

Untersuchung der Eigenschaften und systematischen Effekte des WITCH-Experiments

von

Jonas Mader

Diplomarbeit in Physik

angefertigt im

Institut für Kernphysik

vorgelegt der

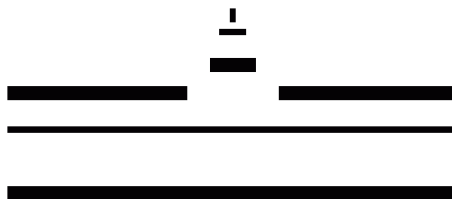
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Westfälischen-Wilhelms-Universität

Münster

im Januar 2010



Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Aufgabenstellung und Gliederung	3
2	Theorie	5
2.1	Das Standardmodell	6
2.2	Geschichtliche Entwicklung des β -Zerfalls	9
2.3	Allgemeine Theorie zum Kern- β -Zerfall	9
2.4	Paritätsverletzung	12
2.4.1	Die $V - A$ Theorie	14
2.4.2	Der β - ν -Korrelationskoeffizient	15
3	Das WITCH-Experiment	19
3.1	CERN-ISOLDE	20
3.1.1	REX-Trap	22
3.2	WITCH Aufbau	23
3.3	Die Penningfallen	25
3.3.1	Prinzip der Penningfalle	25
3.3.2	Kühler-Falle	29
3.3.3	Zerfalls-Falle	31
3.3.4	Übergang zwischen den Fallen	31
3.3.5	Systematische Effekte der Penningfallen	32

3.4	Spektrometer mit MAC-E-Filter	33
3.4.1	Systematische Effekte des Spektrometers	36
3.5	Mikrokanalplatten-Detektor	37
4	Das Simulations-Tool SimWITCH	41
4.1	Übersicht	42
4.2	Modularer Neuaufbau und Bestandteile	43
4.3	Feldberechnungen	46
4.4	Bahnverfolgungsroutine	47
4.4.1	Einzelbahnverfolgung	49
4.4.2	Multibahnverfolgung	51
4.4.3	Monte-Carlo-Verfahren	55
4.4.4	Der Spektrum-Generator	60
4.5	Das Rechen-Cluster	62
4.5.1	Die Matrix-Methode	63
4.6	Ausblick	64
5	Simulationen mit SimWITCH	67
5.1	Simulationen zur Strahlzeit 2006 mit Indium	69
5.2	Einfluss der Ionenwolkengröße auf Indium-Rückstoßionen	72
5.2.1	Teilchenbahn-Analyse der Indium-Rückstoßionen	73
5.2.2	Vergleich Ein- und Ausgabe-Rückstoßspektrum für Indium	76
5.2.3	Ionenverteilung auf dem Detektor für Indium	80
5.3	Einfluss der Detektorposition auf Indium-Rückstoßionen	83
5.4	Einfluss der Ionenwolkengröße auf Indium- β -Teilchen	85
5.4.1	Teilchenbahn-Analyse der β -Teilchen	86
5.4.2	Vergleich Ein- und Ausgabe-Betaspektrum für Indium	89
5.4.3	Elektronenverteilung auf dem Detektor für Indium	91
5.5	Simulationen zur Strahlzeit 2007 mit Argon	92
5.6	Einfluss der Ionenwolkengröße auf Argon-Rückstoßionen	95
5.6.1	Teilchenbahn Analyse der Argon-Rückstoßionen	96

5.6.2	Vergleich Ein- und Ausgabe-Rückstoßspektrum für Argon . . .	98
5.6.3	Ionenverteilung auf dem Detektor für Argon	99
5.7	Einfluss der Fallentiefe auf Argon-Rückstoßionen	100
5.8	Zusammenfassung und Diskussion	103
6	Vergleich von Simulation und Experiment	107
6.1	Detektorverteilung	108
6.1.1	Signal-zu-Untergrund-Verhältnis	109
6.1.2	Halbwertsbreiten-Vergleich	114
6.2	Zusammenfassung und Diskussion	115
7	Zusammenfassung und Ausblick	119
A	Rechencluster Job-Datei	125
B	Teilchenbahn Analyse	127
C	Detektorverteilungen	139
D	Simulation der Beta-Teilchen des Argon-Zerfalls	147
E	Kreisschnitte der experimentellen Daten	149

KAPITEL 1

Einführung

Vor bereits über einem Jahrhundert ist die schwache Wechselwirkung durch ihren wohl prominentesten Vertreter, den β^- -Zerfall, entdeckt worden. Seitdem ist die dahinterstehende Theorie immer weiter verbessert und durch neue Entdeckungen erweitert worden.

Im heutigen Standardmodell sind die fünf theoretisch möglichen Wechselwirkungsarten der schwachen Wechselwirkung, skalar (S), pseudoskalar (P), tensorielle (T), vektoriell (V) und axial-vektoriell (A), im Rahmen der $V - A$ -Theorie auf die letzten zwei reduziert. Die Untersuchung der skalaren Anteile am β -Zerfall ist Ziel des WITCH-Experiments (**W**eam **I**nteraction **T**rap for **C**harged particles).

Welche Wechselwirkungsarten tatsächlich beteiligt sind, spiegelt sich unter anderem in dem β - ν -Korrelationskoeffizient a wider, welcher sich nicht direkt messen lässt, jedoch die Form des Energiespektrums von Rückstoßionen beeinflusst. Die Präzisionsmessung solcher Rückstoßspektren, die dazu dienen eine Aussage über die beteiligten Wechselwirkungsarten treffen zu können, ist das Ziel des WITCH-Experiments. Hierbei wird eine Genauigkeit von $\Delta a < 0.5\%$ angestrebt (**vgl. Kapitel 2**).

WITCH greift hierzu auf die umfangreiche Auswahl an Isotopen von ISOLDE (Isotope Separator On Line DEtector) des europäischen Kernforschungszentrums CERN zurück. Die hier zur Verfügung gestellten Ionen werden mithilfe von zwei Penningfallen gestoppt und gespeichert. Finden Zerfälle statt, werden die Rückstoßionen mithilfe von Magnetfeldlinien Richtung Detektor durch den Spektrometertank geleitet. Bei diesem handelt es sich um einen sogenannten MAC-E-Filter (**M**agnetic **A**diabatic **C**ollimation with **E**lectrostatic retardation), welcher durch Transformation von longitudinaler in transversale Energie und anschließender Retardierung, zulässt die Energie der Rückstoßionen sowohl mit hoher Auflösung, als auch mit hoher Intensität, zu bestimmen.

Durch Variation des Retardierungspotentials soll so ein Rückstoßspektrum aufgenommen werden, aus dessen Form klein a bestimmt werden kann (**vgl. Kapitel 3**).

Simulationen zur Vorbereitung und zum Verständnis des experimentellen Aufbaus sind dabei unerlässlich und lagen bereits im Fokus von [Fri08]. In diesem Rahmen wurde das Simulationspaket „SimWITCH“ aufgebaut, welches die Berechnung der Trajektorien von Ionen und β -Teilchen durch den WITCH-Aufbau ermöglicht. An diesen Grundstein wurde mit dieser Arbeit angeknüpft.

1.1 Aufgabenstellung und Gliederung

Das bereits bestehende Simulationspaket beinhaltet die Bahnverfolgungsroutine, deren Startbedingungen der Nutzer eingeben, systematisch variieren oder mithilfe einer Monte-Carlo-Funktion würfeln lassen kann. Um die Trajektorien der Teilchen simulieren zu können, ist die Berechnung der elektrischen und magnetischen Felder, wie sie durch die Magnet- und Elektrodenkonfiguration erzeugt werden, notwendig. Auch dies ist Teil des Simulationspaketes.

Während dieser Arbeit wurde SimWITCH überarbeitet und in einer modularen Weise neu aufgebaut, um die Erweiterung und Wartung des Programms zu erleichtern. Im Laufe dieser Überarbeitung wurden zudem weitere Funktionen implementiert, wie die Berechnung und Verwendung eines kontinuierlichen Energiespektrums (**vgl. Kapitel 4**).

Mithilfe von SimWITCH und den neu implementierten Funktionen wurden die Simulationen als Hauptbestandteil dieser Arbeit durchgeführt. Dabei flossen die Informationen, Konfigurationen und Daten der beiden Strahlzeiten 2006 und 2007 in die Randbedingungen mit ein. Dementsprechend wurden Simulationen mit Indium (2006) und Argon (2007) durchgeführt. Hauptaugenmerk lag bei allen Simulationen auf den systematischen Effekten des experimentellen Aufbaus. So wurde für beide Elemente der Einfluss der Ionenwolkengröße auf die Rückstoßspektren aufgezeigt. Auch wenn für beide Zerfälle keine Energiespektren der β -Teilchen gemessen werden sollen, so wurden diese dennoch simuliert und ausgewertet, um das Verständnis über die Einflüsse der Ionenwolkengröße zu vertiefen.

Desweiteren wurde exemplarisch für Indium die Bedeutung der Detektorposition

und für Argon die Abhängigkeit des Rückstoßspektrums von der Potentialtiefe der Zerfallsfalle herausgearbeitet (**vgl. Kapitel 5**).

Die durchgeführten Simulationen konnten dabei sowohl über einige Eigenschaften von WITCH Aufschluß geben, wie auch auch noch bestehende Problematiken des Programms selbst aufzeigen.

Darüber hinaus war es möglich die Ergebnisse mit den Messdaten der Strahlzeit mit Indium von 2006 zu vergleichen. Durch diesen Vergleich konnte eine Abschätzung der Ionenwolkengröße gegeben werden. Außerdem konnten die Daten im Rahmen dieses Vergleichs analysiert und experimentelle Probleme herausgestellt werden (**vgl. Kapitel 6**).

Abschließend werden die Ergebnisse noch einmal zusammengefasst und ein mögliches, weiteres Vorgehen angeregt (**vgl. Kapitel 7**).

KAPITEL 2

Theorie

Das WITCH-Experiment will vornehmlich einige Ansichten über das heutige Standardmodell, insbesondere hinsichtlich der Eigenschaften der schwachen Wechselwirkung, überprüfen. In den folgenden Abschnitten soll eine kurze Übersicht über die Elementarteilchen und die zwischen ihnen wirkenden Kräfte gegeben, wobei speziell auf die Theorie des β -Zerfalls eingegangen wird.

2.1 Das Standardmodell

Im heute etablierten Standardmodell der Kernphysik sind zwölf Spin-1/2-Teilchen, d.h. Fermionen, enthalten, die sich in sechs Leptonen und sechs Quarks aufteilen. Diese können in drei Generationen eingeteilt werden:

	Generation		
Fermionen	1	2	3
Leptonen	ν_e	ν_μ	ν_τ
	e	μ	τ
Quarks	u	c	t
	d	s	b

Neben diesen zwölf Teilchen gehören auch ihre zwölf Antiteilchen zum Standardmodell. Diese unterscheiden sich von ihren „Partnern“ hinsichtlich ihrer additiven Quantenzahlen, welche jeweils entgegengesetzt sind.

Vernachlässigt man die Masse der Teilchen, kann man ihnen eine wohldefinierte Helizität \mathcal{H}^1 zuordnen:

$$\mathcal{H} = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|}. \quad (2.1)$$

Hiermit können die Elementarteilchen in linkshändige und rechtshändige Teilchen aufgeteilt werden. Da das Neutrino im heutigen Standardmodell noch als masselos

¹Für massebehaftete Teilchen gilt $\mathcal{H} \in [-S, -S + 1, \dots, S - 1, S]$; es gibt also $2S+1$ mögliche Werte.

angesehen wird, treten sie nur als linkshändige Teilchen auf. So ergeben sich für jede Generation zwei linkshändige Dubletts mit $\mathcal{H} = -1$, d.h. antiparallelem Spin- und Impulsvektor und ein rechtshändiges Singulett mit $\mathcal{H} = +1$, also parallelen Vektoren:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$$

$$\{e_R^-, u_R, d_R\} \quad \{\mu_R^-, c_R, s_R\} \quad \{\tau_R^-, t_R, b_R\}$$

In der Übersicht ist zu sehen, dass rechtshändige Neutrinos nicht auftreten². Tatsächlich sind nur Teilchen mit $\mathcal{H} = -1$ an der schwachen Wechselwirkung beteiligt.

Neben diesen Elementarteilchen umfasst das Standardmodell drei grundlegende Kräfte zwischen ihnen: die schwache, starke und elektromagnetische Wechselwirkung. Jede dieser Kräfte wird durch Austauschteilchen, oder auch Vektorbosonen, vermittelt:

Wechselwirkung	Kopplung	Vektorboson
schwach	schwacher Isospin	W^\pm, Z^0
stark	Farbe	8 Gluonen g
el.magn.	el. Ladung	Photon γ

Die Wechselwirkungen entstammen Eichsymmetrien, bzw. den drei Eichgruppen - $U(1)$, $SU(2)$ und $SU(3)$. Das Photon (γ) entspringt der $U(1)$, es trägt selbst keine Ladung und koppelt an alle geladenen Teilchen, d.h. an alle sechs Quarks und die drei geladenen Leptonen. Das Austauschteilchen ist masselos und die Reichweite der elektromagnetischen Wechselwirkung somit unendlich.

Mit gewissen Parallelen ergeben sich aus der Eichgruppe $SU(3)$ die Austauschteilchen der starken Wechselwirkung, die Gluonen. Sie bewirken ein Zusammenhalten der einzelnen Quarks zu Zweier- bzw. Dreiersystemen, welche als Mesonen ($q\bar{q}$)

²Ausgenommen Antineutrinos, welche immer als rechtshändig definiert sind.

bzw. als Baryonen (qqq) bezeichnet werden. Daneben werden auch exotische Systeme z.B. aus fünf ($qqq\bar{q}q$) oder sechs ($q\bar{q}q\bar{q}q\bar{q}$) Quarks erwartet, welche jedoch noch nicht beobachtet wurden.

Gluonen selbst tragen im Gegensatz zum Photon (Farb-)Ladungen und wechselwirken somit auch untereinander. Theoretisch gibt es neun Zustände, die in einem Oktett und einem Singulett angeordnet sind. Allerdings ist der Singulettzustand symmetrisch aus Farben und Antifarben zusammengesetzt und kann daher nicht als Austauscheteilchen fungieren.

Die Invarianz unter $SU(2)$ -Transformation führt zu drei Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung, welche jedoch im Vergleich zu W^\pm und Z^0 masselos sind.

Durch Verbindung der zwei Eichgruppen

$$U(1) \times SU(2)$$

zur elektroschwachen Wechselwirkung ergibt sich aus der Transformation ein weiteres Eichboson. Allerdings sind alle vier nach wie vor masselos. Erst durch Einführung des Higgs-Bosons werden drei der vier Austauscheteilchen mit Masse behaftet und können mit den Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung in Verbindung gebracht werden, mit $M_{W^\pm} \approx 80 \text{ GeV}$ und $M_Z \approx 90 \text{ GeV}$. Hier ist leicht ersichtlich, warum diese Wechselwirkung als „schwach“ bezeichnet wird: mit derart hohen Massen nach der Unschärferelation $\Delta t \gtrsim \hbar/\Delta E$ sind nur sehr kurze Halbwertszeiten und somit auch nur sehr kurze Reichweiten möglich.

Die starke und elektromagnetische Wechselwirkung werden in dieser Diplomarbeit nicht weiter berücksichtigt, weswegen im Folgenden nur die schwache Wechselwirkung näher beschrieben wird. Hierzu folgt ein kurzer Abriss der geschichtlichen Entwicklung, da die Entdeckung der schwachen Wechselwirkung mit der Erforschung des β -Zerfalls eng einhergeht.

2.2 Geschichtliche Entwicklung des β -Zerfalls

Antoine Henri Becquerel entdeckte 1896 bei seinen Experimenten mit Uransalzen den β^- -Zerfall. Ihm fiel auf, dass die auftretenden Halbwertszeiten zu lang sind, um mit der starken Wechselwirkung in Verbindung gebracht zu werden. Außerdem erschien es Becquerel nicht plausibel, die elektromagnetische Wechselwirkung für den Übergang eines *ungeladenen* Neutrons in ein Proton in Betracht zu ziehen.

1914 beobachtete James Chadwick ein kontinuierliches Spektrum beim β -Zerfall. Dies ließ befürchten, dass neben Energie und Impuls auch der Drehimpuls nicht erhalten bleibt. 1931 fand Wolfgang Pauli eine Lösung durch die Einführung eines weiteren am β -Zerfall beteiligten Teilchens, welches Enrico Fermi als Neutrino bezeichnete.

Eine weitere grundlegende Art, der β^+ -Zerfall, wurde 1934 durch das Forscherpaar Irene und Frederic Joliot-Curie entdeckt. Auch hier konnte ein kontinuierliches Spektrum beobachtet werden, was jedoch nach der Postulierung des Neutrinos kein Problem mehr darstellte.

Der dritte und letzte Mechanismus des β -Zerfalls ist der des Elektronen-Einfangs, bzw. electron capture (EC), welcher 1937 von Luis Walter Alvarez experimentell nachgewiesen wurde. Hier wird im Gegensatz zu den anderen beiden Typen ein diskretes Spektrum beobachtet, da es sich um eine Zwei-Körper-Reaktion handelt.

Durch diese und weitere Entdeckungen, z.B. der Paritätsverletzung durch das Wu-Experiment, wuchs das Verständnis der stattfindenden Prozesse und eine zugrundeliegende Theorie wurde aufgestellt, erweitert und verfeinert. Einige, für diese Diplomarbeit relevante Eckpunkte, sind im nächsten Kapitel wiedergegeben.

2.3 Allgemeine Theorie zum Kern- β -Zerfall

Generell können die Prozesse der schwachen Wechselwirkung in *leptonische*, *semi-leptonische* und *hadronische* Prozesse eingeteilt werden.

Die drei im vorherigen Abschnitt erwähnten Zerfälle gehören zu den Semileptonischen, da neben Leptonen auch Hadronen beteiligt sind. Sie lassen sich auf Nukleonenniveau wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} n &\longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \\ p &\longrightarrow n + e^+ + \nu_e \\ p + e^- &\longrightarrow n + \nu_e \quad . \end{aligned}$$

Genau genommen, betrifft die Wechselwirkung nicht das Neutron bzw. Proton im Ganzen, sondern eines der drei up- oder down-Quarks, aus denen sie zusammengesetzt sind.

Diese Übergänge lassen sich mithilfe der Austauscheteilchen in Feynman-Diagrammen darstellen. In Abb. 2.1 ist als Beispiel der β^+ -Zerfall auf Quarkniveau gezeigt. Jeder der obigen drei Prozesse kann demnach in einen Prozess aufgeteilt werden,

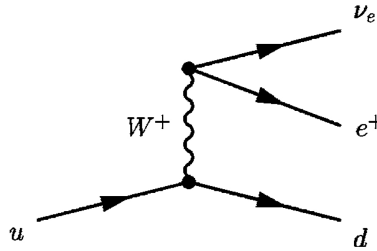


Abbildung 2.1: β^+ -Zerfall, vermittelt durch den Austausch eines W^+ -Bosons [SBNC06].

bei dem ein virtuelles Austauschteilchen erzeugt wird und in einen weiteren Prozess, bei welchem das erzeugte Austauschteilchen in die entsprechenden Teilchen des Ausgangskanals zerfällt.

Da die Reichweite sehr gering ist, kann man von einer Wechselwirkung aller beteiligten Teilchen in nur einem Punkt, dem Vertex, ausgehen (s. Abb. 2.2). Der Austausch von W^\pm - bzw. Z^0 -Bosonen wird, in Analogie zu den elektromagnetischen Stromtermen, auch als schwacher *geladener* bzw. *neutraler* Strom bezeichnet. So spricht man auch von einer Strom-Strom-Kopplung, an der je nach Typ hadronische j_{had}^μ , leptonische j_{lep}^μ oder beide Ströme teilnehmen.

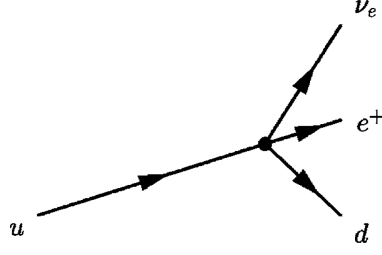


Abbildung 2.2: Kontaktwechselwirkung von zwei Leptonen und zwei Quarks in einem einzigen Punkt [SBNC06].

