,rec} \\ 0 & \text{für } E_{kin,rec} \leq q \cdot \Delta U \end{cases} \quad (5.10)$$

In Abb. 5.7 sind beide Falleneffizienzen für die Gleichungen 5.9 (rote Kurve) und 5.10 (schwarze Kurve) dargestellt für $E_{rec} = 100 \text{ eV}$, $q = 1$ und $B_{fin}/B_{ini} = 0.9868$ (welches $z_{fin} = 0.2 \text{ m}$ entspricht), während die Fallentiefe ΔU von 0 V bis 100 V variiert wurde. Diese Abbildung macht den Effekt der Falleneffizienz für die beiden Elektrodenkonfigurationen, dem Quadrupol-Potential und dem Box-Potential, deutlich. Sofern dieselben Potentialdifferenzen vorliegen, sind beim Box-Potential mehr Ionen in der Lage, die Falle zu verlassen, als beim Quadrupolpotential. Typische Fallenpotentiale liegen beim WITCH-Experiment im Bereich von ca. 10 V bis 20 V .

Um die Transmissionsfunktion des gesamten WITCH-Setups zu erhalten, muss die Falleneffizienz mit der Transmissionsfunktion des Retardierungsspektrometers gefaltet werden:

$$T(E_{rec}) = S(E_{rec}) \otimes T_{spec}(E_{rec}) \quad (5.11)$$

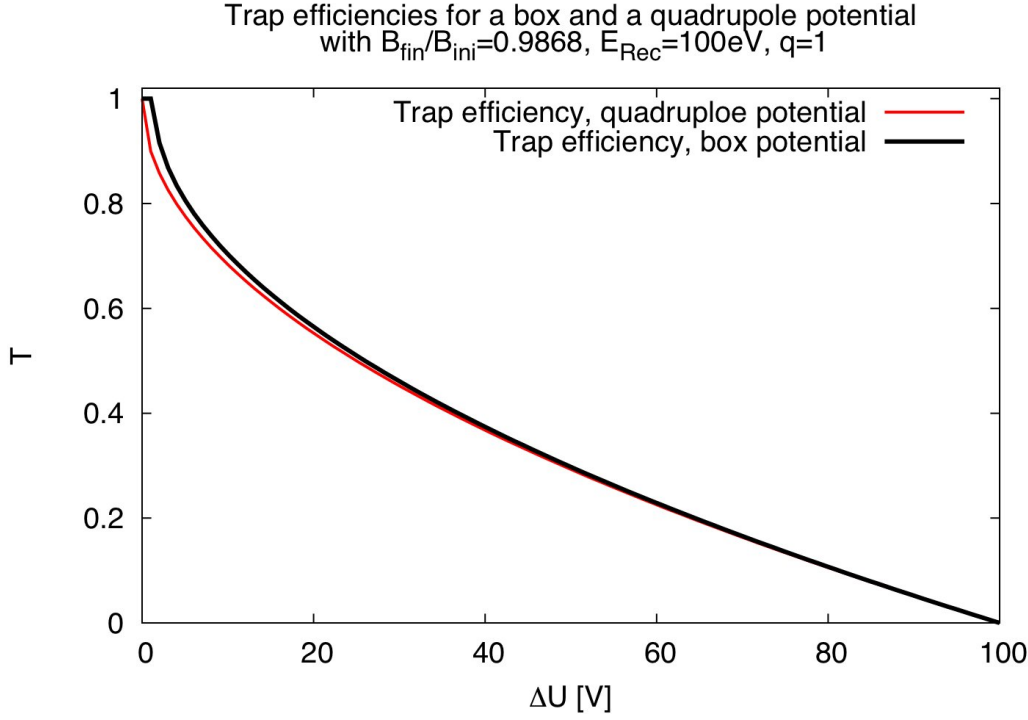


Abbildung 5.7: Der Einfluss des Cut-Off-Winkels auf die Falleneffizienz für eine punktförmige, monoenergetische Quelle bei anliegendem Quadrupol- (rote Kurve) und Box-Potential (schwarze Kurve), $B_{fin}/B_{ini} = 0.9868$, $E_{Rec} = 100\text{ eV}$ und $q = 1$ und ΔU variiert von 0 V to 100 V . Für das Box-Potential sind mehr Ionen in der Lage die Falle zu verlassen, wenn ΔU den gleichen Wert wie für das Quadrupol-Potential besitzt.

5.4 Der Einfluss des Abschneidewinkels auf das Rückstoßspektrum

In diesem Abschnitt wollen wir uns schließlich den Einfluss des Abschneidewinkels θ_c auf das Rückstoßspektrum ansehen. Dabei lassen wir den Einfluss des Spektrometers außer Acht, d. h. wir setzen die Transmissionsfunktion des Spektrometers $T_{spec} = 1$:

$$T(E_{rec}) = S(E_{rec}) \quad (5.12)$$

Für das Spektrum der Rückstoßenergie gilt:

$$N(E_{rec}) = N_0 \cdot f(E_{rec}) \quad (5.13)$$

N_0 ist die Gesamtzahl der Ereignisse im Rückstoßspektrum und $f(E_{rec})$ ist die Wahrscheinlichkeit eine bestimmte Rückstoßenergie E_{rec} im Spektrum vorzufinden.

Um das Rückstoßspektrum $N_{trap}(E_{rec})$ für eine bestimmte Falle zu erhalten, muss das Rückstoßspektrum mit der Transmissionsfunktion $T(E_{rec})$ multipliziert werden:

$$N_{trap}(E_{rec}) = N(E_{rec}) \cdot T(E_{rec}) = N(E_{rec}) \cdot S(E_{rec}) \quad (5.14)$$

Abbildung 5.8 zeigt den Einfluss des Abschneidewinkels θ_c auf das Rückstoßspektrum. Dargestellt ist das simulierte Spektrum der Rückstoßenergie $N(E_{rec})$ für ^{35}Ar und $a = 0.9081$ (schwarze Kurve), das Rückstoßspektrum für ein 10 V-Box-Potential an der Zerfallsfalle $N_{box}(E_{rec})$ (rote Kurve, vgl. Gl. 5.10 mit $\Delta U = 4.219$ V und $B_{fin}/B_{ini} = 0.9868$), das Rückstoßspektrum für ein 10 V-Quadrupol-Potential $N_{quad}(E_{rec})$ (blaue Kurve, vgl. Gl. 5.9 mit $\Delta U = 8.9$ V) sowie für ein 20 V-Quadrupol-Potential $N_{quad}(E_{rec})$ (gelbe Kurve, $\Delta U = 17.8$ V).

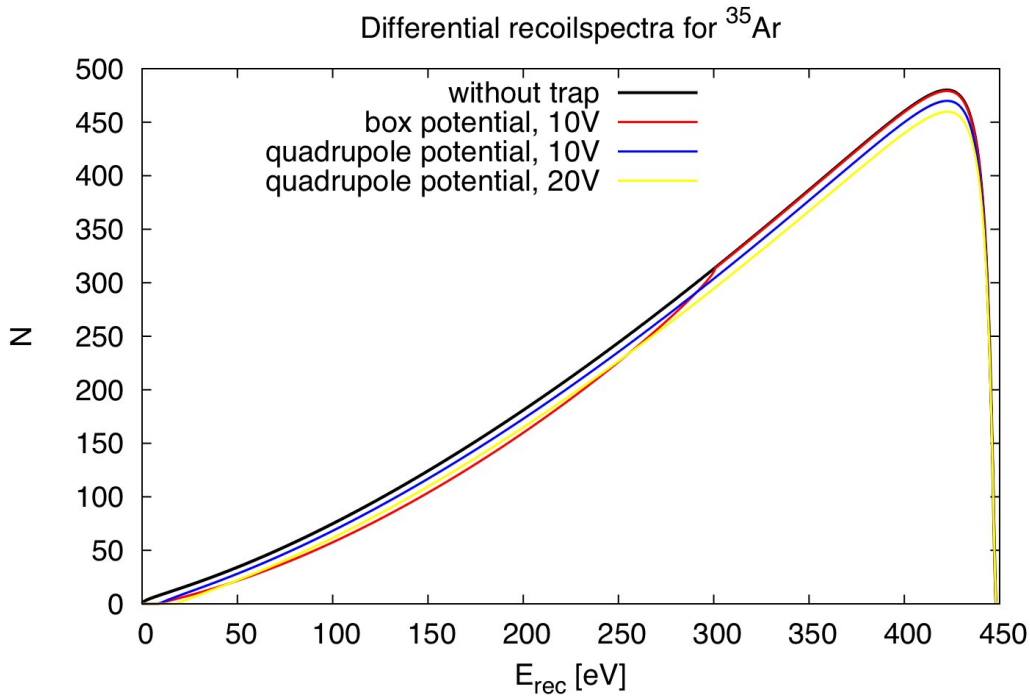


Abbildung 5.8: Der Einfluss des Abschneidewinkels θ_c auf das Rückstoßspektrum. Gezeigt ist das Rückstoßspektrum von ^{35}Ar , simuliert für $a = 0.9081$ (schwarz), für ein 10 V-Box-Potential (rot) an der Zerfallsfalle, ein 10 V-Quadrupol-Potential (blau) und ein 20 V-Quadrupol-Potential (gelb) an der Falle. Die Zahl der Ereignisse ist willkürlich gewählt.

Betrachten wir zunächst das Box-Potential. Sehr kleine Energien ($E_{rec} < \Delta U$) tauchen nicht mehr im Spektrum auf. Das Box-Potential beeinflusst das Spektrum bis zu einer Energie von $E_{rec} = 319.621$ eV. Das ist die Energie, bei welcher genug transversale kinetische Energie in longitudinale kinetische Energie konvertiert wurde (vgl. Tab. 5.1) um das Fallenpotential zu überwinden. Darüber hinaus

stimmt das Rückstoßspektrum des Box-Potentials mit dem simulierten Spektrum der Rückstoßenergie überein.

Das Quadrupol-Potential hingegen beeinflusst das gesamte Spektrum. Die Form des Spektrums ähnelt dem des ursprünglichen Spektrums, jedoch liegt die gesamte Kurve unterhalb der des ursprünglichen Rückstoßspektrums $N(E_{rec})$. Sehr kleine Energien ($E_{rec} < \Delta U$) tauchen auch hier nicht mehr im Spektrum auf. Der Unterschied zwischen dem 10 V- und dem 20 V-Potential besteht zum einen in der Höhe der Kurven. Der Abstand zum Spektrum ohne Falleneffizienz ist für das 20 V-Potential (gelb) etwa doppelt so groß, wie für das 10 V-Potential (blau). Darüber hinaus beginnt die 20 V-Kurve erst bei $E_{rec} = 17.8 \text{ eV}$, während die 10 V-Kurve schon bei $E_{rec} = 8.9 \text{ eV}$ beginnt. Die Formen der beiden Kurven sind ähnlich.

5.5 Diskussion des θ - E -Cut-Off

Dieses Kapitel verdeutlicht, dass für eine genaue Analyse des Energiespektrums eine Einbeziehung des θ - E -Cut-Off unerlässlich ist. Für eine punktförmige monoenergetische Quelle wurde dieser Effekt sowohl für ein Box- als auch ein Quadrupol-Potential verstanden.

Dennoch ist die Untersuchung noch nicht abgeschlossen. Hier wurde nur eine punktförmige Quelle betrachtet, in Wirklichkeit befindet sich aber in der Zerfallsfalle eine ausgedehnte Quelle, deren Form abhängig vom angelegten Falleneffizienzpotential ist. Die Auswirkungen dieses Effektes auf eine ausgedehnte Quelle wären daher ein nächster Schritt. In diesem Fall kämen zwei weitere Variablen hinzu: z und r . Da sowohl das elektrische Potential U und das Magnetfeld B stärker in z -Richtung variieren wäre es sinnvoll, in einem ersten Schritt die Startposition der Ionen in z -Richtung zu verändern. Dies würde dazu führen, dass Ionen, die näher an den Endkappen-Elektroden der Falle starten, zusätzliche potentielle Energie, erhalten aber auch eine geringere Änderung des Magnetfelds erfahren.

Da sich in der Quelle etwa $N = 10^6$ Ionen befinden, kommt es in der Falle zu Raumladungseffekten. Auch dieses gilt es in weiteren Untersuchungen näher zu betrachten. Zudem ist die Quelle mit Fremdionen verunreinigt, deren Einfluss es ebenfalls näher zu untersuchen gilt.

Kapitel 6

Simulationen zur Messung mit ^{124}In

Im Oktober 2006 wurden Messungen mit ^{124}In durchgeführt. Zum Verständnis der Messdaten und des Aufbaus werden in dieser Arbeit zahlreiche Simulationen zu diesen Messungen vorgestellt. In einem ersten Schritt wurde die Messung simuliert (Abs. 6.2). Dazu verwendeten wir zunächst eine punktförmige, monoenergetische Quelle, deren Rückstoßenergie in 20 eV-Schritten von 20 eV bis 240 eV variiert wurde. Wie in der Messung wurde die Retardierungsspannung in Schritten von 10 eV variiert. Zudem wurden die Ladungszustände 2 bis 14 einbezogen. Diese Rechnungen zeigen, inwieweit der Aufbau während der Messung dem idealen Aufbau entsprach und gegebenenfalls, welche Transmissionsverluste aufgetreten sind.

Zusätzlich haben wir für drei Retardierungsspannungen und den Ladungszustand $q = 2$ hochaufgelöste Transmissionsfunktionen simuliert (Abs. 6.3). Dabei wurde die Rückstoßenergie in Schritten von 0.1 eV variiert. Nicht-adiabatische Bewegung der Ionen führte aufgrund der im Vergleich zum idealen Aufbau geänderten Elektrodenbelegung zu einer Verformung der Transmissionsfunktion.

Jede einzelne Monte-Carlo-Simulation lieferte neben der Zahl der Ereignisse auf dem Detektor auch die Verteilung der Ionen in der Detektor-Ebene, deren Analyse in Abschnitt 6.5 vorgenommen wird.

Im Rahmen der Messung kam es zu zwei unvorhergesehenen Vorfällen:

Zum Einen führten zahlreiche Entladungen zwischen den einzelnen Elektroden dazu, dass die eigentliche Elektrodenbelegung nicht verwendet werden konnte (vgl. [Coe07]). Wir nutzten schließlich die Einzellinse als Retardierungselektrode und die eigentliche Retardierung zur Vorbeschleunigung der Ionen.

Zum Anderen war aufgrund der hohen γ -Multipizität des ^{124}In (siehe Abb. 6.1) ein sehr starker Gamma-Untergrund vorhanden, der zu Entladungen an den Spektrometerelektroden geführt hat.

Die Berechnung der magnetischen Feldlinien (siehe Anhang C) hat ergeben, dass im WITCH-Spektrometer an zwei Stellen Teilchenfallen existieren können. Diese könnten möglicherweise die Ursache für die Entladungen beim Hochfahren der Spannungen sein.

6.1 Der Zerfall des ^{124}In

^{124}In zerfällt über β^- -Zerfall zu ^{124}Sn . Es gibt zwei Zerfallskanäle. ^{124}In -Kerne mit Spin $3+$ zerfallen mit einer Halbwertszeit von $t_{1/2} = 3.11\text{ s}$ in ^{124}Sn . Die Zerfallsenergie beträgt $E_{dec} = 7.360\text{ MeV}$. ^{124m}In -Kerne mit Spin $8-$ zerfallen mit einer Halbwertszeit von $t_{1/2} = 3.7\text{ s}$ in ^{124}Sn . Die Zerfallsenergie beträgt $E_{dec} = 7.360\text{ MeV}$. Als mögliches Mutternuklid kommt ^{124}Cd in Frage. Abbildung 6.1 zeigt das Zerfallsschema von ^{124}In . Links ist das Schema für den Zerfall des Grundzustands, rechts jenes für den Zerfall des metastabilen Zustands abgebildet.

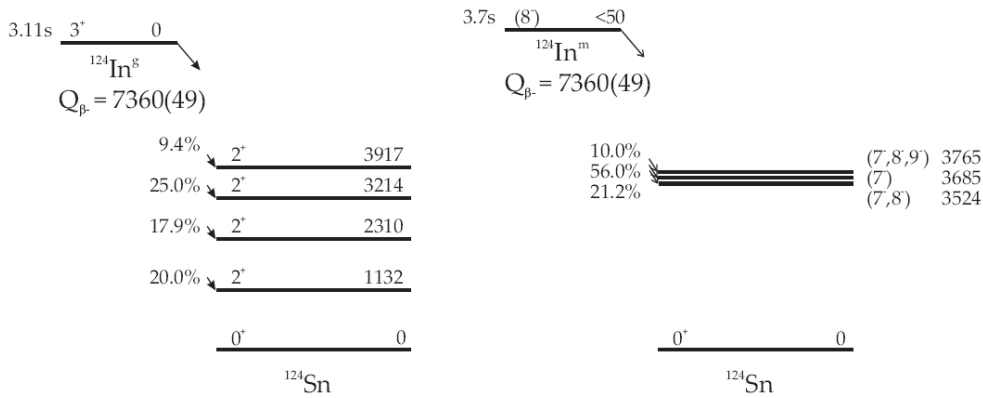


Abbildung 6.1: Das Zerfallsschema von ^{124}In . Links ist das Schema für den Zerfall in den Grundzustand, rechts jenes für den Zerfall in den metastabilen Zustand des ^{124}Sn gezeigt (aus [Coe07]).

6.2 Die Simulation der Messung vom Oktober 2006

Zur Simulation der ^{124}In -Messung vom Oktober gingen wir zunächst von einer punktförmigen, monoenergetischen Quelle aus. Daher sind die beiden einzigen gewürfelten Werte dieser Monte-Carlo-Simulation die beiden Emissionswinkel θ und ϕ . Die Rückstoßenergie E_{rec} wurde in Schritten von $\Delta E_{rec} = 20\text{ eV}$ variiert. Wie auch in der Messung wurde die Retardierungsspannung U_{ret} in Schritten von

$\Delta U_{ret} = 10 \text{ V}$ variiert. Die simulierten Ladungszustände reichten von $q = 2$ bis einschließlich $q = 14$.

Die verwendete Elektrodenkonfiguration entsprach der bei der Messung verwendeten. Wie schon eingangs erwähnt, führten verschiedene Entladungen beim Hochfahren der Spannungen dazu, dass schließlich eine andere Elektrodenkonfiguration verwendet wurde als geplant. An die Falle wurde dabei ein Box-Potential angelegt. In Tabelle 6.1 ist die entsprechende Konfiguration aufgelistet.

Tabelle 6.1: Die bei der ^{124}In -Messung vom Oktober 2006 verwendete Elektrodenbelegung. Bei U_{ret} handelt es sich um die angelegte Retardierungsspannung. Sie wurde in Schritten von $\Delta U_{ret} = 10 \text{ V}$ variiert.

Elektroden	Potential
Falle	-10 V
SPRETA01 bis SPRETA07	-100 V
SPACCE01	-1.4 keV
SPACCE02	-1.0 keV
SPEINZ01	U_{ret}
SPDRIF01	-7.0 keV
SPDRIF02	-7.0 keV

Die Rechnungen wurden auf dem Grid-Cluster des Instituts für Kernphysik der Universität Münster durchgeführt. Für jeden Datenpunkt wurden $N = 200000$ Ereignisse simuliert, welche in Vorwärtsrichtung in ein Raumwinkelement von 2π emittiert wurden. Abhängig von den verwendeten Parametern dauerten die Rechnungen für einen einzelnen Datenpunkt zwischen 10 Stunden und mehreren Tagen auf einem Node des Grids mit einer aktuellen Opteron CPU, welche mit 2.0 bis 2.5 GHz getaktet ist und 1 bis 2 GB RAM pro CPU-Kern besitzt.

Zunächst habe ich aus den simulierten Daten einen Satz von Transmissionsfunktionen für einen gegebenen Ladungszustand q und eine gegebene Rückstoßenergie E_{rec} zusammengestellt. Für den Ladungszustand $q = 2$ können diese Abb. 6.2 entnommen werden. Für $q = 3$ bis 14 befinden sie sich in Anhang B (vgl. Abb. B.1 bis B.6). Da die Schrittweite für die Retardierungsspannung mit $\Delta U_{ret} = 10 \text{ V}$ und für die Rückstoßenergie mit $\Delta E_{rec} = 20 \text{ eV}$ relativ groß gewählt wurde, erwarten wir einen Satz von Stufenfunktionen, eventuell mit einem Zwischenschritt. Im Wesentlichen entsprechen die Resultate unseren Erwartungen. Lediglich auf eine Eigenschaft traf dies nicht zu: für niedrige Retardierungsspannungen (bis einschließlich $U_{ret} = 60 \text{ V}$) waren Ionen der Energie $E_{rec} = q \cdot U_{ret}$ nicht in der Lage, das Retardierungspotential zu überwinden, während für $U_{ret} > 60 \text{ V}$ einige Ionen mit $E_{rec} = q \cdot U_{ret}$ das Retardierungspotential überwinden konnten. Wie sich in den Abschnitten 6.2.2 und 6.3.2 zeigen wird, lässt sich dies durch das effektive Retardierungspotential, welches das Fallenpotential sowie den Felddurchgriff in der Analysierebene berücksichtigt, erklären.

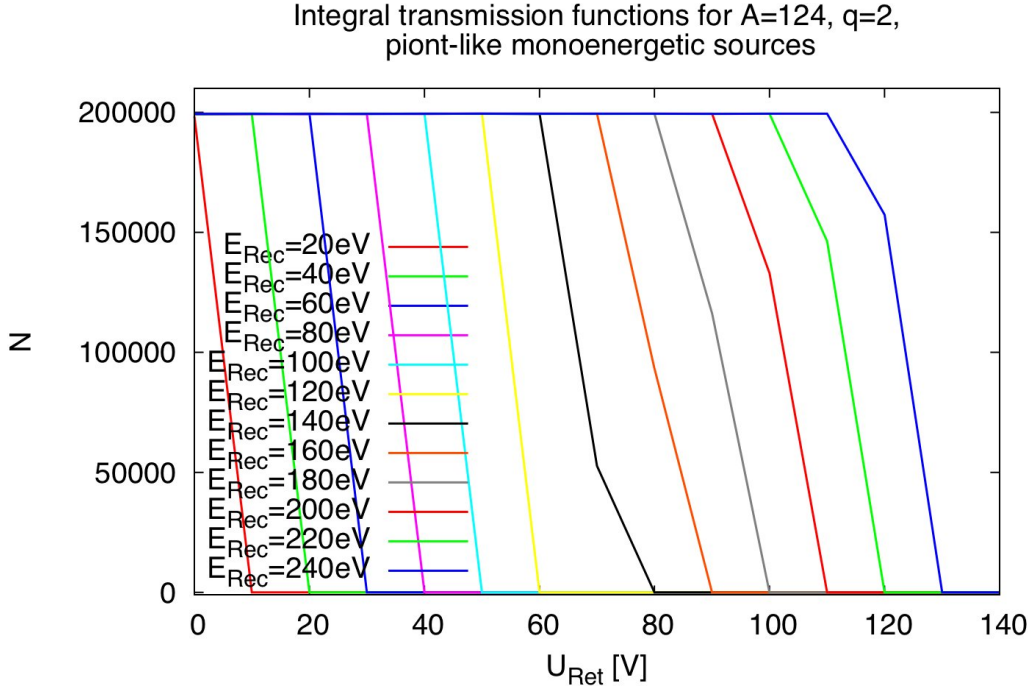


Abbildung 6.2: Ein Satz von Transmissionsfunktionen für ^{124}In , $q = 2$ und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die Rückstoßenergie wurde von $E_{\text{rec}} = 20 \text{ eV}$ bis $E_{\text{rec}} = 240 \text{ eV}$ in Schritten von $\Delta E_{\text{rec}} = 20 \text{ eV}$ variiert. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{\text{ret}} = 10 \text{ V}$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 130 \text{ V}$. Da nur Ionen mit $E_{\text{rec}} > q \cdot U_{\text{eff}}$ transmittiert werden und $U_{\text{eff}} \neq U_{\text{ret}}$ werden einige Kurven von anderen überdeckt.

6.2.1 Die statistische Unsicherheit

Da es sich bei den Simulationen um Monte Carlo-Rechnungen handelt, bei denen die Startwinkel der Ionen-Bewegung, θ (der Winkel zwischen Spektrometerachse (z -Achse) und dem Impuls-Vektor des Ions) und ϕ (der zugehörige Azimuthwinkel), gewürfelt wurden, sind die Rechnungen mit einer daraus resultierenden statistischen Unsicherheit behaftet. Bei einer Suche nach Zählraten, die unter unseren Erwartungen liegen, ist daher die Kenntnis dieser statistischen Unsicherheit erforderlich.

Da der experimentelle Aufbau in den Simulationen als zylindersymmetrisch angenommen wurde und sich die punktförmige Quelle auf der z -Achse befindet, führt die Variation des Azimuthwinkels ϕ zu keiner Änderung der Nachweiswahrscheinlichkeit. Somit bestimmt lediglich der θ -Winkel, ob ein Ion erfolgreich detektiert wird oder nicht.

Der Fehler für jeden simulierten Datenpunkt lässt sich nach dem Fehler einer

Binominal-Verteilung berechnen:

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot q \quad (6.1)$$

Dabei ist n die Gesamtzahl aller gewürfelten Ereignisse, p die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ion detektiert wird und q die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ion nicht detektiert wird. Die Wahrscheinlichkeit q ist identisch mit $q = (1 - p)$.

Geht man davon aus, dass es sich bei dem Spektrometer um einen MAC-E-Filter handelt, bei welchem die Bewegung der Ionen bis zur Retardierung adiabatisch erfolgt, gibt es zu jeder Rückstossenergie E_{rec} und Retardierungsspannung einen zugehörigen Abschneidewinkel θ_c , oberhalb dessen keine Ionen mehr das Spektrometer passieren können, da nicht hinreichend transversale kinetische Energie in longitudinale kinetische Energie umgewandelt wurde. Die Ionen sind gleichverteilt in $\cos \theta$. Damit lässt sich der Fehler durch θ_c ausdrücken:

$$p = 1 - \cos \theta_c \quad q = \cos \theta_c \quad \Rightarrow \quad \sigma^2 = n \cdot \cos \theta_c \cdot (1 - \cos \theta_c) \quad (6.2)$$

Die Standardabweichung in den Tabellen 6.1 und 6.2 wurde mit Hilfe von Formel 6.1 berechnet.

6.2.2 Die Variation der Zählrate

Betrachteten wir nun die Abweichung der Zählrate von vollständiger Transmission ($N = 200000$). Nehmen wir zunächst den Fall $U_{ret} = 0$ V, also kein Retardierungspotential. Es existieren also zwei Variablen: die Rückstoßenergie E_{rec} und der Ladungszustand q .

Wie Abb. 6.3 zeigt, ist selbst für die höchsten Rückstoßenergien die Zählrate niemals exakt 200000, sondern liegt um $\Delta N \approx 600$ niedriger. Das bedeutet, dass etwa 600 von 200000 Ionen generell nicht detektiert werden. Bei den Bahnverfolgungsrechnungen werden jeweils die Start- und Endparameter mitgeschrieben. Daraus lässt sich entnehmen, dass diese Ionen in der Falle verbleiben. Sie werden in der Nähe ihres Ursprungsorts reflektiert. Daraus lässt sich der Abschneidewinkel der Falle berechnen:

$$\theta_c = \arccos(600/200000) = 89,83^\circ$$

Diese Schwankungen werden durch einen Felddurchgriff des Gehäusepotentials zwischen den Lücken der Fallenelektroden in Verbindung mit einer Magnetfeld-Inhomogenität verursacht. Die Magnetfeldinhomogenitäten entstehen aufgrund der Zusammensetzung des 9T-Magneten aus mehreren Spulen (vergl. Abb. 6.4). Der Felddurchgriff des Gehäusepotentials rührt aus einer Vereinfachung der Elektrodengeometrie der Zerfallsfalle in den Simulationen her. Im wirklichen Aufbau überlappen die Elektroden in z -Richtung.

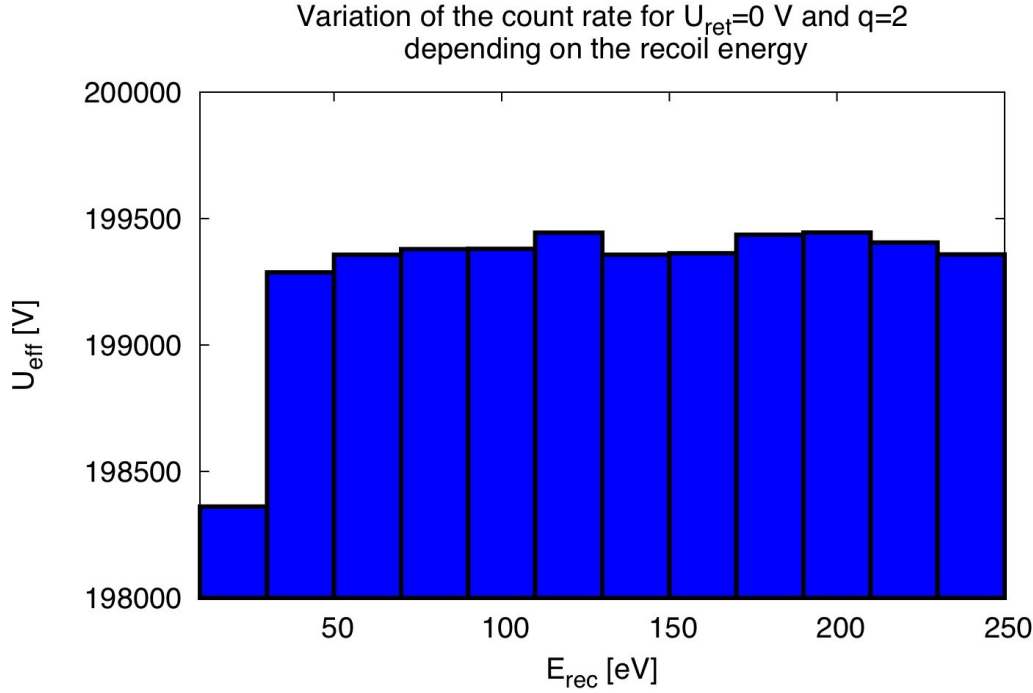


Abbildung 6.3: Die Änderung der Zählrate für $U_{\text{Ret}} = 0$ V und $q = 2$ in Abhängigkeit von der Rückstoßenergie E_{rec} . Die Zählrate ist innerhalb der statistischen Unsicherheit konstant, mit Ausnahme der niedrigsten Rückstoßenergie $E_{\text{rec}} = 20$ eV.

Zur näheren Erläuterung dieses Phänomens habe ich eine Trajektorie für ein Ion mit einem Startwinkel von $\theta_{\text{ini}} = 89.8898^\circ$ und $E_{\text{rec}} = 100$ eV simuliert. Die Ionen-Bewegung endete bei $z = 109.9416$ mm und $r = 0.01611128$ mm. Diese Position befindet sich innerhalb der Ringelektrode der Zerfallsfalle nahe der z -Achse. Aus Abb. 6.4 lässt sich entnehmen, dass das elektrische Potential um $\Delta U \approx 7 \mu\text{V}$ ansteigt, während sich das Magnetfeld um $\Delta B \approx 32 \mu\text{T}$ erhöht. Diese Änderungen sind zwar nur sehr klein, aber ausreichend für einen Abschneidewinkel von $\theta_c = 89.8898^\circ$ (vgl. Gl. 5.6). Lässt man hingegen die Änderung des elektrischen Potentials außer Acht, da dieses durch die vereinfachte Elektrodengeometrie des Simulationsprogramms verursacht wird und berücksichtigt nur die Änderung des Magnetfelds, ergibt sich ein Abschneidewinkel von $\theta_c = 89.8919^\circ$.