Aus diesen setzte Fermi, analog zur Quantenelektrodynamik (QED), die Hamiltonfunktion zusammen, in welcher rein vektorielle Wechselwirkungen berücksichtigt werden [Fer34]:

$$\mathcal{H}_F = g_F \cdot j_{\text{had}}^\mu \cdot j_\mu^{\text{lep}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cdot (\bar{\Psi}_p \gamma_\mu \Psi_n) \cdot (\bar{\Psi}_e \gamma^\mu \Psi_{\nu_e}) + h.k. \quad (2.2)$$

Diese, zuerst durch G. Gamow und E. Teller [GT36], später durch C. N. Yang und T. D. Lee [LY57], erweiterte Gleichung führt zu der allgemeinsten Form des Hamilton-Operators für den β -Zerfall, welche eine Verletzung der Paritätserhaltung ermöglicht und darüber hinaus hinsichtlich der speziellen Relativitätstheorie (SR) seine Gültigkeit behalten muss:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} \propto & \left(\bar{\Psi}_p \mathcal{O}_S \Psi_n \right) \cdot \left(C_S \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_S \Psi_\nu + C'_S \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_S \gamma_5 \Psi_\nu \right) \\ & + \left(\bar{\Psi}_p \mathcal{O}_P \Psi_n \right) \cdot \left(C_P \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_P \Psi_\nu + C'_P \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_P \gamma_5 \Psi_\nu \right) \\ & + \left(\bar{\Psi}_p \mathcal{O}_V \Psi_n \right) \cdot \left(C_V \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_V \Psi_\nu + C'_V \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_V \gamma_5 \Psi_\nu \right) \\ & - \left(\bar{\Psi}_p \mathcal{O}_A \Psi_n \right) \cdot \left(C_A \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_A \Psi_\nu + C'_A \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_A \gamma_5 \Psi_\nu \right) \\ & + \frac{1}{2} \underbrace{\left(\bar{\Psi}_p \mathcal{O}_T \Psi_n \right)}_{\text{hadronisch}} \cdot \underbrace{\left(C_T \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_T \Psi_\nu + C'_T \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_T \gamma_5 \Psi_\nu \right)}_{\text{leptonisch}} \\ & + h.k. \quad (2.3) \end{aligned}$$

Hierbei sind notwendigerweise sowohl Leptonen, als auch Nukleonen als Spin-Wellenfunktionen Ψ beschrieben und es gilt

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma_4$$

Die Operatoren sind wie folgt definiert:

$$\mathcal{O}_x = \begin{cases} \mathcal{O}_S = 1 & \text{Skalar} \\ \mathcal{O}_P = \gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 & \text{Pseudoskalar} \\ \mathcal{O}_V = \gamma_\mu, \quad \mu = 1, 2, 3, 4 & \text{Polarer Vektor} \\ \mathcal{O}_A = \gamma_5 \gamma_\mu & \text{Axialer Vektor} \\ \mathcal{O}_T = -1/2 i (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) & \text{Tensor} \end{cases} \quad (2.4)$$

Um auch den Übergang eines Protons in ein Neutron zu beschreiben, wird zusätzlich in Gl. (2.3) das hermitesch Konjugierte (h.k.) berücksichtigt.

2.4 Paritätsverletzung

In Gl. (2.3) stehen insgesamt fünf Terme, welche sowohl einen hadronischen, als auch einen leptonischen Teil besitzen. Dabei beschreibt der, als hadronisch bezeichnete Anteil den Übergang eines Neutrons in ein Proton. Die fünf Terme unterscheiden sich hier im Wesentlichen nur im Operator \mathcal{O}_x und damit einhergehend in den Transformationseigenschaften. Auch die leptonischen Anteile, mit denen das β -Teilchen, d.h. das Elektron und Antineutrino bzw. im h.k. Teil das Positron und das Neutrino, beschrieben werden, unterscheiden sich hauptsächlich im Operator \mathcal{O}_x . Jeder der fünf leptonischen Teile besteht zudem aus einer Summe, in der sich die beiden Summanden durch γ_5 unterscheiden. Dieser Unterschied entsteht erst durch die Erweiterung von Lee und Yang mit dem Projektionsoperator $\mathcal{P} = (1 + \gamma_5)$. Dadurch wird das Ergebnis des Wu-Experiments, dass die Parität in der schwachen Wechselwirkung nicht erhalten ist [Wu57], in der Hamiltonfunktion berücksichtigt.

Die Stärke der Verletzung äußert sich in den Kopplungskonstanten C_x , bzw. genauer C'_x , wobei $x \in \{S, P, V, A, T\}$.

Bzgl. der Parität gilt:

$$\begin{aligned} C_x = 0 \quad \text{oder} \quad C'_x = 0 &\rightarrow \text{Parität ist erhalten} \\ C_x \neq 0 \quad \text{und} \quad C'_x \neq 0 &\rightarrow \text{Parität ist verletzt} \\ |C_x| = |C'_x| &\rightarrow \text{Parität ist maximal verletzt} \end{aligned}$$

In jedem der fünf leptonischen Terme steht der $(C_i + C'_i \gamma_5)$ -Operator, welchen man als Summe aus zwei Projektionsoperatoren darstellen kann:

$$(C_i + C'_i \gamma_5) = (C_i + C'_i) \cdot \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) + (C_i - C'_i) \cdot \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \quad (2.5)$$

Hierbei kann man eine Projektion des Spinzustandes eines Dirac-Teilchens, beschrieben durch die Wellenfunktion Ψ , auf dessen Bewegungsrichtung identifizieren. Wobei $\frac{1-\gamma_5}{2}$ ein Teilchen auf seinen rechtshändigen und das Antiteilchen auf den linkshändigen Energiezustand projiziert. Entsprechend Umgekehrtes leistet $\frac{1+\gamma_5}{2}$.

Findet vektorielle oder axial-vektorielle Wechselwirkung statt, so besitzen die beiden Leptonen des β^- - und des β^+ -Zerfalls gemäß Gl. (2.3) und Gl. (2.4) entgegengesetzte Helizität. Den beteiligten Leptonen des Elektronen-Einfangs wird hingegen für diesen Fall gleiche Helizität zugesprochen. Handelt es sich jedoch um skalare, pseudoskalare oder tensorielle Wechselwirkung, verhält es sich genau umgekehrt:

$$\text{vektoriell und axial-vektoriell:} \quad \begin{cases} \mathcal{H}_{\beta^-}(e^-) = -\mathcal{H}_{\beta^-}(\bar{\nu}) \\ \mathcal{H}_{\beta^+}(e^+) = -\mathcal{H}_{\beta^+}(\nu) \\ \mathcal{H}_{\text{EC}}(e^-) = \mathcal{H}_{\text{EC}}(\nu) \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\text{skalar, pseudoskalar und tensoriell:} \quad \begin{cases} \mathcal{H}_{\beta^-}(e^-) = \mathcal{H}_{\beta^-}(\bar{\nu}) \\ \mathcal{H}_{\beta^+}(e^+) = \mathcal{H}_{\beta^+}(\nu) \\ \mathcal{H}_{\text{EC}}(e^-) = -\mathcal{H}_{\text{EC}}(\nu) \end{cases} \quad (2.7)$$

2.4.1 Die $V - A$ Theorie

Die fünf in Gl. (2.3) einbezogenen Wechselwirkungen werden im Standardmodell weiter auf zwei reduziert, so dass nur noch Wechselwirkungen mit vektoriell und axial-vektoriell Charakter berücksichtigt werden. Dies wird als „ V minus A “ Theorie ($V - A$ -Theorie) bezeichnet und begründet sich in den obigen Relationen bzgl. der Helizität und der Tatsache, dass im Standardmodell ausschließlich links-händige Teilchen mit rechtshändigen Antiteilchen wechselwirken. Für die bereits betrachteten Kopplungskonstanten C_x bedeutete dies natürlich, dass $C_x = 0$ mit $x \in \{P, S, T\}$ und die entsprechenden Wechselwirkungen entfallen. Damit bleiben in der Hamiltonfunktion lediglich zwei Summanden übrig:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\beta \propto & \left(\bar{\Psi}_p \mathcal{O}_V \Psi_n \right) \cdot \left(C_V \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_V \Psi_\nu + C'_V \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_V \gamma_5 \Psi_\nu \right) \\ & - \left(\bar{\Psi}_p \mathcal{O}_A \Psi_n \right) \cdot \left(C_A \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_A \Psi_\nu + C'_A \bar{\Psi}_\beta \mathcal{O}_A \gamma_5 \Psi_\nu \right). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Die somit noch vorhandenen Kopplungskonstanten ergeben sich im Vergleich mit dem Experiment zu $C_V = C'_V = 1$ und $C_A = C'_A = -1.27$.

Skalare und tensorielle Wechselwirkungen sind experimentell nicht vollkommen ausgeschlossen.

Unter Berücksichtigung aller Präzisionsexperimente zum Kern- β -Zerfalls ergeben sich die folgenden Grenzen [SBNC06]:

$$\begin{aligned} -1.40 &< C_A/C_V < -1.17 \\ 0.87 &< C'_V/C_V < 1.17 \\ 0.86 &< C'_A/C_A < 1.17 \\ -0.065 &< C_S/C_V < 0.070 \\ -0.067 &< C'_S/C_V < 0.066 \\ -0.076 &< C_T/C_A < 0.090 \\ -0.078 &< C'_T/C_A < 0.089 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Alle Werte sind mit einem Vertrauensbereich von 2σ angegeben. Wie man sieht, sind die experimentellen Grenzen für die Kopplungskonstanten der skalaren und tensoriellen Anteile bisher lediglich im %-Bereich der vektoriellen und axial-vektoriellen Wechselwirkung bestimmt.

Das vorrangige Ziel des WITCH-Experimentes ist es, nach skalaren, aber auch nach tensoriellen Strömen zu suchen und die oben genannten Grenzen weiter zu verbessern.

Welche Observable sich für dieses Vorhaben beim WITCH-Experiment anbietet, wird im Anschluss erläutert.

2.4.2 Der β - ν -Korrelationskoeffizient

Ein indirekter, experimenteller Zugang zu den verschiedenen Kopplungskonstanten C_x ist durch den β - ν -Korrelationskoeffizient a gegeben. Dieser kann aufgrund der geringen Wechselwirkung des Neutrinos zwar nicht direkt bestimmt werden, beeinflusst jedoch die Form des Energiespektrums der Rückstoßionen; durch ihn ist der Winkel zwischen Elektron und Antineutrino bzw. Positron und Neutrino berücksichtigt. Daher muss der β - ν -Korrelationskoeffizient in die Übergangswahrscheinlichkeit W eines Zerfalls mit eingehen. W ist wie folgt definiert:

$$W \propto F(\pm Z, E_\beta) \cdot p_\beta E_\beta \cdot (E_0 - E_\beta)^2 \cdot \left(1 + a \cdot \frac{p_\beta \cdot p_\nu}{E_\beta \cdot E_\nu} + b \cdot \frac{m_\beta}{E_\beta} + \mathcal{O} \right) \quad . \quad (2.10)$$

Wobei es sich bei $F(\pm Z, E_\beta)$ um die Fermi-Funktion handelt. Diese wirkt sich wesentlich geringer auf die Form des Spektrums aus und kann für die weitere Diskussion in dieser Arbeit vernachlässigt werden. E_i und p_i mit $i \in \{\beta, \nu\}$ sind Energie bzw. Impuls des β -Teilchens bzw. (Anti-)Neutrinos und m_β ist die Masse des β -Teilchens. Neben dem β - ν -Korrelationskoeffizient geht hier auch der Fiertz-Interferenz-Koeffizient b mit ein, der jedoch im Folgenden vernachlässigt und auch in Simulationen, wenn nicht anders definiert, auf eins gesetzt wird.

Die Übergangswahrscheinlichkeit ist wiederum über Fermi's Goldene Regel Gl. (2.11)

und das Matricelement Gl. (2.12) mit der Hamiltonfunktion \mathcal{H} und der Wechselwirkungsstärke g verknüpft.

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot M^2 \cdot g^2 \cdot \rho \quad (2.11)$$

$$|\mathcal{H}|^2 = g^2 \cdot M^2 \quad (2.12)$$

Der β - ν -Korrelationskoeffizient selbst ist von der Art des β -Zerfall abhängig. Für erlaubte Zerfälle unterscheidet man den Fermi- und den Gamow-Teller-Zerfall. Ersterer ist in Abb. 2.3 gezeigt. Die beiden Fermionen bewegen sich mit entgegengerichte-

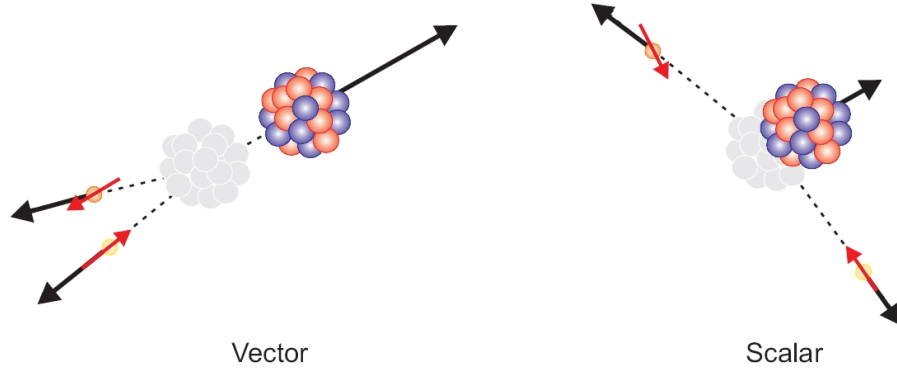


Abbildung 2.3: Schema eines rein vektoriellen und axialen Fermi β -Zerfalls [Coe07]

setztem Spin und die Parität ändert sich nicht. Es gelten hinsichtlich Gesamtdrehimpuls J und Parität P die Auswahlregeln $\Delta J = 0$ und $\Delta P = 0$. Für einen reinen Fermi-Zerfall setzt sich der β - ν -Korrelationskoeffizient wie folgt aus den Kopplungskonstanten zusammen:

$$a_F \approx 1 - \frac{|C_S|^2 + |C'_S|^2}{2 \cdot |C_V|^2}. \quad (2.13)$$

Anders verhält es sich bei dem Gamow-Teller-Zerfall. Hierbei werden die Zerfälle über den axial-vektoriellen Anteil bestimmt. Der Spinvektor der beteiligten Fermionen ist parallel zueinander ausgerichtet, jedoch findet auch hier keine Paritätsänderung statt, was für die Auswahlregeln $\Delta J = 0, \pm 1$ bedeutet und kein Übergang $0 \rightarrow 0$, sowie $\Delta P = 0$. Für diesen Typ setzt sich der β - ν -Korrelationskoeffizient aus

Art des Übergangs	Auswahlregeln		Beispiel	
	Spin	Parität ¹	Isotop	Halbwertszeit
übererlaubt	$\Delta J = 0, \pm 1$	(+)	^1n	11,7 min
erlaubt	$0, \pm 1$	(+)	^{35}S	87 d
einfach verboten	$0, \pm 1$	(-)	^{198}Au	2,7 d
“Unique” einfach verboten	± 2	(-)	^{91}Y	61 d
zweifach verboten	± 2	(+)	^{137}Cs	30 a
dreifach verboten	± 3	(-)	^{87}Rb	$6 \cdot 10^{10}$ a
vierfach verboten	± 4	(+)	^{115}In	$6 \cdot 10^{14}$ a

Tabelle 2.1: Auswahlregeln für verschiedene Übergänge¹ (+) bedeutet “keine Paritätsänderung”, (-) bedeutet “Paritätsänderung“

den tensoriellen und axial-vektoriellen Kopplungskonstanten zusammen zu:

$$a_{GT} \approx -\frac{1}{3} \cdot \left[1 - \frac{|C_T|^2 + |C'_T|^2}{2 \cdot |C_A|^2} \right]. \quad (2.14)$$

Eine umfassende Übersicht über die verschiedenen Arten der Übergänge und ihrer Eigenschaften ist in Tab. 2.1 zu finden [MK92].

Für den β - ν -Korrelationskoeffizient gilt $a \in [-1, 1]$, wobei er den Wert -1 annimmt, wenn die beiden Teilchen bevorzugt in entgegengesetzte Richtungen emittiert werden. Entsprechend ist $a = 1$, wenn β -Teilchen und (Anti-)Neutrino die gleiche Richtung bevorzugen.

Da im ersten Fall die Impulsvektoren der Leptonen entgegengesetzt sind und sich somit bereits aufheben, ist der resultierende Impuls des Atomkerns nach Impulserhaltung minimal. Im zweiten Fall addieren sich die beiden Impulsvektoren und führen so zu einem maximalen Rückstoßimpuls des Atomkerns (Abb. 2.3).

Da es sich bei dem β^+ - und β^- -Zerfall um einen Prozess handelt, an dem drei Teilchen teilnehmen, ist ein kontinuierliches Spektrum der Rückstoßenergie zu erwarten.

Misst man diese Rückstoßenergie der Tochterkerne, so ist klar, dass der β - ν -Korrelationskoeffizient a einen starken Einfluss auf die Form des Spektrums haben muss. In Abb. 2.4 ist zu sehen, wie sich das Maximum des Rückstoßspektrums für unterschiedliche a verschiebt. Somit ist es, durch Messungen von Spektren der

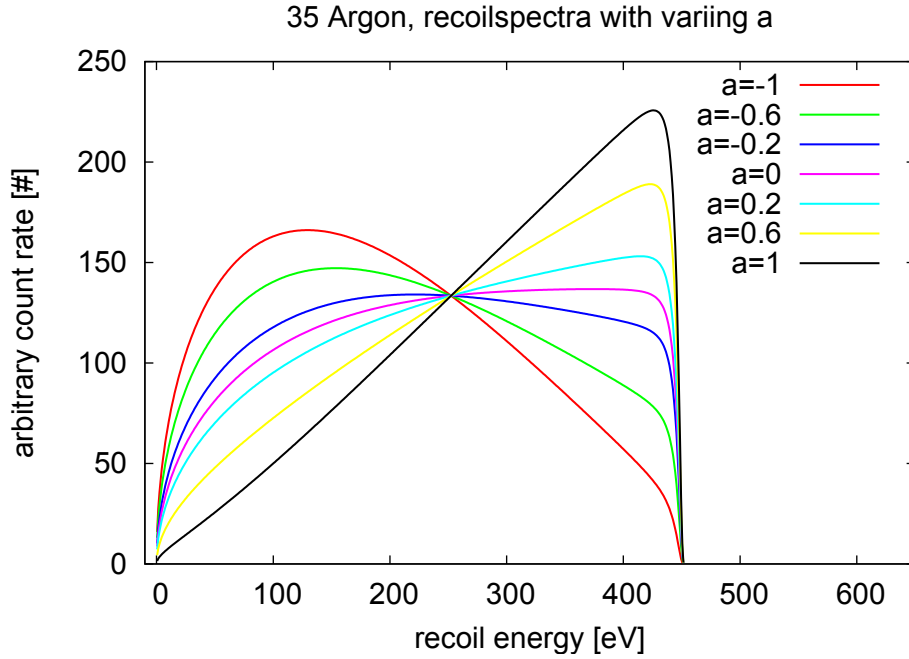


Abbildung 2.4: Simuliertes β^- Rückstoßspektrum von $^{35}_{18}\text{Ar}$ mit unterschiedlichem a .

Rückstoßenergie, möglich über die jeweilige Form auf den entsprechenden Wert für a zurückzuschließen und damit eine Aussage über die Anteile skalarer und tensorieller Einflüsse am vorliegenden Zerfall zu treffen.

Hierfür können die zu erwartenden Spektren simuliert werden, wie in Abb. 2.4 zu sehen, um sie mit experimentell aufgenommenen Spektren zu vergleichen. Auf diese Weise kann ein Rückschluss auf a gezogen werden. Erzeugung und Vergleich der Spektren werden in Kapitel 4.4.4 näher erklärt.

Eine detaillierte Zusammenfassung einiger Experimente, welche sich bereits der Messung des β - ν -Korrelationskoeffizients gewidmet haben, ist in [Koz05] zu finden.

Das WITCH-Experiment

Das WITCH-Experiment [BAB⁺03], [Del04], [Coe07], [Koz05] folgt als klein- a -Experiment einer seit den 60er Jahren stattfindenden Reihe von Versuchen zur Bestimmung des β - ν -Korrelationskoeffizienten. Tatsächlich besteht die Grenze für tensorielle Wechselwirkung, welche von dem Oak-Ridge- ^6He -Experiment 1963 über die Messung von klein a gesetzt wurde, noch heute (s. Gl. (2.9)). Für die skalare Wechselwirkung sind die Grenzen durch das ^{32}Ar -, das TRIUMF-ISAC- $^{38\text{m}}\text{K}$ -Experiment sowie durch die Bestimmung des Fierz Koeffizienten b ([HT09]) bestimmt. Die Grenzen aus klein- a -Experimenten liegen bei $\Delta a/a \approx 0.5\%$. Für die skalare und tensorielle Wechselwirkung gilt $C_S/C_V \approx 6\%$ bzw. $C_T/C_A \approx 9\%$. Experimentell sind diese Wechselwirkungen noch nicht mit hohen Genauigkeiten ausgeschlossen. Ziel des WITCH-Experiments ist es $\Delta a/a$ genauer als bisher zu bestimmen.

In diesem Kapitel wird zuerst eine Übersicht über das WITCH-Experiment gegeben und die einzelnen Bestandteile der Reihe nach beschrieben.

Es wird dabei dem Prinzip der Strahlführung und somit den Ionen auf ihrem Weg durch den Aufbau gefolgt. Dieser ist schematisch in Abb. 3.1 zu sehen.

WITCH steht für „**W**eak **I**nteraction **T**rap for **C**Harged particles“ und wird im Weiteren meist kurz als WITCH bezeichnet. Nach wenigen Worten zu der Infrastruktur in die WITCH eingebettet ist, liegt das Hauptaugenmerk auf den Herzstücken des Experiments - den zwei Penningfallen und dem Spektrometer. In diesem Zusammenhang wird das Prinzip des MAC-E Filters erklärt. Schließlich werden die Ionen mithilfe eines Mikrokanalplatten-Detektors (oder **M**icro **C**hannel **P**late, daher meist kurz als MCP oder MCP-Detektor bezeichnet) registriert, welcher Inhalt des letzten Abschnitts ist.

3.1 CERN-ISOLDE

WITCH ist am europäischen Kernforschungszentrum CERN in der Schweiz, genauer am dortigen Isotopenseparator ISOLDE aufgebaut. ISOLDE steht für „**I**sotope **S**eparator **O**n **L**ine **D**etector“ und hat seit 1998, nach 38-jähriger Entwicklung,

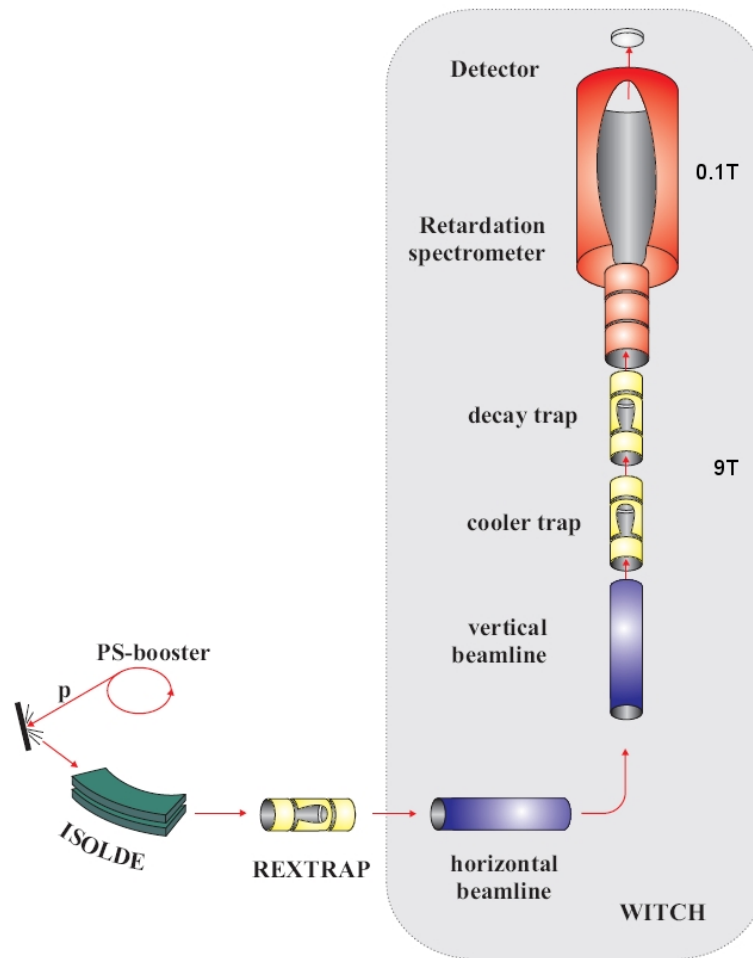


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des WITCH-Experiments. Von dem Proton-Synchrotron-Booster werden Protonen zu ISOLDE geschickt, wo sie die gewünschten Isotope erzeugen. Nachdem sie in REX-Trap gespeichert und gebündelt wurden, werden sie zu WITCH weitergeleitet. Hier werden sie über die horizontale und vertikale Strahlführung zu den Penningfallen geleitet. Die erste Falle dient der Kühlung durch Puffergas, in der zweiten Falle werden die Ionen gespeichert und zerfallen. Die Rückstoßionen werden mithilfe von Magnetfeldlinien durch das Retardierungsspektrometer in Richtung Detektor geführt.

den Status einer „large scale facility“ . Die heutige ISOLDE-Einrichtung ist im Grunde bereits die dritte Erweiterung des ursprünglichen ISOLDE Projektes und ist weltweit führend auf ihrem Gebiet.

Seit 1990 ist ISOLDE mit dem Proton-Synchrotron-Booster oder PSB verbunden. Die dort auf über 1 GeV beschleunigten Protonen können auf ein sogenanntes „fixed target“ geleitet werden, um über Neutroneneinfang, Fragmentations- oder Spallationsprozess radioaktive Kerne zu erzeugen. Hierbei umfasst das Spektrum mehr als 600 Isotope von mehr als 60 Elementen zwischen $Z = 2$ und $Z = 88$.

Die erzeugten Kerne werden ionisiert und beschleunigt, so dass sie Energien von bis zu $E = 60$ keV erreichen. Hierzu gibt es zum einen den „general purpose separator“ (GPS) und zum anderen den „high resolution separator“ (HRS).

Der GPS erlaubt es drei Teilchenstrahlen mit einem Massenunterschied von bis zu $\pm 15\%$ zu selektieren und zu den entsprechenden Experimenten weiterzuleiten. Dies geschieht mithilfe eines doppelt fokussierenden Magneten mit einer Massenauflösung von $m/\Delta m \approx 2400$.

Der HRS hingegen arbeitet mit zwei Magneten, welche die Richtung des Strahls ändern. Momentan kann eine Massenauflösung für eine einzige Masse von $m/\Delta m \approx 5000$ erreicht werden [CER].

Der Standort hat den offensichtlichen Vorteil, dass aus einem sehr breiten Spektrum an radioaktiven Isotopen ausgewählt und so für WITCH ein möglichst optimales Isotop hinsichtlich Halbwertszeit, Zerfallstyp usw. gefunden werden kann.

Eine Skizze der heutigen ISOLDE Halle mit den beiden Separatoren und der WITCH Plattform ist in Abb. 3.2 zu sehen.

3.1.1 REX-Trap

Nach der Erzeugung werden die Ionen zu REX-Trap, der Kühlerfalle des REX-ISOLDE Experiments, geleitet, wobei REX für **R**adioactive **E**Xperiments steht. Hier wird der ankommende Teilchenstrahl mithilfe einer zylindrischen Penningfalle

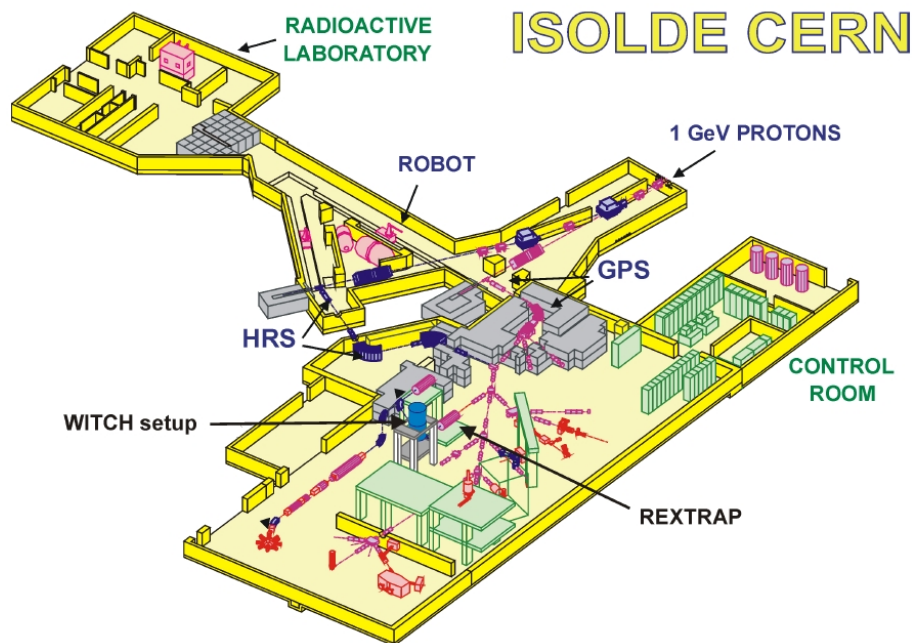


Abbildung 3.2: Schema der aktuellen ISOLDE Halle mit den Separatoren, dem Isotopenlabor, dem Kontrollraum und den verschiedenen experimentellen Aufbauten.

gesammelt und gebündelt, um das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis zu verbessern. Außerdem werden die Ionen dort durch Stöße mit Puffergas abgebremst und somit gekühlt.

Um einen Ionenstrahl von 60 keV in den Penningfallen stoppen zu können, ist der gesamte REX-Trap Aufbau auf 60 kV Hochspannung gesetzt.

Nachdem die Ionen gebündelt und gekühlt wurden, werden sie wieder auf hohe Energien bis zu 60 keV beschleunigt und zu WITCH weitergeleitet. In der experimentellen Umsetzung wurden bisher jedoch lediglich Strahlenenergien von 30 keV gemessen.

3.2 WITCH Aufbau

Die Ionen werden von REX-Trap durch die sogenannten horizontale und vertikale Strahlführung (HBL steht für **H**orizontal, **V**BL für **V**ertical **B**eam **L**ine) zu den Penningfallen des WITCH-Aufbaus geleitet (s. Abb. 3.1).

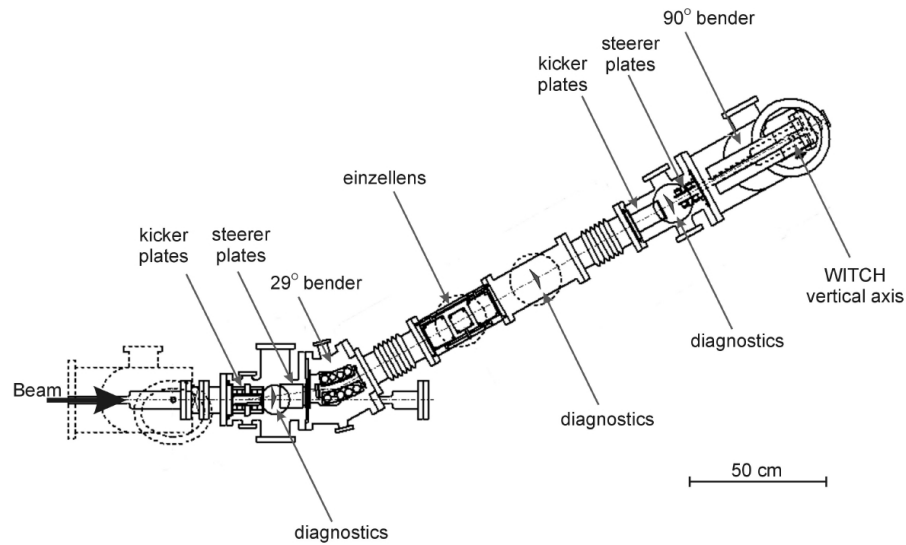


Abbildung 3.3: Sicht auf die horizontale Strahlführung mit Kicker, Umlenker und verschiedenen Messinstrumenten [Del04].

In Abb. 3.3 ist der horizontale Abschnitt von oben zu sehen. Bereits am Anfang des horizontalen Abschnitts befindet sich ein sogenannter Kicker, welcher es zusammen mit zwei Elektroden ermöglicht, durch Veränderung der angelegten Spannung die Richtung des von REX kommenden Bündels zu ändern. Um ein solches in Richtung WITCH zu schicken wird es um 29° umgelenkt, andernfalls würde es geradeaus weiterlaufen und entweder zu einem anderen Experiment gelangen oder absorbiert werden.

Um zu WITCH zu gelangen, ist es darüber hinaus notwendig, den Strahl ein zweites Mal umzulenken. Dies geschieht am Ende der horizontalen Strahlführung durch einen 90° -Umlenker, wodurch der Strahl in den vertikalen Abschnitt überführt wird. Auch hier besteht die Möglichkeit, den Strahl nicht umzulenken, so dass er nicht zu WITCH gelangt sondern am Ende des horizontalen Abschnitts absorbiert wird. Neben diesen beiden essentiellen Elementen der Strahlführung ist es möglich, Detektoren oder Faraday-Becher über CF-Flansche in den Strahlverlauf einzubringen, um die Eigenschaften des Strahls, vor allem die Intensität und die Position, zu überprüfen.

Als vertikale Strahlröhre wird nur der Teil zwischen 90° -Umlenker und erster Pen-

ningfalle bezeichnet. Hier befinden sich diverse Elektroden, die zur Feineinstellung des Strahls benötigt werden. Wie in dem horizontalen kann auch im vertikalen Abschnitt an einigen Stellen Messdiagnostik ([Coe07], [CBD⁺06]) in den Strahlengang eingebracht werden, um zusammen mit den Einstellungen der Elektroden einen möglichst guten Strahlverlauf zu erreichen.

Ein weiterer wichtiger Bestandteil des vertikalen Abschnittes ist die gepulste Driftrohre (kurz PDT für **P**ulsed **D**rift **T**ube, [CDH⁺07]), sowie die jeweils direkt davor und dahinter liegenden Retardierungselektroden. Mit dieser Anordnung wird der von REX kommende Strahl von 60 keV bzw. 30 keV erst auf unter 1500 eV und anschließend weiter auf ca. 50 eV abgebremst, um zu ermöglichen, dass ein Ionenbündel in den Penningfallen gespeichert werden kann. Somit ist es nicht notwendig den gesamten Aufbau, wie bei REX-Trap, unter Hochspannung zu setzen.

3.3 Die Penningfallen

Da die Energie des Ionenbündels nun bereits bei ca. 50 eV liegt, ist es möglich die Ionen in den Penningfallen zu speichern. Beim WITCH-Experiment werden zwei Fallen für unterschiedliche Zwecke verwendet, auf die in den nächsten Unterkapiteln eingegangen wird. Zuvor wird jedoch allgemein auf das Funktionsprinzip der Penningfalle eingegangen.

3.3.1 Prinzip der Penningfalle

Wenn ein Teilchen in drei Dimensionen gespeichert werden soll, benötigt man ein lokales Minimum der potentiellen Energie in allen Raumrichtungen.

In der Annahme es wirke eine Kraft F mit

$$F \propto -r \quad , \quad (3.1)$$

wobei r der Abstand zum Potentialminimum ist, kann ein allgemeines Potential angegeben werden, für welches

$$F = -\nabla \cdot V \quad (3.2)$$

gelten muss. Wobei das Potential V von der Form $q \cdot U(x, y, z)$ ist. Mit q als Ladung des Ions und U als quadratische Funktion, welche allgemein und in kartesischen Koordinaten wie folgt beschrieben werden kann:

$$U = \frac{U_0}{d^2} (Ax^2 + By^2 + Cz^2). \quad (3.3)$$

d ist ein Normierungsfaktor. U_0 kann eine zeitabhängige Funktion sein und beschreibt das angelegte elektrische Potential. A , B und C sind vorerst beliebige Konstanten. Da jedoch für den Fall, dass eine Bindung des Ions durch ein elektrostatisches Feld erreicht werden soll, aus den Maxwell'schen Gleichungen gefordert wird, dass $\Delta U = 0$ gelten muss, ergibt sich für die Konstanten $A + B + C = 0$. Fordert man zusätzlich Rotationssymmetrie um die z -Achse, ergibt sich genauer $A = B = 1$ und $C = -2$. Dies führt zu einem Quadrupol-Potential

$$U = \frac{U_0}{d^2} \left(\underbrace{x^2 + y^2}_{:=\rho^2} - 2z^2 \right), \quad (3.4)$$

welches in Abb. 3.4 dargestellt ist. Wie man sieht, handelt es sich um einen dreidimensionalen Sattelpunkt bei $\rho = z = 0$, welcher zwar in ρ -Richtung ein Minimum vorweist, in z -Richtung jedoch nicht. Somit ist die Bindung eines Ions nicht ohne weiteres gegeben.

Eine Lösung bietet die Erzeugung eines Magnetfeldes³ entlang der z -Achse, $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_z$, was zu einem radialen Einschluss der Ionen und damit zu der sogenannten Penningfalle führt.

Das elektrische Potential wird dabei von einer Ringelektrode und zwei Endkappen-

³Ein zeitabhängiges elektrisches Feld würde zu einer sogenannten Paul-Falle führen [BH08].

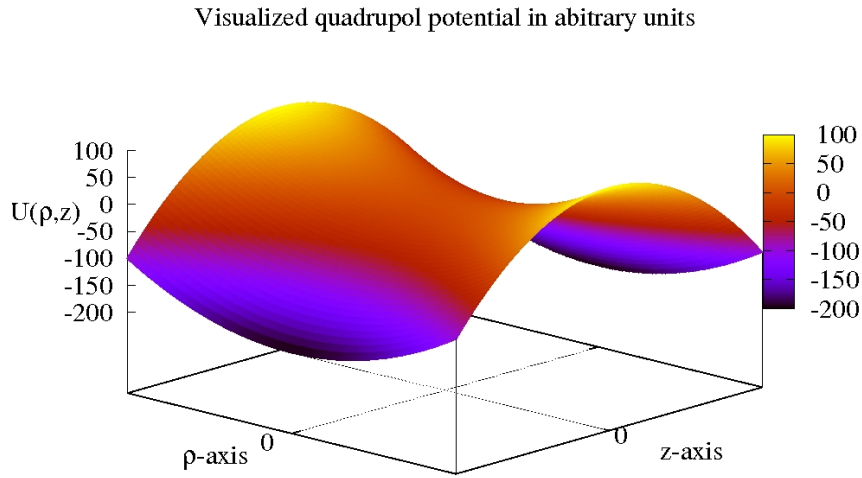


Abbildung 3.4: Veranschaulichung eines Quadrupol Potentials in willkürlichen Einheiten.

elektroden erzeugt (s. Abb. 3.6). Definiert man r_0 als den radialen Abstand vom Fallenzentrum bei $\rho = z = 0$ zu der Ringelektrode und z_0 als den axialen Abstand zwischen Zentrum und Endkappenelektrode, ergeben sich für die Oberflächen der Elektroden die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \text{Endkappenelektrode :} \quad & \rho^2 - 2z^2 = r_0^2 \\ \text{Ringelektrode :} \quad & \rho^2 - 2z^2 = -2 \cdot z_0^2. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Oben als Normierungsfaktor bezeichnet, beschreibt d nun genauer die charakteristische Fallendimension durch:

$$d = \sqrt{r_0^2 + 2z_0^2} \quad . \quad (3.6)$$

Auf ein Ion der Masse m , Ladung q und Geschwindigkeit \vec{v} wirkt nun im elektrischen und magnetischen Feld, $E = -\text{grad } U$ bzw. $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_z$, die Kraft:

$$\vec{F} = -qU + q \left(\vec{v} \times \vec{B} \right) \quad . \quad (3.7)$$

3 Das WITCH-Experiment

Auf die z -Komponente der bindenden Kraft hat somit nur das elektrostatische Feld Einfluss, daher muss $q \cdot U > 0$ sein.

Die Bewegung in dieser Richtung ist unabhängig von jener in der x - y -Ebene und wird durch einen harmonischen Oszillator beschrieben:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U_0}{m \cdot d^2}} \quad . \quad (3.8)$$

Die in der x - y -Ebene wirkende Kraft ist eine Überlagerung von Magnetfeld und elektrostatischem Feld. Ersteres führt durch das Gleichgewicht zwischen Lorentz- und Zentrifugalkraft zur Zyklotron-Frequenz.

$$\begin{aligned} m \cdot \omega_c^2 \cdot r &= q \cdot B \cdot \omega_c \cdot r \\ \Leftrightarrow \omega_c &= \frac{|qB_0|}{m} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Löst man die radialen Bewegungsgleichungen für das Teilchen mithilfe der komplexen Zahl u

$$u = x + iy \quad (3.10)$$

führt dies zu

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + i\omega_c \frac{du}{dt} - 2\omega_z^2 u = 0. \quad (3.11)$$

Die allgemeine Lösung hierfür ist gegeben durch

$$u(t) = R_+ \cdot e^{-i(\omega_+ t + \alpha_+)} + R_- \cdot e^{i(\omega_- t + \alpha_-)} \quad , \quad (3.12)$$

mit

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\omega_c \pm \underbrace{\sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_z^2}}_{:=\Gamma} \right), \quad (3.13)$$

wobei ω_+ als reduzierte Zyklotron-Frequenz und ω_- als Magnetron-Frequenz be-

zeichnet wird. Anfangs- und Randbedingungen äußern sich über R_{\pm} und α_{\pm} in den Radien und den Phasen der jeweiligen Bewegung. Außerdem ist zu beachten, dass $\Gamma \in \mathbb{R}$ sein muss, um den Einschluss eines Ions zu gewährleisten. Dies führt zu der Relation [BH08]:

$$\omega_c^2 - 2\omega_z^2 \geq 0. \quad (3.14)$$

Zusammenfassend lässt sich die resultierende Bewegung mithilfe von ω_z und ω_{\pm} wie in Abb. 3.5 darstellen. Es treten allerdings in den Fällen des WITCH-Experiments aufgrund der hohen Teilchenzahlen (bis zu 10^6) weitere Effekte auf, wie z.B. Coulombabstoßung, auf welche jedoch nicht weiter eingegangen wird.