Schauen wir uns nun die Abhängigkeit der Zählrate N von der Rückstoßenergie E_{rec} an. Abbildung 6.3 lässt sich entnehmen, dass die Zählrate fast konstant ist, außer für die niedrigste Rückstoßenergie $E_{\text{rec}} = 20$ eV. Die zugehörigen Werte finden sich in Tab. 6.2. Hier liegt sie etwas unter dem Durchschnittswert. Ihre Abweichung beträgt $0,8\%$ bzw. $26 \cdot \sigma$ für $N = 200000$. Daraus ergibt sich ein Abschneidewinkel für $E_{\text{rec}} = 20$ eV von: $\theta_c = \arccos(1600/200000) = 89,54^\circ$. Dieser ist also um etwa 0.3° kleiner als für die übrigen simulierten Rückstoßenergien.

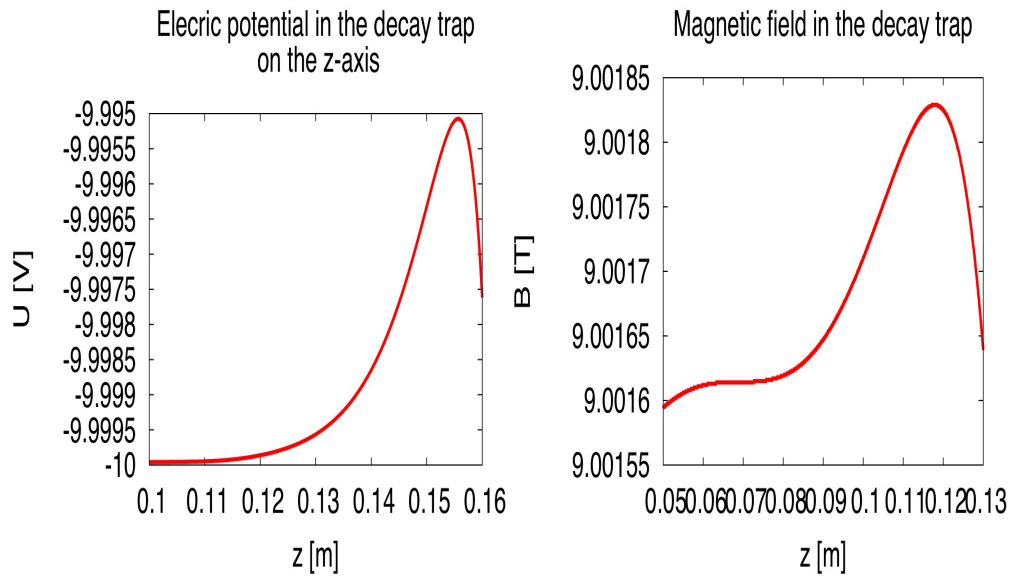


Abbildung 6.4: Das elektrische Potential (links) und Magnetfeld (rechts) in der Zerfallsfalle entlang der z -Achse ($r = 0$ m). Das Fallenzentrum befindet sich bei $z = 0.106$ m. Die Inhomogenität des elektrischen Potentials wird durch den Felddurchgriff des Gehäusepotentials durch die Lücken zwischen den Fallenelektroden in der simulierten Geometrie verursacht. Die Inhomogenität im Magnetfeld entsteht durch die Zusammensetzung des 9T-Magneten aus mehreren Spulen.

Tabelle 6.2: Die Variation der Zählrate für $q = 2$, $N_{ini} = 200000$ und $U_{Ret} = 0$ V. Für $E_{Rec} = 20$ eV liegt die Zählrate leicht unterhalb der statistischen Schwankung. Der Mittelwert für $E_{Rec} \geq 40$ eV ist $\bar{N} = 199392.4$

E_{Rec} [eV]	N	σ
20	198361	40.3
40	199287	26.7
60	199357	25.3
80	199379	24.9
100	199380	24.9
120	199444	23.5
140	199357	25.3
160	199363	25.1
180	199436	23.7
200	199445	23.5
220	199405	24.4
240	199358	25.3

Dieser Effekt nimmt mit steigendem Ladungszustand q zu (siehe Abb. 6.5, die dazugehörigen Werte sind in Tab. 6.3 aufgelistet). Die Zählrate nimmt mit stei-

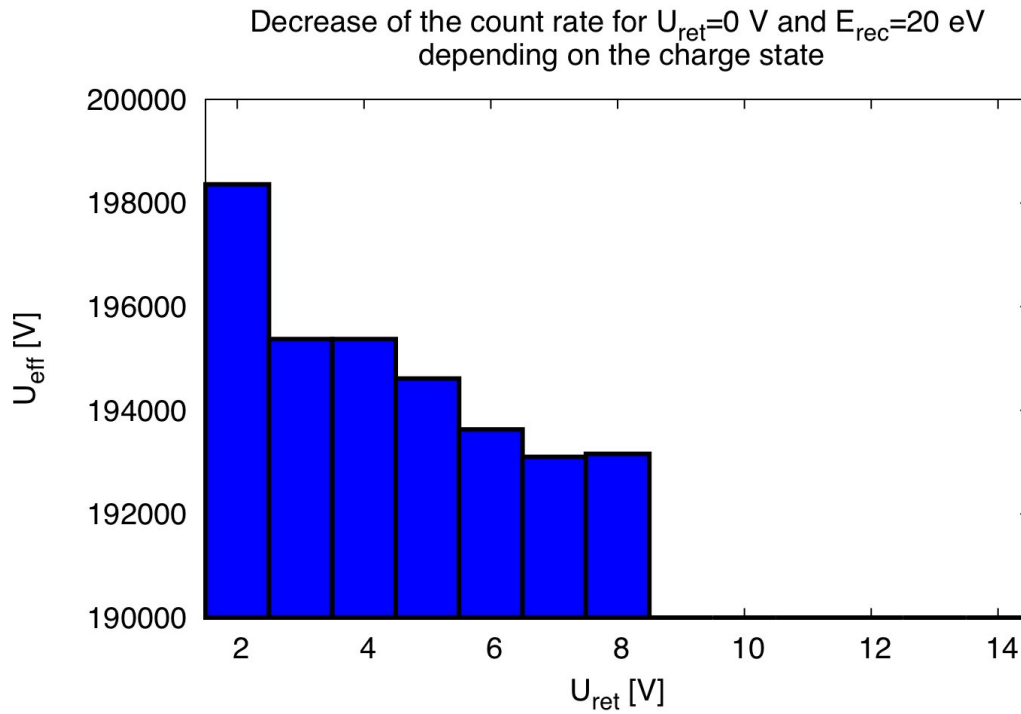


Abbildung 6.5: Die Abnahme der Zählrate für $U_{\text{Ret}} = 0$ V und $E_{\text{Rec}} = 20$ eV abhängig vom Ladungszustand. Für $q \geq 9$ werden die Ionen in der Analysierebene reflektiert. Die Ursache hierfür liegt im effektiven Retardierungspotential (vgl. 6.3.2).

gendem Ladungszustand stetig ab, bis sie schließlich für $q \geq 9$ auf 0 absinkt. Für $q = 8$ beträgt die Anzahl der retardierten Ionen ungefähr das Dreifache wie für $q = 2$.

Das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ für $q \geq 9$ lässt sich durch den Felddurchgriff in der Analysierebene und das anliegende Fallenpotential erklären. Für eine angelegte Retardierungsspannung von $U_{\text{ret}} = 0$ V beträgt das Potential im Zentrum der Analysierebene $U_{\text{ap}} = -7,75$ V. Die angelegte Fallenspannung beträgt $U_{\text{ini}} = -10$ V, was identisch mit dem Wert des Potentials ist, bei welchem die Ionen starten. Daraus ergibt sich ein effektives Potential zwischen Falle und Analysierebene von $U_{\text{eff}} = U_{\text{ap}} - U_{\text{ini}} = 2,24$ V. Ionen mit einer Ladung von $q = 8$ sehen somit eine Potentialdifferenz von $\Delta E_{q=8} = q \cdot U_{\text{eff}} = 17,92$ eV, wohingegen Ionen des Ladungszustands $q = 9$ eine Potentialdifferenz von $\Delta E_{q=9} = 20,16$ eV sehen und somit bei einer Rückstoßenergie von $E_{\text{rec}} = 20$ eV reflektiert werden. Dieses effektive Retardierungspotential wird in Abs. 6.3.2 näher diskutiert.

Tabelle 6.3: Die Variation der Zählrate N für $U_{ret} = 0 \text{ V}$ und $E_{rec} = 20 \text{ eV}$ abhängig vom Ladungszustand q . Für hohe Ladungszustände nimmt die Zählrate ab, bis sie schließlich für $q \geq 9$ auf $N = 0$ sinkt. Die Ursache hierfür liegt im effektiven Retardierungspotential U_{eff} (vgl. Abs. 6.3.2).

q	N	σ
2	198361	40.3
3	195460	66.6
4	195375	67.2
5	194613	72.2
6	193630	78.5
7	193102	81.6
8	193160	81.2
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	0
13	0	0
14	0	0

6.3 Die hoch aufgelöste Transmissionsfunktion

Neben der Reproduktion der Messung vom Oktober 2006 wurden weitere hoch aufgelöste Transmissionsfunktionen bei konstanter Retardierungsspannung U_{ret} für den Ladungszustand $q = 2$ simuliert. Dabei betrug die Schrittweite der Rückstoßenergie $\Delta E_{rec} = 0.1 \text{ eV}$. Die Simulationen umfassten die Retardierungsspannungen $U_{ret} = 20 \text{ V}$, 50 V und 80 V für eine punktförmige Quelle. Die Absicht hinter dieser Simulation war es, Näheres über die Form der Transmissionsfunktion zu lernen um diese mit der eines MAC-E-Filters vergleichen zu können. Dabei stellte sich heraus, dass ihre Form und Breite sehr stark von unseren Erwartungen abwich (vgl. Abb. 6.6). Dies lässt sich, wie im Folgenden gezeigt wird im Wesentlichen auf drei Faktoren zurückführen.

In einem naiven Ansatz könnte man erwarten, dass die Transmissionsfunktion einer Stufenfunktion entspricht: Für $E_{rec} \leq q \cdot U_{ret}$ beträgt die Zählrate $N(E_{rec}) = 0$ und für $E_{rec} > q \cdot U_{ret}$ entspricht sie $N(E_{rec}) = N$, wobei N die Zahl der Ereignisse in der Zerfallsfalle ist.

$$T(E_{rec}, U_{ret}) \rightarrow \Theta(E_{rec} - q \cdot U_{ret}) \quad (6.3)$$

In Abb. 6.6 ist diese Funktion für $U_{ret} = 50 \text{ V}$ dargestellt (rote Kurve).

Berücksichtigt man des Weiteren, dass transversale kinetische Energie durch magnetische adiabatische Transformation in longitudinale kinetische Energie umgewandelt wird, erhält man die Transmissionsfunktion eines MAC-E-Filters. Diese

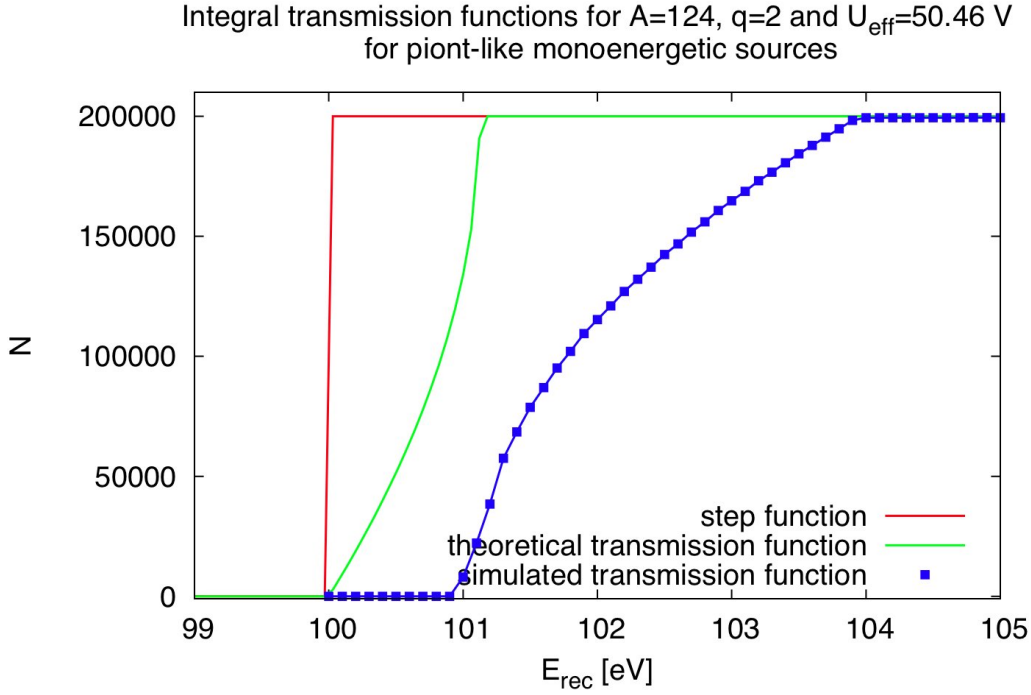


Abbildung 6.6: Stufenfunktion, theoretische und simulierte Transmissionsfunktion für ^{124}In , $U_{\text{ret}} = 50$ V and $q = 2$. Die Punkte der simulierten Transmissionsfunktion wurden der Übersichtlichkeit halber miteinander verbunden.

besitzt eine gewisse Breite (siehe Gl.6.5) und lässt sich folgendermaßen darstellen (vgl. [Val04]):

$$T(E_{\text{rec}}, U_{\text{ret}}) = \begin{cases} 0 & \text{für } E_{\text{kin}} \leq q \cdot U_{\text{ret}} \\ \left(1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{q \cdot U_{\text{ret}}}{E_{\text{rec}}}\right) \frac{B_{\text{ini}}}{B_{\text{fin}}}}\right) & \text{für } q \cdot U_{\text{ret}} < E_{\text{rec}} \\ & < q \cdot U_{\text{ret}} / \left(1 - \frac{B_{\text{fin}}}{B_{\text{ini}}}\right) \\ 1 & \text{für } E_{\text{rec}} \geq q \cdot U_{\text{ret}} / \left(1 - \frac{B_{\text{fin}}}{B_{\text{ini}}}\right) \end{cases} \quad (6.4)$$

Dabei ist B_{ini} das Magnetfeld im Zentrum der Zerfallsfalle, B_{fin} das Magnetfeld in der Analysierebene und U_{ret} die Retardierungsspannung. In Abb. 6.6 ist diese Transmissionsfunktion für den Fall $B_{\text{ini}} = 9$ T, $B_{\text{fin}} = 0.1$ T und $U_{\text{ret}} = 50$ V dargestellt (grüne Kurve). Die Breite der Transmissionsfunktion lässt sich definieren als:

$$\Delta E_w = q \cdot U_{\text{ret}} / \left(1 - \frac{B_{\text{fin}}}{B_{\text{ini}}}\right) - q \cdot U_{\text{ret}} \quad (6.5)$$

Des Weiteren ist in Abb. 6.6 ebenfalls die simulierte Transmissionsfunktion dargestellt (blaue Quadrate). Augenscheinlich besteht eine starke Abweichung von

der theoretischen Transmissionsfunktion des MAC-E-Filters. Dies hat im Wesentlichen drei Ursachen, auf die im Folgenden näher eingegangen wird.

6.3.1 Ionen, die in der Falle verbleiben

Wie bereits in Abschnitt 6.2.2 erwähnt, verbleiben $\Delta N \approx 600$ von $N = 200000$ Ionen in der Falle, da ihr Emissionswinkel θ_{ini} zu groß ist, um die kleinen Inhomogenitäten im elektrischen Potential und Magnetfeld zu überwinden. Daher verlieren wir 0,3 % der Ionen bereits in der Falle. Auch wenn dieser Effekt sehr klein ist, muss die absolute Zählrate N etwa um den Faktor 0,997 korrigiert werden:

$$N \rightarrow 0.997 \cdot N$$

6.3.2 Das effektive Retardierungspotential

Ein weiteres wichtiges Detail, das ebenfalls schon in Absatz 6.2.2 angesprochen wurde, ist das effektive Retardierungspotential. Wir definieren das effektive Retardierungspotential U_{eff} als Potentialdifferenz zwischen dem Zentrum der Analysierebene ($r = 0$) U_{ap} und dem Zentrum der Zerfallsfalle ($r = z = 0$ m) U_{ini} , welches identisch mit dem Ursprung der Ionenbewegung ist:

$$U_{eff} = U_{ap} - U_{ini} \quad (6.6)$$

Damit berücksichtigen wir zudem zweierlei: das Potential der Zerfallsfalle, welches bei $U_{ini} = -10$ V lag, und den Felddurchgriff der Nachbeschleunigung in die Analysierebene. Offensichtlich ist das effektive Retardierungspotential U_{eff} nicht identisch mit der angelegten Retardierungsspannung U_{ret} , weshalb wir in Gl. 6.4 das angelegte durch das effektive Retardierungspotential ersetzen müssen: $U_{ret} \rightarrow U_{eff}$

In Tabelle 6.4 sind das angelegte Retardierungspotential U_{ret} , das zugehörige effektive Retardierungspotential U_{eff} , deren Differenz ΔU_{ret} , das Potential im Zentrum der Zerfallsfalle U_{ini} und das Potential im Zentrum der Analysierebene U_{ap} aufgelistet. Für U_{eff} und U_{ret} besteht folgende Relation:

$$\begin{aligned} U_{eff} &\geq U_{ret} & \forall & \quad U_{ret} \leq 60 \text{ V} \\ U_{eff} &< U_{ret} & \forall & \quad U_{ret} > 60 \text{ V} \end{aligned}$$

Abbildung 6.7 zeigt das effektive Retardierungspotential U_{eff} als Funktion der angelegten Retardierungsspannung U_{ret} . Wie aus dieser Abbildung leicht ersichtlich wird, besteht ein linearer Zusammenhang zwischen beiden Potentialen. Dieser lässt sich folgendermaßen ausdrücken:

$$U_{eff} = 0.964 \cdot U_{ret} + 2.24 \text{ V} \quad (6.7)$$

Tabelle 6.4: Das effektive Retardierungspotential U_{eff} in Abhängigkeit der angelegten Retardierungsspannung U_{ret} sowie deren Differenz $\Delta U = U_{ret} - U_{eff}$. Zwischen beiden besteht ein linearer Zusammenhang. Für niedrige Retardierungsspannungen ist U_{eff} größer als U_{ret} , während für $U_{ret} \approx \Delta U_{eff} \approx 60 \text{ V}$ sich beide Potentiale fast angleichen. Für höhere Retardierungsspannungen ist U_{eff} größer als U_{ret} . Des Weiteren sind noch das elektrische Potential im Zentrum der Zerfallsfalle U_{ini} und in der Analysierebene U_{ap} aufgelistet.

$U_{ret} [\text{V}]$	$U_{eff} [\text{V}]$	ΔU_{ret}	$U_{ini} [\text{V}]$	$U_{ap} [\text{V}]$
0.00	2.24	-2.24	-10.00	-7.76
10.00	11.88	-1.88	-10.00	1.88
20.00	21.52	-1.52	-10.00	11.52
30.00	31.16	-1.16	-10.00	21.16
40.00	40.81	-0.81	-10.00	30.81
50.00	50.46	-0.46	-10.00	40.46
60.00	60.10	-0.10	-10.00	50.10
70.00	69.75	0.25	-10.00	59.75
80.00	79.40	0.60	-10.00	69.40
90.00	89.05	0.95	-10.00	79.05
100.00	98.70	1.30	-10.00	88.70
110.00	108.35	1.65	-10.00	98.35
120.00	117.99	2.01	-10.00	107.99
130.00	127.64	2.36	-10.00	117.64
140.00	137.28	2.72	-10.00	127.28

In unserem Beispiel ($U_{ret} = 50 \text{ V}$) verschiebt sich die Transmissionsfunktion um $0,92 \text{ eV}$ zu höheren Energien. Dadurch würde sich die theoretische Transmissionsfunktion um ca. 0.08 eV verbreitern (vgl. Gl. 6.5). Dies Beides erklärt jedoch noch nicht das qualitativ völlig andere Aussehen der simulierten Transmissionsfunktion. Diese ist etwa drei mal so breit wie die theoretische Transmissionsfunktion und zeigt eine positive an Stelle einer negativen Krümmung. Als mögliche Ursache hierfür kommt die Zyklotronbewegung der Ionen in Frage. Näheres hierzu findet sich in dem folgenden Absatz 6.3.3.

6.3.3 Die Zyklotronbewegung der Ionen

Wie bereits unter Abs. 5.2 beschrieben wurde, erfolgt die Ionen-Bewegung im magnetischen Feld der beiden Magnetspulen. Daher ist bei adiabatischer Bewegung ihre Bahn an die Magnetfeldlinien gebunden, um welche sie sich in Spiralbahnen mit dem Zyklotronradius ρ_{cyc} bewegen. Der Zyklotronradius berechnet sich nach Gl. 5.7.

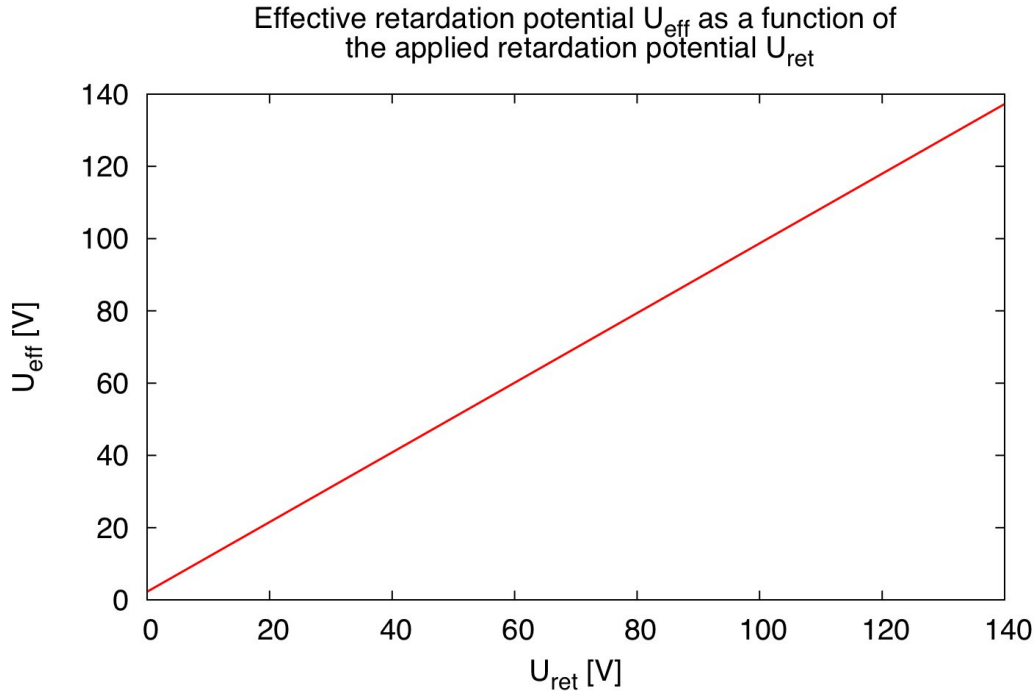


Abbildung 6.7: Das effektive Retardierungspotential U_{eff} als Funktion der angelegten Retardierungsspannung U_{Ret} . Zwischen beiden besteht ein linearer Zusammenhang (vgl. Gl. 6.7).

Damit können wir in unserem Fall ($A = 124$, $q = 2$, $E_{\text{rec}} = 100 \text{ eV}$ und $B = 0.1 \text{ T}$) abschätzen, dass der Zyklotronradius der Ionen im 0.2 T -Magneten etwa in der Größenordnung von $\rho_{\text{cyc}} \approx 1 \text{ cm}$ liegt.

Ist der Zyklotronradius ρ_{cyc} groß im Vergleich zur Änderung des elektrischen Potentials in der Analysierebene mit dem radialen Abstand r von der z -Achse, kann dies zu einer starken Abhängigkeit der Transmission vom Emissionswinkel θ_{ini} führen: zwei Ionen, die mit unterschiedlichen θ_{ini} -Winkeln starten, kommen an unterschiedlichen r -Positionen in der Analysierebene an und erfahren somit unterschiedliche Potentialdifferenzen. In Abb. 6.8 ist die Abhängigkeit des elektrischen Potentials vom Radius in der Analysierebene für verschiedene angelegte Retardierungsspannungen U_{ret} dargestellt. In unserem Beispiel ($U_{\text{ret}} = 50 \text{ V}$) beträgt die Änderung des elektrischen Potentials in der Analysierebene in etwa $\Delta U = 1 \text{ V}$ für $r = 1 \text{ cm}$.

Abbildung 6.9 zeigt die Verteilung der θ_{ini} -Winkel der Ionen, welche in der Analysierebene reflektiert werden, für verschiedene Rückstoßenergien. Für $E_{\text{rec}} = 100.5 \text{ eV}$ werden sämtliche Ionen reflektiert (rot). Da die Ionen in $\cos \theta_{\text{ini}}$ gleichverteilt sind, besitzt die Verteilung die Form einer Sinusfunktion. Bei größeren Rückstoßenergien E_{rec} sind einige Ionen in der Lage, die Potentialbarriere zu überwinden. Würden alle Ionen die gleiche Potentialdifferenz sehen, sollte man

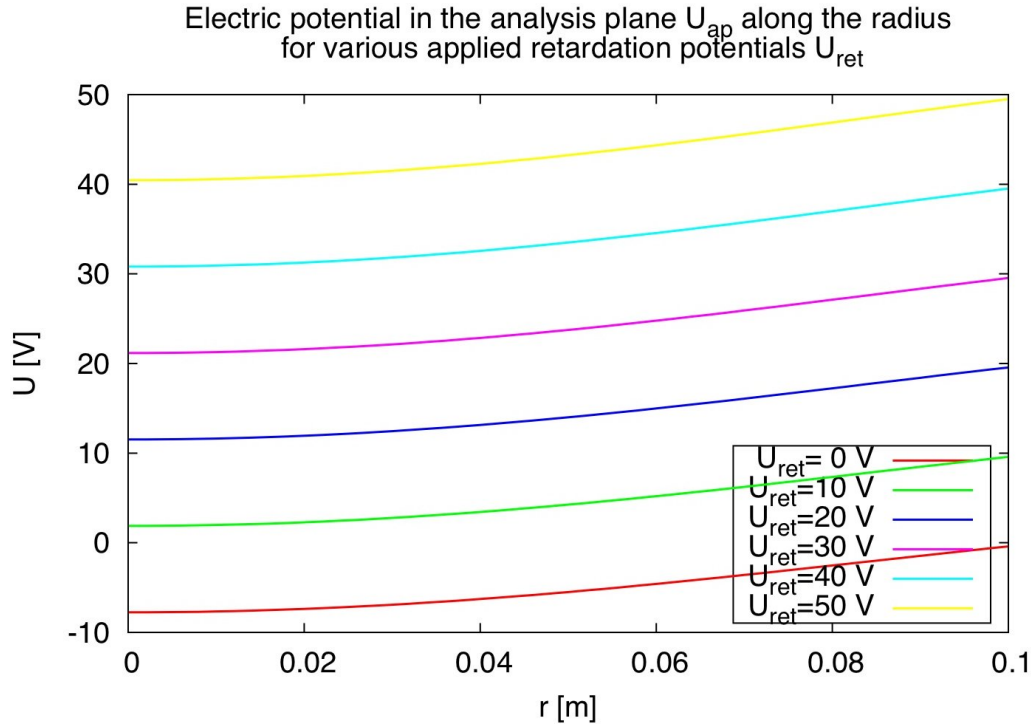


Abbildung 6.8: Die Änderung des elektrischen Potentials in der Analysierebene mit dem Radius für verschiedene angelegte Retardierungsspannungen U_{ret} . Die Retardierungsspannung wurde von $U_{\text{ret}} = 0$ V bis 50 V in Schritten von $\Delta U_{\text{ret}} = 10$ V variiert. Die Kurven zeigen einen äquidistanten Verlauf.

erwarten, dass diese Winkelverteilungen ab einem bestimmten Winkel scharf abschneiden, da mit zunehmendem θ_{ini} -Winkel, aufgrund der magnetischen Konvertierung, die longitudinale kinetische Energie $E_{\text{kin},||}$ abnimmt. Wie aus Abb. 6.9 ersichtlich wird, ist dies hier nicht der Fall: Für kleine θ_{ini} -Winkel sind einige Ionen nicht in der Lage, das Retardierungspotential zu überwinden, während einige der Ionen mit größerem Winkel das Retardierungspotential überwinden können.

Dies wird noch deutlicher, wenn wir die Schrittweite für die Emissionswinkel θ_{ini} in unserem Histogramm weiter verkleinern. Abbildung 6.10 zeigt die gleiche θ_{ini} -Verteilung für $35^\circ \leq \theta_{\text{ini}} \leq 45^\circ$ für die Rückstoßenergien $E_{\text{rec}} = 100.5$ eV und 102.0 eV mit höherer Auflösung. Man kann sehen, dass ein Ion mit $E_{\text{rec}} = 102.0$ eV und $\theta_{\text{ini}} = 38^\circ$ reflektiert wird, während ein Ion mit $\theta_{\text{ini}} = 40^\circ$ den Detektor erreicht. Eine Simulation dieser beiden Trajektorien zeigt, dass das Ion mit $\theta_{\text{ini}} = 40^\circ$ die Analysierebene bei $r = 0.775$ cm passiert und ein effektives Retardierungspotential von $U_{\text{eff}} = 50.071$ V sieht, wohingegen das Ion mit $\theta_{\text{ini}} = 38^\circ$ die Analysierebene bei $r = 1.495$ cm erreicht, ein $U_{\text{eff}} = 50.142$ V sieht und daher reflektiert wird.

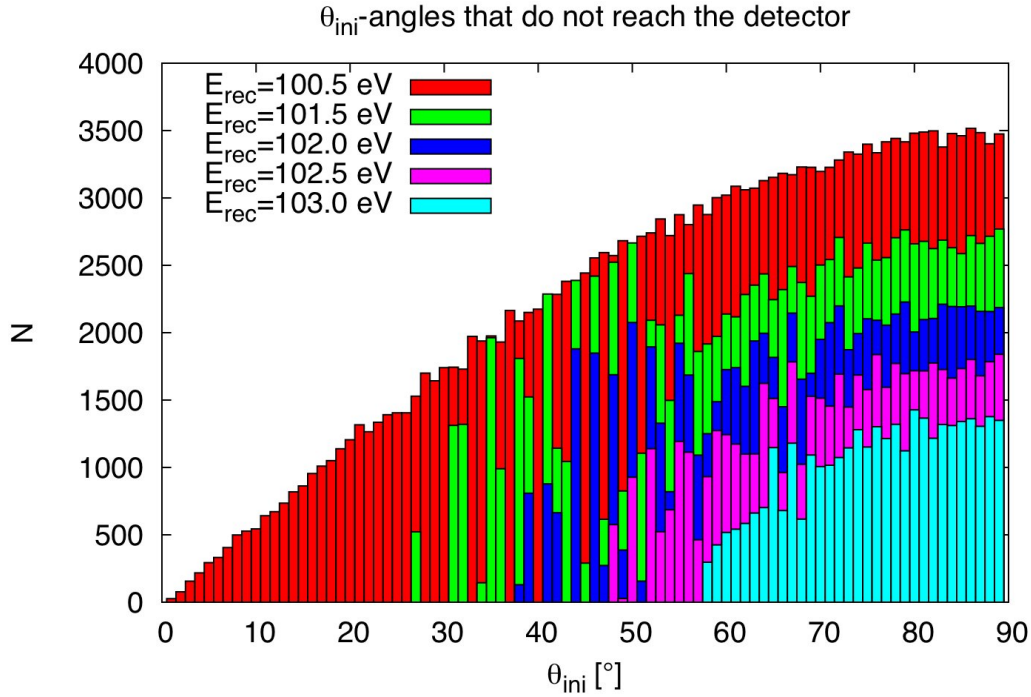


Abbildung 6.9: θ_{ini} -Verteilung der Ionen, welche in der Analysierebene reflektiert werden, für verschiedene Rückstoßenergien. Die Auflösung beträgt $\Delta\theta_{ini} = 1^\circ$. Für $E_{rec} = 100.5$ eV werden alle Ionen reflektiert.

6.3.4 Weitere Retardierungsspannungen

Diese Simulationen wurden für die Retardierungsspannungen $U_{ret} = 20$ V und 80 V wiederholt. Dies geschah mit der Absicht, Näheres über die Form der Transmissionsfunktion zu lernen. In der Abb. 6.11 lässt sich erkennen, dass die Breite ΔE_w der Transmissionsfunktion mit steigender Retardierungsspannung U_{ret} zunimmt. Jedoch scheint die relative Breite $\Delta E_w/E_w$ nahezu konstant zu sein, wobei $E_w = q \cdot U_{eff}$. Diese Größen können der Tabelle 6.5 entnommen werden.

Tabelle 6.5: Angelegtes Retardierungspotential U_{Ret} , Breite ΔE_w und relative Breite $\Delta E_w/E_w$ der Transmissionsfunktion, berechnet für die Retardierungspotentiale $U_{ret} = 20$ V, 50 V und 80 V. Dabei ist $E_w = q \cdot U_{eff}$.

$U_{ret}/[V]$	ΔE [eV]	E_w [eV]	$\Delta E_w/E_w$
20	1,3	43,0	3%
50	3,0	100,9	3%
80	4,7	158,8	3%

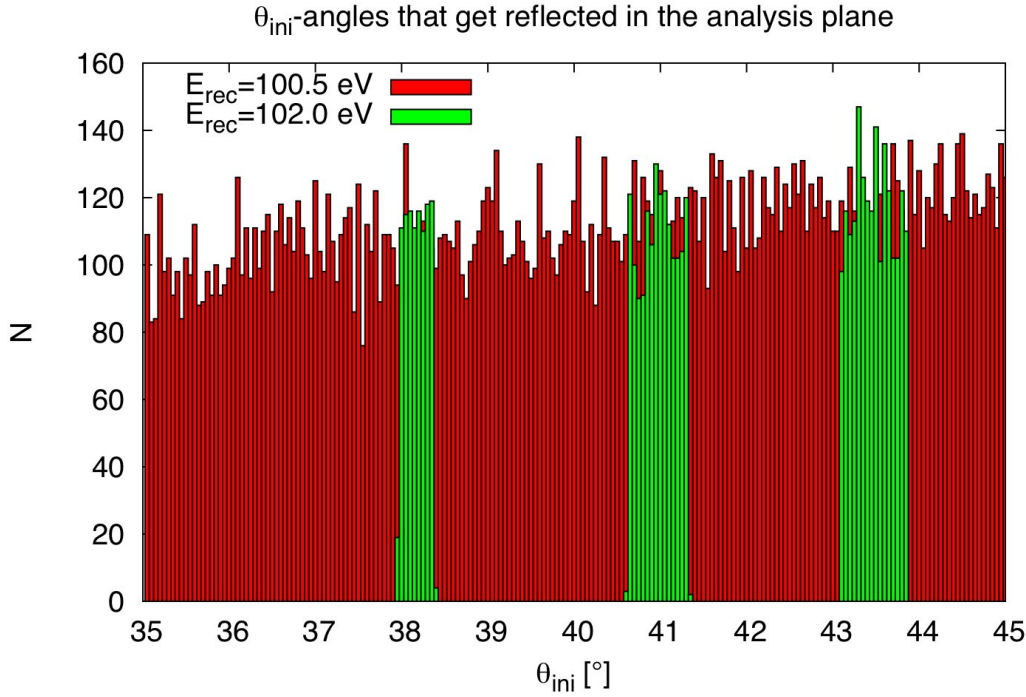


Abbildung 6.10: θ_{ini} -Verteilung der Ionen, welche in der Analysierebene reflektiert werden mit einer Auflösung von $\Delta\theta_{\text{ini}} = 0.1^\circ$. Der Emissionswinkel θ_{ini} wurde von $\theta_{\text{ini}} = 35^\circ$ bis 45° variiert. Dies wurde für zwei Energien $E_{\text{rec}} = 100.5 \text{ eV}$ und $E_{\text{rec}} = 102.0 \text{ eV}$ simuliert. Für $E_{\text{rec}} = 100.5 \text{ eV}$ werden sämtliche Ionen in der Analysierebene reflektiert.

6.4 Die Variation der Position der Quelle

Da die bisherigen Simulationen mit einer punktförmigen Quelle im Zentrum der Zerfallsfalle durchgeführt wurden, es sich aber in der Realität um eine ausge dehnte Ionenwolke handelt, wurden im Rahmen dieser Diplomarbeit zwei weitere Simulationen durchgeführt, um die Abhängigkeit der Änderung der Zählrate N vom radialen Abstand r und der z -Position der Quelle vom Fallenzentrum ($z = 0.106 \text{ m}$, $r = 0$) zu untersuchen.

6.4.1 Die Variation des radialen Abstands r der Quelle

In Abb. 6.12 ist die Änderung der Zählrate N bei Variation des radialen Abstands r der Ionenquelle vom Zentrum der Zerfallsfalle dargestellt. Die Simulation wurde durchgeführt für $A = 124$, $q = 2$, $E_{\text{rec}} = 160 \text{ eV}$ und $N = 200000$ für eine punktförmige Quelle. Die rote Kurve wurde für eine Retardierungsspannung von $U_{\text{ret}} = 80 \text{ V}$ und die grüne Kurve für $U_{\text{ret}} = 40 \text{ V}$ simuliert. Die $U_{\text{ret}} = 40 \text{ V}$ -Kurve erreicht vollständige Transmission, während die Kurve für $U_{\text{ret}} = 80 \text{ V}$ einem

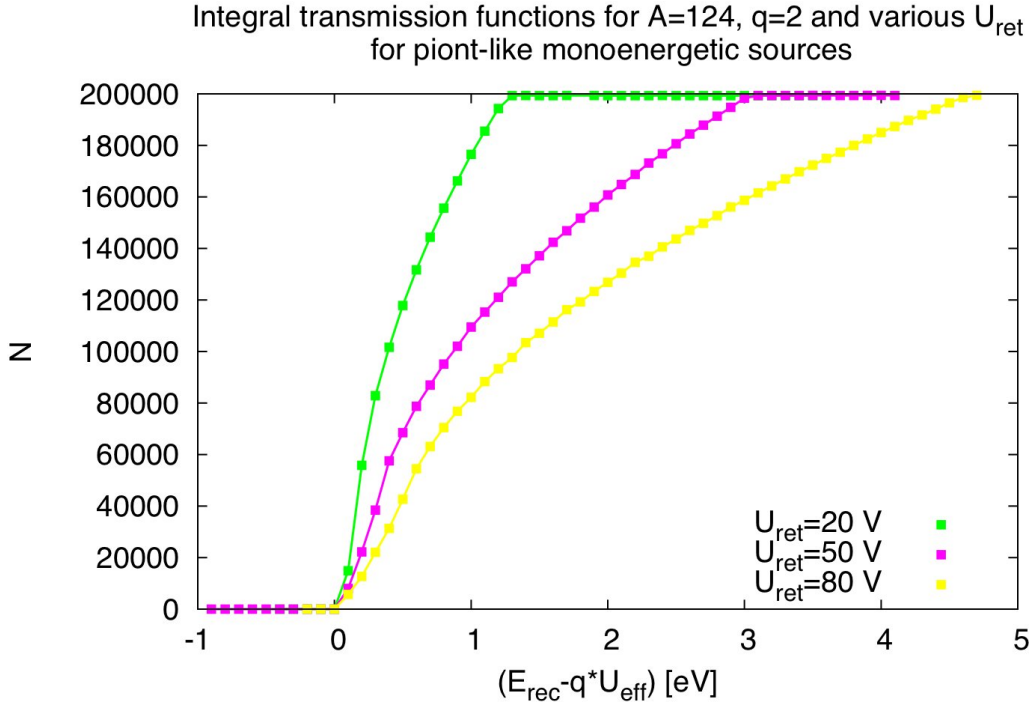


Abbildung 6.11: Integrale Transmissionsfunktion für ^{124}In , $q = 2$ und $U_{ret} = 20 \text{ V}$, 50 V und 80 V . Die Breite ΔE_w der Transmissionsfunktion nimmt mit steigendem Retardierungspotential U_{ret} zu, aber die relative Breite $\Delta E_w/E_w$ scheint konstant bei 3% zu liegen. Dabei ist $E_w = q \cdot U_{eff}$.

Zwischenschritt im steilen Teil der Transmissionsfunktion entspricht. Der radiale Abstand wurde von $r = 0.1 \text{ mm}$ bis 5 mm in Schritten von $\Delta r = 0.1 \text{ mm}$ variiert.

In der Doktorarbeit von Sam Coeck (vgl. [Coe07]) wurde in Simulationen zum Verhalten der Ionen in der Falle gezeigt, dass die Form der Ionenwolke für ein Box-Potential an der Zerfallsfalle, eine fast zylindrische Form besitzt, deren radiale Ausdehnung näherungsweise mit dem Radius der Durchlassöffnung der differentiellen Pumpsperre übereinstimmt. Dieser Radius beträgt $r_{diff} = 1 \text{ mm}$.

Für $r \geq 3 \text{ mm}$ ist die Zählrate der $U_{ret} = 80 \text{ V}$ -Kurve auf $N = 0$ abgesunken. Bis $r = 0.5 \text{ mm}$ ist keine nennenswerte Änderung der Zählrate N zu beobachten. Dazwischen lässt sich eine stetige Abnahme der Zählrate erkennen. Dies lässt den Schluss zu, dass eine Quelle mit einer radialen Ausdehnung von $r \approx 1 \text{ mm}$ eine Änderung der Zählrate für die Zwischenschritte zur Folge haben dürfte. Man kann davon ausgehen, dass auch die Zählraten für vollständige Transmission, welche sich vor den Zwischenschritten befinden, reduziert werden. Dies würde zu einer Verbreiterung der Transmissionsfunktion führen.

Anders sieht es aus für $U_{ret} = 40 \text{ V}$. Hier ist die Zählrate N bis $r = 2 \text{ mm}$ fast

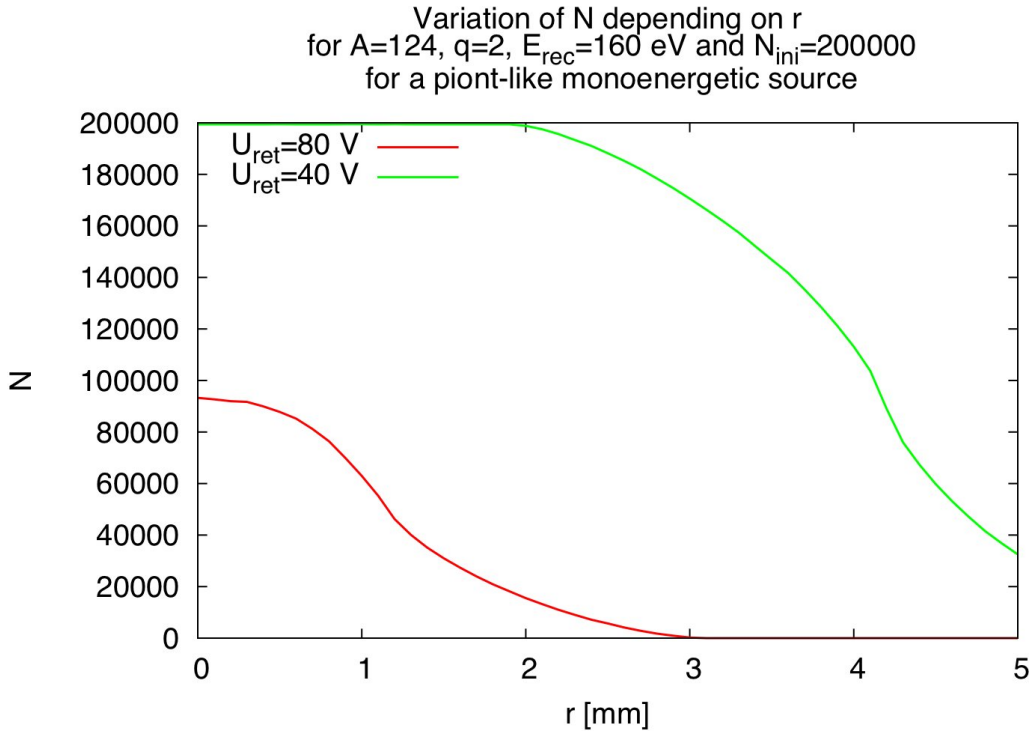


Abbildung 6.12: Die Änderung der Zählrate N bei Variation des radialen Abstands r der Ionenquelle. Die Simulation wurde durchgeführt für ^{124}In , $q = 2$, $E_{\text{rec}} = 160$ eV, $N = 100000$ und eine punktförmige Quelle. Die rote Kurve wurde für eine Retardierungsspannung von $U_{\text{ret}} = 80$ V und die grüne Kurve für $U_{\text{ret}} = 40$ V simuliert. Der radiale Abstand der Quelle von Zentrum der Zerfallsfalle wurde von $r = 0.1$ mm bis 5.0 mm in Schritten von $\Delta r = 0.1$ mm variiert. Für $r \geq 9$ mm sinkt die Zählrate auf $N = 0$.

unverändert hoch und nimmt danach stetig ab. Dies lässt den Schluss zu, dass eine Quelle mit einer radialen Ausdehnung von $r \approx 1$ mm keine nennenswerte Änderung der Zählrate bei vollständiger Transmission der punktförmigen Quelle zur Folge haben dürfte.

Aufgrund dieser Simulationen kann man davon ausgehen, dass die Höhe der Transmissionsfunktionen für eine ausgedehnte Quelle praktisch unverändert bleiben dürfte, aber eine Verbreiterung eintritt. Um detailliertere Aussagen zu machen sind weitere Simulationen erforderlich. Außerdem ist eine genauere Kenntnis der Form der Ionenwolke und ihre Dichteverteilung $\rho_{\text{ion}}(z, r)$ wichtig.

6.4.2 Die Variation der z -Position der Quelle

Betrachten wir nun die Änderung der Zählrate in Abhängigkeit von der Position der Quelle auf der z -Achse. Abbildung 6.13 zeigt die Änderung der

Zählrate N bei Variation der z -Position der Ionenquelle. Die Simulation wurde durchgeführt für $A = 124$, $q = 2$, $E_{rec} = 160 \text{ eV}$ und $N = 200000$ für eine punktförmige Quelle bei $r = 0$. Die Kurve wurde für eine Retardierungsspannung von $U_{ret} = 80 \text{ V}$ simuliert, was einem Punkt auf dem steilen Teil der Transmissionsfunktion entspricht (vgl. Abb. 6.13). Die z -Position der Quelle wurde in Schritten von $\Delta z = 0.1 \text{ cm}$ variiert. $z = 0$ entspricht dem Fallenzentrum.

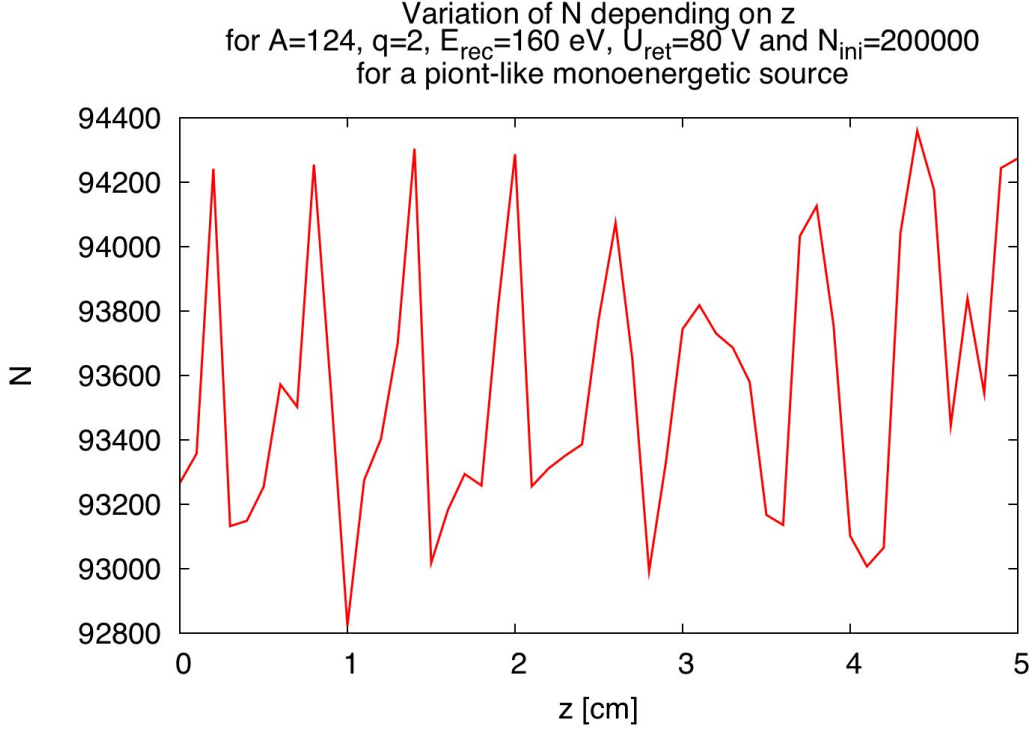


Abbildung 6.13: Die Änderung der Zählrate N bei Variation der z -Position der Ionenquelle im steilen Teil der Transmissionsfunktion. Die Simulation wurde durchgeführt für $A = 124$, $q = 2$, $E_{rec} = 160 \text{ eV}$ und $N = 200000$ für eine punktförmige Quelle bei $r = 0$. Die Kurve wurde für eine Retardierungsspannung von $U_{ret} = 80 \text{ V}$ simuliert. Die z -Position der Quelle wurde in Schritten von $\Delta z = 0.1 \text{ cm}$ variiert. $z = 0$ entspricht dem Fallenzentrum.

Man kann deutlich erkennen, dass die Zählrate N zwischen Werten von $N_{Max} \approx 94300$ und $N_{min} \approx 92800$ fluktuiert mit einem Mittelwert von $\bar{N} \approx 93500$. Damit beträgt die Größe der Schwankung $\Delta N \approx 1500$. Dies ist etwa fünf mal so hoch wie die nach Gl. 6.1 berechnete Standardabweichung:

$$\sigma \approx \sqrt{\sqrt{\bar{N}} \cdot \sqrt{200000 - \bar{N}}} = 315.9$$

Diese Schwankung könnte durch die Zyklotronbewegung der Ionen hervorgerufen werden. Ändert sich die Startposition der Ionenbewegung auf der z -Achse, treffen die Ionen mit einer unterschiedlichen Zyklotronphase in der Analysierebene

ein. Da sich das Potential mit r ändert, nehmen die Ionen ein unterschiedliches Retardierungspotential wahr. In diesem Fall entspräche der Abstand der Maxima der Zyklotronschrittweite, was nach Abb. 6.13 ungefähr $d_{cyc} \approx 0.5 \text{ cm}$ wären.

Des Weiteren wurde diese Simulation für einen Punkt im konstanten Teil der Transmissionsfunktion für $U_{ret} = 40 \text{ eV}$ (vgl. Abb. 6.2) wiederholt. Abbildung 6.14 zeigt die Änderung der Zählrate N bei Variation der z -Position der Ionenquelle. Die Simulation wurde durchgeführt für $A = 124$, $q = 2$, $E_{rec} = 160 \text{ eV}$ und $N = 200000$ für eine punktförmige Quelle bei $r = 0$. Die z -Position der Quelle wurde in Schritten von $\Delta z = 0.1 \text{ cm}$ variiert. $z = 0$ entspricht dem Fallenzentrum.

Hier ist bis zu einem Wert von $z_{ini} = 1.4 \text{ cm}$ ein stetiger Anstieg der Zählrate N auszumachen. Dies lässt sich mit Hilfe des Abschneidewinkels aufgrund der Inhomogenitäten im Magnetfeld und im elektrischen Potential der Zerfallsfalle erklären (vgl. Abs. 6.2.2). Das Magnetfeld erreicht bei $z = 12.0 \text{ cm}$ ein lokales Maximum, während das elektrische Potential bei $z = 15.0 \text{ cm}$ maximal wird. Ionen, die weiter entfernt vom Fallenzentrum bei $z = 10.6 \text{ cm}$ starten, beginnen ihre Bewegung in einem höheren Potential und Magnetfeld. Damit verringert sich die Potentialdifferenz ΔU zwischen der Startposition der Ionen und dem Fallende, wodurch sich auch der Abschneidewinkel θ_c vergrößert (vgl. Gl. 5.6). Für $z_{ini} > 1.4 \text{ cm}$ wird die Zählrate $N(z_{ini} > 1.4 \text{ cm}) = 200000$ maximal und alle Ionen können die Falle verlassen.

6.5 Die Verteilung der ^{124}In -Ionen in der Detektorebene

Für eine Präzisionsmessung des Rückstoßspektrums ist es wichtig, dass alle Rückstoßionen auf den Detektor fokussiert werden. Daher betrachten wir in diesem Absatz die Verteilung der Ionen in der Detektorebene, um festzustellen, ob die Ionen auf den Detektor treffen oder außerhalb davon landen.

Der Detektor besitzt eine kreisförmige Fläche mit einem Durchmesser von $4,7 \text{ cm}$. Er befindet sich auf der z -Achse bei $z = 2.75 \text{ m}$. Das Programm schreibt alle Positionsverteilungen der Ionen mit, für deren Abstand von der z -Achse $r \leq 4 \text{ cm}$ gilt. Bei dem Detektor handelt es sich um einen MCP-Detektor. Solche MCP-Detektoren sind nicht in beliebiger Größe erhältlich. Zur Zeit liegt das Maximum bei einem Durchmesser von ca. $d = 8 \text{ cm}$. Dabei nimmt mit steigendem Durchmesser auch der Anschaffungspreis eines solchen Detektors rapide zu.

Jede einzelne Bahnverfolgungsrechnung einer Monte-Carlo-Simulation liefert eine Endposition der Ionen-Trajektorie. Daraus lässt sich eine Positionsverteilung der Ionen, welche die Detektorebene erreichen, erstellen. Wie bereits in Kap. 4 beschrieben wird dies automatisch vom Programm durchgeführt und in die Dateien `r_counts.dat`, `x_counts.dat`, `y_counts.dat` und `xy_counts.dat` geschrieben.

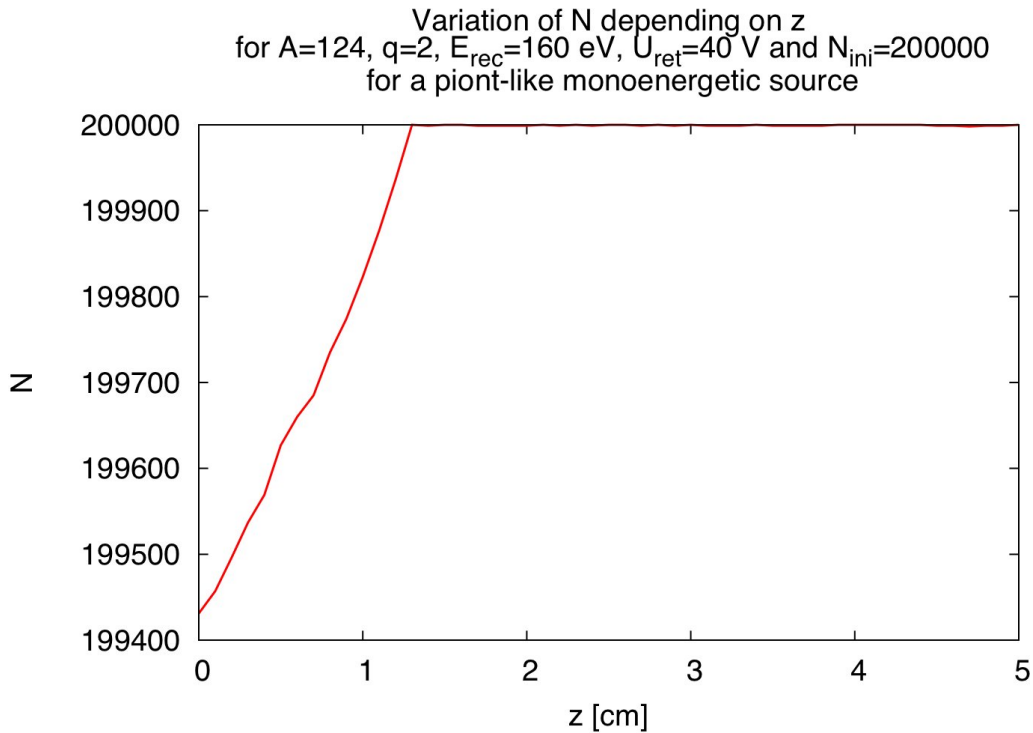


Abbildung 6.14: Die Änderung der Zählrate N bei Variation der z -Position der Ionenquelle im konstanten Teil der Transmissionsfunktion. Die Simulation wurde durchgeführt für $A = 124$, $q = 2$, $E_{\text{rec}} = 160$ eV und $N = 200000$ für eine punktförmige Quelle bei $r = 0$. Die Kurve wurde für eine Retardierungsspannung von $U_{\text{ret}} = 40$ V simuliert. Die z -Position der Quelle wurde in Schritten von $\Delta z = 0.1$ cm variiert. Hier entspricht $z = 0$ dem Fallenzentrum.

Bei den Dateien `r_counts.dat`, `x_counts.dat` und `y_counts.dat` handelt es sich jeweils um Projektionen auf die Koordinatenachsen bzw. den Radius während `xy_counts.dat` die gesamte zweidimensionale Information enthält. Das Binning dieser Dateien beträgt 0.5 mm.

Da es den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde für jeden simulierten Messpunkt die Detektorverteilung zu analysieren, beschränke ich mich im Folgenden darauf, exemplarisch einige Abhängigkeiten der Fokussierung zu untersuchen. Dies wären einmal die Variation der Rückstoßenergie bei konstanter Retardierungsspannung und umgekehrt die Variation der Retardierungsspannung bei konstanter Rückstoßenergie. Beides wird hier für den Ladungszustand $q = 2$ untersucht, da dieser beim Isotop ^{124}In dominiert (vgl. [Coe07]).

6.5.1 Die Variation der Rückstoßenergie

Zunächst betrachten wir die Variation der Rückstoßenergie bei konstanter Retardierungsspannung $U_{ret} = 0 \text{ V}$ für eine punktförmige Quelle im Zentrum der Zerfallsfalle bei $r = 0$ und $z = 0.106 \text{ m}$. In Abb. 6.15 sind die Radialverteilungen für die Rückstoßenergien von $E_{rec} = 20 \text{ eV}$ bis $E_{rec} = 240 \text{ eV}$, variiert in Schritten von $\Delta E_{rec} = 20 \text{ eV}$, gezeigt. Der Detektor reicht bis $r = 0.0235 \text{ m}$. Was zunächst auffällt ist, dass sämtliche Ionen auf den Detektor fokussiert werden. Außerhalb des 4.7 cm durchmessenden Detektors finden sich keine Ionenereignisse. Des Weiteren nimmt die Größe der Ionenverteilung auf dem Detektor mit zunehmender Rückstoßenergie bis $E_{rec} = 140 \text{ eV}$ zu und bleibt darüber hinaus für $E_{rec} = 160 \text{ eV}$ bis 200 eV etwa gleich und nimmt danach für $E_{rec} = 220 \text{ eV}$ und 240 eV wieder ab. Eine Ausnahme stellt die Kurve für $E_{rec} = 40 \text{ eV}$ dar. Sie besitzt eine geringere Breite als die für $E_{rec} = 20 \text{ eV}$.

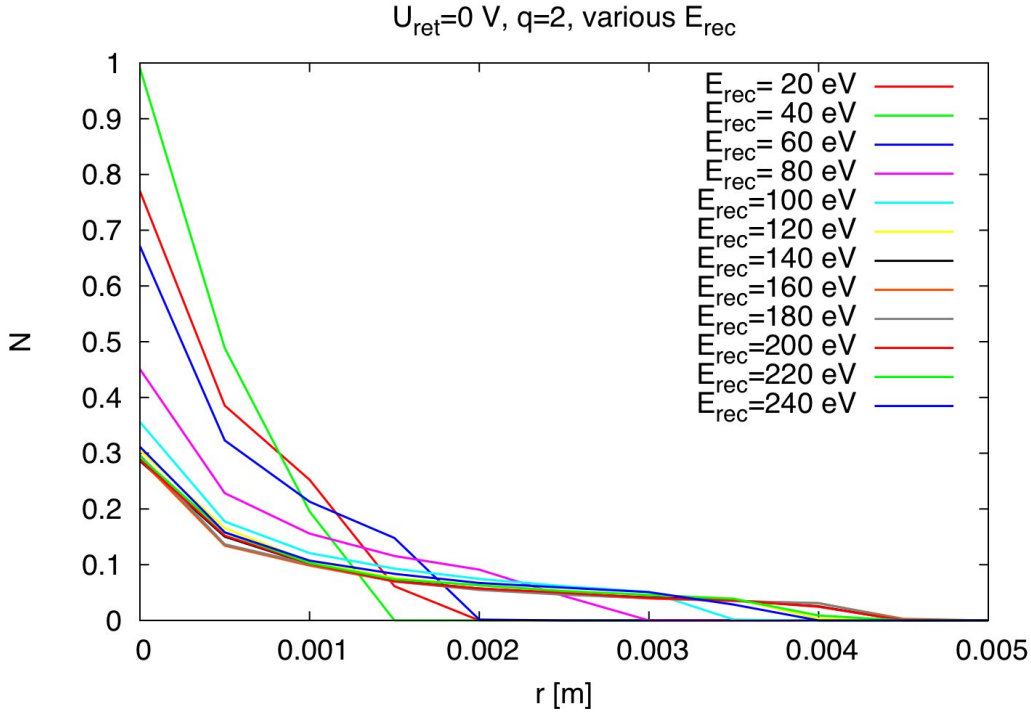


Abbildung 6.15: Radiale Verteilung der ^{124}In -Ionen auf dem Detektor in Abhängigkeit von der Rückstoßenergie E_{rec} bei einer konstanten Retardierungsspannung von $U_{ret} = 0 \text{ V}$. Der Detektor reicht bis $r = 0.0235 \text{ m}$. Die Breiten der Verteilungen nehmen mit steigender Rückstoßenergie E_{rec} zu. Ausnahmen stellen die Energien $E_{rec} = 40 \text{ eV}$, 220 eV und 240 eV dar.

In Tab. 6.6 sind die Halbwertsbreiten r_{fwhm} sowie der Punkt der Radialverteilungen, an dem die Zählrate auf $N = 0$ absinkt $r_{N=0}$, in Abhängigkeit von der Rückstoßenergie E_{rec} aufgelistet. Im Rahmen der Ungenauigkeit, welche durch

die schlechte Auflösung in r entsteht, liegen die Halbwertsbreiten konstant bei $r_{fwhm} = 0.0005 \text{ m}$.

Tabelle 6.6: Die Halbwertsbreite r_{fwhm} und Breite der Radialverteilungen für das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ für $U_{ret} = 0 \text{ V}$ in Abhängigkeit der Rückstoßenergie E_{rec} . Die Halbwertsbreite ist im Rahmen der ungenauen Auflösung von r konstant. Die Breiten für das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ nehmen mit steigender Rückstoßenergie E_{rec} zu. Ausnahmen stellen die Energien $E_{rec} = 40 \text{ eV}$, 220 eV und 240 eV dar.