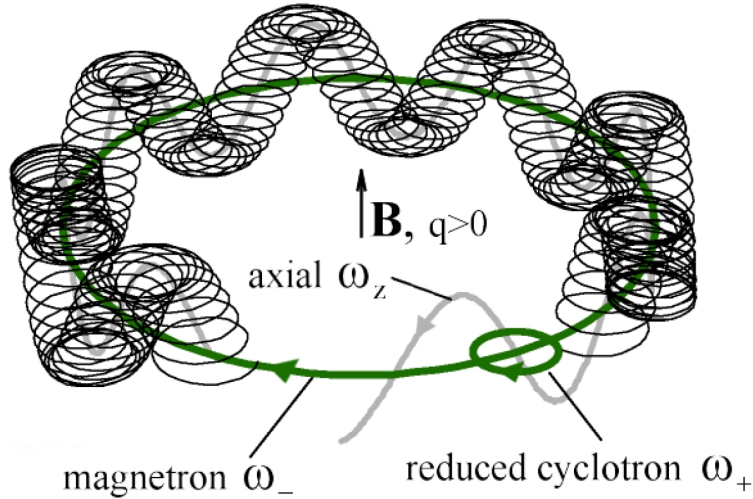


Abbildung 3.5: Ionenbewegung, welche durch die drei beschriebenen Frequenzen beeinflusst ist, der reduzierten Zyklotron-Frequenz ω_+ , der Magnetron-Frequenz ω_- und einer harmonischen Oszillation ω_z [Koz05].

3.3.2 Kühler-Falle

Üblicherweise werden Penningfallen auf zwei verschiedene Arten realisiert, als hyperbolische oder als zylindrische Falle. Erstere besteht aus Elektroden der Form von Gl. (3.5), Letztere zeigt sich in der experimentellen Anwendung meist als praktischer, da sich z.B. das Befüllen und Entleeren leichter gestaltet. Beide Typen sind

3 Das WITCH-Experiment

in Abb. 3.6 gezeigt. Im WITCH-Experiment werden an beiden Stellen aus oben

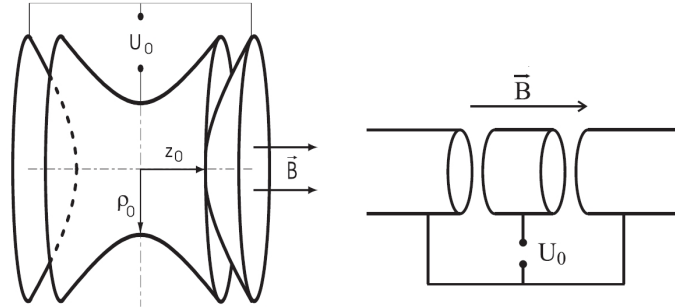


Abbildung 3.6: Zwei schematische Umsetzungen einer Penningfalle: der hyperbolische (**links**) und der zylindrische Typ (**rechts**) [Koz05].

genannten Gründen zylindrische Penningfallen benutzt. Der genaue Aufbau beider Fallen ist in Abb. 3.7 zu sehen. Die Kühler-Falle ist im Sinne des Strahlverlau-

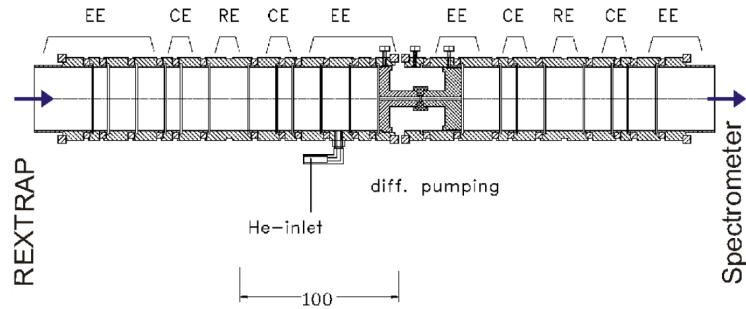


Abbildung 3.7: Aufbau der beiden WITCH Penningfallen mit der dazwischenliegenden differentiellen Pumpsperre. EE steht für **E**nd-cap **E**lectrodes, RE für **R**ing **E**lectrodes und CE für **C**orrection **E**lectrodes [Koz05].

fes die erste und somit untere (in Abb. 3.7 die linke) Penningfalle des WITCH-Experiments. Hier werden die 50 eV schnellen Ionenbündel abgefangen und mittels Stößen mit Puffergas auf Raumtemperatur gekühlt. Zu diesem Zweck wird Helium bei Drücken zwischen 10^{-3} und 10^{-5} mbar verwendet. Weiterhin können die Ionen eines Bündels durch Variation der oben beschriebenen Frequenzen zentriert werden [Koz05].

Nachdem die Ionen ausreichend gekühlt und zentriert wurden, können sie prinzipiell in die Zerfallsfalle weitergeleitet werden. Hierzu müssen sie jedoch die differentielle Pumpstrecke passieren.

3.3.3 Zerfalls-Falle

Die zweite und letzte Penningfalle dient in erster Linie als Speicherort für die bis zu 10^6 Ionen, welche über eine Zeit von $t \gg 1$ s in der Falle gehalten werden können, ohne dass gravierende Verluste auftreten [Coe07]. Es ist keine Kühlung und somit kein Puffergas-System wie in der Kühlerfalle notwendig. Ihr Aufbau ist ähnlich dem der Kühlerfalle, jedoch sind weniger Endkappenelektroden vorhanden und infolgedessen ist die zweite Falle etwas kürzer als die erste. Desweiteren könnte die Homogenität des B -Feldes unterschiedlich sein (vgl. [Fri08]).

Beide Fallen befinden sich in einem Magnetfeld von 9 Tesla⁴ und haben einen Durchmesser von 4 cm. Die Gesamtlänge der beiden Fallen, wie in Abb. 3.7 gezeigt, liegt bei ca. 42 cm.

Berechnungen der Magnetfeldlinien im Bereich der beiden Fallen sowie verschiedene Konfigurationen der Fallen-Elektroden sind in [Fri08] zu finden.

In der zweiten Penningfalle findet nun je nachdem, ob es sich bei den Ionen um β^+ - oder β^- -Strahler handelt, der entsprechende Zerfall statt. Die dabei entstehenden (Anti-)Neutrinos werden aufgrund ihrer äußerst schwachen Wechselwirkung außer Acht gelassen. Ebenso spielen die β -Teilchen eine untergeordnete Rolle. Ziel ist es vielmehr die Rückstoßenergie der Tochteratome zu messen. Hierzu kommt ein sogenannter MAC-E-Filter (**M**agnetic **A**diabatic **C**ollimation with **E**lectrostatic retardation) zum Einsatz, dessen Funktionsweise in Kapitel 3.4 beschrieben wird.

3.3.4 Übergang zwischen den Fallen

Da das Puffergas, durch das die Ionen abgekühlt werden, nicht in die Zerfallsfalle eindringen soll, ist es notwendig, eine Barriere zwischen die beiden Penningfallen einzubauen. Eine solche Barriere ist durch die differentielle Pumpstrecke realisiert (s. Abb. 3.7). Der Durchlass für die Ionen hat einen Durchmesser von 1 mm.

⁴Die Magnetfeld-Differenz zwischen Mitte und Ende der Zerfallsfalle beträgt $\Delta B \approx 0.1$ mT [Fri08].

Der Übergang zwischen Kühler- und Zerfallsfalle selbst geschieht mithilfe der Potentiale, welche an den Fallen anliegen. Dies kann im Detail auf verschiedene Art und Weise geschehen. Das grundlegende Verfahren ist in Abb. 3.8 gezeigt. Die zuein-

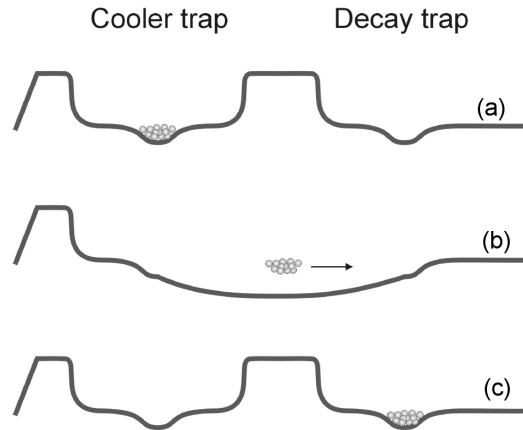


Abbildung 3.8: Schema der Potentiale während des Transfers zwischen den beiden Fallen [Del04]. Die Potentiale der sich zugewandten Endkappenelektroden der beiden Fallen werden erst gesenkt (a), so dass die Ionen von der Kühlerfalle in die Zerfallsfalle gelangen können (b) und anschließend wieder erhöht (c).

ander gewandten Potentialseiten werden abgesenkt (Abb. 3.8 (b)), darüber hinaus kann jedoch die linke Seite des Kühlerfallen-Potentials leicht angehoben werden, um den Ionen einen zusätzlichen Impuls in Richtung Zerfallsfalle zu geben. So kann der positive Effekt erreicht werden, dass die Ionenwolke in sich weiter zentriert wird. Es kann jedoch auch dazu führen, dass schnellere Teilchen beschleunigt und langsamere Teilchen weiter abgebremst werden und so die Ionenwolke verbreitert wird.

3.3.5 Systematische Effekte der Penningfallen

Wie in Kapitel 2.4.2 beschrieben, hat der β - ν -Korrelationskoeffizient einen grundlegenden Einfluss auf die Form der Rückstoßspektren. Daneben müssen die systematischen Effekte berücksichtigt werden, die ebenfalls die Form des Rückstoßspektrums beeinflussen. Solche treten unter anderem durch das Prinzip der Penningfalle selbst auf. Sie lassen sich nicht vollständig ausschließen, müssen jedoch für ein

Präzisionsexperiment wie WITCH bestmöglichst verstanden sein. Hier sollen drei wesentlichen Effekte angesprochen werden.

Damit die gekühlten Ionen aus der Kühlerfalle in der Zerfallsfalle gehalten werden können, ist an die Fallenelektroden ein elektrisches Potential angelegt. Für die Fallen kann zwischen einem Box- und Quadrupol-Potential entschieden werden. Um ein Box-Potential zu erzeugen, ist lediglich an die Endkappenelektroden ein Potential angelegt⁵. Die Größe der Potentialdifferenz bezeichnet man auch als *Fallentiefe*. In [Fri08] ist gezeigt, dass diese einen deutlichen Einfluss auf die Form des Rückstoßspektrums hat (vgl. Kapitel 5.7).

Einen weiteren Einfluss besitzt die Bewegung der Ionen in der Falle selbst. Sind die Ionen zuvor in der Kühlerfalle nicht ausreichend durch Stöße mit Puffergas abgebremst, so besitzen sie eine nicht zu vernachlässigende kinetische Energie. Diese macht sich als *Dopplereffekt* in dem Rückstoßspektrum bemerkbar, welches dadurch „verschmiert“.

Darüber hinaus ist die *Größe der Ionenwolke* entscheidend. Auf diesem Aspekt liegt der Fokus dieser Arbeit. Die Ionenwolkengröße nimmt starken Einfluss auf die Transmission der Teilchen durch das Spektrometer, auf die Fokussierung der Teilchen auf den Detektor und somit auf die Form des Rückstoßspektrums. Zum Verständnis dieser Effekte wurden im Rahmen dieser Arbeit Simulationen durchgeführt (s. Kapitel 5).

3.4 Spektrometer mit MAC-E-Filter

Bei dem Zerfall der Ionen erhalten die Tochterkerne Rückstoßenergien von $\mathcal{O}(100 \text{ eV})$. Um diese Energien zu vermessen, wird ein Retardierungs-Spektrometer genutzt. Wesentlicher Bestandteil sind hier die Retardierungselektroden, über welche ein elektrisches Potential angelegt werden kann. Dieses erreicht in der sogenannten Analysierebene seinen maximalen Wert. Nur noch Ionen mit genügend hohen Energien können den Spektrometerbereich passieren. Dafür muss bei angelegter Spannung

⁵Elektrodenkonfiguration für ein Quadrupol-Potential vgl. [Coe07].

U_{ret} für Ionen mit kinetischer Energie⁶ E_{kin} und Ladung q gelten:

$$E_{\text{kin}} > q \cdot U_{\text{ret}}. \quad (3.15)$$

Da es sich letztlich um bewegte Ladungen in einem starken Magnetfeld handelt, besitzen die Ionen nicht nur eine axiale, sondern auch eine radiale Geschwindigkeitskomponente. Damit gilt für die kinetische Energie:

$$E_{\text{kin}} = E_{\parallel} + E_{\perp}. \quad (3.16)$$

Die Retardierungsspannung wirkt allerdings nur auf den axialen Anteil. Statt Gl. (3.15) gilt

$$E_{\text{kin}, \parallel} > q \cdot U_{\text{ret}} \quad . \quad (3.17)$$

Daher muss E_{\perp} in E_{\parallel} umgewandelt werden. Dies wird durch das Prinzip der magnetisch adiabatischen Kollimation verwirklicht. Hierfür befindet sich in Höhe des Spektrometers ein weiterer Magnet, welcher ein Magnetfeld von 0.2 T erzeugen kann, in der Regel aber bei 0.1 T betrieben und daher meist als 0.1-T-Magnet bezeichnet wird.

Das Magnetfeld wird so erzeugt, dass sich die Rückstoßionen adiabatisch bewegen, so dass die Ionen an die Magnetfeldlinien gebunden sind. Sie spiralisieren entlang einer solchen Linie mit dem Radius r_{zyk} , welcher sich aus dem Gleichgewicht zwischen Lorentzkraft und Zentripetalkraft wie folgt darstellt:

$$\begin{aligned} \frac{m \cdot v_{\perp}^2}{r_{\text{zyk}}} &= q \cdot v_{\perp} \cdot B \\ \Leftrightarrow \quad r_{\text{zyk}} &= \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \quad . \end{aligned} \quad (3.18)$$

Da Adiabasie gefordert ist, ist der von der Zyklotronbewegung umschriebene, ma-

⁶Die Ionen erhalten ihre kin. Energie im Wesentlichen durch den Rückstoß beim Zerfall, weswegen auch von Rückstoßenergie E_{rec} gesprochen werden kann.

agnetische Fluss Φ konstant:

$$\Phi = B \cdot A = B \cdot \pi \cdot r_{\text{zyk}}^2 = \text{konstant.} \quad (3.19)$$

Mit

$$r_{\text{zyk}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}, \perp} \cdot m}{q^2 \cdot B^2}} \quad (3.20)$$

folgt

$$\Phi = B \cdot \pi \cdot r_{\text{zyk}}^2 = B \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot E_{\text{kin}, \perp} \cdot m}{q^2 \cdot B^2} = \text{konstant} \quad (3.21)$$

und damit

$$\underbrace{\frac{E_{\text{kin}, \perp}}{B}}_{:=\mu} = \text{konstant.} \quad (3.22)$$

Die Rückstoßionen laufen entlang der Feldlinien von einem hohen Magnetfeld im Bereich der Fallen ($B_{\text{ini}} = 9 \text{ T}$) in ein niedriges Magnetfeld im Spektrometerbereich ($B_{\text{fin}} = 0.1 \text{ T}$), wobei gemäß Gl. (3.22) radiale in axiale Energie umgewandelt wird. Von Interesse ist die schließlich vorhandene axiale Energie $E_{\text{kin}, \parallel, \text{fin}}$ der Ionen und ob diese Gl. (3.17) erfüllt.

Betrachtet man das Verhältnis zwischen Energie und Magnetfeldstärke zu Beginn und am Ende des Prozesses, gilt in Hinblick auf Gl. (3.22)

$$\frac{E_{\text{kin}, \perp, \text{ini}}}{B_{\text{ini}}} = \frac{E_{\text{kin}, \perp, \text{fin}}}{B_{\text{fin}}} \quad (3.23)$$

Mit der Relation Gl. (3.16) lässt sich $E_{\text{kin}, \parallel, \text{fin}}$ wie folgt ausdrücken:

$$E_{\text{kin}, \parallel, \text{fin}} = E_{\text{kin}} - E_{\text{kin}, \perp, \text{ini}} \cdot \frac{B_{\text{fin}}}{B_{\text{ini}}} \quad (3.24)$$

Hierbei ist das Verhältnis zwischen den beiden Magnetfeldstärken ein Maß für die Energieauflösung des Spektrometers, aufgrund des nicht in axiale Energie umge-

wandelten Anteils:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{B_{\text{fin}}}{B_{\text{ini}}} = \frac{0.1 \text{ T}}{9 \text{ T}} = 0.011 \quad . \quad (3.25)$$

Das Prinzip der magnetisch adiabatischen Kollimation mit anschließender elektrostatischer Retardierung wird kurz als MAC-E-Filter bezeichnet und findet u.a. im **K**arlsruher **T**ritium **N**eutrino-Experiment (KATRIN, [btKC04]) Anwendung. Bei KATRIN handelt es sich jedoch um ein wesentlich größeres Spektrometer mit einem Durchmesser von fast 10 m und einer Länge von über 20 m. Außerdem werden andere Magnetfeldstärken von $B_{\text{ini}} = 6 \text{ T}$ und $B_{\text{fin}} = 0.3 \text{ mT}$ genutzt, was zu einer wesentlich besseren Energieauflösung von

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{B_{\text{fin}}}{B_{\text{ini}}} = \frac{0.3 \text{ mT}}{6 \text{ T}} = \frac{1}{20000}$$

führt.

Nachdem die Ionen eine Retardierung erfahren haben, werden bei WITCH die Ionen, welche die Analysierebene passieren konnten, nachbeschleunigt und auf den Detektor fokussiert.

3.4.1 Systematische Effekte des Spektrometers

Wie schon bei den Penningfallen, treten auch im Spektrometerbereich systematische Effekte auf, die für eine fundierte Auswertung des Rückstoßspektrums verstanden sein müssen.

Zuallererst besitzt das Spektrometer, wie oben beschrieben, eine *endliche Auflösung*. Diese ergibt sich bei WITCH zu $\Delta E/E = 0.011$.

Damit das Prinzip des MAC-E-Filters funktioniert, muss die adiabatische Bewegung der Ionen auf den Magnetfeldlinien gegeben sein. Daher müssen eventuelle *Abweichungen von der Adiabasie* berücksichtigt werden. Ionen können darüber hinaus durch *Stöße mit Restgas* im Spektrometertank gänzlich verloren gehen, d.h. nicht mehr detektiert werden.

Hinzu kommen Ionen, welche nicht richtig auf den Detektor fokussiert werden. Die *Fokussierung* ist dabei unter anderem von der Position des Detektors entlang der z -Achse abhängig (vgl. Kapitel 5.3).

Desweiteren kann es zu *Felddurchgriffen in der Analysierebene* kommen, was zu einer veränderten Retardierung der Ionen führt. Dies ist mit der Konfiguration der Retardierungselektroden verbunden. Die Elektroden können zudem direkt Einfluss auf das Rückstoßspektrum nehmen, da sie Hindernisse für die Rückstoßionen darstellen können. Dass Teilchen auf die *Elektroden treffen*, ist wesentlich von der Ionenwolkengröße abhängig (vgl. Kapitel 5).

Mithilfe von Simulationen können derartige Effekte gefunden und näher untersucht werden, um das Verständnis des Experiments zu verbessern und etwaige Probleme zu lösen. Dies beinhaltet z.B. die Optimierung der experimentell gewählten Elektrodenkonfigurationen, als auch die Bestimmung einiger Eigenschaften des Experiments, z.B. die Bestimmung der Ionenwolkengröße (vgl. Kapitel 6), sowie letztlich die Transmissionsfunktion des realen Aufbaus für eine akkurate Auswertung der Rückstoßspektren und einer damit einhergehenden Bestimmung von a .