$E_{rec} [\text{eV}]$	$r_{fwhm} [\text{m}]$	$r_{N=0} [\text{m}]$
20	0.0005	0.0020
40	0.0005	0.0015
60	0.0005	0.0020
80	0.0005	0.0030
100	0.0005	0.0035
120	0.0005	0.0040
140	0.0005	0.0045
160	0.0005	0.0045
180	0.0005	0.0045
200	0.0005	0.0045
220	0.0005	0.0040
240	0.0005	0.0040

Als Nächstes betrachten wir die Variation der Rückstoßenergie bei einer konstanten Retardierungsspannung von $U_{ret} = 50 \text{ V}$. Abbildung 6.16 zeigt sechs Radialverteilungen für Energien von $E_{rec} = 120 \text{ eV}$ bis $E_{rec} = 220 \text{ eV}$ variiert in Schritten von 20 eV . Auch in diesem Fall landen alle Ionen auf dem Detektor. Die maximale Ausdehnung der Ionenverteilung nimmt mit zunehmender Rückstoßenergie stetig zu, wobei es auch hier mit $E_{rec} = 140 \text{ eV}$ eine Ausnahme gibt (vgl. Tab. 6.7).

Tabelle 6.7 zeigt die Halbwertsbreite r_{fwhm} und die Breiten der Verteilungen für das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ für $U_{ret} = 50 \text{ V}$. Die Halbwertsbreite ist im Rahmen der ungenauen Auflösung von r konstant. Die Breiten für das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ nehmen mit steigender Rückstoßenergie E_{rec} zu. Eine Ausnahme stellt die Energien $E_{rec} = 140 \text{ eV}$ dar.

Insgesamt läßt sich sagen, dass die Breiten der Radialverteilungen der Ionen auf dem Detektor mit steigender Rückstoßenergie zunimmt, wobei es an der Stelle $E_{rec} - q \cdot U_{ret} = 40 \text{ eV}$ eine Ausnahme gibt. Für $U_{ret} = 0 \text{ eV}$ nimmt die Breite der Verteilungen bei sehr hohen Rückstoßenergien ($E_{rec} = 220 \text{ eV}$ und 240 eV) wieder ab. Auf der Symmetrieachse ($r_{ini} = 0$) emittierte Ionen werden also auf einen kleinen zentralen Bereich von $r_{dist} \approx \frac{1}{5} \cdot r_{det}$ des Detektors abgebildet, wobei r_{det} der Radius des Detektors ist.

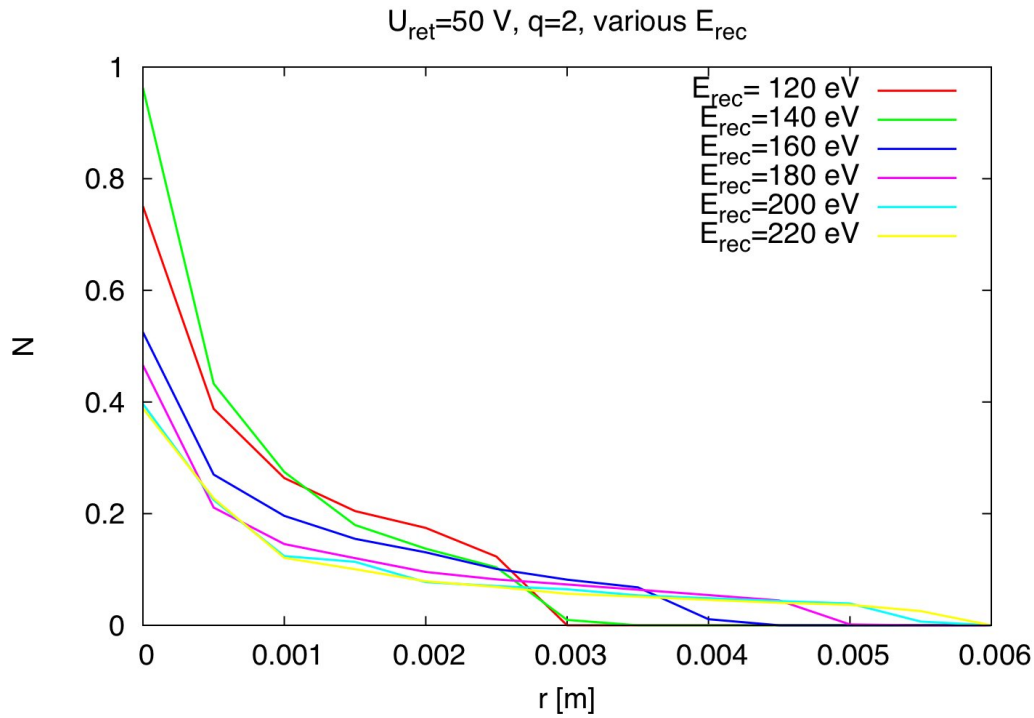


Abbildung 6.16: Radiale Verteilung der ^{124}In -Ionen auf dem Detektor in Abhängigkeit von der Rückstoßenergie E_{rec} bei einer konstanten Retardierungsspannung von $U_{\text{ret}} = 50 \text{ V}$. Der Detektor reicht bis $r = 0.0235 \text{ m}$. Die Breiten der Verteilungen nehmen mit steigender Rückstoßenergie E_{rec} zu. Eine Ausnahme stellt die Energien $E_{\text{rec}} = 140 \text{ eV}$ dar.

Tabelle 6.7: Die Halbwertsbreite r_{fwhm} und Breite der Radialverteilungen für das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ für $U_{\text{ret}} = 50 \text{ V}$ in Abhängigkeit der Rückstoßenergie E_{rec} . Die Halbwertsbreite ist im Rahmen der ungenauen Auflösung von r konstant. Die Breiten für das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ nehmen mit steigender Rückstoßenergie E_{rec} zu. Eine Ausnahme bildet die Energie $E_{\text{rec}} = 140 \text{ eV}$ dar.

$E_{\text{rec}} [\text{eV}]$	$r_{fwhm} [\text{m}]$	$r_{N=0} [\text{m}]$
120	0.0005	0.0030
140	0.0005	0.0030
160	0.0005	0.0040
180	0.0005	0.0050
200	0.0005	0.0055
220	0.0005	0.0050

6.5.2 Die Variation der Retardierungsspannung

Als Nächstes schauen wir uns die Variation der Retardierungsspannung bei konstanter Rückstoßenergie $E_{\text{rec}} = 100 \text{ eV}$ an. In Abb. 6.17 sind die Radialverteilungen

gen für die Retardierungsspannungen von $U_{ret} = 0 \text{ V}$ bis $U_{ret} = 50 \text{ V}$ in Schritten von 10 V gezeigt. Als Erstes fällt auch hier wieder auf, dass alle Ionen auf den Detektor fokussiert werden. Die Verteilung der Ionen erstreckt sich auf einen etwa 0.5 cm bis 0.7 cm durchmessenden Bereich. Die Größe dieses Bereichs nimmt zunächst mit steigender Retardierungsspannung bis $U_{ret} = 30 \text{ V}$ ab (vgl. Tab. 6.8), danach nimmt die Breite für $U_{ret} = 40 \text{ V}$ wieder zu. Für $U_{ret} = 50 \text{ V}$ ist, aufgrund des effektiven Retardierungspotentials U_{eff} , kein Ion in der Lage, den Detektor zu erreichen (vgl. Abs. 6.3.2).

Tabelle 6.8: Die Halbwertsbreite r_{fwhm} und Breite der Radial-Verteilungen für das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ für $E_{rec} = 100 \text{ V}$ in Abhängigkeit der Retardierungsspannung U_{ret} . Die Halbwertsbreite ist im Rahmen der ungenauen Auflösung von r konstant.

$U_{ret} [\text{eV}]$	$r_{fwhm} [\text{m}]$	$r_{N=0} [\text{m}]$
0	0.0005	0.0035
10	0.0005	0.0035
20	0.0005	0.0030
30	0.0005	0.0025
40	0.0005	0.0035
50	0	0

Nun schauen wir uns noch die Variation der Retardierungsspannung bei konstanter Rückstoßenergie $E_{rec} = 200 \text{ eV}$ an. In Abb. 6.18 sind sechs Radialverteilungen für die Retardierungsspannungen von $U_{ret} = 0 \text{ V}$ bis $U_{ret} = 100 \text{ V}$ in Schritten von $\Delta U_{ret} = 20 \text{ V}$ gezeigt. Hier fällt ebenfalls wieder auf, dass alle Ionen auf den Detektor fokussiert werden. Die Verteilung der Ionen erstreckt sich auf einen etwa 0.9 cm bis 1.1 cm durchmessenden Bereich, dessen Größe mit sich ändernder Retardierungsspannung deutlich schwankt.

Tabelle 6.9: Die Halbwertsbreite r_{fwhm} und Breite der Radial-Verteilungen für das Absinken der Zählrate auf $N = 0$ für $E_{rec} = 200 \text{ V}$ in Abhängigkeit der Retardierungsspannung U_{ret} . Die Halbwertsbreite ist im Rahmen der ungenauen Auflösung von r konstant.

$U_{ret} [\text{eV}]$	$r_{fwhm} [\text{m}]$	$r_{N=0} [\text{m}]$
0	0.0005	0.0045
20	0.0005	0.0055
40	0.0005	0.0045
60	0.0005	0.0055
80	0.0005	0.0045
100	0.0005	0.0050

Insgesamt lässt sich hier keine eindeutige Gesetzmäßigkeit für die Abhängigkeit

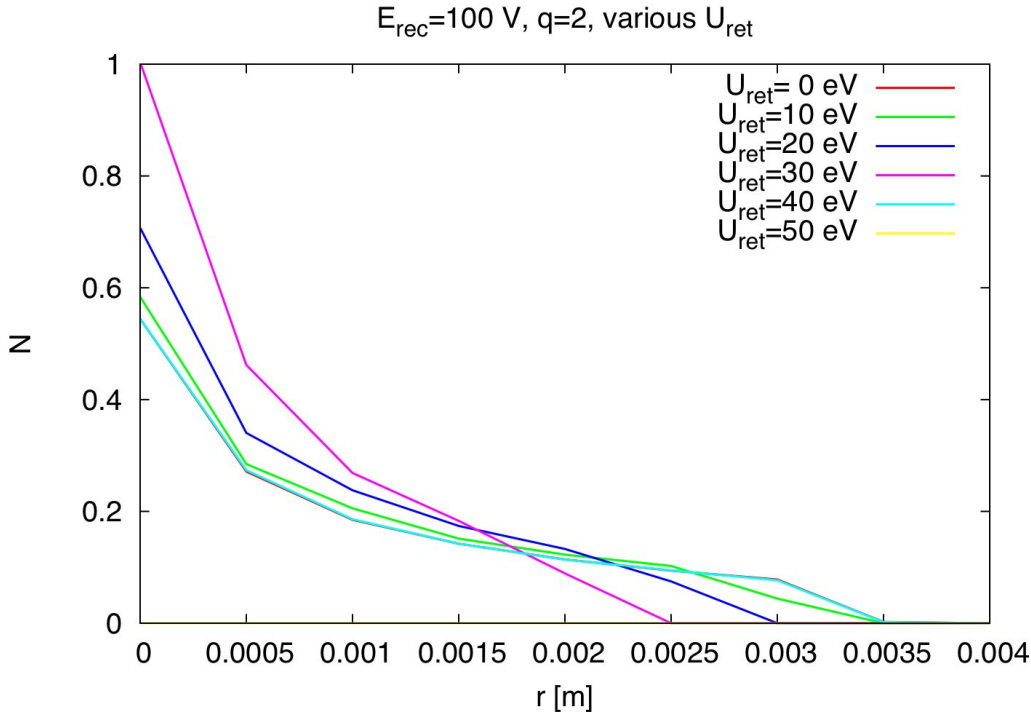


Abbildung 6.17: Die radiale Verteilung der ^{124}In -Ionen auf dem Detektor in Abhängigkeit von der Retardierungsspannung U_{ret} für $E_{\text{rec}} = 100$ V. Die Kurve für $U_{\text{ret}} = 0$ eV wird weitestgehend von der für $U_{\text{ret}} = 40$ eV überdeckt. Für $U_{\text{ret}} = 50$ eV ist, aufgrund des effektiven Retardierungspotentials U_{eff} , kein Ion in der Lage den Detektor zu erreichen. Der Detektor erstreckt sich bis $r = 0.0235$ m.

der Verteilung der Ionen von der Retardierungsspannung U_{ret} erkennen.

Diskussion der Detektor-Verteilung für ^{124}In

Aus den Simulationen geht hervor, dass für eine punktförmige Quelle alle Ionen, die die Detektorebene ($z = 2.75$ m) erreichen auf den Detektor fokussiert werden. Dabei erstreckt sich die Verteilung der Ionen auf ein kleines Gebiet mit $r_{\text{dist}} \approx \frac{1}{5}r_{\text{det}}$ auf dem Detektor. Es wäre interessant, die Verteilung für eine ausgedehnte Quelle zu simulieren. Dies ist für ^{35}Ar Bestandteil des nächsten Kapitels (siehe Abs. 7.5).

Sowohl die Rückstoßenergie als auch die Retardierungsspannung beeinflussen die Verteilung der Ionen auf dem Detektor. Während sich für die Retardierungsspannung keine einfache Gesetzmäßigkeit feststellen lässt, nimmt die Breite der Verteilung mit der Rückstoßenergie zu, wobei sie allerdings für $U_{\text{ret}} = 0$ V bei sehr hohen Energien wieder rückläufig ist. Eine Ausnahme tritt zudem bei $E_{\text{rec}} - q \cdot U_{\text{ret}} = 40$ eV auf.

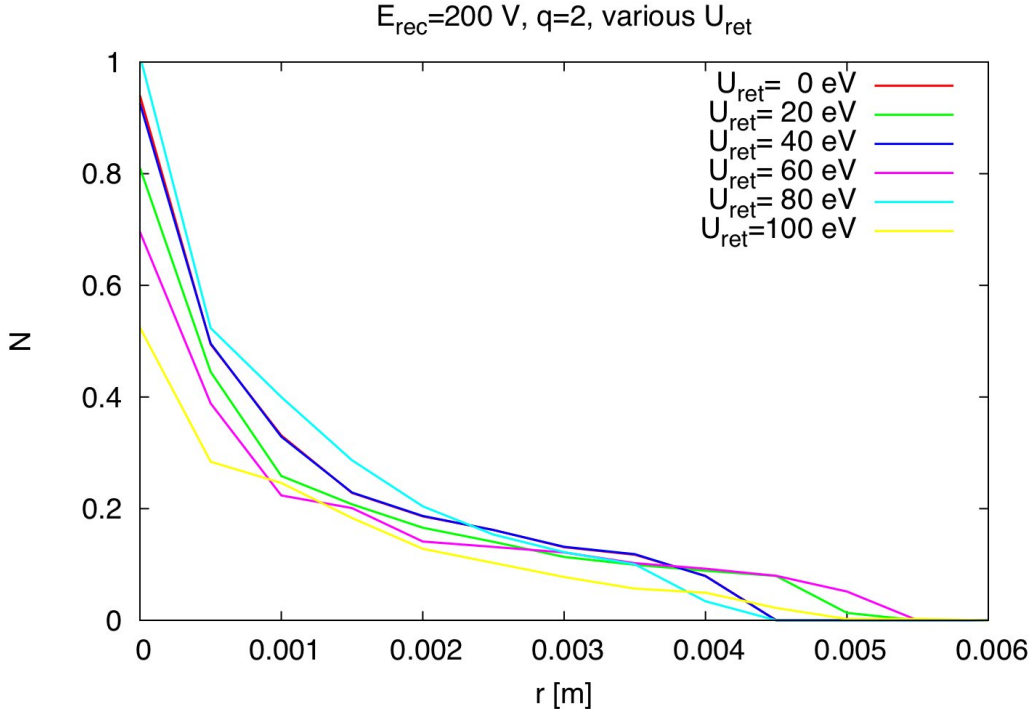


Abbildung 6.18: Die radiale Verteilung der ^{124}In -Ionen auf dem Detektor in Abhängigkeit von der Retardierungsspannung U_{ret} für $E_{\text{rec}} = 200 \text{ V}$. Die Kurve für $U_{\text{ret}} = 0 \text{ eV}$ wird weitestgehend von der für $U_{\text{ret}} = 40 \text{ eV}$ überdeckt. Der Detektor erstreckt sich bis $r = 0.0235 \text{ m}$.

Diese Aussagen sind jedoch mit einer gewissen Unsicherheit behaftet. Zum Einen ist die Auflösung in r -Richtung mit $\Delta r = 0.0005 \text{ m}$ recht grob, zum Anderen wurden in diesem Abschnitt nur wenige Beispiele betrachtet. Um detailliertere Aussagen treffen zu können wären daher Simulationen mit einer höheren Auflösung in r aber auch für die Rückstoßenergien und Retardierungsspannungen, erforderlich. Dies konnte jedoch nicht im Rahmen dieser Arbeit geschehen und sollte daher zu einem späteren Zeitpunkt wieder aufgegriffen werden.

6.6 Diskussion

Die Simulation der Messung vom Oktober 2006 hat gezeigt, dass hier, bis auf zwei Ausnahmen, mit keinen großen Überraschungen zu rechnen ist. Die Transmissionsfunktionen entsprechen weitestgehend unseren Erwartungen, allerdings muss das effektive Retardierungspotential berücksichtigt werden.

Die hochaufgelösten Transmissionsfunktionen bei konstanter Retardierungsspannung haben ergeben, dass die Zyklotronbewegung der Ionen eine überraschende

Abhängigkeit der Transmission von dem Emissionswinkel θ_{ini} verursacht. In Folge dessen waren die Transmissionsfunktionen unerwartet breit. Bei einer ausgedehnten Quelle mit einer Energieverteilung würde dieser Effekt jedoch verwischen.

Obwohl die Simulationen für eine punktförmige Quelle durchgeführt wurden kann man davon ausgehen, dass die Resultate weitestgehend auf eine ausgedehnte Quelle übertragbar sind. Es ist allerdings mit einer Verbreiterung der Transmissionsfunktionen zu rechnen.

Die Verteilungen der Ionen auf dem Detektor haben gezeigt, dass für eine punktförmige Quelle alle Ionen auf einen kleinen Bereich im Zentrum des Detektors fokussiert werden. Ob dies ebenfalls auf eine ausgedehnte Quelle zutrifft, sollte in weiteren Simulationen geklärt werden. Einige Anmerkungen dazu finden sich in Kapitel 7.

Kapitel 7

Simulationen zur Messung mit ^{35}Ar

Im Oktober 2007 fand eine weitere Strahlzeit statt. Dieses Mal sollten Messungen mit dem radioaktiven Isotop ^{35}Ar vorgenommen werden.

In diesem Kapitel werden Simulationen für verschiedene vorstellbare und verwendete Elektrodenkonfigurationen vorgestellt, um die Effekte auf die Fokussierung der Ionen und die Transmissionsfunktion zu untersuchen.

Da es bereits 2006 bei den Messungen mit ^{124}In zu Problemen bei der Nachbeschleunigung der transmittierten Ionen kam (siehe Kap. 6) und seitdem in Bezug hierauf keine nennenswerten Verbesserungen erzielt wurden entschlossen wir uns, einige vorbereitende Simulationen für diese Messung durchzuführen, um in der Lage zu sein, die Auswirkungen eines von der Norm abweichenden Elektrodenbetriebs auf die Messungen mit ^{35}Ar einschätzen zu können. Dies ist Gegenstand des Abschnitts 7.2. Dabei konzentrierten wir uns in erster Linie darauf, unsere Resultate in Bezug auf die Form der Transmissionsfunktion und eine möglichst hohe Zählrate zu optimieren.

Ein weiteres Problem, welches auftrat war die Tatsache, dass der Ionen-Strahl stark mit ^{35}Cl verunreinigt war. Lediglich etwa 4% der Ionen waren ^{35}Ar . Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass die Ionen bereits zu lange in REXTRAP gehalten wurden (mehrere Halbwertszeiten!). Außerdem kam ^{35}Cl auch aus der Ionenquelle.

Da ^{35}Ar eine niedrigere γ -Multiplizität besitzt, war der γ -Untergrund bei dieser Messung deutlich geringer als bei der Messung mit ^{124}In . Somit funktionierte auch der Betrieb des Spektrometers. Allerdings kam es erneut zu Entladungen zwischen den Elektroden der Nachbeschleunigung. Insbesondere SPACCE01 und SPACCE02 waren hiervon betroffen und konnten nicht auf ihre Sollspannung hochgefahren werden.

Bei den Messungen im Oktober 2007 konnten die ^{35}Ar -Ionen aufgrund von Ladungsaustausch nicht in der Kühlfalle gespeichert und gekühlt werden. Dieser Umstand nötigte uns schließlich zu versuchen, die ungekühlten Ionen direkt in die Zerfallsfalle zu schicken. Um sie dort speichern zu können, mussten an die Endkappenelektroden der Falle sehr hohe Spannungen angelegt werden. Darüber hinaus konnte die Falle nicht wie beabsichtigt mit einem Quadrupolpotential betrieben werden, worauf wieder ein Box-Potential angelegt wurde (vgl. Kap. 7.3 und 7.4).

In Abs. 7.3 wurde versucht, diese Probleme und ihre Auswirkungen in weiteren Rechnungen zu untersuchen. Hier wurde deutlich, dass ein Betrieb des Experiments in dieser Form zu keinem brauchbaren Ergebnis führen kann.

Wie bereits erwähnt (siehe Kap. 6) wurden die bisherigen Simulationen für einen Detektor mit einem Radius von $r_{det} = 4\text{ cm}$ an Stelle von $r_{det} = 2.35\text{ cm}$ durchgeführt. Auch die vorbereitenden Simulationen zur Messung vom Oktober 2007 (vgl. Abs. 7.2) wurden für $r_{det} = 4\text{ cm}$ angefertigt, alle weiteren Simulationen dieses Kapitels wurden mit $r_{det} = 2.35\text{ cm}$ durchgeführt. Während bei einem Detektor mit $r = 4\text{ cm}$ quasi jedes Ion, welches die Detektor-Ebene erreicht, auch auf dem Detektor landet, ist dies bei einem Detektor mit Radius $r = 2.35\text{ cm}$ nicht unbedingt der Fall. Hier kann es vorkommen, dass ein signifikanter Anteil der Ionen, abhängig von der verwendeten Elektrodenbelegung, der Form der Ionenwolke (bestimmt durch das Fallenpotential) und dem verwendeten Isotop, außerhalb des Detektors in der Detektor-Ebene ankommt.

7.1 Das Zerfallsschema von ^{35}Ar

^{35}Ar besitzt eine Halbwertszeit von 1.775 s und zerfällt mit 100% Wahrscheinlichkeit über β^+ -Zerfall zu ^{35}Cl . Das Maximum der Verteilung der Rückstoßenergien liegt etwa bei $E_{rec,max} = 420\text{ eV}$. Der Q-Wert beträgt $Q = (5.9653 \pm 0.0008)\text{ MeV}$. Abbildung 7.1 zeigt das Zerfallsschema¹ von ^{35}Ar . Die β -Endpunktsenergie beträgt $E_{\beta,end} = (4.943 \pm 0.001)\text{ MeV}$.

7.2 Vorbereitende Simulationen zur Messung vom Oktober 2007

Da wir bereits von den Messungen mit ^{124}In von den Problemen mit den Entladungen zwischen den Spektrometerelektroden wussten und seit dieser Messung dieses Problem nicht behoben wurde, beschlossen wir für verschiedene Elektrodenkonfigurationen Transmissionsfunktionen zu simulieren, mit dem Augenmerk

¹aus www.nudat2.org

7.2. VORBEREITENDE SIMULATIONEN ZUR MESSUNG VOM OKTOBER 200787

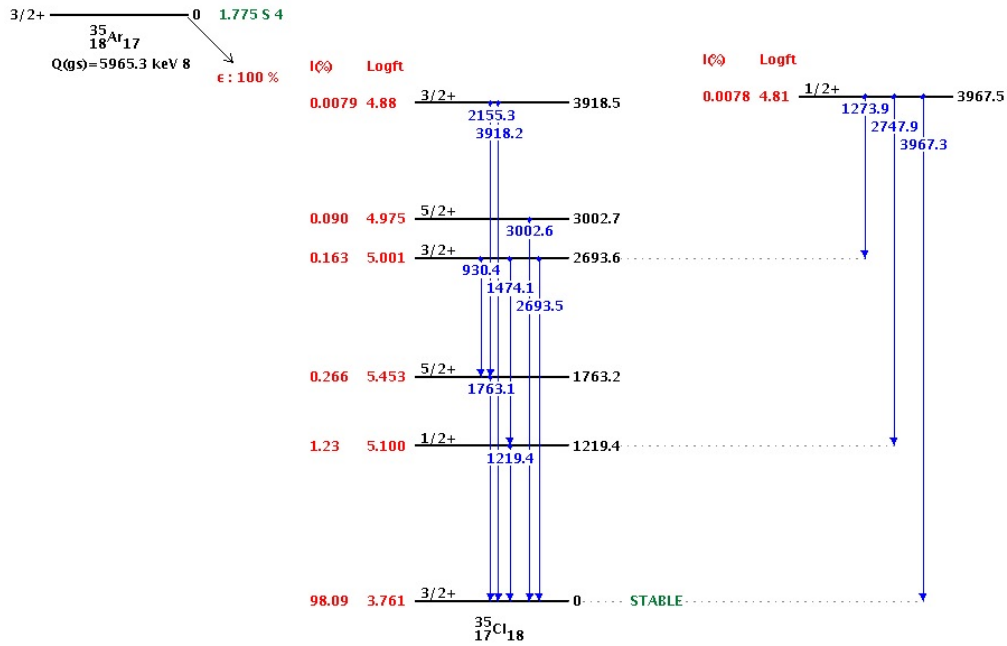


Abbildung 7.1: Das Zerfallsschema von ^{35}Ar . ^{35}Ar besitzt eine Halbwertszeit von 1.775 s und zerfällt mit 100 % Wahrscheinlichkeit über β^+ -Zerfall zu ^{35}Cl .

auf der Form und Höhe dieser Transmissionsfunktionen. Das Ziel dabei war es, die Elektrodenkonfiguration dahingehend zu optimieren, dass die Transmission der Ionen möglichst hoch sein sollte, um eine gute Zählrate zu erhalten, und dass die Höhe der Transmissionsfunktion im normalerweise konstanten Bereich keine Schwankungen aufweist.

Zu diesem Zeitpunkt wussten wir noch nichts von den während der Messung auftretenden Problemen mit den Fallen, weshalb wir in den Simulationen ein Quadrupolpotential für die Zerfallsfalle mit einer Tiefe von 10 V bzw. 20 V verwendeten, wie es Tab. 3.2 entnommen werden kann. Die Transmissionsfunktionen wurden für eine monoenergetische Quelle mit $E_{rec} = 420$ eV, $q = 1$ (aufgrund des Elektron-Shake-Offs) einer sphärischen Verteilung mit $r = 2$ cm und $N_{ini} = 100000$ Ereignisse in der Zerfallsfalle simuliert. Die Schrittweite der Retardierungsspannung betrug $\Delta U_{ret} = 10$ V und wurde von $U_{ret} = 200$ V bis 430 V variiert.

Zunächst wurde eine Transmissionsfunktion für die Standardelektrodenkonfiguration des Spektrometers (violett in Tab. 7.1) simuliert. Dabei lag jedoch, abweichend von der Standardkonfiguration, die gesamte Nachbeschleunigung und die Detektorelektroden auf -7 keV statt auf -10 keV. Die Abweichung in der Höhe der Transmissionsfunktion von vollständiger Transmission $N = 100000$ wird durch das Quadrupolpotential verursacht (siehe Kap. 5). Diese Transmissionsfunktion sollte zunächst als Referenz dienen (vgl. violette Kurve in Abb. 7.2).

Tabelle 7.1: Elektrodenkonfigurationen der simulierten Transmissionsfunktionen für ^{35}Ar aus Abb. 7.2.

Farbe	rot	grün	blau	violett
U_{trap} [V]	20	10	10	10
U_{SPACCE01} [kV]	-1.4	-1.4	-2.0	-7.0
U_{SPACCE02} [kV]	-1.0	-1.0	-7.0	-7.0
U_{SPEINZ01} [V]	-200	-200	-200	-200
U_{SPDRIF02} [kV]	-0.55	-0.55	-7.0	-7.0
U_{SPDRIF01} [kV]	-7.0	-7.0	-7.0	-7.0

Als Nächstes wurde dieselbe Transmissionsfunktion erneut simuliert, jedoch mit der Änderung, dass die Elektrode SPACCE01 auf $U_{\text{SPACCE01}} = -2\text{ keV}$ gelegt wurde. Der Grund hierfür lag darin, dass diese Elektrode bei den ^{124}In -Messungen besondere Probleme bereitet hatte und nicht bei höheren Spannungen betrieben werden konnte. Die entsprechende Kurve ist in Abb. 7.2 blau dargestellt und wird weitestgehend von der violetten Kurve verdeckt. Diese Änderung zeigt also keinen merklichen Einfluss auf das Verhalten der Transmissionsfunktion.

Des Weiteren wurden noch zwei Transmissionsfunktionen für die Elektrodenbelegung, wie sie bei den ^{124}In -Messungen zum Einsatz kam, simuliert. Im Gegensatz zu den ^{124}In -Messungen lag jedoch die Retardierungsspannung nicht an der Einzellinse SPEINZ01, sondern an den Retardierungselektroden SPRETA01-SPRETA07 an. Die Einzellinse lag auf $U_{\text{EINZ01}} = -200\text{ V}$. Die beiden Transmissionsfunktionen unterschieden sich in der Tiefe des Fallenpotentials. Die grüne Kurve in Abb. 7.2 wurde für eine Falltiefe von $U_{\text{trap}} = 10\text{ V}$ und die rote für eine Falltiefe von 20 V simuliert. Beide Kurven weichen stark von der violetten und der blauen Kurve ab. Zunächst fällt auf, dass die Höhe der Transmissionsfunktionen circa um einen Faktor $1/2$ reduziert ist. Zudem ist die Höhe für $U_{\text{ret}} \leq 400\text{ V}$ nicht konstant, sondern besitzt eine wellige Form. Beides sind keine wünschenswerten Eigenschaften einer Transmissionsfunktion. Daher hielten wir die Konfiguration der blauen Kurve für am geeignetsten, da erneut davon auszugehen war, dass der Betrieb der SPACC01-Elektrode nicht reibungslos ablaufen würde. Deshalb wurde mit dieser Elektrodenbelegung für eine niedrigere Rückstoßenergie von $E_{\text{rec}} = 200\text{ eV}$ eine Transmissionsfunktion simuliert. Diese ist in Abb. D.1 im Anhang D dargestellt. Die Retardierungsspannung wurde von $U_{\text{ret}} = 100\text{ V}$ bis 220 V variiert. Alle sonstigen Parameter entsprachen in ihren Einstellungen der vorherigen Simulation. Auch die Transmissionsfunktion für $E_{\text{rec}} = 200\text{ eV}$ zeigt ein ähnlich gutes Verhalten wie die für $E_{\text{rec}} = 420\text{ eV}$. Bis $U_{\text{ret}} = 190\text{ V}$ besitzt sie eine nahezu konstante Höhe, welche aufgrund des kleineren Abschneidewinkels leicht niedriger ist als die der Transmissionsfunktionen für $E_{\text{rec}} = 420\text{ V}$ (vgl. Abs. 5.1). Dies gab uns Anlass dazu, einen Betrieb des

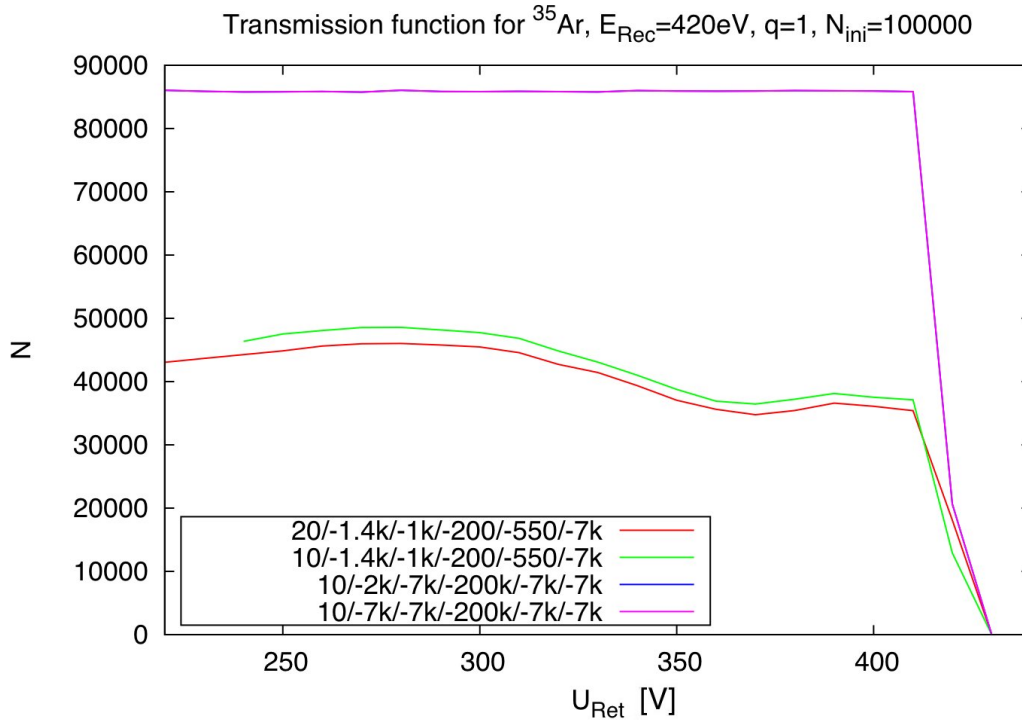


Abbildung 7.2: Transmissionsfunktionen für ^{35}Ar , $E_{\text{rec}} = 420\text{ eV}$, $q = 1$ und $N = 100000$ Ereignissen in der Falle für verschiedene Elektrodenkonfigurationen. Die rote (Falle auf $U_{\text{trap}} = 20\text{ V}$) und grüne (Falle auf $U_{\text{trap}} = 10\text{ V}$) Kurve wurden für eine Elektrodenkonfiguration, wie sie beim ^{124}In verwendet wurde, simuliert. Bei der violetten Kurve lagen alle Detektor- und Nachbeschleunigungselektroden auf -7 kV , während bei der blauen Kurve SPACCE01 auf $U_{\text{SPACCE01}} = -2\text{ kV}$ lag. Die blaue Kurve wird von der violetten überdeckt. Die Einzellinse lag jeweils auf $U_{\text{SPEINZ01}} = -200\text{ V}$. Die genaue Belegung der Elektroden kann Tab. 7.1 entnommen werden.

Spektrometers bei den Messungen im Oktober 2007 mit dieser Konfiguration zu empfehlen.

Wie sich bei den Vorbereitungen zur Strahlzeit am CERN herausstellte, konnte diesmal auch die zweite Elektrode der Nachbeschleunigung SPACCE02 nicht wie gewünscht betrieben werden. Zudem hatte bei den bisherigen Simulationen der Detektor einen Radius von $r = 4\text{ cm}$. Deshalb wurden während der Strahlzeit Simulationen durchgeführt, in denen die Spannungen an den Elektroden SPACCE02 und SPEINZ01 variiert wurden. Nur Ionen innerhalb eines Radius von $r = 2\text{ cm}$ auf dem Detektor wurden akzeptiert, auch wenn der Detektor einen Radius von $r = 2.35\text{ cm}$ besitzt.

Da für diese Simulationen während der Vorbereitung zur Strahlzeit nur ein Computer zur Verfügung stand, wurden diese Simulationen mit einer Zahl von $N_{\text{ini}} = 1000$ Ereignissen in der Zerfallsfalle durchgeführt. Sämtliche Simulationen wur-

den für $E_{rec} = 420\text{ eV}$, ein Quadrupolpotential mit $U_{trap} = 20\text{ V}$ Falltiefe und $U_{ret} = 100\text{ V}$ durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Simulationen können Tab. 7.2 entnommen werden. Mit r_{dist} ist die radiale Ausdehnung der Ionenverteilung auf dem Detektor bezeichnet. Die letzte Konfiguration in Tab. 7.2 stellte sich schließlich als die beste heraus. Die meisten Simulationen wurden, für $B_{fin} = 0.2\text{ T}$ durchgeführt, da für der Zyklotronradius umgekehrt proportional zur Magnetfeldstärke ist (vgl. Gl. 5.7).

Tabelle 7.2: Simulierte Detektor-Verteilungen und zugehörige Elektrodenkonfigurationen welche am CERN durchgeführt wurden. Alle Simulationen wurden für $A = 35$ und $N_{ini} = 1000$ Ereignisse in der Falle, $U_{ret} = 100\text{ V}$ und $E_{rec} = 420\text{ eV}$ angefertigt.

B_{fin} [T]	$U_{SPACCE01}$ [kV]	$U_{SPACCE02}$ [kV]	$U_{SPEINZ01}$ [V]	$U_{SPDRIF01}$ [kV]	$U_{SPDRIF02}$ [kV]	r_{dist} [cm]
0.2	-1.4	-2.0	-250	-7.0	-7.0	2.30
0.2	-1.4	-2.0	-300	-7.0	-7.0	2.20
0.2	-1.4	-2.0	-350	-7.0	-7.0	2.30
0.2	-1.4	-2.0	-400	-7.0	-7.0	2.25
0.2	-1.4	-2.0	-500	-7.0	-7.0	2.45
0.2	-1.4	-3.0	0	-7.0	-7.0	3.20
0.2	-1.4	-3.0	-140	-7.0	-7.0	2.70
0.2	-1.4	-3.0	-300	-7.0	-7.0	2.30
0.2	-1.4	-3.0	-500	-7.0	-7.0	2.60
0.1	-1.4	-3.0	-300	-7.0	-7.0	1.80

7.3 Die Simulation der Messung vom Oktober 2007

Wie eingangs erwähnt kam es bei den Messungen mit ^{35}Ar im Oktober 2007 zu einer Reihe von Problemen, die dazu führten, dass die Nachbeschleunigung und Fokussierung nicht wie gewünscht betrieben werden konnten. In Folge dessen habe ich versucht eine den Umständen entsprechende geeignete Elektrodenbelegung über Simulationen zu bestimmen, die gewährleistet, dass die Ionen auf den Detektor fokussiert werden. Die ersten der durchgeführten Messungen wurden jedoch mit einer anderen Elektrodenbelegung vorgenommen. Die Ursache hierfür lag darin, dass bei einem Test der Transmission mit stabilem Argon (^{38}Ar) die Zählrate mit der verwendeten Elektrodenkonfiguration (Konfiguration a aus Tab. 7.3) deutlich höher war als mit der simulierten (Konfiguration b aus Tab. 7.3). Dazu wurden stabile Argon-Ionen direkt auf den Detektor geschossen. Eine nähere Beschreibung, sowie eine Simulation dieses Vorgangs findet sich unter Abs. 7.6.

Tabelle 7.3: Elektrodenkonfigurationen der simulierten Transmissionsfunktionen für ^{35}Ar . Die Konfiguration a wurde für die Messung im Oktober 2007 verwendet, b wurde von mir optimiert, unter Berücksichtigung, dass die Elektroden nicht wie vorgesehen verwendet werden konnten und c ist die Standardkonfiguration.

Elektrodenkonfiguration	a	b	c
$U_{SPACCE01}$ [kV]	-1.4	-1.4	-10.0
$U_{SPACCE02}$ [kV]	-4.0	-3.0	-10.0
$U_{SPEINZ01}$ [V]	-140	-300	-200
$U_{SPDRIF01}$ [kV]	-0.75	-7.0	-10.0
$U_{SPDRIF02}$ [kV]	-7.1	-7.0	-10.0

Um die Auswirkungen der verwendeten Konfigurationen auf die Transmissionsfunktion zu untersuchen haben wir im Anschluss an die Strahlzeit im Oktober 2007 für beide Konfigurationen Transmissionsfunktionen simuliert. Aus Zeitgründen geschah dies jedoch nur für monoenergetische Quellen mit drei Energien $E_{rec} = 220\text{ eV}$, $E_{rec} = 320\text{ eV}$ und $E_{rec} = 420\text{ eV}$, mit einer homogenen zylinderförmigen Verteilung der Ionen in der Zerfallsfalle mit einer Länge von $l = 10\text{ cm}$ und einem Radius von $r = 1\text{ cm}$ zentriert um das Zentrum der Zerfallsfalle. Die Retardierungsspannung wurde in Schritten von $\Delta U_{ret} = 50\text{ V}$ von 0 V bis 1050 V variiert. Das Ergebnis kann den Abb. 7.3, D.2 und D.3 entnommen werden. Die Simulationen wurden für ein Box-Potential an der Zerfallsfalle durchgeführt, wie es auch bei den Messungen der Fall war. Dabei lagen alle Falenelektroden auf einem Potential von $U_{trap} = -1.065\text{ V}$, bis auf die äußeren Endkappenelektroden (DEE2 und DEE6, vgl. Tab. 3.1), an welcher die Potentiale $U_{dee} = 90\text{ V}$, 150 V , 200 V und 440 V angelegt wurden, wie es dem Experiment entsprach.

Um zu verstehen, inwieweit die Strukturen in den Transmissionsfunktionen relevant sind, wurden Simulationen durchgeführt, um die statistische Unsicherheit einer ausgedehnten Quelle zu ermitteln.

7.3.1 Die statistische Unsicherheit einer ausgedehnten Quelle

Die Simulationen für ^{35}Ar wurden für eine ausgedehnte Quelle durchgeführt. Dabei wurden neben den beiden Emissionswinkeln θ_{ini} und ϕ_{ini} auch die Ortskoordinaten x_{ini} , y_{ini} und z_{ini} gewürfelt. Im Gegensatz zu einer punktförmigen Quelle ist die Transmission eines Ions jetzt nicht mehr allein vom Winkel θ abhängig sondern zusätzlich noch von den Ortskoordinaten z_{ini} und $r_{ini} = \sqrt{x_{ini}^2 + y_{ini}^2}$ (Zylindersymmetrie) und da die Ionen-Trajektorie nun nicht mehr auf der z -Achse beginnt, auch vom Azimuthwinkel ϕ_{ini} . Das bedeutet, die statistische Unsicherheit wird nun von vier Zufallsvariablen bestimmt. Deshalb lässt sich die Varianz nicht mehr wie im Fall der punktförmigen Quelle mit Hilfe der Binominal-Verteilung

bestimmen.

Eine einfache Möglichkeit die Unsicherheit dieser Simulation zu ermitteln ist es, dieselbe Rechnung mit unterschiedlichen Zufallszahlen mehrmals zu wiederholen und die Varianz σ_N der Zählrate ΔN zu ermitteln.

Aus diesem Grund habe ich für Konfiguration a aus Tab. 7.3, $U_{dee} = 150$ V und $U_{ret} = 100$ V für alle drei Rückstoßenergien 100 mal die gleiche Rechnung durchgeführt. In Tab. 7.4 ist für jede Rückstoßenergie E_{rec} jeweils der Mittelwert der Zählrate \bar{N} , die Standardabweichung der Zählrate σ_N und die relative Unsicherheit (σ_N/\bar{N}) aufgelistet.

Tabelle 7.4: Mittelwert \bar{N} , Standardabweichung σ_N und relative Unsicherheit (σ_N/\bar{N}) der Zählrate N . Es wurde für Konfiguration a, $U_{DEE} = 150$ V, $N_{ini} = 100000$ und $U_{ret} = 100$ V für alle drei Energien 100 mal die gleiche Rechnung durchgeführt.

E_{rec}	\bar{N}	σ_N	$(\sigma_N/\bar{N})[\%]$
220	54447.85	98.590711	0.181
320	58932.62	92.128314	0.156
420	61799.91	122.667511	0.198

Die relative Unsicherheit liegt also für alle Energien bei etwa $(\sigma_N/\bar{N}) \approx 0.2\%$. Daher kann man davon ausgehen, dass die beobachteten Strukturen in den Transmissionsfunktionen signifikant sind.

Weiter ist zu beachten, dass diese Werte nur für den fast konstanten Teil der Transmissionsfunktion gelten, nicht aber für den abfallenden Abschnitt. Um genauere Aussagen zu machen, sind weitere Simulationen erforderlich.

7.3.2 Die Breite der Transmissionsfunktionen

Abbildung 7.3 zeigt die Transmissionsfunktionen für Konfigurationen a und b für $U_{dee} = 90$ V (oben) und 440 V (unten). Die Transmissionsfunktionen für $U_{dee} = 150$ V (oben) und 200 V (unten) können Abb. D.2 in Anh. D entnommen werden. Zunächst fällt auf, dass alle Transmissionsfunktionen eine sehr große Breite besitzen. Diese nimmt mit steigender Spannung U_{dee} deutlich zu und scheint unabhängig von der Rückstoßenergie E_{rec} zu sein. Aufgrund der schlechten Auflösung in U_{ret} , ist es schwierig, die genaue Breite zu bestimmen. Näherungsweise ergeben sich Breiten U_{wth} , welche Tabelle 7.5 entnommen werden können. Im Rahmen der Ungenauigkeit ($\Delta U_{ret} = 50$ V) scheint die Breite in etwa mit den Spannungen an den Endkappenelektroden übereinzustimmen.

Die Breite scheint unabhängig von der verwendeten Elektrodenkonfiguration a oder b zu sein, wird also von den Fallenspannungen dominiert (vgl. Abs. 7.4).

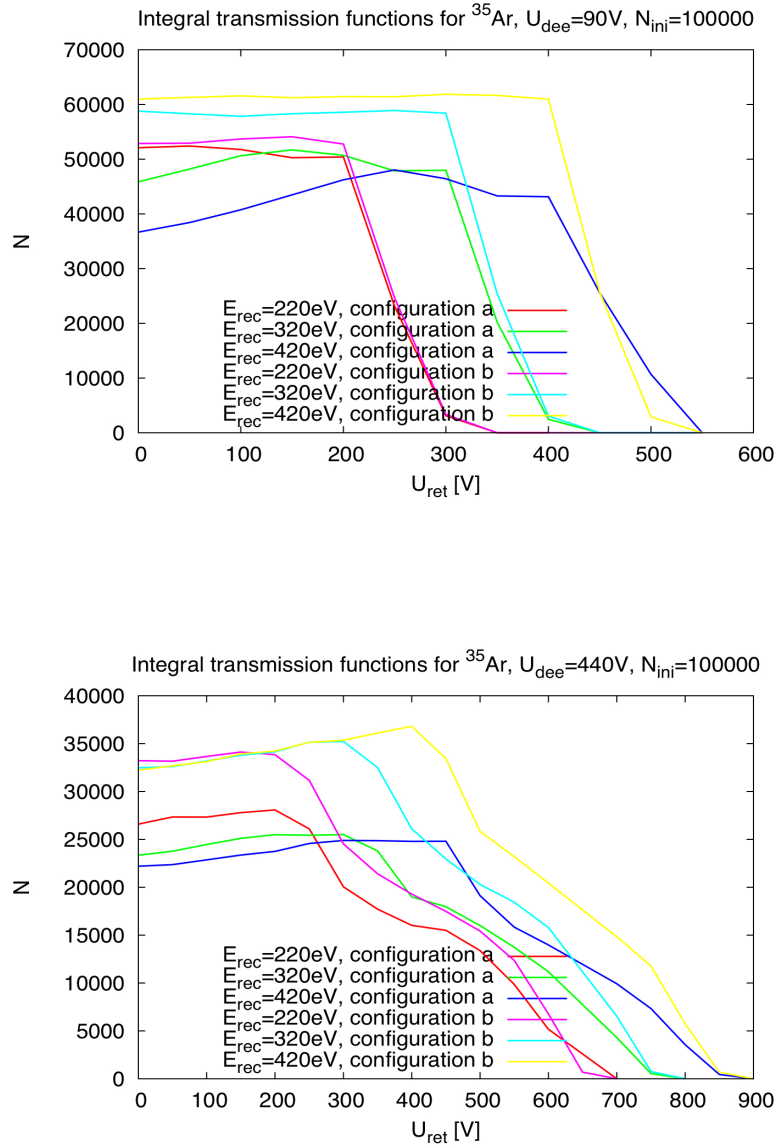


Abbildung 7.3: Satz von Transmissionsfunktionen für die Konfigurationen a und b, ^{35}Ar , $q = 1$ und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die äußere Endkappenelektrode der Zerfallsfalle lag auf $U_{dee} = 90\text{ V}$ (oben) bzw. $U_{dee} = 440\text{ V}$ (unten). Die simulierten Rückstoßenergien umfassen $E_{rec} = 220\text{ eV}$, $E_{rec} = 320\text{ eV}$ und $E_{rec} = 420\text{ eV}$. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{ret} = 50\text{ V}$. Der Endpunkt der Transmissionsfunktionen ergibt sich zu: $U_{ret,end} \geq U_{dee} + E_{rec}/q$.

Tabelle 7.5: Die Breite der simulierten Transmissionsfunktion in Abhängigkeit von der Spannung an der Endkappenelektrode U_{dee} . Im Rahmen der Ungenauigkeit stimmen beide Spannungen überein.

$U_{dee}[\text{V}]$	90	150	200	440
$U_{wth}[\text{V}]$	100	150	200	450

7.3.3 Die Höhe der Transmissionsfunktion

Wenn man die Höhe der Transmissionsfunktionen für Elektrodenkonfiguration a (vgl. Tab. 7.3) betrachtet, dann fällt zunächst auf, dass die Höhe deutlich unterhalb der Zahl der Ereignisse in der Zerfallsfalle $N_{ini} = 100000$ liegt. Zudem nimmt die Höhe mit steigender Fallenspannung U_{dee} schnell ab ($N \approx 50000$ für $U_{dee} = 90 \text{ V}$ und $N \approx 25000$ für $U_{dee} = 440 \text{ V}$). Das bedeutet, dass abhängig von U_{dee} nur etwa die Hälfte bis ein Viertel der Ionen, welche in der Lage sein sollten den Detektor zu erreichen, zu diesem vordringen.

Bei allen Transmissionsfunktionen ist die Zählrate ohne Retardierung ($U_{ret} = 0 \text{ V}$) zunächst niedrig (z.B. $N \approx 33000$ für $E_{rec} = 420 \text{ eV}$, $U_{dee} = 150 \text{ V}$), steigt danach bis etwa $U_{ret} = 300 \text{ V}$ an (z.B. $N \approx 42000$ für $E_{rec} = 420 \text{ eV}$, $U_{dee} = 150 \text{ V}$), bleibt dann bis circa $U_{ret} = 400 \text{ V}$ fast konstant und fällt daraufhin über einen langen Bereich, dessen Länge abhängig von U_{dee} ist (siehe Abs. 7.3.2) ab.

Außerdem entspricht die Höhenänderung nicht der vom Abschneidewinkel zu erwartenden Reihenfolge (vgl. Kap. 5). Normalerweise würde man erwarten, dass die Transmissionsfunktion für höhere Rückstoßenergien höher ist, aufgrund des größeren Abschneidewinkels. Für Konfiguration a besitzen jedoch die Transmissionsfunktionen für $E_{rec} = 220 \text{ eV}$ die größte Höhe, während die Transmissionsfunktion für $E_{rec} = 420 \text{ eV}$ am flachsten ausfällt.

Sieht man sich hingegen die Transmissionsfunktionen für Konfiguration b (siehe Abb. 7.3 und D.2) an, erkennt man, dass in diesem Fall die Reihenfolge stimmt. Hier besitzen die Transmissionsfunktionen für $E_{rec} = 420 \text{ eV}$ die größte Höhe, während jene für $E_{rec} = 220 \text{ eV}$ am flachsten ausfallen. Zudem sind die Schwankungen deutlich kleiner. Für $U_{dee} = 90 \text{ V}$ und 150 V zeigen die Transmissionsfunktionen quasi eine konstante Höhe, während für $U_{dee} = 200 \text{ V}$ nur marginale Schwankungen zu sehen sind. Für $U_{dee} = 440 \text{ V}$ sind die Schwankungen zwar etwas größer, aber immer noch deutlich geringer als für Konfiguration a. Des Weiteren besitzen die Transmissionsfunktionen eine größere absolute Höhe als die der Konfiguration a (N ist um ca. 5000 bis 10000 höher).

Abbildung D.3 in Anh. D zeigt einen Vergleich der Transmissionsfunktionen zwischen der von mir simulierten Konfiguration b und der Standardkonfiguration c (aus [Del04]) mit einer Fallenspannung von $U_{dee} = 20 \text{ V}$. Die Transmissionsfunktionen weisen alle samt eine geringe Breite auf, was in Anbetracht der niedrigen Fallenspannung nicht weiter verwundert. Beide Konfigurationen besitzen in etwa

die gleiche Höhe, jedoch treten bei Konfiguration c deutliche Schwankungen auf, was bei Konfiguration b nicht der Fall ist. Deren Höhe ist nahezu konstant.

7.3.4 Diskussion der simulierten Transmissionsfunktion für ³⁵Ar

Insgesamt kann man sagen, dass die Breite der Transmissionsfunktionen für hohe Fallenspannungen durch die Spannung an den Endkappenelektroden der Zerfallsfalle U_{dee} bestimmt wird. Sie scheint unabhängig von der Rückstoßenergie der Ionen E_{rec} zu sein. Aufgrund der hohen Fallenspannungen sind die Transmissionsfunktionen sehr breit. Die relative Breite variiert von 20% ($U_{dee} = 90$ V, $E_{rec} = 420$ eV) bis 70 % ($U_{dee} = 440$ V, $E_{rec} = 220$ eV). Daher dürfte es unmöglich sein, aus den Messungen ein brauchbares Rückstoßspektrum zu rekonstruieren.

Hierbei muss allerdings beachtet werden, dass bei den Simulationen eine Näherung vorgenommen wurde. Bei der Messung wurden die Ionen mit einer gewissen kinetischen Longitudinalenergie $E_{kin, long}$ in die Falle geschossen. Dies führt dazu, dass die Ionen zwischen den Orten in der Falle hin und her reflektiert werden, an welchen gilt: $E_{kin, long} = q \cdot U(r, z)$. Auf diese Weise bestimmt $E_{kin, long}$ die Größe der Ionenwolke in der Falle. Für ein Ion, welches mit $E_{kin, long}$ in die Falle geschossen wird, gilt:

$$E_{kin, long} = E_{kin}(r, z) + q \cdot U(r, z)$$

An den Umkehrpunkten der Bewegung gilt $E_{pot} = q \cdot U(r, z) = E_{kin, long}$. Zerfällt nun ein Ion an diesem Ort addiert sich effektiv zur Rückstoßenergie des Ions die potentielle Energie E_{pot} an diesem Ort dazu. Diese potentiell Energie entspricht der kinetischen Einschussenergie $E_{kin, long}$. Somit bestimmt die maximale kinetische Einschussenergie, die über das Fallenpotential begrenzt wird, die Breite der Transmissionsfunktion. Es gilt also $E_{kin, long} \leq U_{dee}$. Die realen Transmissionsfunktionen sollten also in etwa gleich breit oder allenfalls etwas schmaler sein als die simulierten. In den Simulationen war $E_{kin, long} = 0$.

Die Höhe der Transmissionsfunktionen zeigt, dass sehr viele Ionen (etwa ein Drittel bis drei Viertel) verloren gehen. Dies scheint zwei Ursachen zu haben: Aus dem Vergleich der Transmissionsfunktionen für verschiedene U_{dee} , zeigt sich, dass der Hauptbeitrag zum Verlust von der Falle herrührt. Durch die hohen Spannungen an den Endkappenelektroden U_{dee} ist der Abschneidewinkel in der Falle entsprechend größer (vgl. Kap. 5).

Aus dem Vergleich der beide Elektrodenkonfigurationen wird ersichtlich, dass die Transmissionsfunktionen für Elektrodenkonfiguration a starken Schwankungen unterworfen sind, die Höhe ist nicht konstant und die Reihenfolge der Höhen ist verkehrt. Dies ist für Elektrodenkonfiguration b nicht der Fall, hier sind die Höhen in richtiger Reihenfolge und die Schwankungen treten nur bei sehr hohen Spannungen U_{dee} (200 V und 440 V) auf und fallen sehr viel kleiner aus. Der

Unterschied zwischen beiden Konfigurationen bestand darin, dass die Spannungen der Nachbeschleunigung und der Einzellinse variiert wurden.

Der Vergleich zwischen den Konfigurationen b und c lässt den Schluss zu, dass es sinnvoll sein kann, die Elektrodenkonfiguration der Nachbeschleunigung und Einzellinse der jeweiligen Messsituation (abhängig von Ladung und Masse sowie Energie der Ionen) anzupassen. Dies kann wie in diesem Fall mittels Bahnverfolgungsrechnungen im Vorfeld einer Messung erfolgen.

7.4 Die hochaufgelöste Transmissionsfunktion für ^{35}Ar

Neben der Simulation der Messung, wie sie in Abs. 7.3 beschrieben wurde, habe ich für Elektrodenkonfiguration a, die kleinste Fallenspannung $U_{dee} = 90\text{ V}$, $E_{kin,long} = 0$ und eine konstante Retardierungsspannung von $U_{ret} = 100\text{ V}$ eine hochaufgelöste Transmissionsfunktion simuliert. Jeder Punkt der Transmissionsfunktion wurde für $N_{ini} = 200000$ Ereignisse in der Falle simuliert. Dabei wurde die Rückstoßenergie in Schritten von $\Delta E_{rec} = 0.1\text{ eV}$ von $E_{rec} = 60\text{ eV}$ bis $E_{rec} = 160\text{ eV}$ variiert. Das Resultat kann Abb. 7.4 entnommen werden. Ziel hierbei war es, die Auswirkung der Retardierungsspannung U_{ret} im Verhältnis zur Fallenspannung U_{dee} auf die Transmissionsfunktion zu untersuchen.

In dem simulierten Bereich steigt die Zählrate von $N \approx 55000$ auf $N \approx 100000$. Bei $E_{rec} \approx q \cdot U_{ret}$ macht die Transmissionsfunktion erwartungsgemäß einen Sprung. Dieser fällt jedoch mit einer Höhe von $\Delta N_{ret} \approx 10000$ relativ klein aus. Das bedeutet, dass der Einfluss der Retardierungsspannung auf die Transmissionsfunktion sehr gering ist. Jeder Punkt der Transmissionsfunktion benötigte etwa einen Tag CPU-Zeit, wodurch sich eine Gesamtrechnzeit von etwa drei CPU-Jahren für die Hardware der Grid-Clusters (vgl. Abs. 6.4) ergibt. Deshalb war es leider nicht möglich, die Transmissionsfunktion zu Ende zu simulieren. Daher kann hier keine genaue Aussage über die absolute Höhe der Transmissionsfunktion getroffen werden. Aus Abb. 7.3 lässt sich jedoch entnehmen, dass $N_{max} \geq 100000$ ist, womit gilt:

$$\frac{\Delta N_{ret}}{N_{max}} \leq \frac{1}{10}$$

Diese Simulation wurde mit der kleinsten Fallenspannung U_{dee} durchgeführt. Bei höheren Fallenspannungen ist zu erwarten, dass dieses Verhältnis noch kleiner ausfällt. Diese Simulationen bestätigen, dass die Form der Transmissionsfunktion überwiegend von der anliegenden Fallenspannung bestimmt wird. Der Einfluss der Retardierungsspannung scheint im Vergleich hierzu fast vernachlässigbar zu sein.

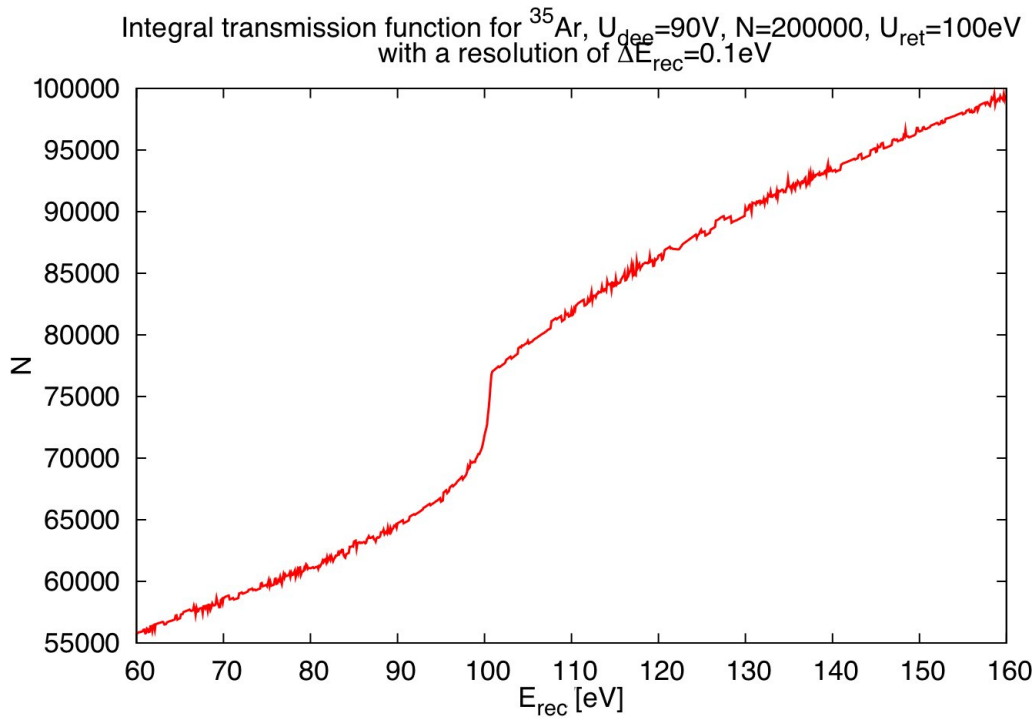


Abbildung 7.4: Hochaufgelöste Transmissionsfunktionen für ^{35}Ar , $U_{dee} = 90\text{ V}$, $U_{ret} = 100\text{ V}$, $q = 1$ und $N = 200000$ Ereignissen in der Falle. Die Transmissionsfunktion wurde für Elektrodenkonfiguration a aus Tab. 7.3 mit einer Schrittweite von $\Delta E_{rec} = 0.1\text{eV}$ für Rückstoßenergien von $E_{rec} = 60\text{ eV}$ bis 160 eV simuliert. Für eine Erklärung siehe Text.

7.5 Die Verteilung der ^{35}Ar -Ionen auf dem Detektor

In diesem Absatz wollen wir einen kurzen Blick auf die Verteilung der Argon-Ionen in der Detektorebene werfen. Auch in diesem Fall würde eine detaillierte Analyse der Detektorverteilungen sämtlicher angefertigter Simulationen den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Aus diesem Grund möchte ich mich im Folgenden auf zwei Vergleiche beschränken: zum Einen der Vergleich zwischen verschiedenen Fallenspannungen U_{dee} und zum Anderen der Einfluss der Retardierung, jeweils für die drei simulierten Rückstoßenergien $E_{rec} = 220\text{ eV}$, 320 eV und 420 eV .

7.5.1 Der Einfluss der Fallenspannung U_{dee} auf die Verteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene

In Abb. 7.5 ist die Radialverteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene in Abhängigkeit vom Fallpotential U_{dee} und der Rückstoßenergie E_{rec} zu sehen. Die Rückstoßenergien entsprechen $E_{rec} = 220\text{ eV}$, 320 eV und 420 eV . Die Vertei-

lungen wurden für die Fallenspannungen $U_{dee} = 90\text{ V}$ und 440 V simuliert. Jede Verteilung wurde für $N_{ini} = 100000$ Ereignisse in der Zerfallsfalle simuliert.