3.5 Mikrokanalplatten-Detektor

Regelt man die Retardierungsspannung nach unten, so können immer mehr Ionen die Analysierebene passieren und zu dem Detektor gelangen. Natürlich überwinden die Barriere *alle* Ionen mit

$$E_{\text{kin},\parallel} > q \cdot U_{\text{ret}} \quad , \quad (3.26)$$

weswegen es sich um ein integrales Spektrum handelt.

Hinter der Analysierebene werden die Teilchen durch ein Potential von $U_{\text{post}} = -10$ kV in Richtung Detektor beschleunigt und mithilfe einer Einzel Linse fokussiert. Zusätzlich ist die Vorderseite des Detektors auf -7 kV gelegt, damit gewährleistet wird, dass alle Ionen, welche Gl. (3.26) erfüllt haben, letztlich auch den

3 Das WITCH-Experiment

Detektor erreichen und mit einer, von ihrer kinetischen Energie unabhängigen Effizienz gemessen werden. Außerdem sollte der Untergrund an β -Teilchen reduziert werden, da diese nicht von der Einzel-Linse fokussiert werden. Ein Nachteil gegenüber einer magnetischen Fokussierung auf den Detektor liegt in der Verbreiterung des Strahldurchmessers in radialer Richtung, was zu der Notwendigkeit eines größeren Detektors führt [Koz05].

Im WITCH-Experiment wird hierfür ein Mikrokanalplatten-Detektor oder kurz MCP, mit einer sensitiven Fläche von $\varnothing 47$ mm genutzt. Dieser wurde von Liénard *et al.*, neben einem ähnlichen Detektor mit $\varnothing 83$ mm, ausführlich getestet (vgl. [L⁺05]). Es kann demnach von einer Effizienz von ca. 52% für Ionen und einer Positionsauflösung von 110 μ m ausgegangen werden. Auch wenn bei WITCH keine Positionsauflösung notwendig ist, da im Prinzip nur die Anzahl der ankommenden Teilchen registriert werden muss, sind Informationen wie die Position für die Analyse der Daten wichtig.

Ein Foto des verwendeten MCPs ist in Abb. 3.9 zu sehen.

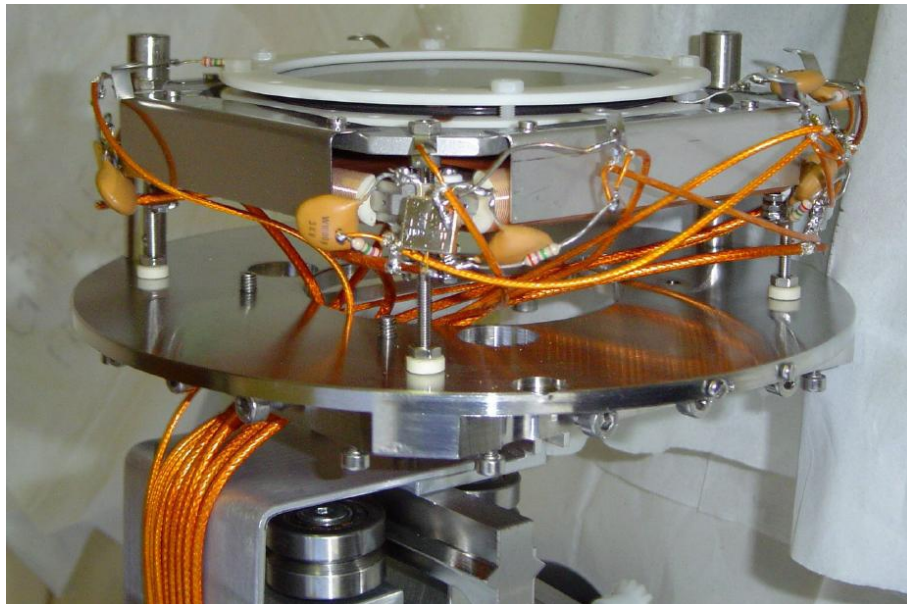


Abbildung 3.9: Fotografie des WITCH-MCPs [Fri08].

Auch im Zusammenhang mit dem MCP treten systematische Effekte auf, die für

den Erfolg des Experiments verstanden sein müssen. Neben den Nachweiseffizienzen des Detektors ist auch die Position entlang der z -Achse entscheidend. Auf diesen Effekt wird in Kapitel 5.3 eingegangen.

KAPITEL 4

Das Simulations-Tool SimWITCH

Bei SimWITCH handelt es sich um das Münsteraner Simulationspaket, welches es ermöglicht die Transmission von Ionen und β -Teilchen durch WITCH zu beschreiben.

Die experimentell durch den MCP-Detektor gewonnenen Informationen treffen nicht nur über die Anzahl der bis zu dem Detektor gelangten Teilchen eine Aussage, sondern auch über die Position, an welcher die Ionen auf den Detektor gelangen. Dies kann ebenfalls mithilfe von SimWITCH simuliert werden. Der Vergleich zwischen gemessenen und simulierten Daten soll nicht nur Aufschluss über die stattfindende Wechselwirkung geben, wie in Abschnitt 2.4.2 erläutert, sondern kann zusätzlich erwartete und auch unerwartete Effekte erklären oder aufzeigen.

Im Laufe dieser Diplomarbeit wurde SimWITCH gewartet und weiterentwickelt. Darüber hinaus wurden Simulationen, insbesondere bzgl. der Auswirkungen der Ionen-Wolken-Größe in der Zerfalls-Falle auf das gemessene Spektrum, durchgeführt.

Das Programm, d.h. sein Aufbau und die Funktionsweise, werden in diesem Kapitel beschrieben.

Außerdem wird auf zusätzliche Programme bzw. Skripte eingegangen, mit deren Hilfe der oben genannte Vergleich angestellt werden soll.

4.1 Übersicht

Wie bereits erwähnt, findet ein Spektrometer mit MAC-E-Filter auch in dem KATRIN-Experiment seine Anwendung, weswegen dieselbe Bahnverfolgungsroutine verwendet werden kann. Eine solche wurde von Ferenc Glück in der Programmiersprache C geschrieben und bildet als `traj.c` die Grundlage von SimWITCH.

Diese Basis ist von Peter Friedag auf WITCH angepasst und durch einige Programmteile, wie einer Monte-Carlo-Funktion, zu SimWITCH erweitert worden (s. [Fri08]).

Im Rahmen meiner Diplomarbeit wurde das Programm überarbeitet und neu auf-

gebaut, in einer modularen Weise und in der Programmiersprache C++. Dies ermöglicht eine bessere Übersicht und somit eine leichtere Wartung und Fehlerbehebung. Darüber hinaus gewährleistet die Überarbeitung eine einfachere Implementierung von neuen Programmteilen.

Auf die bisher vorhandenen Bestandteile sowie ihre Funktionsweise wird im Folgenden eingegangen.

4.2 Modularer Neuaufbau und Bestandteile

Eine Liste der Programmteile, aus denen SimWITCH zusammengesetzt ist, ist in Tab. 4.1 zu sehen. Jede Programmbibliothek⁷ (*Dateiname.o*) ist aus ihrer gleich-

Libraries	
<code>simwitch.o</code>	<code>field_exact.o</code>
<code>basics.o</code>	<code>fieldline.o</code>
<code>beta_sub.o</code>	<code>magfield2.o</code>
<code>doppler.o</code>	<code>montecarlo_doppler.o</code>
<code>elcd3_2.o</code>	<code>qromb.o</code>
<code>elmain.o</code>	<code>random.o</code>
<code>felddata.o</code>	<code>traj_exact.o</code>

Tabelle 4.1: Übersicht über alle Programmteile von SimWITCH.

namigen C++-Datei (*Dateiname.cpp*) und der entsprechenden Header-Datei (*Dateiname.h*) zusammengesetzt. Außerdem ist üblicherweise die `globals.h` eingebunden, in welcher Standard-Variablen wie Lichtgeschwindigkeit, Elektronenmasse und Kreiszahl definiert sind.

Das Grundgerüst bildet nach wie vor `simwitch.cpp`⁸. Hier werden im Wesentlichen die Hauptbestandteile der Bahnverfolgung aus `basics.o` bzw.

⁷Hier meist als „Library“, oder „Modul“ bezeichnet.

⁸Der tatsächliche Name kann je nach Version leicht abweichen.

`montecarlo_doppler.o` geladen, welche ihrerseits auf die eingangs erwähnte Bahnverfolgungsroutine zugreifen. Diese ist in der aktuellen Version auf die Module `traj_exact.o` und `field_exact.o` aufgeteilt.

`montecarlo_doppler.o` benötigt außerdem drei weitere Programmbibliotheken. Zuallererst braucht es einen Zufallszahlen-Generator, welcher in `random.o` untergebracht ist. Zum Generieren der Zufallszahlen wird auf die Funktion `ran2` aus [PTVF92] zurückgegriffen. Desweiteren wird `beta_sub.o` aufgerufen, wodurch die Möglichkeit besteht, Rückstoßspektren zu generieren. Diese können wiederum als Randbedingung für die Zufallszahlen genutzt werden. Für die Erzeugung der Spektren wird außerdem `qromb.o` benötigt. Der Quellcode hierfür ist ebenfalls den „Numerical Recipes“ ([PTVF92]) entnommen und wird an verschiedenen Stellen zur Integration genutzt. Letztlich ist noch `doppler.o` implementiert, wodurch bei den Simulationen die Temperatur und eine damit verbundene Doppler-Verschiebung berücksichtigt werden kann.

Die übrigen Module enthalten alle benötigten Informationen und Routinen zum Magnetfeld, elektrischen Feld sowie zur Elektrodengeometrie.

Ein Untermenü hierzu findet sich in der `elmain.o`, wo Elektroden und Magnete konfiguriert oder die aktuellen Werte angezeigt werden können. Die eigentliche Berechnung wird für das Magnetfeld in `magfield2.o` und entsprechend für das elektrische Feld in `elcd3_2.o` durchgeführt.

Letztlich wird aus der Hauptdatei, `simwitch.cpp`, auf die `fieldline.o` zugegriffen. Hier ist es möglich die Feldlinien alleinstehend und unabhängig von Funktionen der Bahnverfolgung zu berechnen.

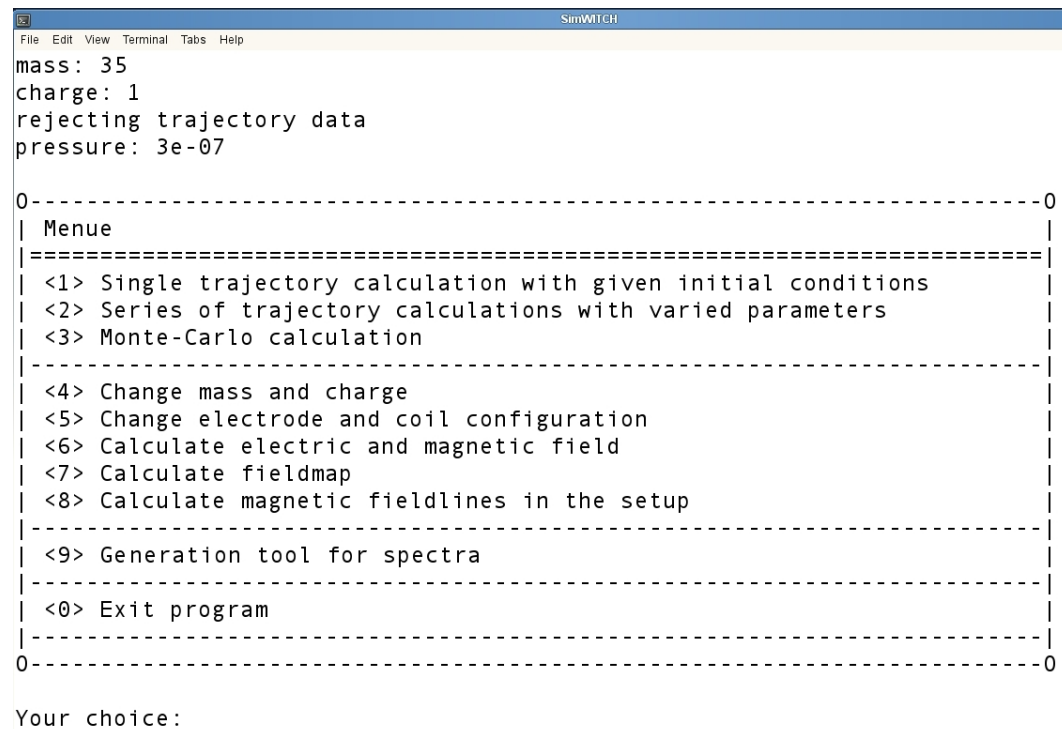
Aus diesen Modulen wird mithilfe einer `Makefile`-Datei SimWITCH zusammengesetzt. Bei dem fertigen Programm handelt es sich um ein reines Konsolen-Programm, mit einer Größe von ca. 300 Kilobyte, welches sowohl unter Windows als auch UNIX-Systemen lauffähig ist. Es wird hier jedoch immer von einer Linux-Distribution ausgegangen.

Durch Eingabe von „`make`“ in die Konsole wird das Programm kompiliert. Der

dahinterstehende Befehl wurde nur geringfügig verändert und entspricht im Wesentlichen dem in [Fri08] beschriebenen.

Der Vorteil einer `Makefile`-Datei liegt darin, dass nicht immer das gesamte Programm, sondern nur die Programmteile, in welchen Änderungen vorgenommen wurden, neu kompiliert werden. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, durch die Eingabe von `make clean` alle bisher kompilierte Programmteile zu entfernen. Dies kann bei ggf. auftretenden Fehlern hilfreich und sinnvoll sein.

Die auszuführende Datei ist nach wie vor `simwitch` und kann über `./simwitch` gestartet werden. Ein Bildschirmfoto des Hauptmenüs ist in Abb. 4.1 zu sehen. Unter



```

SimWITCH
File Edit View Terminal Tabs Help
mass: 35
charge: 1
rejecting trajectory data
pressure: 3e-07

0-----0
| Menue                                     |
|=====|
| <1> Single trajectory calculation with given initial conditions |
| <2> Series of trajectory calculations with varied parameters   |
| <3> Monte-Carlo calculation                                   |
|-----|
| <4> Change mass and charge                                     |
| <5> Change electrode and coil configuration                   |
| <6> Calculate electric and magnetic field                     |
| <7> Calculate fieldmap                                         |
| <8> Calculate magnetic fieldlines in the setup                 |
|-----|
| <9> Generation tool for spectra                               |
|-----|
| <0> Exit program                                              |
|-----|
0-----0

Your choice:

```

Abbildung 4.1: Übersicht des aktuellen SimWITCH Hauptmenüs ausgeführt auf einem LINUX Betriebssystem.

anderem finden sich hier Angaben zu den Ionen, mit welchen simuliert wird, d.h. welche Masse⁹ und Ladung¹⁰ sie besitzen. Außerdem wird darüber informiert, ob die Trajektorien der Teilchen gespeichert oder verworfen werden. Dies ist besonders

⁹In Einheiten der atomaren Masseneinheit u .

¹⁰In Einheiten der Elementarladung e .

bei Monte-Carlo-Rechnungen mit vielen Teilchen wichtig, da das Speichern aller Trajektorien viel Speicherplatz und Zeit benötigt.

Eine Weiterentwicklung gegenüber [Fri08] besteht in der Möglichkeit den Druck¹¹ im Spektrometertank zu berücksichtigen. Dies ist wichtig für die Erweiterung durch eine Klasse, welche Streuung der Ionen an Restgas einbeziehen soll.

Alle vier Informationen sind in einer externen Datei gespeichert, ist diese nicht vorhanden, oder beschädigt, ist die vorherige Eingabe der Werte notwendig.

Den einzelnen Menüpunkten sind die folgenden Unterkapitel gewidmet. Hierbei wird nicht dem Aufbau, wie in Abb. 4.1, gefolgt. Beim erstmaligen Starten von SimWITCH ist es notwendig die Elektroden und Magnete zu konfigurieren, bevor Bahnverfolgungsrechnungen durchgeführt werden können. Daher wird erst näher auf die Feldberechnung eingegangen.

4.3 Feldberechnungen

Beim erstmaligen Starten und nach Eingabe von Masse, Ladung und Druck, sowie der Wahl, ob Trajektorien gespeichert werden sollen oder nicht, befindet man sich in dem Hauptmenü, wie in Abb. 4.1 zu sehen.

Um die ersten drei Punkte erfolgreich durchführen zu können, muss Menüpunkt <5> ausgewählt werden. Im folgenden Untermenü sind die Funktionen vertreten, welche das elektrische und magnetische Feld betreffen.

Für eine schnelle Eingabe, aber auch um Simulationen leichter reproduzieren zu können, ist es möglich, gespeicherte Konfigurationen aufzurufen. Es kann zwischen den nominellen Einstellungen und den Konfigurationen, welche während der Strahlzeiten 2006 bzw. 2007 tatsächlich gegeben waren entschieden werden. Darüber hinaus ist es ebenfalls möglich, alle Einstellungen manuell vorzunehmen.

Nach erfolgreicher Eingabe werden die beiden Felder berechnet und die später benötigten Informationen in `elsource.dat` und `magsource.dat` gespeichert.

¹¹in bar.

Das elektrische Feld ist bestimmt durch die Anordnung der Elektroden und deren Geometrie. Beides ist in `cylinder.dat` gespeichert. Änderungen am experimentellen Aufbau können hier eingegeben werden. Analog werden die Informationen der Magnet-Anordnung in `magnetfeld.dat` gespeichert. Näheres zum Aufbau dieser beiden Dateien findet sich in [Fri08].

Das Programm SimWITCH umfasst ca. 60 Megabyte Festplattenspeicher, wobei nahezu der gesamte Speicher für die Ausgabedateien der Felder benötigt wird.

Nach den Berechnungen der Felder ist es möglich mit Bahnverfolgungsrechnungen zu beginnen.

4.4 Bahnverfolgungsroutine

Wie Anfangs erwähnt, ist das Herzstück der Bahnverfolgung die `traj`-Routine, welche von Ferenc Glück geschrieben und bereits bei anderen Experimenten verwendet wurde. Es kommt ein achtstufiges Runge-Kutta-Verfahren zur Anwendung, welches das Anfangswert-Problem durch das Diskretisierungsverfahren der Randelementmethode mithilfe von Differentialgleichungen löst. Alternativ kann ein vierstufiges Runge-Kutta-Verfahren verwendet werden, dies ist im Quellcode enthalten, aber aufgrund der nicht ausreichenden Genauigkeit und geringen Geschwindigkeit nicht aktiv in das Programm implementiert.

Die Routine berechnet die Trajektorien der Ionen, bis eine von sechs Abbruchbedingung erfüllt wird (s. Tab. 4.2).

Im Idealfall würde das Teilchen den Detektor erreichen, d.h. die Positionsinformation des Teilchens bzgl. der z -Achse erreicht einen entsprechenden Wert und die Rechnungen werden beendet. Daneben gibt es weitere physikalische Bedingungen, die die Berechnung einer Trajektorie stoppen. So führt eine negative Geschwindigkeit des Teilchens in z -Richtung ebenfalls zum Abbruch. Das Teilchen wird dann als reflektiert angesehen. Da es möglich ist, dass sich das Vorzeichen der z -Komponente abermals ändert, kann diese Bedingung im Quellcode deaktiviert werden. In diesem

Fall greift eine weitere Abbruchbedingung, bei welcher die Anzahl der Vorzeichenwechsel auf 100 beschränkt ist. Dies würde bedeuten, dass das Ion 100 mal reflektiert wurde. Im Experiment würde das einer unerwünschten Teilchenfalle entsprechen, die sich aus ungünstigen Elektroden- und Magnetkonfigurationen ergeben kann. Dies kann auf unterschiedliche Weisen geschehen, welche in [Glü08] beschrieben werden.

Eine weitere Abbruchbedingung betrifft die Energieerhaltung. Hierfür wird die Anfangs-Energie, E_0 , und die Energie des aktuellen Rechenschritts, E , berechnet. Wird die Differenz der beiden zu groß:

$$\left| \underbrace{\frac{E - E_0}{E}}_{:=\text{err}} \right| > 1 \cdot 10^{-11} \quad , \quad (4.1)$$

so wird die Rechnung ebenfalls beendet.

Die letzten beiden Bedingungen sind mathematischer Natur und betreffen die Legendre-Polynome der Runge-Kutta-Routine. Es wird überprüft, ob die Legendre-Polynome konvergieren oder nicht. Letzteres tritt bei Berechnungen nahe der Elektroden ein und führt zum Abbruch, was als Aufprall der Ionen auf eine Elektrode gewertet werden kann.

Da der Runge-Kutta-Algorithmus in zwei Funktionen angewandt wird, resultieren hieraus auch zwei Abbruchbedingungen.