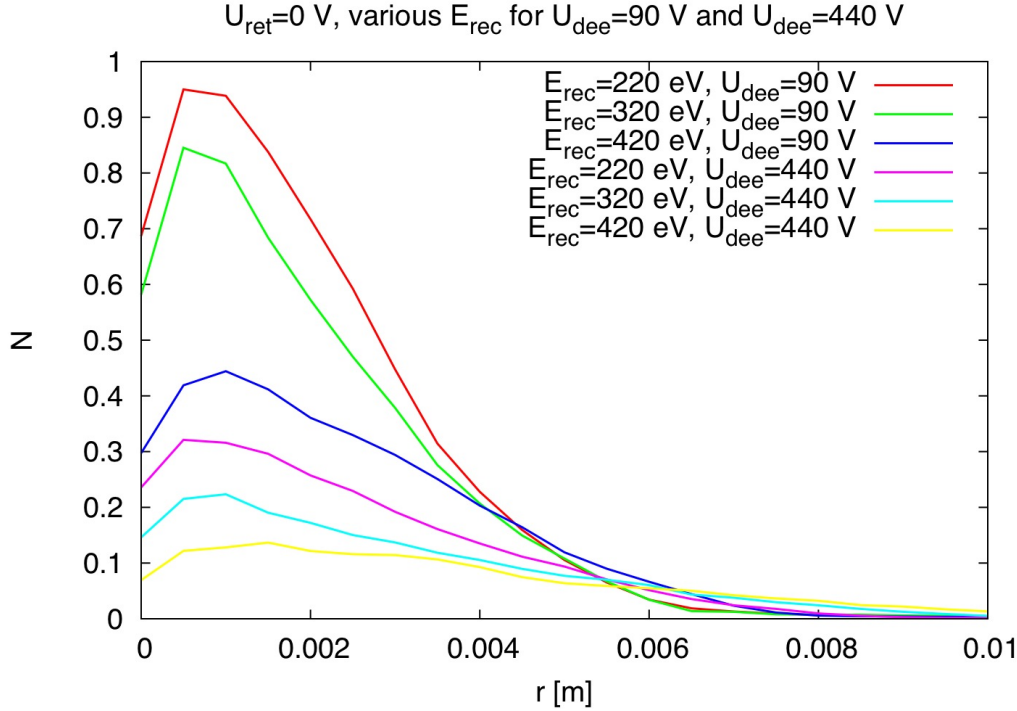


Abbildung 7.5: Radialverteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene in Abhängigkeit vom Fallpotential U_{dee} und der Rückstoßenergie E_{rec} . Die Rückstoßenergien entsprechen $E_{rec} = 220\text{ eV}$, 320 eV und 420 eV . Die Verteilungen wurden für die Fallenspannungen $U_{dee} = 90\text{ V}$ und 440 V und $N_{ini} = 100000$ Ereignissen in der Zerfallsfalle simuliert. Die Skalierung für N ist beliebig.

Ein Vergleich zeigt, dass die unterschiedlichen Fallenspannungen U_{dee} einen deutlichen Einfluss auf die Breite und Höhe der Verteilung haben. Für $U_{dee} = 440\text{ V}$ fallen die Ionen-Verteilungen deutlich breiter aus.

Vergleicht man die Verteilungen für verschiedene Rückstoßenergien lässt sich erkennen, dass die Breite auch in diesem Fall, wie schon beim Indium, mit zunehmender Rückstoßenergie zunimmt. Dieser Effekt ist zudem deutlich ausgeprägter für die höhere Fallenspannung $U_{dee} = 440\text{ V}$ hingegen für $U_{dee} = 90\text{ V}$ ist er nur schwach.

7.5.2 Der Einfluss der Retardierungsspannung U_{ret} auf die Verteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene

Abbildung 7.6 zeigt die Verteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene in Abhängigkeit von der Retardierungsspannung U_{ret} und der Rückstoßenergie E_{rec} .

Die Rückstoßenergien entsprechen $E_{rec} = 220\text{ eV}$, 320 eV und 420 eV . Die Verteilungen wurden für die Fallenspannungen $U_{dee} = 90\text{ V}$ simuliert. Die Retardierungsspannung betrug $U_{ret} = 0\text{ V}$ bzw. 100 V . Jede Verteilung wurde für $N_{ini} = 100000$ Ereignisse in der Zerfallsfalle simuliert.

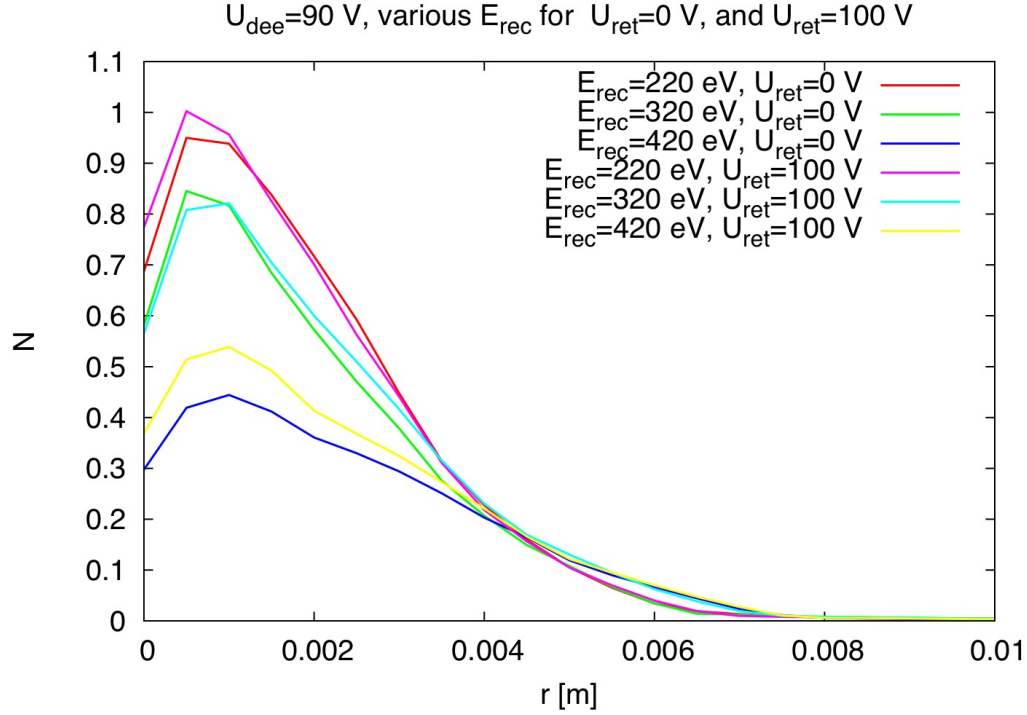


Abbildung 7.6: Radialverteilung der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene in Abhängigkeit von der Retardierungsspannung U_{ret} und der Rückstoßenergie E_{rec} . Die Rückstoßenergien entsprechen $E_{rec} = 220\text{ eV}$, 320 eV und 420 eV . Die Verteilungen wurden für die Fallenspannungen $U_{dee} = 90\text{ V}$ simuliert. Die Retardierungsspannung betrug $U_{ret} = 0\text{ V}$ bzw. 100 V . Jede Verteilung wurde für $N_{ini} = 100000$ Ereignisse in der Zerfallsfalle simuliert. Die Skalierung für N ist beliebig.

Zunächst fällt auf, dass auch in diesem Fall alle Ionen, die die Detektorebene erreichen, den Detektor treffen. Ein Vergleich ergibt, dass die Retardierungsspannung nur einen geringen Einfluss auf die Verteilung der Ionen hat. Die Verteilungen für $U_{ret} = 0\text{ V}$ und 100 V zeigen kaum Unterschiede in ihrer Breite. Auch die Höhe der Verteilungen unterscheidet sich kaum. Lediglich für $E_{rec} = 220\text{ eV}$ ist die Verteilung für $U_{ret} = 100\text{ eV}$ etwas höher als für $U_{ret} = 0\text{ V}$.

Auch hier nimmt die Breite der Verteilung sowohl für $U_{ret} = 0\text{ V}$ als auch für 100 V mit zunehmender Rückstoßenergie E_{rec} nur marginal zu.

7.5.3 Diskussion der Verteilung der ^{35}Ar -Ionen

Die Verteilung der Ionen hat ebenfalls deutlich gezeigt, dass der Einfluss des hohen Fallenpotentials U_{dee} die Effekte, welche durch die Rückstoßenergie oder die Retardierungsspannung zustande kommen, überwiegt. Eine höhere Fallenspannung U_{dee} führt zu einer breiteren Verteilung der Ionen.

Wie schon bei den ^{124}In -Simulationen hat sich gezeigt, dass die Breite der Verteilungen mit steigender Rückstoßenergie zunimmt. In diesem Fall scheint der Effekt jedoch nicht so stark ausgeprägt zu sein wie beim ^{124}In . Dies lässt sich durch die kleinere Masse der ^{35}Ar -Ionen erklären, da der Zyklotronradius proportional zur Wurzel der Masse der Ionen ist (vgl. Gl. 5.7). Der Einfluss der Retardierungsspannung scheint in diesem Fall vernachlässigbar zu sein.

Auch wenn die Verteilungen der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene gezeigt hat, dass die Ionen, welche die Detektorebene erreichen auch den Detektor treffen, stellt sich die Frage, was mit den Ionen passiert, welche für die Abweichung von vollständiger Transmission ($N = 100000$) verantwortlich sind.

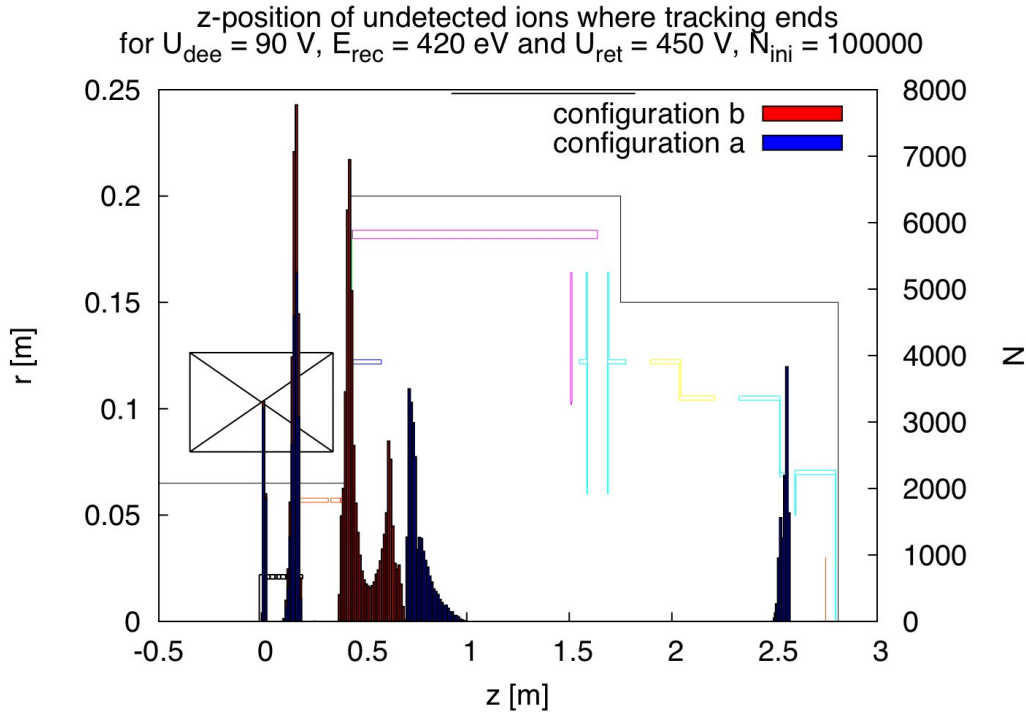


Abbildung 7.7: Die Verteilung der z -Endpositionen der ^{35}Ar -Ionen, welche nicht detektiert werden. Die Simulation wurde durchgeführt für Elektrodenkonfigurationen a und b, $U_{dee} = 90\text{ V}$, $U_{ret} = 450\text{ V}$, $E_{rec} = 420\text{ eV}$ und $N_{ini} = 100000$. Für Elektrodenkonfigurationen a treffen einige Ionen die Elektrode SPDRIF01.

Abbildung 7.7 zeigt die Verteilung der z -Endpositionen der ^{35}Ar -Ionen, welche

nicht detektiert werden. Die Simulation wurde durchgeführt für Elektrodenkonfigurationen a und b, $U_{dee} = 90\text{ V}$, $U_{ret} = 450\text{ V}$, $E_{rec} = 420\text{ eV}$ und $N_{ini} = 100000$. Sie verdeutlicht, dass es im Wesentlichen vier Ursachen für den Verbleib der Ionen gibt:

- Wie schon in Abs. 6.3.1 erläutert, ist ein geringer Anteil der Ionen, aufgrund von Inhomogenitäten im Magnetfeld und dem elektrischen Potential der Falle, nicht in der Lage, die Falle zu verlassen (bei $z \approx 0.1\text{ m}$).
- Bedingt durch die hohen Fallenspannung U_{dee} ist der Abschneidewinkel der Falle (vgl. Kap. 5) sehr groß. Dieser Effekt gewinnt mit steigender Fallenspannung U_{dee} an Bedeutung (bei $z \approx 0.2\text{ m}$).
- Durch die hohe Fallenspannung U_{dee} sehen Ionen, die an unterschiedlichen Orten in der Zerfallsfalle starten verschiedene effektive Retardierungsspannungen, was in unserem Beispiel dazu führt, dass einige Ionen retardierte werden, während andere die Potentialbarriere überwinden können (bei $z \approx 0.4$ bis 1.0 m).
- Für Konfiguration a trifft ein signifikanter Anteil der Ionen die Detektorelektrode SPDRIF01. Bei Konfiguration b ist dies nicht der Fall. Dies bedeutet, dass die Fokussierung der Ionen mit Elektrodenkonfiguration a. nicht wie gewünscht funktioniert hat (bei $z \approx 2.5\text{ m}$).

Dies unterstreicht noch einmal die Wichtigkeit einer funktionierenden Einzellinse. Arbeitet diese nicht korrekt, können einige Ionen gegen die Detektorelektrode SPDRIF01 gelenkt werden.

7.6 Simulation des Ausschuss von ^{38}Ar -Ionen auf den Detektor

Für das Tuning der Fallen wurde stabiles ^{38}Ar verwendet. Mit diesem Iostop wurden im Rahmen dieses Tunings auch die Transmissionseigenschaften des Spektrometers getestet. Hierzu wurden ^{38}Ar -Ionen in der Zerfallsfalle gespeichert und anschließend mit einer Longitudinalenergie von $E_{kin,||} = 10\text{ eV}$ aus der Falle geschossen. Dieser Test wurde für Konfigurationen a und b aus Tab. 7.3 durchgeführt. Dabei wurde im Wesentlichen darauf geachtet, eine möglichst hohe Zählrate zu erhalten. Da die Zählrate mit Konfiguration a deutlich höher war als mit Konfiguration b, wurde für die meisten Messungen Konfiguration a verwendet. Dieser Ausschuss der ^{38}Ar -Ionen wurde nach der Messung von mir simuliert. Das Resultat dieser Simulation kann im Folgenden nachgelesen werden.

Für die Simulation wurden Ionen mit $A = 38$, $q = 1$, $E_{rec} = 10\text{ eV}$ und $\theta = 0^\circ$ verwendet. Die Form der Ionenwolke in der Quelle entsprach einem Zylinder mit

$r = 1\text{ cm}$ und $l = 10\text{ cm}$, in dem die Ionen homogen verteilt waren. Jede Rechnung wurde für $N_{ini} = 200000$ Ereignisse durchgeführt. Abbildung 7.8 zeigt einen Vergleich der Verteilung der ^{38}Ar -Ionen in der Detektorebene für die Konfigurationen a und b. Für Konfiguration a beträgt die Zahl der Ionen, welche den Detektor treffen $N_{det,a} = 160572$, während für Konfiguration b $N_{det,b} = 103103$ Ionen auf dem Detektor landen.

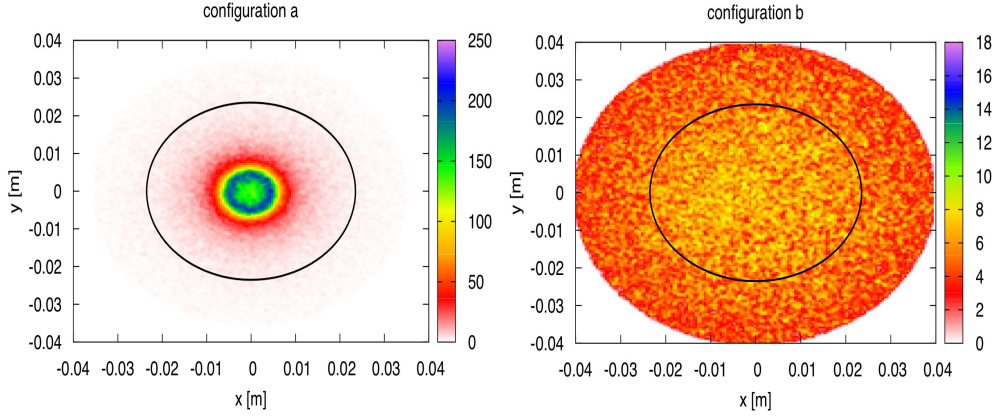


Abbildung 7.8: Die Verteilung der ^{38}Ar -Ionen in der Detektorebene für Konfiguration a (links) und b (rechts). Die Simulation wurde mit $A = 38$, $q = 1$, $E_{rec} = 10\text{ eV}$, $\theta = 0^\circ$, einer zylindrischen Quelle mit $N_{ini} = 200000$, $l = 10\text{ cm}$ und $r = 1\text{ cm}$ durchgeführt. $N_{det,a} = 160572$ bzw. $N_{det,b} = 103103$ Ionen wurden detektiert.

Wie aus Abb. 7.8 und der Anzahl der detektierten Ionen ersichtlich wird, ist die Transmission für Konfiguration a deutlich höher als für Konfiguration b. Bei der Bewertung dieses Ergebnisses muss aber beachtet werden, dass die kinetische Energie der Ionen sehr niedrig war ($E_{rec} = 10\text{ eV}$), während das Maximum der Verteilung der Rückstoßenergien für den Zerfall des ^{35}Ar etwa bei $E_{rec} = 420\text{ eV}$ liegt. Wie in den oben beschriebenen Simulationen (vgl. Abs. 7.2) gezeigt wurde, arbeitet in diesem Energiebereich Konfiguration a nicht so effektiv wie Konfiguration b. Auch für mittlere Energien ($E_{rec} = 200\text{ eV}$), erzielt Konfiguration b gute Ergebnisse (vgl. Abb. D.1). Da man sich außerdem bei der Auswertung auf die obere Hälfte des gemessenen Spektrums beschränkt, um höhere Ladungszustände auszuschließen, scheint Konfiguration a deutlich schlechter für eine Messung mit ^{35}Ar geeignet zu sein, als Konfiguration b.

Auch muss beachtet werden, dass die Ionen bei diesem Test keine radiale Energie besitzen. Daher macht dieser Test keine Aussage über die Abhängigkeit der Transmission der Ionen von der radialen Komponente der Rückstoßenergie.

Die unterschiedlichen Massen beider Ar-Isotope dürften hingegen nur einen geringen Einfluss auf die Transmission der Ionen haben. Da der Zyklotronradius proportional zur Wurzel der Masse des Ions ist (vgl. Gl. 5.7), vergrößert sich dieser um den Faktor $\sqrt{38/35} \approx 1.042$.

Zusammenfassend lassen sich also folgende Aussagen machen:

- Konfiguration a fokussiert die 10 eV-Ionen gut.
- Konfiguration b fokussiert die 10 eV-Ionen nur unzureichend.
- Konfiguration b fokussiert die ^{35}Ar -Ionen bei hohen Energien sehr viel besser als Konfiguration a, weshalb Konfiguration b für eine Messung geeigneter ist. Den Aufbau mit dem Ausschuss von ^{38}Ar zu tunen, liefert eine für die eigentliche Messung weniger geeignete Konfiguration.

7.7 Diskussion

Ich fasse nun noch einmal die wichtigsten Erkenntnisse dieses Kapitels zusammen:

1. Hohe Fallenspannungen sind für eine Präzisionsmessung untauglich, da diese zu einer stark verbreiterten Transmissionsfunktion führen.
2. Der Ausschuss eines stabilen Isotops mit niedriger Energie ist als Test der Transmissionseigenschaften des Spektrometers ungeeignet, da der relevante Energiebereich der ^{35}Ar -Ionen wesentlich höher liegt und die Fokussierung der Ionen energieabhängig ist.
3. Können die Nachbeschleunigungselektroden SPACCE01 und SPACCE02 nicht auf ihre Sollspannung hochgefahren werden, ist die Verwendung der Elektrodenkonfiguration b aus Tab. 7.3 für eine Messung mit ^{35}Ar zu empfehlen. Lediglich niederenergetische Ionen könnten hierdurch nicht richtig auf den Detektor fokussiert werden, was aber bei einer Beschränkung auf den oberen Bereich des Rückstoßspektrums nicht weiter von Relevanz wäre.
4. Kann nur die Nachbeschleunigungselektrode SPACCE01 nicht mit ihrer Sollspannung betrieben werden, empfiehlt sich die Verwendung der blauen Elektrodenkonfiguration aus Tab. 7.1 und Abb. 7.2, da deren Transmissionseigenschaften quasi genau so gut sind wie jene für die violette Konfiguration, welche der Sollkonfiguration entspricht, mit dem einzigen Unterschied, dass die Nachbeschleunigungs- und Detektorelektroden nicht auf -10 keV sondern auf -7 keV liegen.
5. In Abs. 7.3 wurde deutlich, dass es sinnvoll ist, die Elektrodenkonfiguration der Nachbeschleunigung und der Einzellinse der jeweiligen Messsituation (abhängig von Ladung und Masse sowie Energie der Ionen) anzupassen. Dies kann wie in diesem Fall mittels Bahnverfolgungsrechnungen im Vorfeld einer Messung erfolgen.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Das WITCH-Experiment ist ein Präzisionsexperiment zur Untersuchung des Kern- β -Zerfalls nach skalarer Wechselwirkung. Hierzu kommt ein elektrostatischer Filter mit magnetischer adiabatischer Kollimation, ein so genannter MAC-E-Filter, zum Einsatz. Die Form des gemessenen Rückstoßspektrums der in einer Penningfalle gespeicherten Ionen wird durch die Art der beteiligten fundamentalen Wechselwirkungen bestimmt.

Das Experiment ist am ISOLDE-Isotopenseparator am CERN aufgebaut. Dort kann es mit einer großen Anzahl unterschiedlicher Ionen versorgt werden. In drei Strahlzeiten wurden bereits Daten mit Rückstoßionen genommen.

Die in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen wurden mit dem Programm SimWITCH (siehe Kap. 4) durchgeführt, welches auf einer Bahnverfolgungsroutine beruht, die von Dr. Ferenc Gluck (Forschungszentrum Karlsruhe) in der Programmiersprache C geschrieben wurde. Diese Routine kam schon bei Simulationen für andere Experimente mit ähnlichem Aufbau (mit MAC-E-Filter) zum Einsatz und wurde an die Bedingungen von WITCH (schwere Ionen, Energien im eV-Bereich) angepasst.

Für weiterführende Simulationen ist es sinnvoll das Programm zu erweitern, so dass Monte-Carlo-Simulationen mit einer inhomogenen Verteilung der Ionen in der Zerfallsfalle durchgeführt werden könnten. Darüber hinaus wäre es interessant, eine Temperaturverteilung der Ionen in der Falle zu simulieren. Auch eine Berücksichtigung von Streuung an Restgas könnte wichtige Resultate liefern.

Untersuchungen zur Extraktionseffizienz (vgl. Kap. 5) einer Penningfalle haben gezeigt, dass diese abhängig vom angelegten Fallenpotential die Form des Rückstoßspektrums beeinflusst. Dieser Umstand muss bei einer Präzisionsmessung der β - ν -Winkelkorrelation in Betracht gezogen werden. Hier konnte das bestehende Wissen durch die Simulationen in dieser Arbeit deutlich erweitert werden.

Dieser Effekt wurde für eine punktförmige Quelle im Fallenzentrum untersucht. In einem nächsten Schritt macht es daher Sinn, die Position der punktförmigen Quelle in der Falle zu variieren. Dadurch ließe sich einschätzen, wie sich die Extraktionseffizienz auf eine ausgedehnte Quelle auswirkt.

Als Nächstes könnten dann Simulationen folgen, die für eine gegebene Verteilung der Ionen und ein bestimmtes Fallenpotential die Extraktionswahrscheinlichkeit einer ausgedehnten Quelle ermittelt. Hierzu ist aber eine genaue Kenntnis der Form der Ionenwolke und räumlichen Verteilung der Ionen in der Ionenwolke erforderlich.

In den Strahlzeiten vom Oktober 2006 und Oktober 2007 wurden Messungen durchgeführt, zu welchen Simulationen in dieser Arbeit vorgestellt wurden.

Die Simulationen zur Messung mit ^{124}In (vgl. Kap. 6) haben ergeben, dass die Messungen unter Berücksichtigung des Felddurchgriffs der Nachbeschleunigung in die Analysierebene weitestgehend den Erwartungen entsprechen.

Darüber hinaus haben die Simulationen hoch aufgelöster Transmissionsfunktionen gezeigt, dass der Betrieb des Spektrometers mit der dort verwendeten Elektrodenkonfiguration zu einer unerwünschten Abhängigkeit der Transmission vom Startwinkel θ_{ini} führt (vgl. Abs. 6.3).

Eine Untersuchung der Verteilung der Ionen in der Detektorebene hat ergeben, dass für eine punktförmige Quelle bei der hier verwendeten Konfiguration alle ^{124}In -Ionen auf den Detektor fokussiert werden. Die Breite dieser Verteilungen, ist dabei abhängig vom angelegten Retardierungspotential und der Rückstoßenergie der Ionen.

Berechnungen der magnetischen Feldlinien im Spektrometer haben gezeigt (vgl. Anh. C), dass an unterschiedlichen Stellen im Spektrometer Teilchenfallen auftreten können. Diese Teilchenfallen könnten die Entladungen an den Elektroden verursacht haben, welche dazu führten, dass das Spektrometer nicht wie beabsichtigt betrieben werden konnte.

In den Simulationen zur Messung mit ^{35}Ar wurde gezeigt, dass die Transmissionsfunktionen aufgrund der hohen angelegten Fallenpotentiale stark verbreitert sind. Darüber hinaus wurden die Ionen mit der in der Messung verwendeten Elektrodenkonfiguration nicht richtig auf den Detektor fokussiert und teilweise gegen die SPDRIF01-Elektrode gelenkt. Dies bewirkte eine Deformation der Transmissionsfunktionen.

Die Verteilungen der ^{35}Ar -Ionen in der Detektorebene haben für eine ausgedehnte Quelle ergeben, dass die ^{35}Ar -Ionen, welche die Ebene erreichen, auch den Detektor treffen.

All dies macht deutlich, wie wichtig ein funktionierender experimenteller Aufbau ist. Es ist somit dringend notwendig vor Beginn der nächsten Messung die bestehenden Probleme zu beheben. Dies betrifft insbesondere:

- **REXTRAP:** Die Speicherdauer der Ionen in REXTRAP muss minimiert werden und darf nicht in der Größenordnung der Halbwertszeit liegen.

- **Die Kühlfalle:** Eine funktionierende Kühlung ist eine Grundvoraussetzung für eine brauchbare Messung. Anderenfalls muss mit einer Verbreiterung der Transmissionsfunktion durch das hohe Potential an der Zerfallsfalle und die thermische Bewegung der Ionen gerechnet werden.
- **Das Spektrometer:** Ein funktionierendes Spektrometer ist eine Grundvoraussetzung, um nicht-adiabatische Bewegung der Ionen vor der Analysierebene zu vermeiden. Dazu müssen die Ursachen für die Entladungen an den Spektrometerelektroden gefunden und beseitigt werden.
- **Die Fokussierung:** Eine auf die Messung abgestimmte Fokussierung ist erforderlich, um sicherzustellen, dass alle Ionen, welche die Analysierebene passieren konnten, auf den Detektor gelenkt werden. Liegt diese nicht vor, kann es zu einer Deformation der Transmissionsfunktion kommen, da Ionen gegen Detektorelektroden gelenkt werden.

Es müssen also noch viele Anstrengungen unternommen werden, bevor mit einer Präzisionsmessung begonnen werden kann. Weitere Simulationen könnten diese Arbeiten unterstützen und helfen, den Aufbau zu optimieren.

Anhang A

Spulen- und Elektroden- geometrie in SimWITCH

Tabelle A.1: Spulenkonfiguration in SimWITCH. Der 9 T-Magnet setzt sich insgesamt aus 7 Spulen zusammen, während der 0.2 T-Magnet nur aus einer Spule besteht. Der Ursprung ist das Zentrum des 9 T-Magneten. Der Abstand zwischen beiden Magneten beträgt $d_{mag} = 1.38$ m. Hierbei handelt es sich um die Spulengeometrie von Oxford Instruments, welche die Spulen produziert haben.

Spule	Magnet	Z_{cnt}	R_{ini}	L_R	L_Z	C
1	9T	0.0	0.07975	0.00686	0.69672	649146.741
2	9T	0.0	0.08711	0.00455	0.69672	546087.827
3	9T	0.0	0.09215	0.00575	0.69672	794300.141
4	9T	0.0	0.10168	0.01731	0.69672	3149828.78
5	9T	-0.25082	0.12013	0.00622	0.05972	135822.11
6	9T	0.25082	0.12013	0.00622	0.05972	135822.11
7	9T	0.0	0.12661	0.00052	0.01194	-2280.982
8	0.2T	1.38	0.24823	0.00144	0.89579	66744.82

Tabelle A.2: Elektrodengeometrie der Zerfallsfalle in SimWITCH. Alle Abmessungen sind relativ zum Zentrum des 9 T-Magneten angegeben. Die ersten vier Elektroden gehören zur differentiellen Pumpsperre. Die Kühlfalle wurde nicht in die Geometrie implementiert. Diese Geometrie wurde auch in den Simulationen von [Del04] verwendet.

Elektrode	Z_{ini} [m]	R_{ini} [m]	Z_{fin} [m]	R_{fin} [m]	N
DEE1	-0.0105	0.0	-0.0105	0.022	2
DEE1	-0.0105	0.0	0.0155	0.0	3
DEE1	-0.0105	0.022	0.0155	0.022	3
DEE1	0.0155	0.0	0.0155	0.022	2
DEE2	0.0165	0.020	0.0415	0.020	2
DEE2	0.0165	0.020	0.0165	0.022	1
DEE2	0.0415	0.020	0.0415	0.022	1
DEE2	0.0165	0.022	0.0415	0.022	2
DEE3	0.0425	0.020	0.0655	0.020	2
DEE3	0.0425	0.020	0.0425	0.022	1
DEE3	0.0425	0.022	0.0655	0.022	1
DEE3	0.0655	0.020	0.0655	0.022	2
DCE1	0.0665	0.020	0.0755	0.020	2
DCE1	0.0665	0.020	0.0665	0.022	1
DCE1	0.0755	0.020	0.0755	0.022	1
DCE1	0.0665	0.022	0.0755	0.022	2
DCE2	0.0765	0.020	0.0930	0.020	2
DCE2	0.0765	0.020	0.0765	0.022	1
DCE2	0.0930	0.020	0.0930	0.022	1
DCE2	0.0765	0.022	0.0930	0.022	2
DRE	0.0940	0.020	0.1180	0.020	2
DRE	0.0940	0.020	0.0940	0.022	1
DRE	0.1180	0.020	0.1180	0.022	1
DRE	0.0940	0.022	0.1180	0.022	2
DCE3	0.1190	0.020	0.1355	0.020	2
DCE3	0.1190	0.020	0.1190	0.022	1
DCE3	0.1355	0.020	0.1355	0.022	1
DCE3	0.1190	0.022	0.1355	0.022	2
DCE4	0.1365	0.020	0.1455	0.020	2
DCE4	0.1365	0.020	0.1365	0.022	1
DCE4	0.1455	0.020	0.1455	0.022	1
DCE4	0.1365	0.022	0.1455	0.022	2
DEE5	0.1465	0.020	0.1635	0.020	2
DEE5	0.1465	0.020	0.1465	0.022	1
DEE5	0.1635	0.020	0.1635	0.022	1
DEE5	0.1465	0.022	0.1635	0.022	2
DEE6	0.1645	0.020	0.2005	0.020	2
DEE6	0.1645	0.020	0.1645	0.022	1
DEE6	0.2005	0.020	0.2005	0.022	1
DEE6	0.1645	0.022	0.2005	0.022	2

Tabelle A.3: Elektrodengeometrie des Spektrometers in SimWITCH. Alle Abmessungen sind relativ zum Zentrum des 9 T-Magneten angegeben. Die ersten vier Elektroden gehören zum Verbindungselement (CE). Diese Geometrie wurde in den Simulationen von [Del04] verwendet.