Für jeden Schritt entlang der Trajektorie können verschiedene Informationen ausgegeben werden. Ob diese tatsächlich gespeichert werden oder nicht, ist von der eingangs getroffenen Entscheidung abhängig (s. Kapitel 4.2). Bei Verwerfen der Informationen handelt es sich an dieser Stelle in erster Linie um einen Zwischenspeicher. Je nachdem welche Ansprüche an eine Simulation gestellt werden, können die Ausgabewerte geändert werden. In der aktuellen SimWITCH Version sind an dieser Stelle die folgenden Parameter gewählt:

```
x[1]  x[2]  x[3]  r  *time  err  s  .
```

Es handelt sich bei den ersten drei Parametern um die Position des Teilchens in drei-dimensionalen kartesischen Koordinaten. `r` setzt sich aus `x[1]` und `x[2]` zusammen

$$r = \sqrt{x[1]^2 + x[2]^2}$$

und stellt den radialen Abstand zur z -Achse in Metern dar. `*time` und `s` sind Rückgabewerte des Runge-Kutta-Algorithmus und geben zum einen die Zeit eines Runge-Kutta-Schritts und zum anderen die Weglänge an. `err` bezieht sich auf die bereits oben angesprochene Energieerhaltung und ist wie in Gl. (4.1) definiert.

In welchen Abständen diese Informationen in einer Datei gespeichert werden ist von `nprint` abhängig. Diese Variable ist für gewöhnlich auf eins gesetzt, so dass jeder Schritt auch abgespeichert wird.

Neben dieser Ausgabe wird in Abhängigkeit der jeweiligen Funktion, aus der die Bahnverfolgung gestartet wurde eine weitere Datei geschrieben. Auf den Inhalt der jeweiligen Dateien wird im Abschnitt der entsprechenden Funktionen eingegangen. Man kann zwischen den ersten drei Punkten unterscheiden, welche in Abb. 4.1 zu sehen sind:

- Einzelbahnverfolgung (Kapitel 4.4.1)
- Multibahnverfolgung (Kapitel 4.4.2)
- Monte-Carlo-Methode (Kapitel 4.4.3).

4.4.1 Einzelbahnverfolgung

Für die Verfolgung einer einzelnen Teilchenbahn sind sechs Eingaben zu machen. Man definiert neben der Energie des Teilchens seine Position über seine z - und r -Koordinate, den Winkeln Θ und φ , unter denen das Teilchen emittiert wird, (s. Abb. 4.2) noch den Namen der Ausgabedatei. In dieser werden dieselben Informationen gespeichert wie in Kapitel 4.4 beschrieben. Zusätzlich wird eine weitere Datei erstellt, deren Name fest auf `singeltraj_info.dat` gesetzt ist und welche

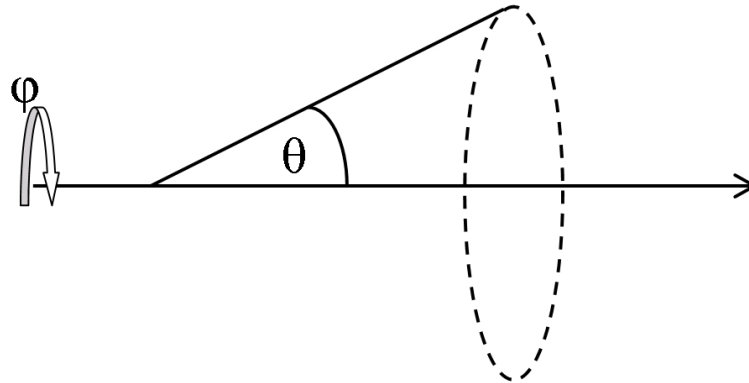


Abbildung 4.2: Definition der Θ und φ Winkel in Beziehung zu der z -Achse.

wie folgt aufgebaut ist:

```
z_ini r_ini theta phi E_rec mass charge time z_fin r_fin conv
```

Bei `z_ini` und `r_ini` bzw. `z_fin` und `r_fin` handelt es sich wiederum um die axiale und radiale Position des Teilchens zu Beginn (`ini`) und am Ende (`fin`) der Bahnverfolgungsrechnungen. Neben Masse (`mass`), Ladung (`charge`), Energie (`E_rec`) und Winkeln (`theta`, `phi`) wird sowohl die Zeit eines Runge-Kutta-Schritts (`time`) als auch die Art des Abbruchs (`conv`) in die Datei aufgenommen. `conv` ist dabei gemäß Tab. 4.2 zugeordnet.

Nachdem die Rechnung beendet ist, wird auf dem Bildschirm angezeigt, ob das Teilchen den Detektor erreicht hat oder nicht. Notwendige Bedingung hierfür ist, dass das Teilchen die Detektorebene erreicht hat und somit `conv=0` ist. Darüber hinaus muss jedoch ebenfalls gelten, dass `r_fin` ≤ 0.04 ist, da sonst nicht klar ist, ob das Teilchen den Detektor getroffen hat oder in der Detektorebene zu weit außen aufgetroffen ist.

In der ersten Ausgabedatei steht *eine* Zeile für *einen* Punkt auf der Teilchenbahn, die Gesamtheit der Punkte führt zu der gesamten Trajektorie. In der zweiten Datei, der `singeltraj_info.dat`, werden in eine Zeile die Werte für den letzten Wert der Teilchenbahn geschrieben. Da es sich in diesem Fall um die Verfolgung eines einzelnen Teilchens handelt, ist dementsprechend nur eine Zeile in dieser Datei

conv	Bedeutung
0	Das Teilchen hat die Detektorebene erreicht, d.h. für die z -Komponente gilt $z \geq 2.65$.
1	Die Legendre-Polynome der <code>elfield</code> Funktion konvergieren nicht.
2	Das Teilchen wird als reflektiert angesehen, da seine Geschwindigkeit negativ ist.
3	Energieerhaltung ist verletzt.
4	Das Teilchen wurde mehr als 100 mal reflektiert.
5	Die Legendre-Polynome der <code>magfield</code> Funktion konvergieren nicht.

Tabelle 4.2: Physikalische Bedeutung der einzelnen `conv`-Werte.

gespeichert. Dies ändert sich, wenn man mehrere Teilchen, wie bei den Multibahnverfolgungen, betrachtet.

4.4.2 Multibahnverfolgung

Bei dem zweiten Menüpunkt von SimWITCH handelt es sich um die Bahnverfolgung mehrerer Teilchen. Ziel ist es jeweils durch systematische Variation einzelner, oder auch mehrerer Parameter Informationen über deren Einfluss auf die Bahn der Teilchen zu gewinnen. Hierbei gibt es vier Unterpunkte auf die im Folgenden eingegangen wird.

Ein-Parameter-Variation

Hierbei können verschiedene Parameter ausgewählt werden, die in einem Bereich variiert werden, welcher durch die Angabe der Schrittweite und Anzahl der Schritte definiert ist. Neben den Eingabewerten bzgl. Energie, r - und z -Koordinate und Θ -Winkel können auch Masse und Ladung des Teilchens variiert werden.

Zudem muss ein Name für die Ausgabedatei eingegeben werden. Existiert eine solche Datei bereits, wird sie überschrieben. Der Inhalt der Ausgabedatei ist abhängig

davon, welcher Parameter variiert wird. Allgemein besitzt eine Zeile der Datei einen derartigen Aufbau:

```
Variable x_fin y_fin z_fin r_fin time conv det
```

Der erste Wert (*Variable*) steht hier für den entsprechenden Parameter, der variiert werden soll. Die folgenden sechs Werte entsprechen den Definitionen wie zuvor. Zusätzlich ist hier der achte Wert, *det*, aufgenommen worden. Dieser ist im Prinzip ein boolescher Typ und kann die Werte 1 oder 0 annehmen. Dabei steht 1 für ein Teilchen, welches den Detektor erreicht hat, d.h. sowohl $z_fin \geq 2.65$ als auch $r_fin \leq 0.04$ gilt.

Es handelt sich bei den Einträgen der einzelnen Zeilen jeweils um den den letzten Punkt einer Trajektorie. Die Anzahl der Zeilen ist abhängig von der gewünschten Anzahl der Schritte.

Ein ähnliches Verfahren, welches sich jedoch auf zwei Parameter beschränkt, um bestimmte physikalische Effekte zu eruieren, ist durch die Θ - E -Variation gegeben, welche speziell zur Untersuchung des Einflusses des Emissionswinkels Θ auf die Transmission implementiert wurde.

Θ - E -Variation

In dieser Funktion wird der Θ -Winkel, unter dem ein einzelnes Teilchen die Falle verlässt, und seine Energie variiert. Somit bestehen die einzigen Eingabewerte aus einer Anfangsenergie (**E_start**), der Energie-Schrittweite (**E_stp**), der Anzahl an Schritten (**Steps_E**), sowie der Anzahl an Schritten bzgl. des Θ -Winkels (**Steps_T**). Alle anderen benötigten Werte sind bereits im Quellcode fest gesetzt.

Der Winkel wird zwischen 0 und 90 Grad mit den angegebenen Schritten und der daraus berechneten Schrittweite durchlaufen. Ist 90 Grad erreicht oder greift zuvor eine Abbruchbedingung wird zum nächsten Energiewert gewechselt und von vorne begonnen. Dies geschieht so lange bis der letzte Energiewert erreicht ist.

Für jeden Energieschritt wird in eine Datei, **ETCutoff.dat**, eine Zeile mit dem aktuellen Energiewert und dem dazugehörigen maximalem Winkel (Abschneidewinkel

Θ_C) geschrieben, bei dem das Teilchen die Falle verlassen konnte. Dies führt zu Graphen wie in Abb. 4.3 gezeigt. Man sieht, dass Teilchen mit niedriger Energie, d.h.

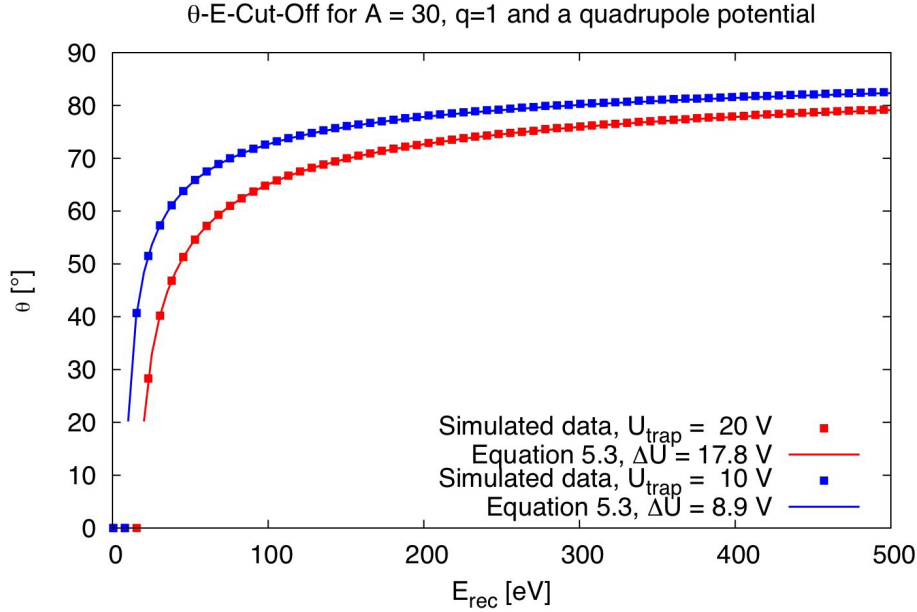


Abbildung 4.3: Beispiel einer Θ - E -Cut-Off Simulation für $A = 30$ und $q = 1e$. ΔU ist die Potentialdifferenz zwischen Zentrum und Endkappenelektroden der Zerfallsfalle [Fri08].

unter 100 eV, die Falle bereits unter kleinen Emissionswinkeln nicht mehr verlassen können. Teilchen mit hohen Energien können die Falle hingegen auch noch unter größeren Winkeln verlassen. Hierbei gilt immer $\Theta_C < 90^\circ$. Dieser energieabhängige Effekt wird als Θ - E -Cut-Off bezeichnet und ist ausführlich in [Fri08] behandelt.

Θ - ϕ -Variation

SimWITCH und die zugrunde liegenden Routinen sind beschränkt auf Zylindersymmetrie. Dies ist ausreichend, da der experimentelle Aufbau von WITCH rotationssymmetrisch um die z -Achse ist. Bei diesen Rechnungen sind daher die zwei Winkel Θ und ϕ von Interesse. Bei einem korrekt laufendem Programm sollte eine Änderung von ϕ bei festem Θ das Ergebnis einer Simulation nicht verändern (vgl. Abb. 4.2). Dies wird überprüft, indem Θ die Werte zwischen 0 und 90 Grad in 0.5 Grad Schritten durchläuft. Zu jedem Schritt wird der ϕ Winkel ebenfalls in

0.5 Grad Schritten, aber zwischen 0 und 360 Grad, variiert. Einzig benötigte Eingabe ist die Energie der Teilchen.

Der Aufbau der Ausgabedatei `ThetaPhiTest.dat` sieht wie folgt aus:

```
T_rec  Phi_rec  count  .
```

Die ersten beiden Spalten beinhalten die Winkel, die letzte den boolschen Wert, ob ein Teilchen den Detektor erreicht hat.

Θ -Positions-Variation

Die letzte Unterfunktion der Multibahnverfolgung variiert neben dem Θ -Winkel die Startkoordinaten des Teilchens in r - und z -Koordinaten. Die Rechnungen sollen sich in erster Linie auf den Bereich der Einzel Linse beziehen, daher wird der Startwert der z -Koordinate in diese Region verschoben durch

$$z_ini = z_ini + 1.75 .$$

Von hier an wird der z -Wert in Schritten von 0.001 bis 2.25 variiert. Zu jedem z -Wert wird zudem die r -Koordinate ebenfalls mit Schrittweiten von 0.001 zwischen 0 und 80 verändert. Für jeden dieser Werte durchläuft wiederum Θ den Bereich zwischen 0 und 80 Grad in 1 Grad Schritten.

Auf diese Weise wird eine Vielzahl von Trajektorien in diesem Bereich berechnet, ohne viel Rechenzeit zu benötigen, da alle übrigen Bereiche außer Acht gelassen werden. Dies dient dem Zweck, ungewünschte Teilchenfallen, die in diesem Bereich vermutet werden, zu untersuchen. Hierfür wird in der Ausgabedatei der `conv`-Wert betrachtet. Falls dieser den Wert vier annimmt, wurde, wie oben beschrieben, das Teilchen 100 mal reflektiert und es kann als unbeabsichtigt „eingefangen“ angesehen werden. Die gesamte Ausgabe in der hierfür angelegten Datei `par_scan_einz.dat` ist dabei wie folgt strukturiert:

```
Z_ini  R_ini  T_ini  Phi  x_fin  y_fin  z_fin  r_fin  time  conv  det  .
```

Die Bedeutung der einzelnen Einträge wurde bereits oben besprochen und hat sich an dieser Stelle nicht geändert.

Der letzte Unterpunkt ist das Monte-Carlo-Verfahren, welches in dem folgenden Unterkapitel ausführlich behandelt wird.

4.4.3 Monte-Carlo-Verfahren

Bei dem Monte-Carlo-Verfahren handelt es sich um die wichtigste Funktion von SimWITCH. Mit ihr wurde ein Großteil der Simulationen dieser Arbeit durchgeführt. Außerdem wurden hier die umfassendsten Eingriffe in den bisherigen Quellcode vorgenommen (vgl. [Fri08]).

Von hier wird auf das Modul `montecarlo_doppler` zugegriffen, in dem alle notwendigen Funktionen zum Durchführen einer Monte-Carlo-Simulation eingebunden sind. Wie eingangs beschrieben wird hier grundlegend ein Zufallszahlen-Generator benötigt. Dieser ist durch `ran2` aus [PTVF92] gegeben. Wie die Zufallszahlen gewürfelt werden, insbesondere welche Randbedingungen gelten, wird für die jeweilige Unterfunktion gesondert beschrieben.

Innerhalb des Monte-Carlo-Untermenüs ist es möglich, zwischen drei verschiedenen Verfahren zu entscheiden:

- monoenergetische Quelle
- Rückstoßspektrum
- Betaspektrum.

Bei der Wahl des ersten Punktes wird anschließend um die Eingabe der entsprechenden Energie gebeten. Im Hintergrund wird zusätzlich eine leere Datei, `recoil.dat` erstellt. Diese wird für den stabilen Ablauf des Programms benötigt und anschließend wieder gelöscht.

Entscheidet man sich für einen der anderen Punkte, muss weiter eingegeben werden, ob das jeweilige Spektrum aus einer bereits existierenden Datei geladen oder

ein neues Spektrum¹² erstellt werden soll.

Soll auf ein vorhandenes Spektrum zugegriffen werden, muss der entsprechende Dateiname angegeben werden. Wird diese Eingabe versäumt, wählt das Programm die Dateien `betas.dat` bzw. `recoil.dat`. Es kann sich prinzipiell um eine Datei mit einem beliebigen, kontinuierlichen Spektrum handeln, dessen Verlauf lediglich streng monoton steigend sein muss. Dies ist notwendig um eine wohldefinierte Zuordnung zwischen Zählrate und Energie zu garantieren.

Die Eingabe eines Dateinamens entfällt bei der Erstellung eines neuen Spektrums. Dieser wird automatisch nach Erzeugung eines Spektrums auf den entsprechenden Namen gesetzt. Die Generierung selbst geschieht mithilfe der Subroutine `beta_sub`, welche die Kinematik des β -Zerfalls berücksichtigt. Diese wird in Kapitel 4.4.4 näher erläutert.

Anschließend wird zur Eingabe weiterer Randbedingungen aufgefordert. Zuerst muss die Anzahl der zu simulierenden Ereignisse bestimmt werden. Wird hier die Anzahl auf Null gesetzt, ist die Simulation nicht länger von der Anzahl der Ereignisse abhängig, sondern von der Laufzeit des Programms. Eine Grenze muss bisher im Quellcode selbst gesetzt werden und liegt momentan bei 47 Stunden.

Die folgende Eingabe bezieht sich auf einen Versatz entlang der z -Achse. Da dieser für jegliche Simulationen auf Null gesetzt wurde, wird hier nicht näher auf diesen Wert eingegangen.

Auch der nächste Eingabewert wurde für alle Simulationen auf Null gesetzt. Es handelt sich um die Temperatur der Ionenquelle. Wählt man diese ungleich Null, so wird mit dieser Temperatur und der damit einhergehenden Doppler-Verschiebung gerechnet. Da dies nicht Gegenstand der Arbeit ist, wurde der Dopplereffekt immer durch Eingabe von Null deaktiviert.

Bevor die Simulation startet, muss noch die gewünschte Form der Ionenquelle ausgewählt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten sowie die dafür benötigten geometrischen Größen sind in Tab. 4.3 aufgelistet. In Abhängigkeit der gewählten Ener-

¹²Für ein Rückstoßspektrum muss an dieser Stelle bereits entschieden werden, mit was für einem β - ν -Korrelationskoeffizient, $a \in [-1, 1]$, das Spektrum berechnet werden soll.

Geometrie	Benötigte Eingabewerte
• punktförmig	r - und z -Position
• kugelförmig, mit homogener Verteilung in r -Richtung	Radius
• zylindrisch, mit homogener Verteilung in r -Richtung	Radius und Länge
• kugelförmig, mit gausscher Verteilung in r -Richtung	Radius
• zylindrisch, mit gausscher Verteilung in r -Richtung	Radius und Länge

Tabelle 4.3: Übersicht der zur Verfügung stehenden Geometrien und ihrer Eingabewerte. Der Ursprung liegt jeweils im Zentrum der Zerfallsfalle und auf der z -Achse.

gieverteilung und Geometrie werden die weiteren Startwerte mithilfe des Zufallsgenerators gewürfelt. Generell werden nur Zufallszahlen im Intervall $]0, 1[$ gewürfelt, diese werden dann auf den Wertebereich der jeweiligen Größe angepasst.

Für eine monoenergetische Punkt-Quelle müssen lediglich die Emissionswinkel Θ und ϕ gewürfelt werden. Für ϕ wird die Zufallszahl aus $]0, 1[$ mit dem größten Winkel multipliziert, d.h. $\phi_{\max} = 360$. Θ hingegen wird aus dem Arcus Cosinus berechnet:

$$\text{theta_ran} = \frac{\arccos(\cos_theta) \cdot 180}{\pi} . \quad (4.2)$$

Wobei \cos_theta die gewürfelte Zufallszahl $\in]0, 1[$ ist. Dies führt zu einem Winkel mit $\Theta \in]0, 90[$, wodurch Teilchen lediglich in Vorwärtsrichtung emittiert werden.

Soll der Punktquelle ein ganzes Spektrum, also eine Energieverteilung, zugeordnet werden, muss zusätzlich zu den Winkeln noch die Energie gewürfelt werden. Hierfür wird das eingelesene oder erstellte Spektrum benötigt, welches für diese Zwecke streng monoton steigend sein muss. Um dies zu gewährleisten, handelt es sich um ein integrales Spektrum.

Um eine Energie zu ermitteln, wird eine Zufallszahl gewürfelt (`Counts_ran`), welche mit der größten Zählrate des jeweiligen Spektrums multipliziert wird. Die sich so ergebende Zahl wird so lange mit dem Spektrum (`Counts`) verglichen, bis sie

übereinstimmen, bzw. es gilt:

$$\text{Counts_ran} \leq \text{Counts} \quad (4.3)$$

Tritt dieser Fall ein, so wird die zugehörige Energie für die nachfolgende Bahnverfolgungsrechnung verwendet. In Abb. 4.4 ist dieses Vorgehen beispielhaft gezeigt. Die maximale Zählrate liegt hier bei 100 Ereignissen. Es wird von einer gewürfelten Zählrate von 40 ausgegangen. Das Spektrum wird abgefahren, bis Gl. (4.3) erfüllt ist, was in diesem Fall im 40. Schritt gegeben ist. Der zugehörige Energiewert, in diesem Beispiel 283.6 eV, wird als Wert für die folgende Simulation benutzt. Während

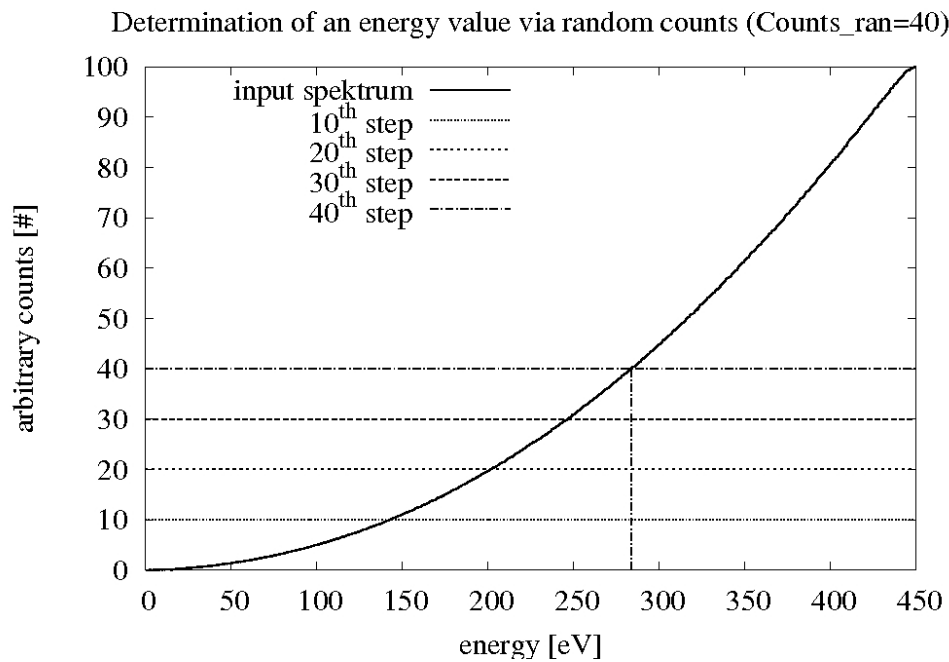


Abbildung 4.4: Beispiel für die Bestimmung eines Energiewertes mithilfe einer zufälligen Zählrate von 40 Ereignissen. Das Spektrum wird abgefahren. Ist dieser Wert erreicht, wird die zugehörige Energie, in diesem Fall 283.6 eV, für die Simulation verwendet.

einer Simulation wird jedes Mal, wenn ein Energiewert gewählt wurde, ein zugehöriger Zähler (`count_spec`) um Eins erhöht. Steht am Ende einer Bahnverfolgung fest, dass ein Teilchen den Detektor erreicht, wird zusätzlich ein weiterer Zähler (`count_dec`) um Eins erhöht.

Für zylindrische und sphärische Quellen kann ebenfalls zwischen einer monoenergetischen Quelle und einer Energieverteilung gewählt werden. Der Unterschied liegt in der zusätzlichen Generierung einer zufälligen Startposition. Diese muss sich innerhalb des definierten geometrischen Körpers befinden, also innerhalb einer Kugel mit dem Radius r bzw. eines Zylinders mit der Länge l und dem Radius r . Hierfür wird von dem Zufallsgenerator eine x , y und z -Komponente gewürfelt.

Hier kann zudem für die Teilchen in der Falle zwischen einer homogenen und gaußschen Dichteverteilung bzgl. der radialen Komponente entschieden werden. Das Vorgehen bleibt im Grunde das Gleiche. Für eine gaußsche Verteilung wird lediglich als Randbedingung eine Gauß-Funktion gewählt.

Alle eingegebenen und gewürfelten Werte werden anschließend an die Bahnverfolgungsroutine übergeben. Die Berechnung der Trajektorie eines Teilchens wird durchgeführt, bis eine der Abbruchbedingungen erfüllt ist. Es folgt das nächste Teilchen mit demselben Ablauf, bis die gewünschte Teilchenzahl bzw. das gesetzte Zeitlimit erreicht ist.

Am Ende jeder Rechnung werden die Endwerte der Trajektorie überprüft und die Information gespeichert, ob das Teilchen auf den Detektor getroffen ist. Hierbei wird unterschieden, ob lediglich die Detektorebene erreicht wurde oder ob das Teilchen zudem auch innerhalb des sensitiven Detektorbereichs eingetroffen ist. Außerdem werden vier Dateien erstellt, in denen die Positionen der detektierten Teilchen gespeichert werden. In der `r_counts.dat` werden die Teilchen in Kreisringe einsortiert, dabei ist jedem Ring eine Zählervariable zugeordnet, die entsprechend inkrementiert wird. So kann die Radialverteilung auf dem Detektor angezeigt werden. Die übrigen drei Dateien speichern die Positionsinformationen in kartesischen Koordinaten. In x -Richtung (`x_counts.dat`), y -Richtung (`y_counts.dat`) und zweidimensional in x - y -Richtung (`xy_counts.dat`).

Nachdem alle Zählerinstanzen durchlaufen sind, werden alle Ausgabewerte bzgl. des Trajektorienendes in eine Zeile der `track_info.dat` geschrieben, deren Aufbau wie folgt gegeben ist:

```
i x_ini y_ini z_ini E_ran theta_ran phi_ran z_fin r_fin conv  
hit .
```

Die tatsächlichen Namen der Variablen im Programm können sich je nach Unterfunktion leicht ändern. Bei `i` handelt es sich lediglich um einen Laufindex. Die nächsten drei Werte sind die drei kartesischen Startkoordinaten, gefolgt von der Startenergie, den Startwinkeln sowie der Endposition in z - und r -Koordinaten. Die letzten beiden Werte geben Auskunft über den Verbleib des Teilchens. Was zum Abbruch der Rechnung geführt hat, kann durch den `conv`-Wert nachvollzogen werden (vgl. Kapitel 4.4.1). `hit` gibt letztlich die Information, ob ein Teilchen alle notwendigen Bedingungen erfüllt hat und im physikalischen Sinne als detektiert angesehen werden kann (Wert gleich Eins), oder nicht (Wert gleich Null).

Die letzte Rückgabedatei (`recoilspectrum.dat`, bzw. `betaspectrum.dat`) beinhaltet die Informationen bzgl. des Spektrums. Die jeweilige Datei ist in vier Spalten aufgeteilt. Der erste Eintrag beinhaltet die Startenergie in Elektronenvolt, die zwei Folgenden geben die oben beschriebenen Zähler, `count_spec` und `count_dec`, wieder. Der letzte Eintrag ist durch die maximale Zählrate des jeweiligen Energiewertes gegeben und ergibt so das ursprüngliche, integrale Eingabespektrum.

Eine Darstellung und Auswertung dieser Dateien ist im folgenden Kapitel zu finden.

Mit der Monte-Carlo-Methode wurden die Simulationen dieser Arbeit durchgeführt. Es wurde generell auf die Berücksichtigung des Dopplereffektes verzichtet. Vielmehr liegt der Schwerpunkt auf der neu implementierten Möglichkeit, eine Energieverteilung der Quelle zu betrachten. Die dahinterstehende Routine wird im Folgenden beschrieben.

4.4.4 Der Spektrum-Generator

Die Routine des Spektrum-Generators, `beta_sub`, ist nicht nur wie oben erwähnt in die Bahnverfolgung implementiert, sondern steht außerdem als eigener Punkt im

SimWITCH Hauptmenü zur Verfügung. Hier ist es möglich, Spektren unabhängig von der Bahnverfolgung zu erstellen. Es sind die benötigten Daten für die zwei bisher bei WITCH gemessenen Zerfälle von Indium ($^{124}_{49}\text{In}$) zu Zinn ($^{124}_{50}\text{Sn}$) und von Argon ($^{35}_{18}\text{Ar}$) zu Chlor ($^{35}_{17}\text{Cl}$) im Programm enthalten. Daneben können auch die Daten manuell eingegeben werden. Es wird die Masse, Ladung und Anregungsenergie von Mutter- und Tochterkern, sowie die Ordnungszahl Z des Tochterkerns benötigt. Außerdem muss eine Aussage über die Art des Zerfalls getroffen werden, d.h. ob es sich um einen β^- - oder einen β^+ -Zerfall handelt. Die letzte Eingabe betrifft die Fermifunktion. Diese kann als Eins gewählt, oder definiert werden als:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu}{1 - e^{2\pi\mu}} \quad . \quad (4.4)$$

Das Vorzeichen von μ ist von dem stattfindenden Zerfall abhängig. Positives Vorzeichen ist bei β^- -, negatives bei β^+ -Zerfällen gegeben. Es gilt

$$\mu = \pm \frac{Z \cdot c}{137 \cdot \sqrt{1 - (m_e/E)^2}} \quad . \quad (4.5)$$

Bei den Ausgabespektren ist der Benutzer nicht auf integrale Spektren beschränkt, sondern kann sowohl Rückstoßspektren als auch Betaspektren in integraler und differenzieller Form ausgeben lassen.

Darüber hinaus lässt sich entscheiden, ob das ausgegebene Spektrum normalisiert werden soll. Dies kann bzgl. des Maximums oder der Gesamtanzahl von Ereignissen geschehen.

Soll ein Rückstoßspektrum erzeugt werden, ist noch die Eingabe des gewünschten β - ν -Korrelationskoeffizienten notwendig. Anschließend wird das jeweilige Spektrum erstellt und in einer Datei abgespeichert.

Diese berechneten Spektren können dann mit den gemessenen oder simulierten Spektren verglichen werden. Hierzu wurde die Routine außerdem in ein externes ROOT-Skript aufgenommen.

ROOT Fit-Skript

Durch die Implementierung von `beta_sub` in das ROOT Skript kann zur Datenauswertung auf die bewährte und gut dokumentierte Fit-Routinen von ROOT zurückgegriffen werden. Die Fitfunktion ist dabei durch die `beta_sub`-Routine gegeben. Da es sich sowohl bei den gemessenen, als auch bei den simulierten Spektren um integrale Spektren handelt, können mit diesem Skript nur solche gefittet werden. Es wird ein Spektrum aus einer Datei eingelesen, gefittet und anschließend auf der Standard-ROOT-Ausgabe angezeigt.

Zuvor müssen ggf. einige Werte im Skript angepasst werden, wie z.B. der Name der Datei, welche das zu fittende Spektrum enthält. Außerdem muss die Normierung berücksichtigt werden und die Ereignisanzahl falls nötig durch einen Faktor entsprechend angepasst werden.

Um das Ergebnis des Fits zu verbessern, ist es vorteilhaft die Startparameter möglichst gut einzuschränken. Einziger Fit-Parameter des Skriptes ist bisher der β - ν -Korrelationskoeffizient.

Zukünftig sollen auch Normierung und Eichung als Fitparameter aufgenommen werden.

4.5 Das Rechen-Cluster

Die Bahnverfolgung als solche benötigt nicht viel Rechenzeit, abhängig von den Randbedingungen und der zur Verfügung stehenden Rechenleistung können mehrere Teilchenbahnen in wenigen Sekunden berechnet werden. Dennoch ist mit der Simulation von sehr vielen Teilchen (mehr als $1 \cdot 10^6$) ein gewisser Zeitaufwand verbunden. Um schnelle Resultate oder hohe Statistik zu ermöglichen, finden die Rechnungen auf dem Rechen-Cluster des Instituts für Kernphysik der Universität Münster statt. Hier stehen 60 Recheneinheiten mit je zwei Opteron 64-Bit-Prozessoren und 4 Gigabyte RAM zur Verfügung.

Ein Beispiel für eine Jobdatei, die eine Rechnung startet, ist im Anhang A gezeigt.

Diese wird mithilfe von `qsub` an das Cluster geschickt. Der vollständige Befehl sieht wie folgt aus:

```
qsub file.csh -l nodes=1,cput=48:00:00,walltime=72:00:00 -q long -d $PWD; .
```

Die Rechnung findet auf nur einer Recheneinheit statt (`nodes=1`) und hat eine zeitliche Begrenzung hinsichtlich der Rechenzeit von 48 Stunden bzw. hinsichtlich der Gesamtzeit von 72 Stunden. `-q long` gibt an in welche „Warteschlange“ der Job eingereiht wird.

4.5.1 Die Matrix-Methode

Um Rechenzeit auf dem Cluster zu sparen, kann man die Matrix-Methode zur Hilfe nehmen. Hier wird davon ausgegangen, dass bei exakt gleichen Startbedingungen dasselbe Resultat erzielt wird, also die Teilchenbahn immer an derselben Position endet. Nachdem eine Simulation durchgeführt wurde, können alle Startparameter in Verbindung mit dem jeweiligen Ergebnis in einer Matrix gespeichert werden. Anschließend ist es nicht mehr notwendig, die Trajektorie eines Teilchens mit gewürfelten Startwerten komplett zu berechnen, es kann in der Matrix an der Stelle der Startwerte das zu erwartende Ergebnis abgelesen werden. Abhängig von der Anzahl berücksichtigter Parameter N_{par} handelt es sich hier um eine $N_{\text{par}} + 1$ -dimensionale Matrix¹³.

In Abb. 4.5 ist der Θ -E-Cut-Off mithilfe der Matrix-Methode dargestellt. Es wurden alle Informationen einer willkürlich gewählten Simulation gespeichert. Anschließend konnte eine Aussage über den Verbleib eines Teilchens mit gewürfelten Startparametern getroffen werden. Hierbei wurde nur der Θ -Winkel und die Energie betrachtet, was zu Abb. 4.5 führt. Die Simulation wurde mit einer angelegten Retardierungsspannung durchgeführt, was dazu führt, dass im Bereich niedriger Energien keine Ionen detektiert wurden. Für zunehmende Energien ist zu erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen die Falle verlassen und detektiert werden kann, ebenfalls zunimmt.

¹³Eine zusätzliche Dimension für die Information, ob das Teilchen den Detektor erreicht hat.

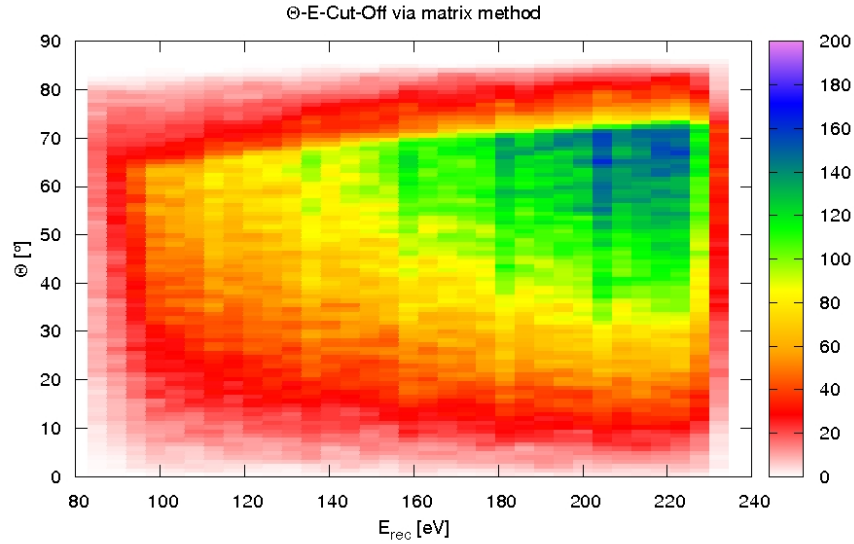


Abbildung 4.5: Beispiel für die Benutzung der Matrix-Methode für eine willkürlich gewählte Simulation. Im Energiebereich $E_{rec} < 80$ eV werden keine Ionen detektiert, aufgrund der Retardierungsspannung. Ionen mit $E_{rec} > 80$ eV können hingegen den Detektor erreichen. Dies ist abhängig von ihrem Emissionswinkel Θ .

4.6 Ausblick

Das Münsteraner Simulationspaket SimWITCH umfasst bereits eine Vielzahl von Funktionen und ermöglicht die Berücksichtigung und Erforschung wichtiger Effekte, wie des Dopplereffekt oder des Θ - E -Cut-Offs.

Das Programm ist umstrukturiert und mit weiteren Funktion, z.B. dem Spektrum-Generator, erweitert worden. Dank des neuen modularen Aufbaues ist es möglich, leichter neue Programmteile zu dem Simulationspaket hinzuzufügen. So wurden bereits erste Schritte unternommen, um Streuung an Restgas im Spektrometertank zu berücksichtigen. Dieses Vorhaben wird weitergeführt, um die Auswirkungen auf das Rückstoßspektrum in der Analyse akkurat berücksichtigen zu können.

Eine weitere Aufgabe wird es sein, die Zerfallsfalle, bzw. die Bewegungen der gespeicherten Teilchen und ihre gegenseitige Beeinflussung zu beschreiben. Dies kann mithilfe des sog. **P**article **I**n **C**ell Verfahrens (kurz PIC-Verfahren) geschehen.

Desweiteren sollen die Möglichkeiten der E -Feldberechnung erweitert werden. Bisher ist in SimWITCH lediglich eine zylindrische Geometrie der Elektroden implementiert. Um diese Geometrie zu erweitern, werden einige Grundbausteine des Programms wie `elmain` und `elcd3_2` erneuert. Dies geschieht mit Unterstützung von Ferenc Glück und der KATRIN Kollaboration, welche auf denselben Code zurückgreift. Hier ist es möglich, entsprechende Code-Elemente als gemeinsame Online-Library zu nutzen. Somit würde eine intensivere Wartung und Fehlerbehebung möglich sein.

Daneben wird auch das ROOT Fit-Skript weiterentwickelt und durch die oben erwähnten Fit-Parameter erweitert, um auch die Normierung und Eichung zu berücksichtigen, so dass gemessene Rückstoßspektren mit diesem analysiert werden können.

Um Rechenzeit zu sparen, wird darüber hinaus die Matrix-Methode weiterentwickelt werden, um letztlich alle Simulationen bzw. ihre Ergebnisse in Matrizen zu speichern. Auf diese Weise kann anschließend ohne großen Rechen- und Zeitaufwand auf die Ergebnisse zurückgegriffen werden und „Simulationen“ mit hoher Statistik durchgeführt werden.

Simulationen mit SimWITCH

Eine wesentliche Aufgabe dieser Arbeit ist die Durchführung von Simulationen zur Untersuchung systematischer Effekte und für die Analyse der Messdaten. Es wurde, wenn nicht anders aufgeführt, von einer zylindrischen Quelle mit einer räumlich homogenen Verteilung der Ionen ausgegangen.

Im Rahmen der Diplomarbeit von Peter Friedag [Fri08] wurden bereits umfangreiche Simulationen zu den Messungen mit Indium im November 2006 durchgeführt. Diese beschränkten sich jedoch auf die Verwendung einer punktförmigen Ionenquelle. Es wurden zudem lediglich monoenergetische Ionenquellen betrachtet. Dort wurden außerdem vorbereitende Simulationen zu den Messungen mit Argon im Oktober 2007 vorgestellt, die ebenfalls von einer monoenergetischen Quelle ausgehen [Fri08].

In dieser Arbeit wurde die Erweiterung auf eine kontinuierliche Energieverteilung genutzt und die Auswirkungen auf Detektorverteilung und Energiespektren untersucht.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt dabei auf dem Einfluss der Größe der Ionenwolke. Hierfür wurde eine zylindrische Ionenquelle mit variierendem Radius zwischen 1 und 8 mm simuliert. Es wurde sowohl das β -Teilchen als auch das Rückstoßion berücksichtigt.

Um die Ergebnisse besser interpretieren zu können und experimentell gewonnene Informationen einfließen zu lassen, wurden die Simulationen in Anlehnung an die Strahlzeiten vom November 2006 und Oktober 2007 mit Argon und Indium durchgeführt.

So konnten die Ergebnisse hinsichtlich Detektorverteilung mit den Messdaten der Strahlzeiten verglichen werden.