Elektrode	Z_{ini} [m]	R_{ini} [m]	Z_{fin} [m]	R_{fin} [m]	N
SPRETA01	0.1765	0.023	0.1765	0.058	6
SPRETA01	0.1765	0.023	0.1795	0.023	1
SPRETA01	0.1765	0.058	0.1795	0.058	1
SPRETA01	0.1795	0.023	0.1795	0.058	6
SPRETA01	0.1805	0.056	0.1805	0.058	1
SPRETA01	0.1805	0.056	0.3260	0.056	6
SPRETA01	0.1805	0.058	0.3260	0.058	6
SPRETA01	0.3260	0.058	0.3260	0.056	1
SPRETA02	0.3385	0.056	0.3845	0.056	4
SPRETA02	0.3385	0.056	0.3385	0.058	1
SPRETA02	0.3845	0.056	0.3845	0.058	1
SPRETA02	0.3385	0.058	0.3845	0.058	4
SPRETA03	0.3860	0.056	0.4320	0.056	4
SPRETA03	0.3860	0.056	0.3860	0.058	1
SPRETA03	0.4320	0.056	0.4320	0.058	1
SPRETA03	0.3860	0.058	0.4320	0.058	4
SPRETA04	0.4360	0.060	0.4360	0.184	6
SPRETA04	0.4360	0.060	0.4400	0.060	1
SPRETA04	0.4360	0.184	0.4400	0.184	1
SPRETA04	0.4400	0.060	0.4400	0.184	6
SPRETA05	0.4440	0.121	0.5840	0.121	4
SPRETA05	0.4440	0.121	0.4440	0.123	1
SPRETA05	0.5840	0.121	0.5840	0.123	1
SPRETA05	0.4440	0.123	0.5840	0.123	4
SPRETA06	0.4440	0.184	1.6370	0.184	20
SPRETA06	1.6370	0.180	1.6370	0.184	1
SPRETA06	0.4440	0.180	0.4440	0.184	1
SPRETA06	0.4440	0.180	1.6370	0.180	20
SPRETA07	1.506	0.164	1.506	0.104	4
SPRETA07	1.506	0.104	1.508	0.102	1
SPRETA07	1.508	0.102	1.511	0.102	1
SPRETA07	1.511	0.102	1.513	0.104	1
SPRETA07	1.513	0.104	1.513	0.164	4
SPRETA07	1.506	0.164	1.513	0.164	1

Tabelle A.4: Geometrie der Nachbeschleunigungs- und der Detektorelektroden in SimWITCH. Alle Abmessungen sind relativ zum Zentrum des 9 T-Magneten angegeben. Die ersten vier Elektroden gehören zum Verbindungselement (CE). Diese Geometrie wurde in den Simulationen von [Del04] verwendet.

Elektrode	Z_{ini} [m]	R_{ini} [m]	Z_{fin} [m]	R_{fin} [m]	N
SPACCE01	1.549	0.121	1.585	0.121	4
SPACCE01	1.585	0.121	1.585	0.060	4
SPACCE01	1.585	0.060	1.589	0.060	1
SPACCE01	1.589	0.060	1.589	0.164	4
SPACCE01	1.589	0.164	1.582	0.164	1
SPACCE01	1.582	0.164	1.582	0.123	4
SPACCE01	1.582	0.123	1.549	0.123	4
SPACCE01	1.549	0.121	1.549	0.123	1
SPACCE02	1.686	0.164	1.686	0.060	4
SPACCE02	1.686	0.060	1.690	0.060	1
SPACCE02	1.690	0.060	1.690	0.121	4
SPACCE02	1.690	0.121	1.776	0.121	4
SPACCE02	1.776	0.121	1.776	0.123	1
SPACCE02	1.776	0.123	1.693	0.123	4
SPACCE02	1.693	0.123	1.693	0.164	2
SPACCE02	1.693	0.164	1.686	0.164	1
SPEINZ01	1.896	0.121	2.036	0.121	4
SPEINZ01	2.036	0.121	2.036	0.104	1
SPEINZ01	2.036	0.104	2.208	0.104	4
SPEINZ01	2.208	0.104	2.208	0.106	1
SPEINZ01	2.208	0.106	2.043	0.106	4
SPEINZ01	2.043	0.106	2.043	0.123	4
SPEINZ01	2.043	0.123	1.896	0.123	4
SPEINZ01	1.896	0.123	1.896	0.121	1
SPDRIF01	2.3275	0.104	2.5250	0.104	6
SPDRIF01	2.5250	0.104	2.5250	0.068	2
SPDRIF01	2.5250	0.068	2.5630	0.068	2
SPDRIF01	2.5630	0.068	2.5630	0.040	2
SPDRIF01	2.5630	0.040	2.5650	0.040	1
SPDRIF01	2.5650	0.040	2.5650	0.070	2
SPDRIF01	2.5650	0.070	2.5270	0.070	2
SPDRIF01	2.5270	0.070	2.5270	0.106	2
SPDRIF01	2.5270	0.106	2.5230	0.106	1
SPDRIF01	2.5190	0.106	2.3400	0.106	6
SPDRIF01	2.3330	0.106	2.3275	0.106	1
SPDRIF01	2.3275	0.106	2.3275	0.104	1
SPDRIF02	2.599	0.050	2.599	0.071	4
SPDRIF02	2.599	0.071	2.799	0.071	6
SPDRIF02	2.799	0.071	2.799	0.0	4
SPDRIF02	2.799	0.0	2.797	0.0	1
SPDRIF02	2.797	0.0	2.797	0.069	4
SPDRIF02	2.797	0.069	2.603	0.069	6
SPDRIF02	2.603	0.069	2.603	0.050	4
SPDRIF02	2.603	0.050	2.599	0.050	1

Tabelle A.5: Geometrie des Gehäuses in SimWITCH. Alle Abmessungen sind relativ zum Zentrum des 9 T-Magneten angegeben. Alle Elektroden liegen auf Erdpotential.

Elektrode	Z_{ini} [m]	R_{ini} [m]	Z_{fin} [m]	R_{fin} [m]	N
1	-0.5	0.0	-0.5	0.065	6
2	-0.5	0.065	0.425	0.065	10
3	0.425	0.065	0.425	0.2	8
4	0.425	0.2	1.75	0.2	10
5	1.75	0.2	1.75	0.15	6
6	1.75	0.15	2.81	0.15	6
7	2.81	0.15	2.81	0.0	8

Anhang B

Transmissionsfunktionen der Simulationen zur Messung mit ¹²⁴In

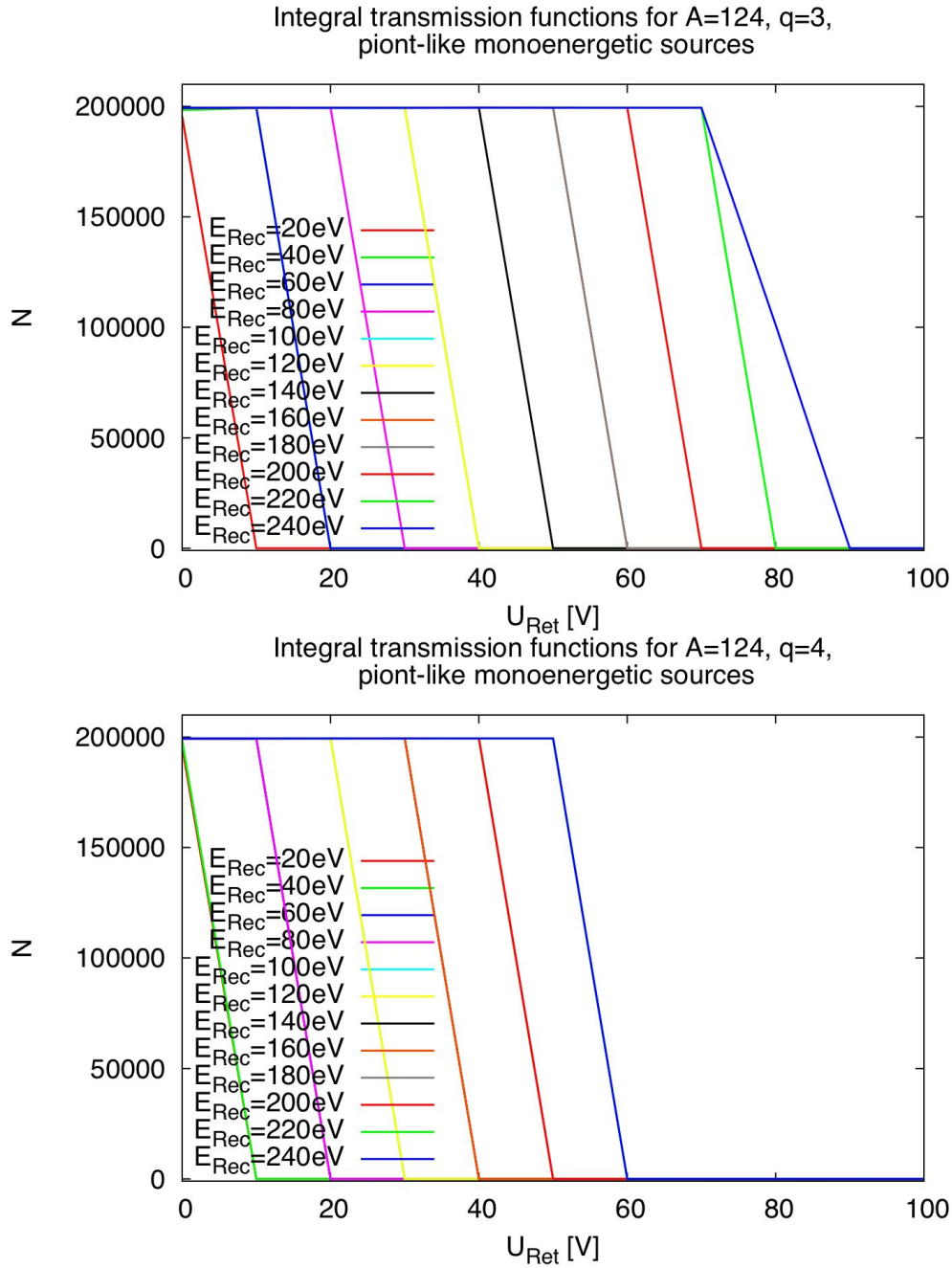


Abbildung B.1: Satz von Transmissionsfunktionen für ^{124}In und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die Rückstoßenergie wurde von $E_{\text{rec}} = 20\text{ eV}$ bis $E_{\text{rec}} = 240\text{ eV}$ in Schritten von $\Delta E_{\text{rec}} = 20\text{ eV}$ variiert. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{\text{ret}} = 10\text{ V}$. **Oben:** $q = 3$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 90\text{ V}$. **Unten:** $q = 4$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 60\text{ V}$. Da nur Ionen mit $E_{\text{rec}} > q \cdot U_{\text{eff}}$ transmittiert werden und $U_{\text{eff}} \neq U_{\text{ret}}$ werden einige Kurven von anderen überdeckt.

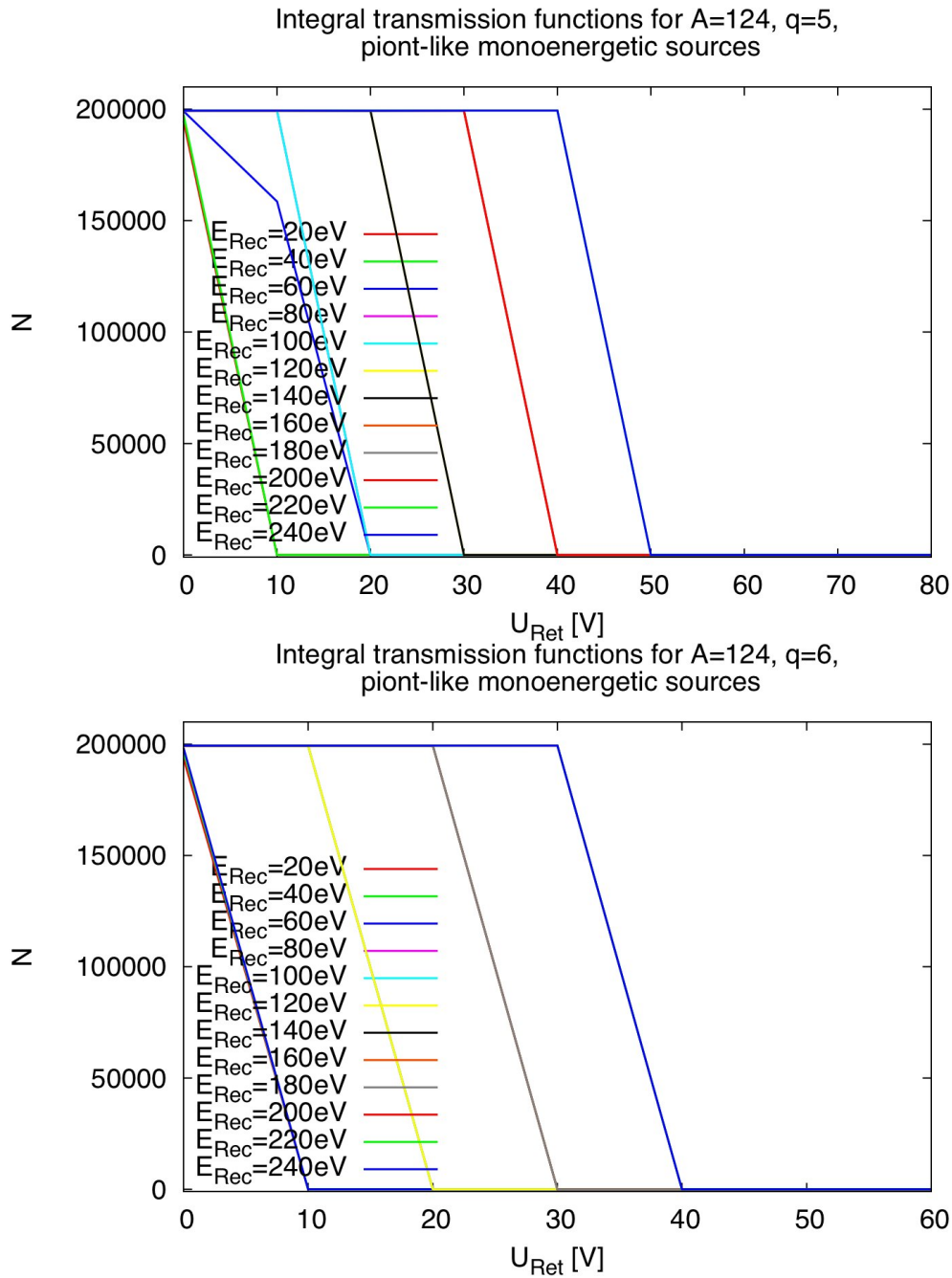


Abbildung B.2: Satz von Transmissionsfunktionen für ^{124}In und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die Rückstoßenergie wurde von $E_{\text{rec}} = 20 \text{ eV}$ bis $E_{\text{rec}} = 240 \text{ eV}$ in Schritten von $\Delta E_{\text{rec}} = 20 \text{ eV}$ variiert. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{\text{ret}} = 10 \text{ V}$. **Oben:** $q = 5$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 50 \text{ V}$. **Unten:** $q = 6$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 40 \text{ V}$. Da nur Ionen mit $E_{\text{rec}} > q \cdot U_{\text{eff}}$ transmittiert werden und $U_{\text{eff}} \neq U_{\text{ret}}$ werden einige Kurven von anderen überdeckt.

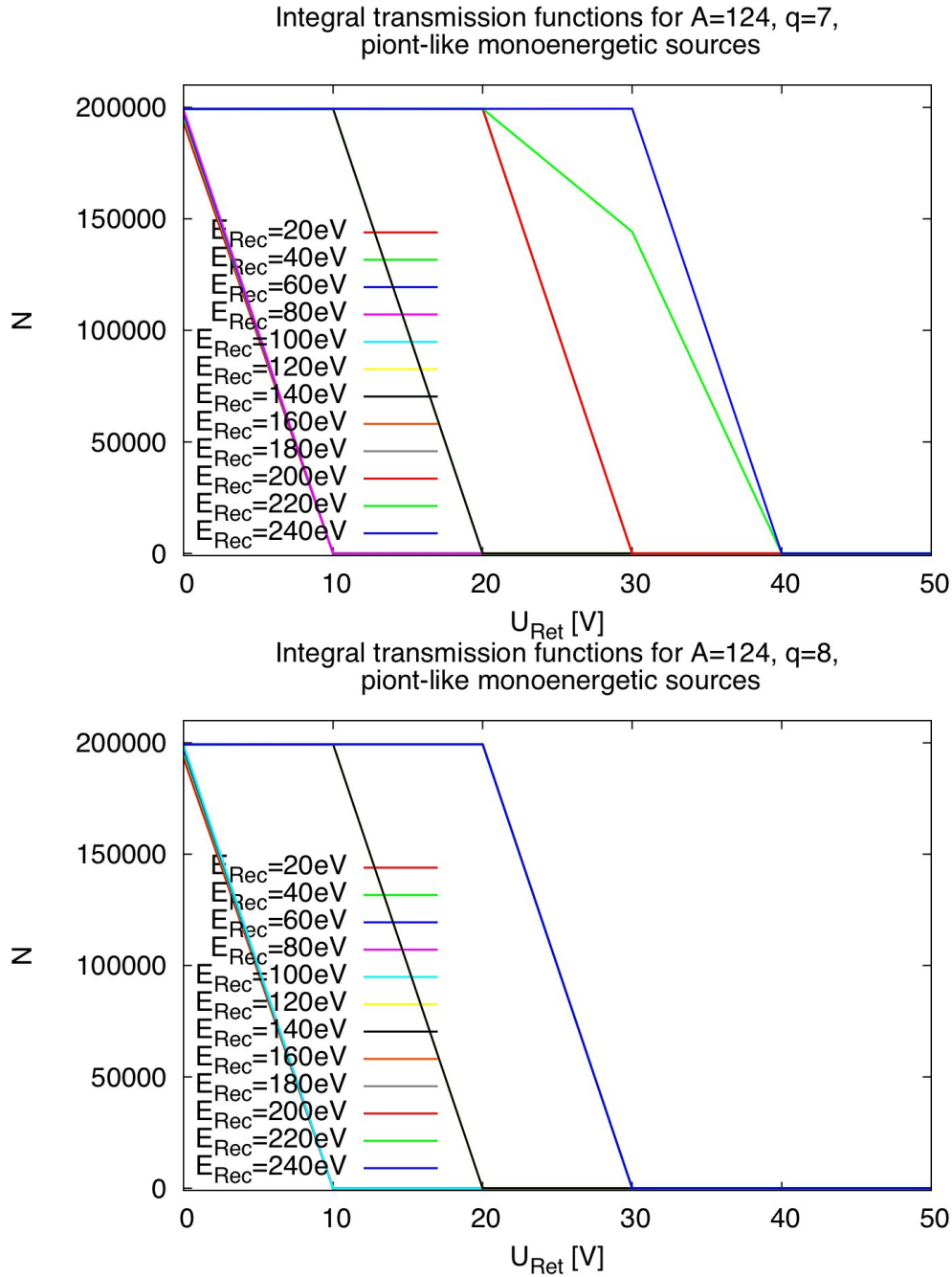


Abbildung B.3: Satz von Transmissionsfunktionen für ^{124}In und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die Rückstoßenergie wurde von $E_{\text{rec}} = 20\text{ eV}$ bis $E_{\text{rec}} = 240\text{ eV}$ in Schritten von $\Delta E_{\text{rec}} = 20\text{ eV}$ variiert. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{\text{ret}} = 10\text{ V}$. **Oben:** $q = 7$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 40\text{ V}$. **Unten:** $q = 8$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 30\text{ V}$. Da nur Ionen mit $E_{\text{rec}} > q \cdot U_{\text{eff}}$ transmittiert werden und $U_{\text{eff}} \neq U_{\text{ret}}$ werden einige Kurven von anderen überdeckt.

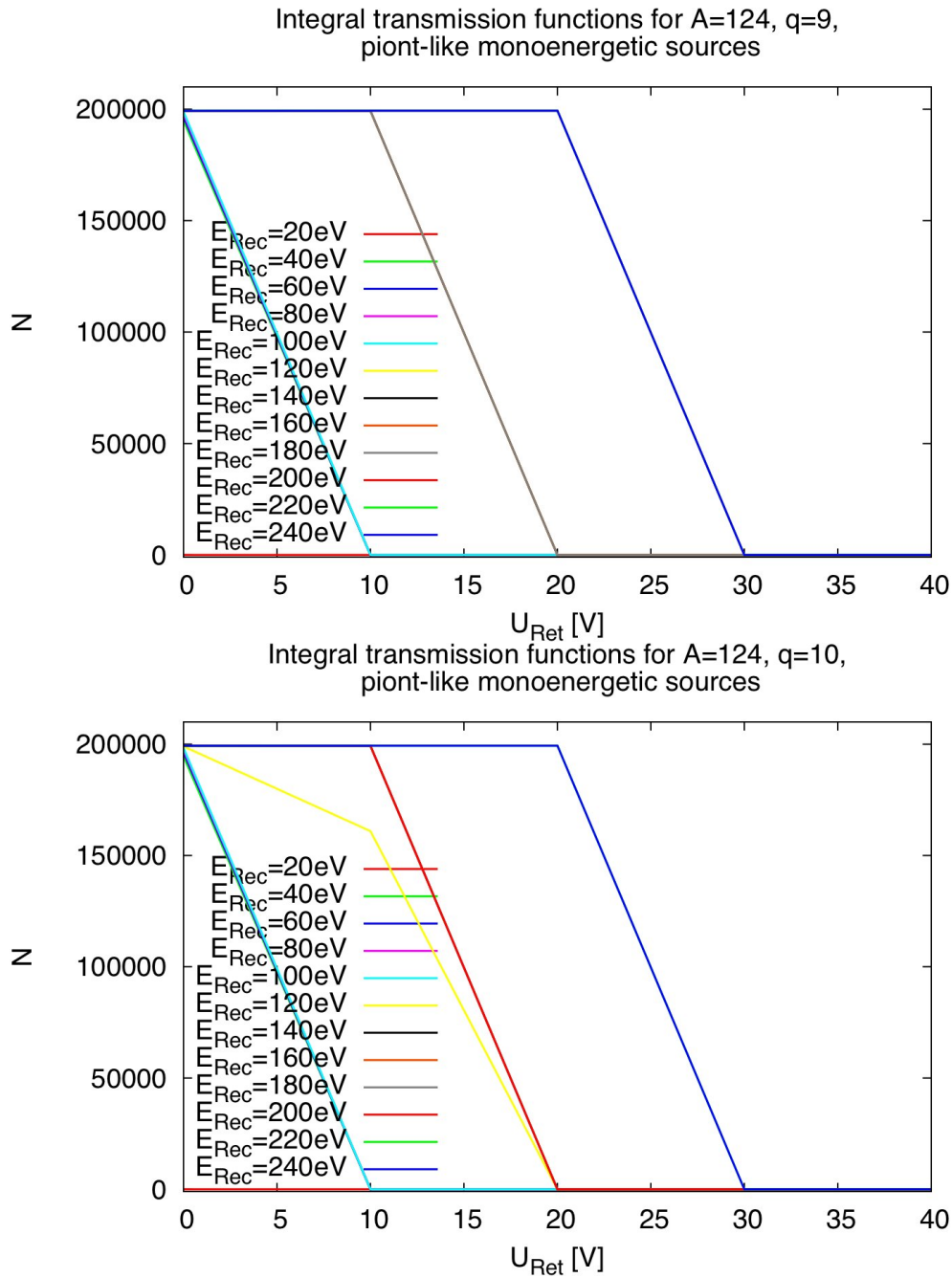


Abbildung B.4: Satz von Transmissionsfunktionen für ^{124}In und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die Rückstoßenergie wurde von $E_{\text{rec}} = 20 \text{ eV}$ bis $E_{\text{rec}} = 240 \text{ eV}$ in Schritten von $\Delta E_{\text{rec}} = 20 \text{ eV}$ variiert. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{\text{ret}} = 10 \text{ V}$. **Oben:** $q = 9$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 30 \text{ V}$. **Unten:** $q = 10$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 20 \text{ V}$. Da nur Ionen mit $E_{\text{rec}} > q \cdot U_{\text{eff}}$ transmittiert werden und $U_{\text{eff}} \neq U_{\text{ret}}$ werden einige Kurven von anderen überdeckt.

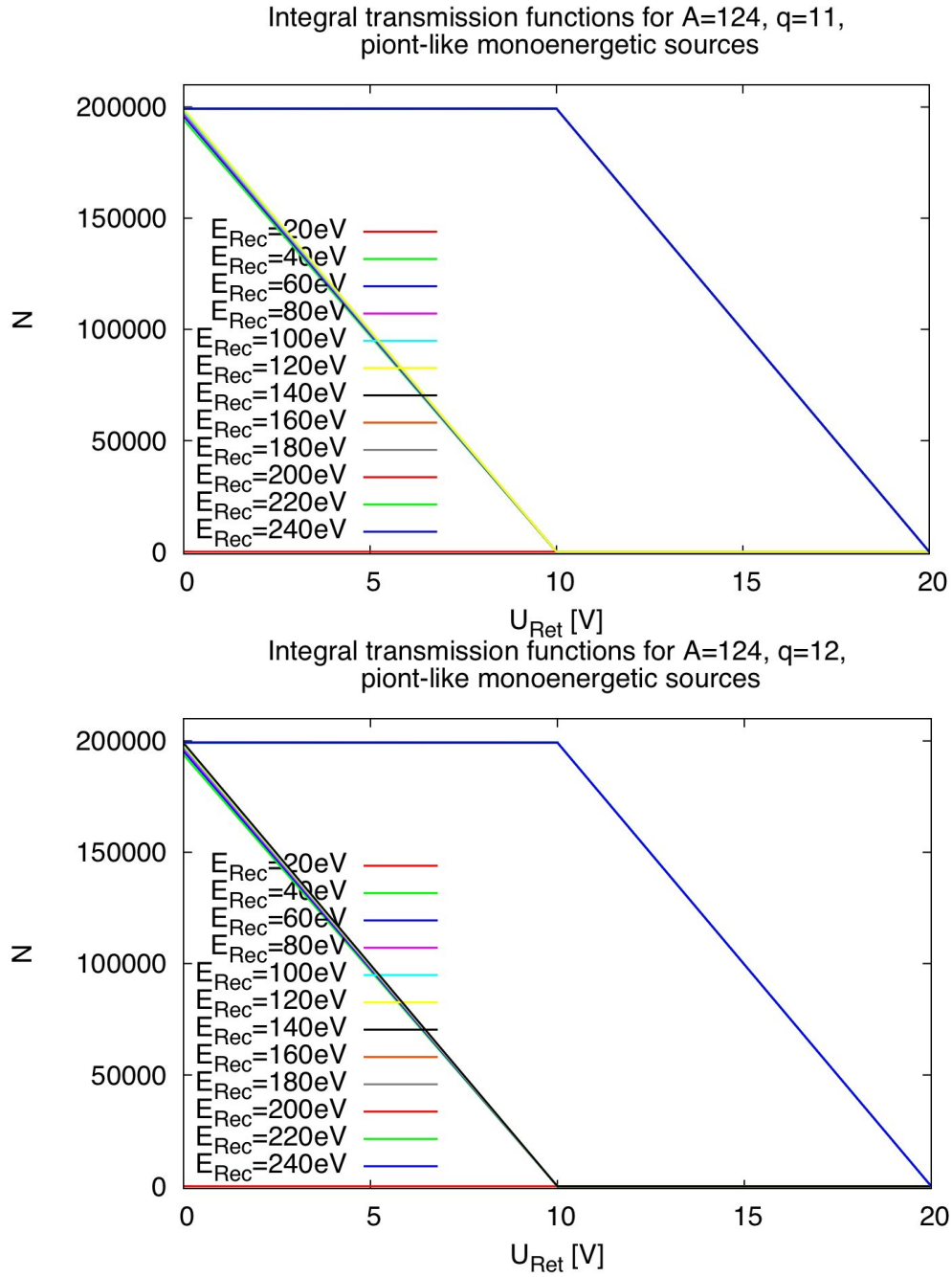


Abbildung B.5: Satz von Transmissionsfunktionen für ^{124}In und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die Rückstoßenergie wurde von $E_{\text{rec}} = 20$ eV bis $E_{\text{rec}} = 240$ eV in Schritten von $\Delta E_{\text{rec}} = 20$ eV variiert. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{\text{ret}} = 10$ V. **Oben:** $q = 11$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 20$ V. **Unten:** $q = 12$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 20$ V. Da nur Ionen mit $E_{\text{rec}} > q \cdot U_{\text{eff}}$ transmittiert werden und $U_{\text{eff}} \neq U_{\text{ret}}$ werden einige Kurven von anderen überdeckt.

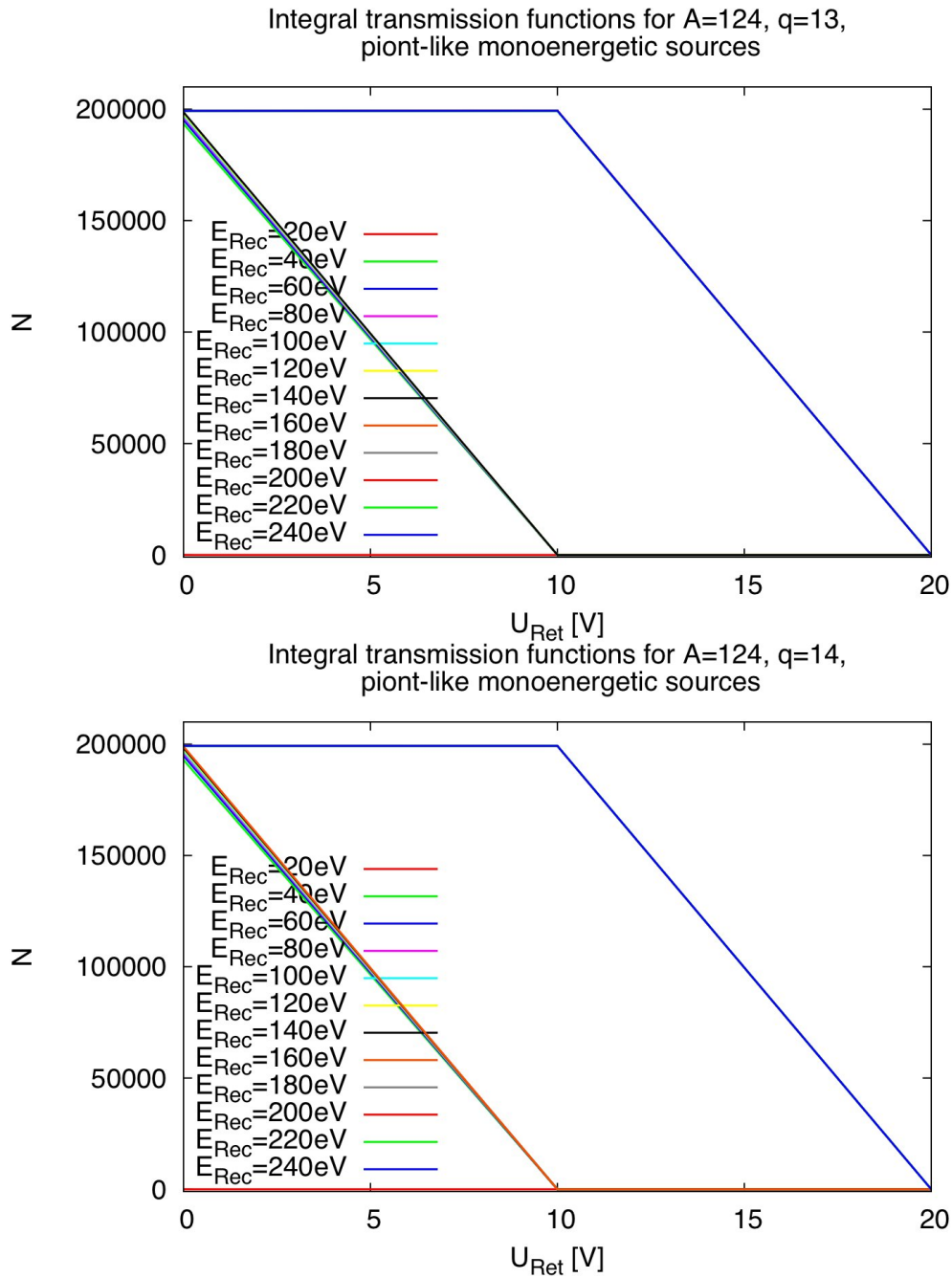


Abbildung B.6: Satz von Transmissionsfunktionen für ^{124}In und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die Rückstoßenergie wurde von $E_{\text{rec}} = 20 \text{ eV}$ bis $E_{\text{rec}} = 240 \text{ eV}$ in Schritten von $\Delta E_{\text{rec}} = 20 \text{ eV}$ variiert. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{\text{ret}} = 10 \text{ V}$, **Oben:** $q = 13$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 20 \text{ V}$. **Unten:** $q = 14$. Aufgrund des effektiven Retardierungspotentials (vgl. Abs. 6.3.2) enden die Transmissionsfunktionen bei $U_{\text{ret}} = 20 \text{ V}$. Da nur Ionen mit $E_{\text{rec}} > q \cdot U_{\text{eff}}$ transmittiert werden und $U_{\text{eff}} \neq U_{\text{ret}}$ werden einige Kurven von anderen überdeckt.

Anhang C

Die Suche nach Teilchenfallen im WITCH-Setup

Im Rahmen der Messung im Oktober 2006 kam es zu zahlreichen Entladungen zwischen Elektroden sowohl des Spektrometers als auch der Nachbeschleunigung (insbesondere SPACC01 und SPDRIF01). Dies führte dazu, dass die eigentliche Elektrodenbelegung nicht verwendet werden konnte. Wir nutzten schließlich die Einzellinse als Retardierungselektrode. Die eigentliche Retardierungselektroden waren auf Transmission geschaltet ($U_{ret} = -100\text{ V}$).

Man kann drei Effekte unterscheiden:

- Negativ geladene Teilchen, die zwischen dem hohen Magnetfeld der Zerfallsfalle und den negativ geladenen Elektroden der Nachbeschleunigung oder des Detektors entlang der magnetischen Feldlinien hin und her pendeln. Hierdurch baut sich eine Raumladung auf, die so lange erhalten bleibt, bis die Ionen ihre Energie durch Stöße abgegeben haben.
- Negative Ionen, die im hohen negativen Potential entstehen und den Potentialtopf herunterfallen, erhalten zusätzliche kinetische Energie. Durch Stöße mit den Restgasatomen können kontinuierlich weitere Ionen nachgeliefert werden.
- Kationen, welche mit hoher kinetischer Energie auf eine Kathode treffen können Elektronen aus dem Kathodenmaterial herauslösen, welche dann in das Spektrometer gelangen.

Bei den Teilchenfallen handelt es sich im Prinzip um Penningfallen. Die Ionen sind in ihrer Bewegung an die magnetischen Feldlinien gebunden. Dadurch werden sie in ihrer radialen Bewegung eingeschränkt. Verbindet die Magnetfeldlinie zwei Elektroden mit gleichem Ladungsvorzeichen, wird die Bewegung auch in axialer

Richtung eingeschränkt. Anstelle einer Elektrode kann dies auch durch ein starkes Magnetfeld aufgrund des magnetischen Spiegeleffekts bewirkt werden.

Damit eine Ionenfalle existieren kann, müssen folgende Randbedingungen erfüllt sein:

- Die beiden Elektroden müssen durch magnetische Feldlinien miteinander verbunden sein.
- Die Elektroden müssen entweder beide auf negativem Potential (für negative Ionen, insbesondere für Elektronen) oder beide auf positivem Potential (für positive Ionen) liegen und entlang der verbindenden Magnetfeldlinien muss das elektrische Potential abfallen.
- Das vorherrschende Magnetfeld muss hinreichend hoch sein.

Im Anschluss an diese Messung habe ich Magnetfeldlinien im WITCH-Setup berechnet, um festzustellen, welche Elektroden durch Feldlinien miteinander verbunden werden. Dabei kam ein Programm namens `fieldline.c` von Dr. Ferenc Glück zum Einsatz, welches auch schon von der KATRIN-Gruppe verwendet wurde [Hug08].

Es lassen sich zwei mögliche Kandidaten für Teilchenfallen ausfindig machen:

1. Die eine befindet sich zwischen der Zerfallsfalle und dem Detektor, respektive der Nachbeschleunigung (vgl. Abb. C.1). Sie tritt nur auf, wenn beide Elektroden auf negativem Potential betrieben werden. Möglichkeiten diese Falle auszuschalten:
 - Man könnte die Zerfallsfalle oder zumindest ihre äußere Endkappen-Elektrode auf positives Potential oder Erdpotential legen. Das könnte aber zu Problemen beim Speichern der Ionen in der Falle führen.
 - Durch eine Reduzierung des Magnetfelds im Bereich der Nachbeschleunigung ließe sich diese Falle ebenfalls beseitigen.
2. Die andere befindet sich zwischen der Nachbeschleunigung (SPACCE01 und SPACC02) und der Einzellinse (SPEINZ01) (vgl. Abb. C.2). Sie tritt nur auf, wenn beide Elektroden auf negativem Potential betrieben werden. Möglichkeiten diese Falle auszuschalten:
 - Man könnte die Einzellinse (SPEINZ01) auf positives Potential legen. Dies könnte aber zu Problemen bei der Fokussierung der Ionen führen.
 - Durch eine Reduzierung des Magnetfelds im Bereich der Nachbeschleunigung ließe sich diese Falle ebenfalls beseitigen.

- Der Einbau von Isolatormaterial zwischen den Elektroden wäre ebenfalls eine Lösung, sofern dies nicht die Bewegung der Rückstoßionen behindert.

Es besteht also die Möglichkeit, dass geladene Teilchen im WITCH-Spektrometer auf unerwünschte Weise gespeichert werden. Diese Teilchen könnten die Ursache für die beobachteten Entladungen sein. Es wäre daher ratsam zu prüfen, ob sich solche Entladungen auch beobachten lassen, wenn diese Teilchenfallen beseitigt wurden.

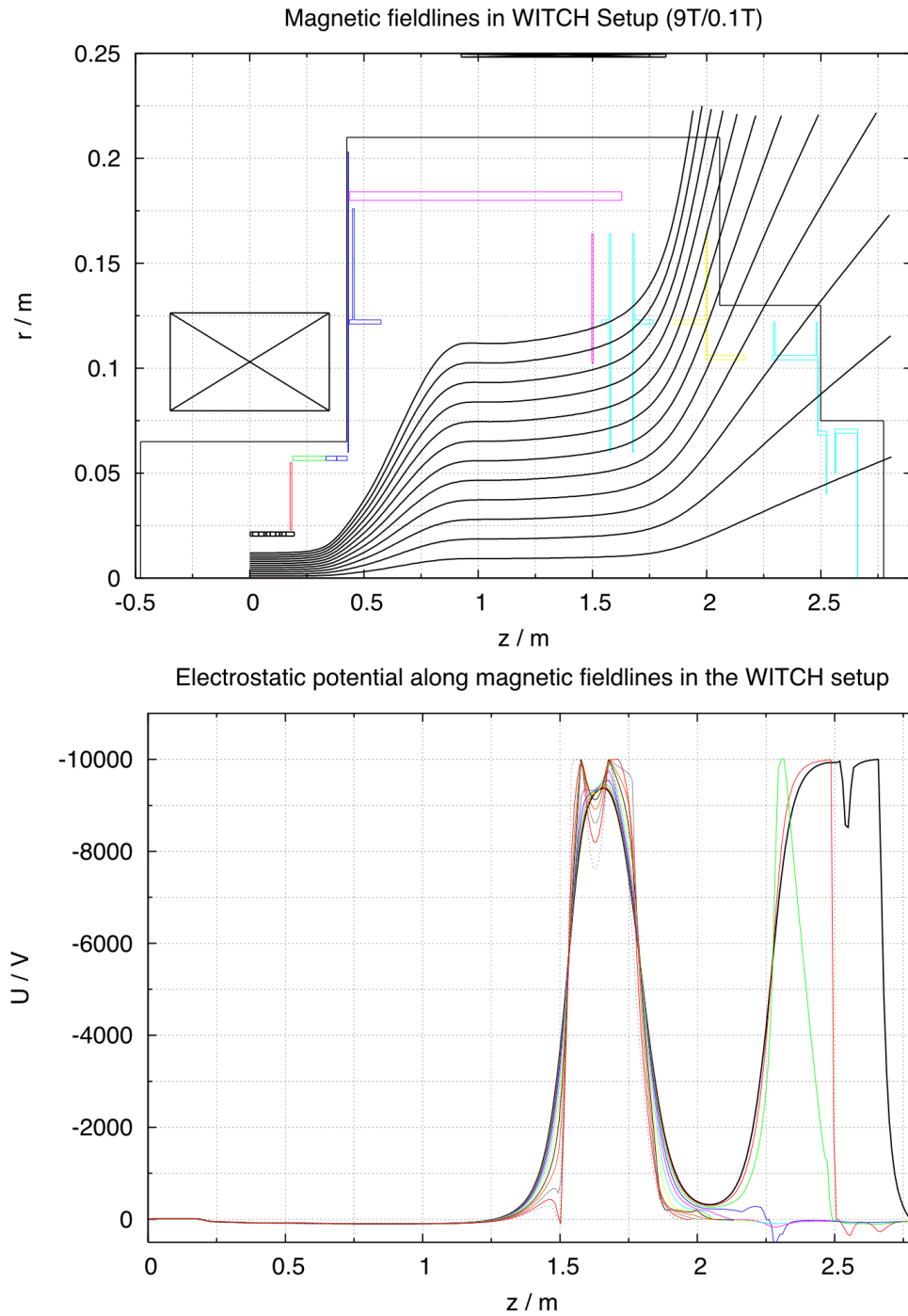


Abbildung C.1: Magnetfeldlinien im WITCH-Spektrometer (oben) und das elektrische Potential entlang dieser (unten). Die Magnetfeldlinien und das elektrische Potential wurden für die Standard-Elektrodenkonfiguration des WITCH-Spektrometers (vgl. Tab. 3.3), $B_{9\text{T}} = 9\text{ T}$ und $B_{0.2\text{T}} = 0.1\text{ T}$ berechnet.

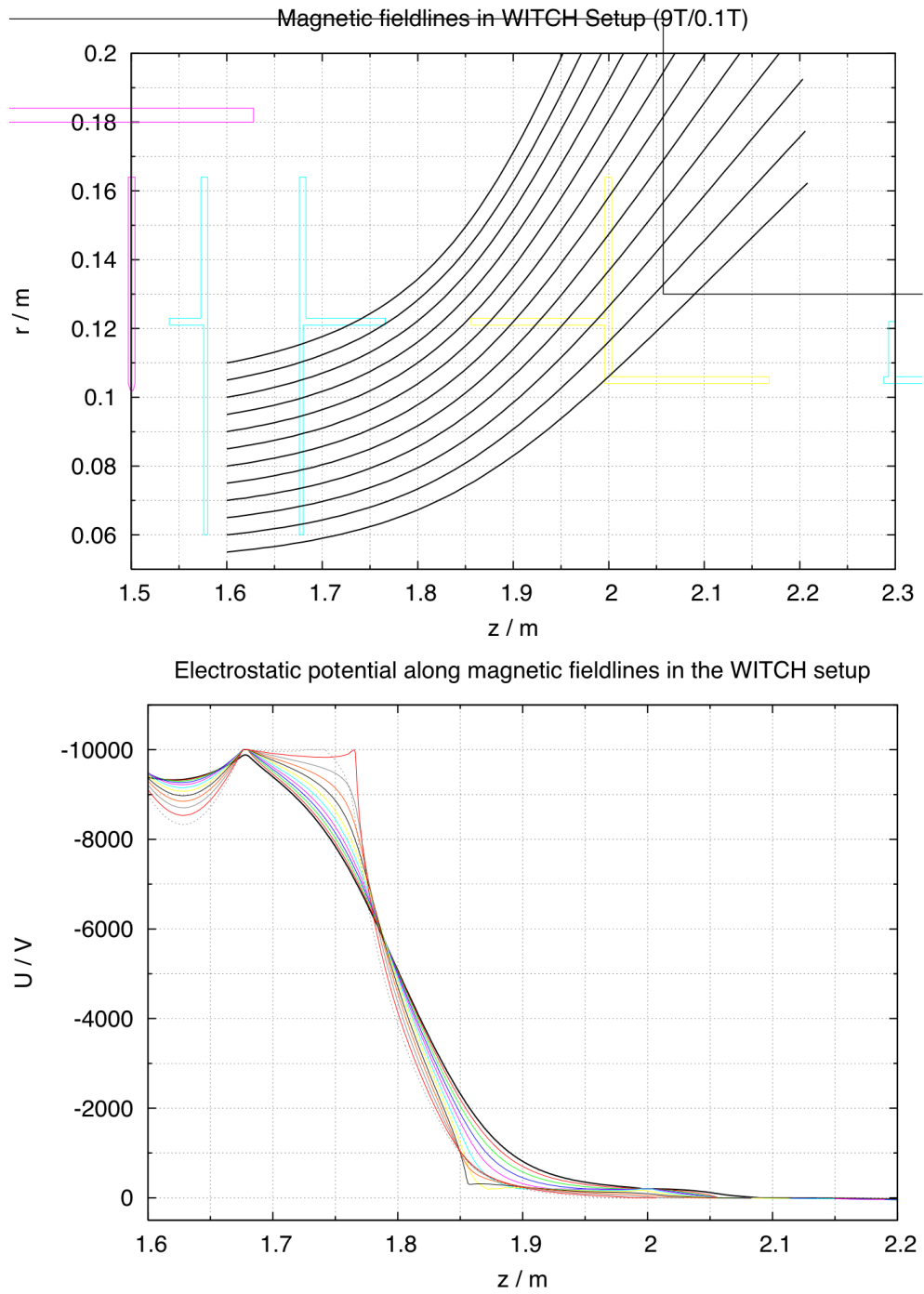


Abbildung C.2: Magnetfeldlinien zwischen der Nachbeschleunigung und der Einzellinse (oben) und das elektrische Potential entlang dieser (unten). Die Magnetfeldlinien und das elektrische Potential wurden für die Standard-Elektrodenkonfiguration des WITCH-Spektrometers (vgl. Tab. 3.3), $B_{9\text{T}} = 9\text{ T}$ und $B_{0.2\text{T}} = 0.1\text{ T}$ berechnet.

Anhang D

Transmissionsfunktionen der Simulationen zur Messung mit ^{35}Ar

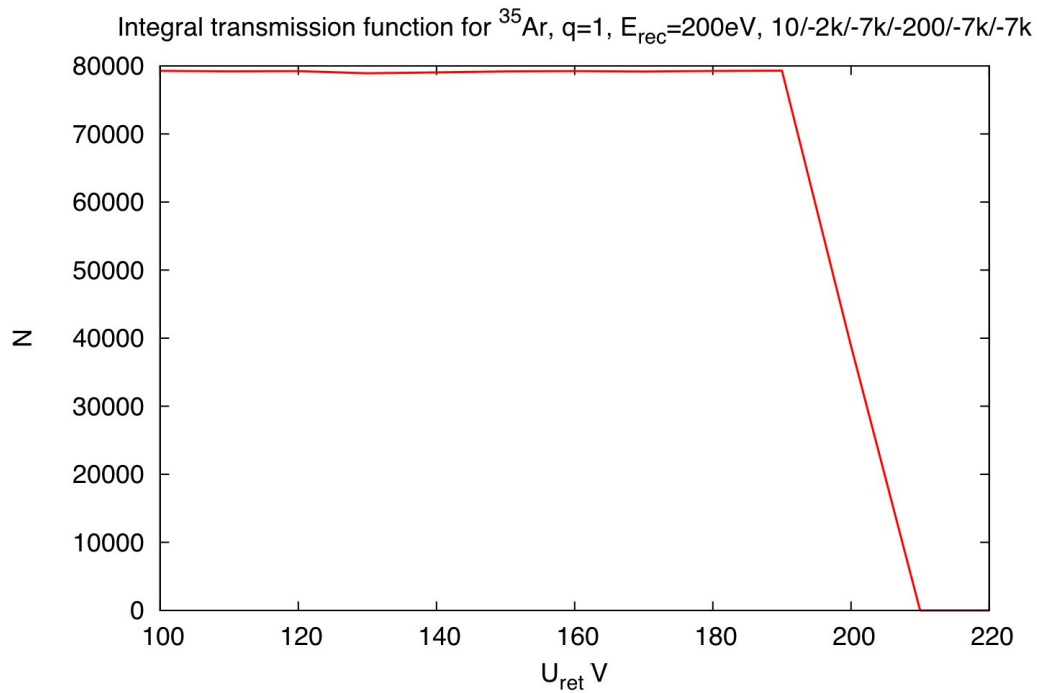


Abbildung D.1: Transmissionsfunktionen für ^{35}Ar , $E_{\text{rec}} = 200\text{eV}$, $q = 1$ und $N_{\text{ini}} = 100000$ Ereignissen in der Falle. Alle Detektor- und Nachbeschleunigungselektroden lagen auf -7 kV , außer SPACCE01, welche auf $U_{\text{SPACCE01}} = -2\text{ kV}$ lag. Die Spannung der Einzellinse betrug $U_{\text{EINZ01}} = -200\text{ V}$.

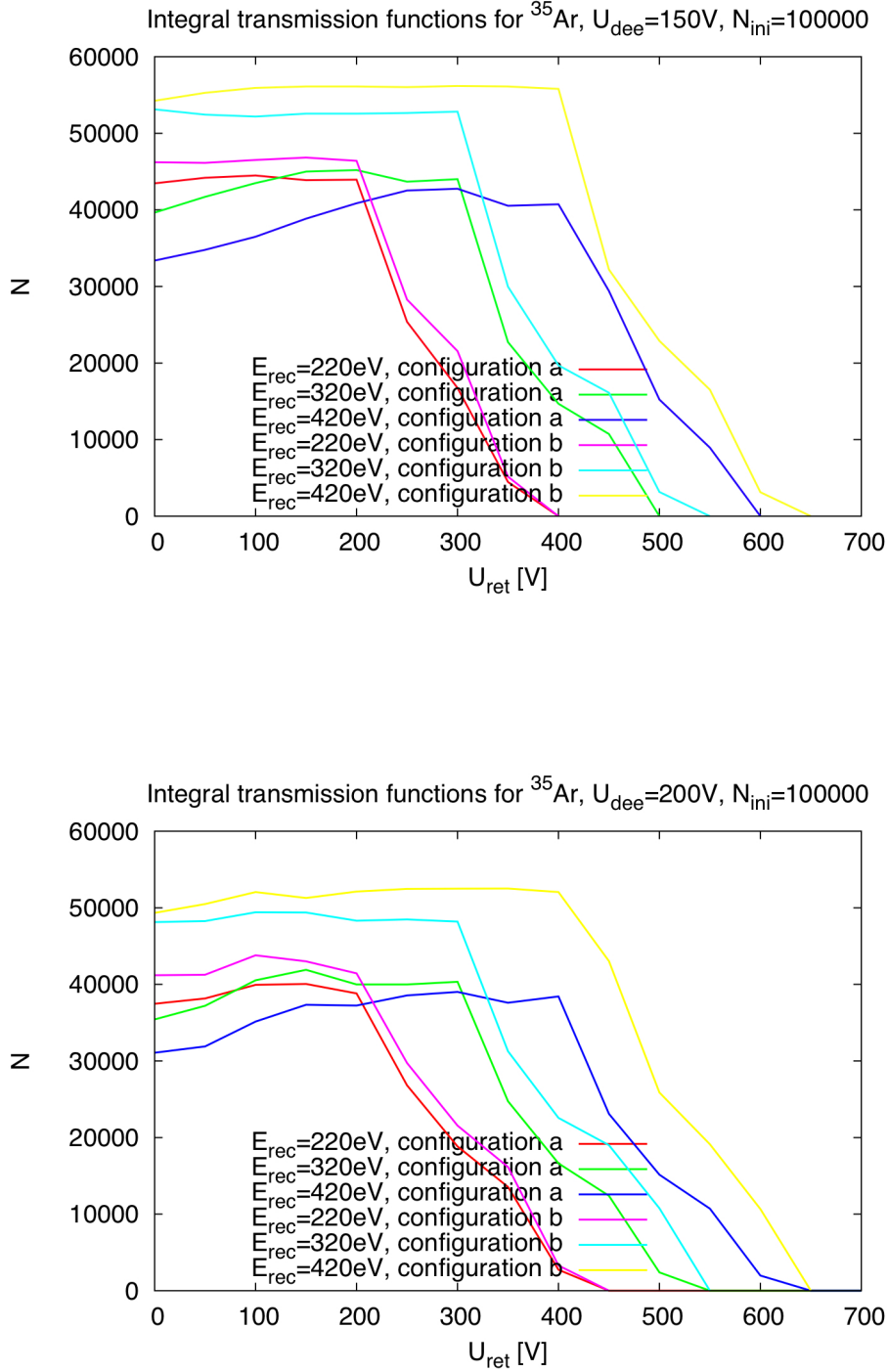


Abbildung D.2: Satz von Transmissionsfunktionen für die Konfigurationen a und b, ^{35}Ar , $q = 1$ und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die äußere Endkappenelektrode der Zerfallsfalle lag auf $U_{dee} = 150\text{V}$ (oben) bzw. $U_{dee} = 200\text{V}$ (unten). Die simulierten Rückstoßenergien umfassen $E_{rec} = 220\text{eV}$, $E_{rec} = 320\text{eV}$ und $E_{rec} = 420\text{eV}$. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{ret} = 50\text{V}$. Der Endpunkt der Transmissionsfunktionen ergibt sich zu: $U_{ret,end} \geq U_{dee} + E_{rec}/q$.

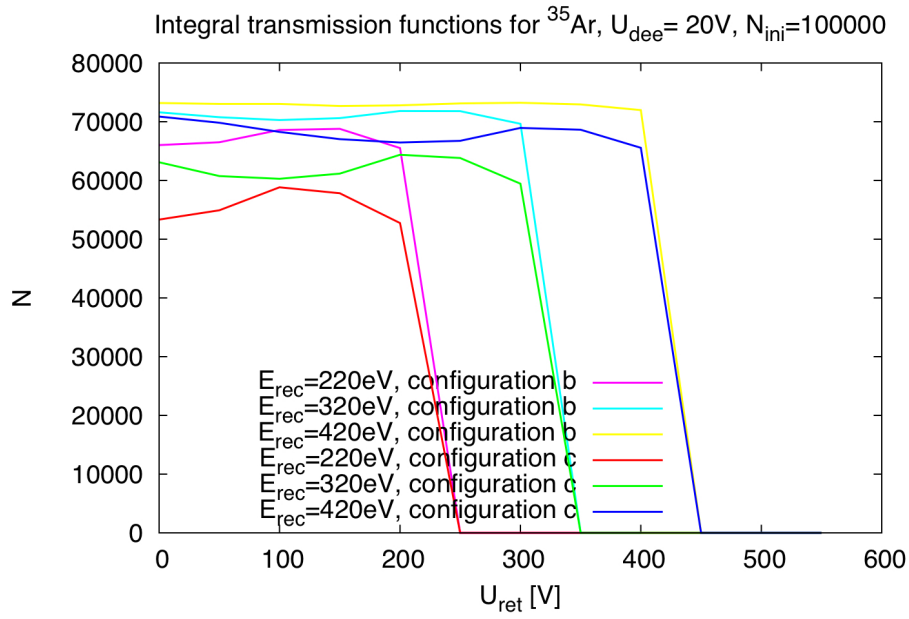


Abbildung D.3: Satz von Transmissionsfunktionen für die Konfigurationen **b** und **c**, ^{35}Ar , $q = 1$ und verschiedene Rückstoßenergien E_{Rec} . Die äußere Endkappenelektrode der Zerfallsfalle lag auf $U_{dee} = 20\text{V}$. Die simulierten Rückstoßenergien umfassen $E_{rec} = 220\text{eV}$, $E_{rec} = 320\text{eV}$ und $E_{rec} = 420\text{eV}$. Die Schrittweite der Retardierungsspannungen betrug $\Delta U_{ret} = 50\text{V}$. Der Endpunkt der Transmissionsfunktionen ergibt sich zu: $U_{ret,end} \geq U_{dee} + E_{rec}/q$.

Literaturverzeichnis

- [Ade99] Adelberger, E. G., *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1299.
- [Ban04] Ban, G., *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A 518** (2004) 712.
- [Bec01] Beck, D., *et al.*, Hyp. Int. **132** (2001) 473.
- [Ber03] Berg, M. A. B., *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B 204** (2003) 523.
- [Bol96] Bollen, G., *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A 308** (1996) 675.
- [Bro95] Bronstein, I. N., *et al.*, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, (1995).
- [Coe07] Coeck, S., *Search for non Standard Model physics in nuclear β -decay with the WITCH experiment*, Ph. D. Thesis, Katholieke Universiteit Leuven (2007).
- [Coe07a] Coeck, S., *et al.*, *A Pulsed Drift Cavity to capture 30 keV ion bunches at ground potential*, Nucl. Instr. and Meth. **A 572** (2007) 585-595.
- [Coe07b] Coeck, S., *et al.*, *Ab initio simulations on the behaviour of small ion clouds in the WITCH Penning trap system*, Nucl. Instr. and Meth. **A 574** (2007) 370-384.
- [Del04] Delaur, B., *Development of a Penning Trap based Set-up for Precision Tests of the Standard Model*, Ph. D. Thesis, Katholieke Universiteit Leuven (2004).
- [Dub99] Dubin, D. H. E. and T. M. O'Neil, Rev. Mod. Phys. **71** (1), 87 (1999).
- [Fer34] Fermi, E., Z. Phys. **88** (1934) 161.
- [GT36] Gamow, G. and Teller, E., Phys. Rev. **49** (1936) 895.
- [Gla61] Glashow, S. L., Nucl. Phys. **22** (1961) 579.
- [Glu05] Glück, F., *et al.*, *The neutron decay retardation spectrometer aSPECT: Electromagnetic design and systematic effects*, Eur. Phys. J. **A 23** (2005) 135.

- [Glu07] Glück, F., *priv. comm.* (2007).
- [Gor05] Gorelov, A., et al., Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 2501.
- [HaW04] Haken, H. und H. C. Wolf, *Atom- und Quantenphysik*, 8. Aufl., Springer (2004) 420.
- [Hin97] Hinterberger, F., *Physik der Teilchebeschleuniger und Ionenoptik*, 1. Auflage, Springer (1997) 211.
- [Hug08] Hugenberg, K., Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität Münster (2008).
- [Jac57] Jackson, J. D., *Coulomb Corrections in allowed beta transitions*, Nuc. Phys. 4 (1957) 206.
- [Jac02] Jackson, J. D., *Klassische Elektrodynamik*, 3. Auflage, de Gruyter (2002).
- [Joh63] Johnson, C. D., et al., Phys. Rev. **132** (1963) 1149.
- [Koz05] Kozlov, V. Yz., *WITCH, a Penning trap for weak interaction studies*, Ph. D. Thesis, Katholieke Universiteit Leuven (2005).
- [Kra03] Kraus, C., Dissertation, Inst. f. Physik, Universität Mainz (2003).
- [Kug00] Kugler, E., *The ISOLDE facility*, Hyp. Int. **129** (2000) 23.
- [Kut01] Kutta, W., Zeitschr. f. Math. u. Phys. **46** (1901) 435-453.
- [Lee56] Lee, T. D. and C. N. Yang, *Question of Parity Conservation in Weak Interactions*, Phys. Rev. **104** (1956) 1.
- [Lie05] Linard, E., et al., Nucl. Instr. and Meth. **A 551** (2005) 375.
- [Num01] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, Second Edition (1992)
- [Sch01] Schmidt, P., *REXTRAP: Ion accumulation, cooling and bunching for REX-ISOLDE*, PhD, Johannes Gutenberg-Universität in Mainz (2001).
- [Sci04] Scielzo, N., et al., Phys. Rev. Lett. **93**(10) (2004) 2501.
- [Sev06] Severijns, N., Beck, M. and Naviliat-Cuncic, O., Rev. Mod. Phys. **78** (2006) 991.
- [Val04] Valerius, K., *Elektromagnetisches Design für das Hauptspektrometer des KATRIN Experiments*, Diplomarbeit, Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2004).

- [Voe08] Voecking, S., Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität Münster (2008).
- [Wei67] Weinberg, S., Phys. Rev. Lett. **19** (1967)1264.
- [Wil99] Wilshut, H., *et al.*, *Trapped radiocative isotopes: Micro-laboratories for fundamental physics*, Technical report, Kernfysisch Versneller Instituut, Groningen, The Netherlands (1999).
- [Wu57] Wu, C. S., *et al.*, Phys. Rev. **105** (1957) 1413.
- [WuM66] Wu, C. S. and S. A. Moszkowski, *Beta decay*, John Clley and Sons, New York (1966).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen, die zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen haben, herzlich danken.

Ich danke Prof. Dr. Christian Weinheimer dafür, das er mir diese interessante und anspruchsvolle Aufgabe übertragen hat. Die geduldige und kompetente Betreuung war mir stets eine große Hilfe. Durch seine vielen Ratschläge und Anregungen hat er mich auf neue Fragestellungen hingewiesen und mir bei den auftretenden Problemen geholfen.

Bei Prof. Dr. Johannes P. Wessels bedanke ich mich dafür, dass er bereit war kurzfristig das Koreferat für meine Diplomarbeit zu übernehmen.

Bei Dr. Marcus Beck möchte mich für die engagierte Betreuung, die vielen interessanten Gespräche und die enormen Unterstützung während meiner Diplomarbeit bedanken. Er stand mir, wann immer nötig, mit Rat zur Seite. Ohne seine Hilfe wäre diese Arbeit sicher nicht das geworden, was sie nun ist.

Dr. Ferenc Glück hat durch die Bereitstellung der von ihm entwickelten Bahnverfolgungsroutine einen großen Anteil am Gelingen dieser Arbeit. Ich möchte mich bei ihm nicht nur für die zur Verfügung gestellten Programme, sondern auch für die unzähligen beantworteten Fragen und die zahlreichen Hilfestellungen ganz herzlich bedanken.

Vielen Dank auch an die „KATHRIN-Simulanten“ KathrinValerius, Karen Hugenberg und Sebastian Voecking die mir bei jeglichen Hardware- wie Softwareproblemen stets mit Rat und Tat zur Seite standen.

Auch den übrigen Mitgliedern der AG Weinheimer danke ich für die tolle Zusammenarbeit und die angenehme Arbeitsatmosphäre.

I'd like to thank Prof. Dr. Nathal Severijns and the WITCH team in Leuven for the nice collaboration and the kind support I received during my work. The times at CERN have been an unforgettable experience. Also former WITCH members Valentin Yz. Kozlov and Sam Coeck have helped me a lot with providing me with tons of information and answering thousands of questions. Thank you very much.

Nicht zuletzt danke ich meiner Familie, insbesondere meinen Eltern Gisela und Manfred Friedag, die mich während des Studiums tatkräftig unterstützt haben und auf die ich mich auch in schwierigen Situationen immer verlassen konnte. Ich weiß wirklich zu schätzen was Ihr für mich getan habt und betrachte das keineswegs als selbstverständlich.