Außerdem konnten bereits bekannte Effekte, wie der Θ - E -Cut-Off anhand der Energiespektren aus den Simulationen verifiziert und somit die korrekte Funktionsweise der neu implementierten Programmteile bestätigt werden. Für die Simulationen wurden in SimWITCH die jeweiligen Systemkonfigurationen bzgl. der Elektroden und Magnetfelder genutzt, die bei den Messungen verwendet wurden und von den

Standardwerten abweichen. Auf die jeweils verwendete Konfiguration wird in den entsprechenden Kapiteln eingegangen.

5.1 Simulationen zur Strahlzeit 2006 mit Indium

Im November 2006 wurde als Isotop ^{124}In gewählt. Das Zerfallsschema ist in Abb. 5.1 gezeigt. Links ist der Zerfall des Grundzustandes (3^+) nach ^{124}Sn mit ei-

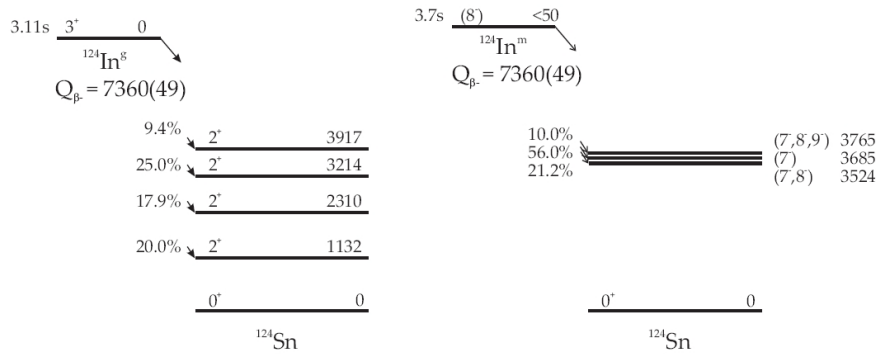


Abbildung 5.1: Zerfallsschema für Indium. **Links:** Der Zerfall in den Grundzustand, **rechts:** Der Zerfall in den metastabilen Zustand von ^{124}Sn [Coe07].

ner Halbwertszeit von 3.11 s zu sehen, rechts der Zerfall des metastabilen Zustandes (8^-) nach ^{124}Sn mit einer Halbwertszeit von 3.7 s. In beiden Fällen beträgt die maximale Zerfallsenergie (7.360 ± 0.05) MeV. Die verwendeten Spektren für den Zerfall von ^{124}In nach ^{124}Sn sind in Abb. 5.2 gezeigt. Hier wird von dem Zerfall in einen angeregten Zustand ausgegangen, weswegen die Endpunktsenergie *nicht* wie oben angegeben bei (7.360 ± 0.05) MeV liegt. Der niedrigste angeregte Zustand besitzt eine Energie von 1132 keV, jedoch wurde zur Berechnung des Spektrums irrtümlich von 511 keV ausgeganegn.

Es handelt sich um einfach geladene Ionen, so dass die Rückstoßionen nach dem β^- -Zerfall zweifach geladen sind und somit $q = 2e$ ist, wobei der sogenannten „Shake-Off“ nicht berücksichtigt ist [Koz05].

Für den β - ν -Korrelationskoeffizient gilt für das Rückstoßspektrum $a = -1/3$, da es sich um einen Gamow-Teller Zerfall handelt. Um die Spektren in SimWITCH nutzen

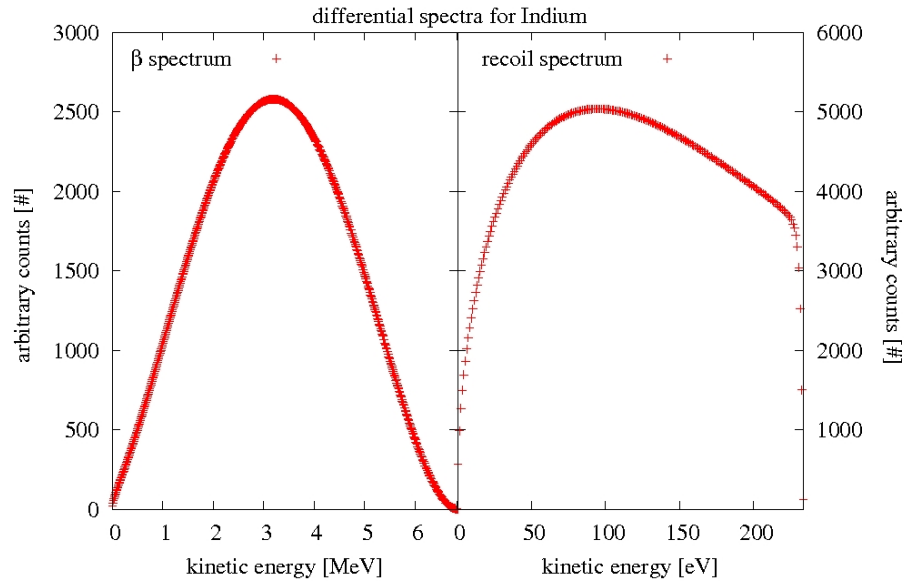


Abbildung 5.2: Differentielle Spektren für den Zerfall von $^{124}\text{Indium}$ in den Grundzustand. **Links:** Das Betapsektrum; **rechts:** Das Rückstoßspektrum mit klein $a = -1/3$. Erstellt mit den in SimWITCH vorgegebenen Daten zum Indium-Zerfall.

zu können, müssen sie in eine integrale Darstellung überführt werden (Abb. 5.3). Aus diesen Spektren, wie in Abschnitt 4.4.3 beschrieben, kann mithilfe einer gewürfelten Zählrate die Energie eines Teilchens ermittelt werden, mit der die anschließende Bahnverfolgung durchgeführt wird.

Hierbei sind die elektrischen und magnetischen Felder durch die gewählten Elektroden- und Magnetkonfigurationen berechnet worden, welche durch die Strahlzeit 2006 vorgegeben sind (s. Tab. 5.1). Die Magnete wurden wie üblich bei 9 und 0.1 T betrieben. Die Ausgabedateien der Simulationen sind:

- `r_counts.dat`
- `recoilspectrum.dat`, bzw. `betaspectrum.dat`
- `track_info.dat`
- `x_counts.dat`
- `xy_counts.dat`
- `y_counts.dat`.

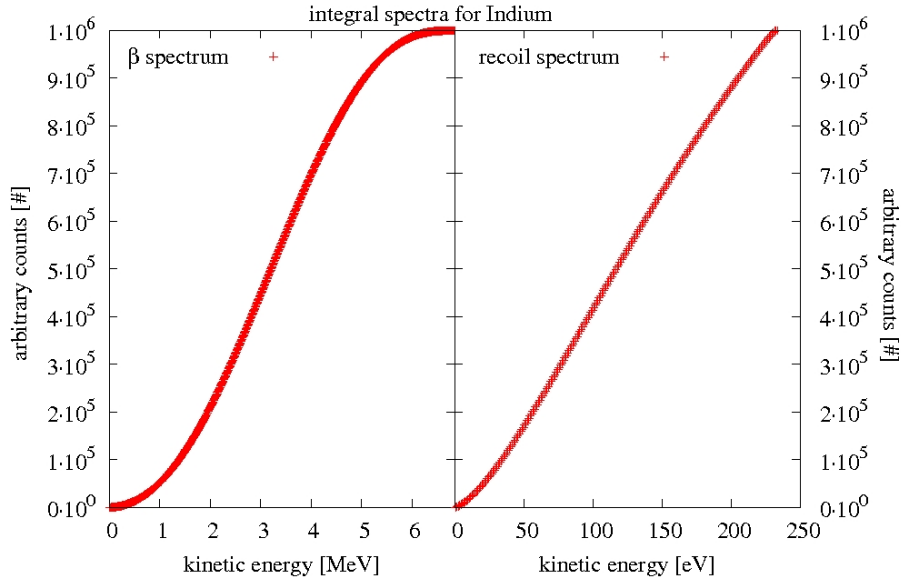


Abbildung 5.3: Integrale Spektren für den Zerfall von $^{124}\text{Indium}$. **Links:** Das Betaspektrum; **rechts:** Das Rückstoßspektrum mit klein $a = -1/3$. Erstellt mit den in SimWITCH vorgegebenen Daten zum Indium-Zerfall.

Mithilfe der ersten Datei lässt sich die radiale Verteilung auf dem Detektor anzeigen. Da `recoilspectrum.dat` und `betaspectrum.dat` einen identischen Aufbau besitzen wird im Folgenden allgemein von `spectrum.dat` gesprochen. In beiden Fällen beinhaltet die Datei selbst jeweils drei Spektren; das erste besteht aus allen gewürfelten Energiewerten. Wurde eine bestimmte Energie gewürfelt, wird der dazugehörige Zähler inkrementiert. Das zweite Spektrum enthält nur Ereignisse, bei denen ein Teilchen auf dem Detektor registriert wurde. Durch einen Vergleich der beiden Spektren können hier bereits auftretende Verluste angezeigt werden. Das letzte Spektrum ist das anfangs eingegebene integrale Spektrum.

In `track_info.dat` sind die Endwerte jeder Teilchenbahn gespeichert. Die einzelnen Beiträge sind in Kapitel 4.4.3 beschrieben. Die Datei lässt sich bzgl. der `conv`-Werte analysieren, um die Information über den Verbleib der Teilchen zu gewinnen.

Die letzten drei Dateien beinhalten die Informationen des Detektors. Die eindimensionale Information über die Anzahl detektierter Teilchen in x - bzw. y -Richtung ist in `x_counts.dat` und `y_counts.dat` enthalten; die zweidimensionale Information

Konfiguration 2006			
Zerfallsfalle		Spektrometerbereich	
Spannung [V]	Element	Spannung [V]	Element
-10	Endkappen-El. 1	-10	SPRETA01
-10	Endkappen-El. 2	-10	SPRETA02
0	Korrektur-El. 1	-10	SPRETA03
0	Korrektur-El. 2	-10	SPRETA04
0	Ring-El.	-10	SPRETA05
		-10	SPRETA06
		-10	SPRETA07
		-1400	SPACCE01
		-1000	SPACCE02
		0	SPEINZ01
		-550	SPDRIF01
		-7000	SPDRIF02

Tabelle 5.1: Für die Simulationen verwendete Elektrodenkonfiguration in Analogie zu der Strahlzeit 2006. **Links:** Die Zerfallsfallenelektroden, **rechts:** Die Elektroden im Spektrometertank, d.h. Retardierungselektroden (SPRETA01-07), Nachbeschleunigungselektroden (SPACCE01/02), die Einzel Linse (SPEINZ01), sowie die Driftelektroden (SPDRIF01/02).

entsprechend in `xy_counts.dat`. Aus dieser Datei lässt sich die Detektorverteilung anzeigen.

5.2 Einfluss der Ionenwolkengröße auf Indium-Rückstoßionen

Um eine Aussage über den eventuellen Einfluss der anfänglichen Ionenwolkengröße auf das zu messende Rückstoßspektrum des $^{124}\text{Indium}$ treffen zu können, wurden Bahnverfolgungen mit unterschiedlichen Quellen durchgeführt. Diese haben für alle Simulationen eine zylindrische Form mit einer Zylinderlänge von 10 mm und zwischen 1 mm und 8 mm variierendem Grundflächen-Radius.

Wieviele Ereignisse gewürfelt und wieviele davon detektiert wurden ist in Tab. 5.2 zu sehen. Hier wird bereits deutlich, dass die Dimension der Ionenwolke Einfluss auf die Anzahl detektierter Teilchen nimmt und somit auf das Rückstoßspektrum selbst. Außerdem fällt auf, dass auch bei kleinen Radien bereits sehr große Verluste von bis zu 44.1 % auftreten.

Ionen:			
Radius [mm]	Ereignisse [#]	detektiert [#]	Verhältnis [%]
1	1058257	591605	55.90
2	1015175	567222	55.87
3	981345	547915	55.83
4	949422	509317	53.64
5	978264	459663	46.99
6	1048564	410837	39.18
7	1162341	368361	31.69
8	1312242	328322	25.02

Tabelle 5.2: Zählraten der Simulationen für Rückstoßionen aus dem β^- -Zerfall von ^{124}In ($q = 2e$).

An welchen Stellen und aus welchen Gründen Verluste auftreten, soll in den folgenden Kapiteln erläutert werden.

5.2.1 Teilchenbahn-Analyse der Indium-Rückstoßionen

Eine vollständige Analyse der Teilchenbahn findet mithilfe der `track_info.dat` statt. Hierzu werden die Einträge nach dem `conv`-Wert sortiert und anschließend unter Verwendung des Eintrags bzgl. des Endpunktes der Teilchenbahn in Histogramme eingeteilt. Auf diese Weise lässt sich übersichtlich darstellen, an welcher Stelle und aus welchem Grund Teilchen gestoppt wurden. Für die Ionen des Indiumzerfalls ist eine Auswahl der Histogramme für einen Ionenwolkenradius von acht Millimetern in Abb. 5.4 gezeigt. Die Übersicht der Zählraten für `conv`-Werte von Null bis Sechs und die Radien Eins bis Acht ist in Tab. 5.3 aufgeführt. Eine umfangreichere Auswahl der dazugehörigen Abbildungen ist im Anhang B zu finden.

In Tab. 5.3 fällt auf, dass unabhängig von der Quellen-Dimension drei nahezu konstante Anteile verloren gehen. Der erste Anteil besteht aus Ionen die reflektiert wurden (`conv = 2`) und dementsprechend den Detektor nicht erreichen konnten. Dies ist auf das anliegende Fallenpotential zurückzuführen.

Außerdem werden relativ viele Rechnungen (3.59 - 4.33 %) abgebrochen, da die maximale Anzahl an Rechenschritten erreicht wurde, jedoch keine der anderen Ab-

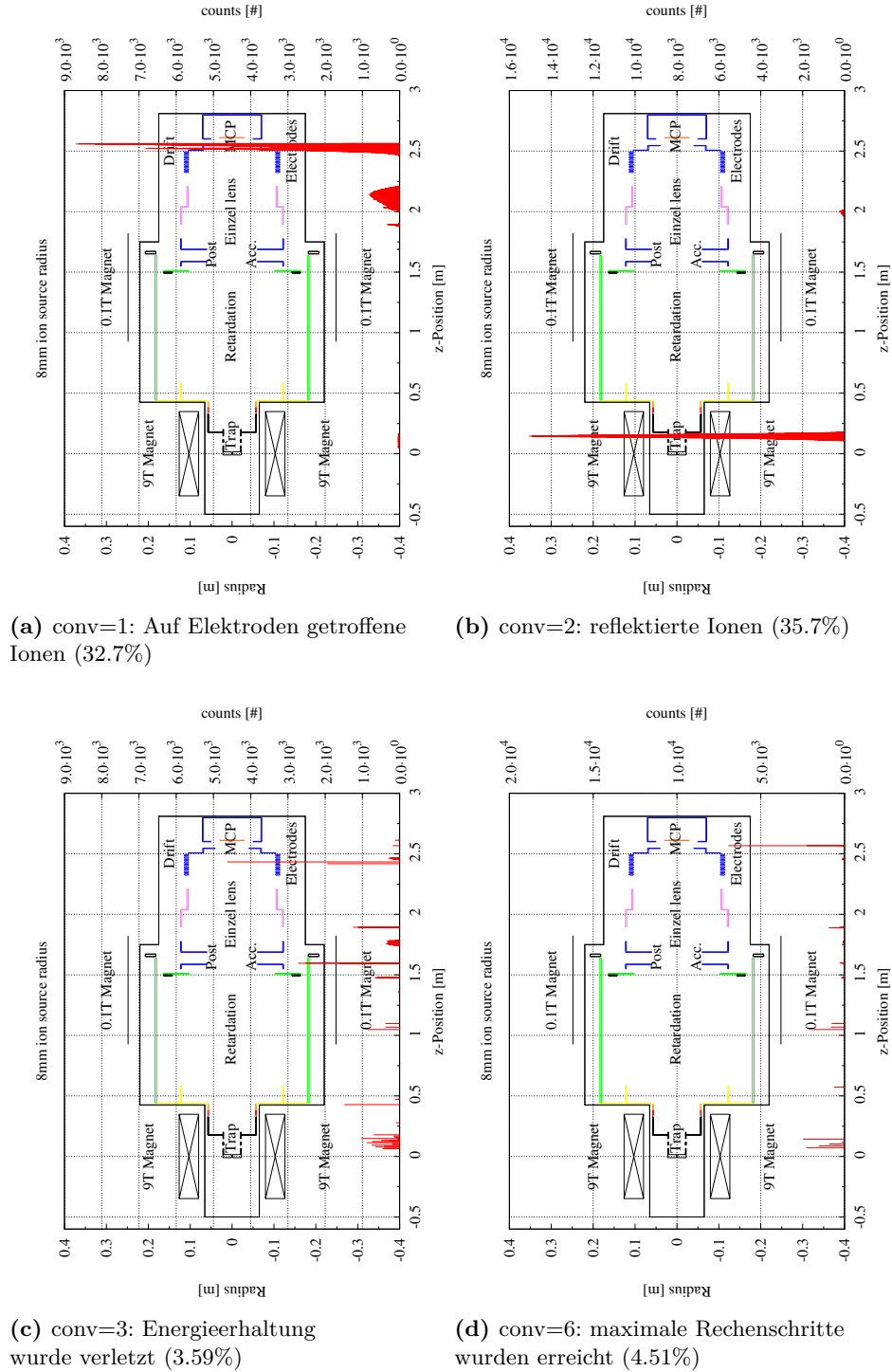


Abbildung 5.4: Teilchenbahn-Analyse für eine Quelle mit 8 mm Radius. Die roten Histogramme zeigen, bei welcher Position entlang der z-Achse des Spektrometers die Rechnung für den jeweiligen conv-Wert gestoppt wurde.

5.2 Einfluss der Ionenwolkengröße auf Indium-Rückstoßionen

Radius [mm]	conv-Wert							
	0		1		2		3	
	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]
1	591605	55.90	3267	0.309	377611	35.7	38040	3.59
2	567222	55.87	3164	0.312	362864	35.7	39139	3.86
3	547915	55.83	4860	0.495	350330	35.7	40048	4.08
4	509317	53.64	26488	2.79	339032	35.7	40412	4.26
5	459663	46.99	93144	9.52	349704	35.7	42344	4.33
6	410837	39.18	189245	18	373976	35.7	42431	4.05
7	368361	31.69	303052	26.1	416262	35.8	44936	3.87
8	328322	25.02	428622	32.7	477238	36.4	49641	3.78

Radius [mm]	conv-Wert						Summe: [#]
	4		5		6		
	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]	
1	0	0	0	0	47734	4.51	1058257
2	0	0	0	0	42786	4.21	1015175
3	0	0	0	0	38192	3.89	981345
4	0	0	0	0	34173	3.6	949422
5	0	0	0	0	33409	3.42	978264
6	0	0	0	0	32075	3.06	1048564
7	0	0	0	0	29730	2.56	1162341
8	0	0	0	0	28419	2.17	1312242

Tabelle 5.3: Übersicht der Anteile der jeweiligen Abbruchbedingungen der Rückstoßionen des Indiumzerfalls. **conv** 0: Detektorebene erreicht; **conv** 1: Elektrode getroffen; **conv** 2: Teilchen reflektiert; **conv** 3: Energieerhaltung verletzt; **conv** 4: Teilchen wurde 100mal reflektiert; **conv** 5: Elektrode getroffen; **conv** 6: max. Anzahl Rechenschritte erreicht.

bruchbedingungen erfüllt wurde (**conv** = 6).

Der dritte Anteil betrifft die Energieerhaltung (**conv** = 3). Dieser Wert ist abhängig davon, wie „Energieerhaltung“ in SimWITCH definiert ist und ab wann die Energie als nicht erhalten gilt. Es handelt sich um die relative Energieerhaltung, **err**, bezogen auf den anfänglichen Energiewert E_0

$$\mathbf{err} = \frac{E - E_0}{E} \quad , \quad (5.1)$$

wobei die Energie als nicht erhalten angesehen wird, falls gilt

$$|\mathbf{err}| > 1 \cdot 10^{-11} \quad . \quad (5.2)$$

Da die Anzahl dieser Abbrüche jedoch vergleichsweise klein ist, wird auf diese Anteile im Folgenden nicht weiter eingegangen.

Zusätzlich zu diesen Effekten, bei denen Ionen verloren gehen, werden mit größer werdendem Quellradius immer mehr Ionen gestoppt, da sie Elektroden treffen (`conv = 1`). Dieser Anteil korreliert durch die Abhängigkeit von dem Quellradius direkt mit dem Anteil detektierter Ionen (`conv = 0`) (s. Abb. 5.5). Alle Infor-

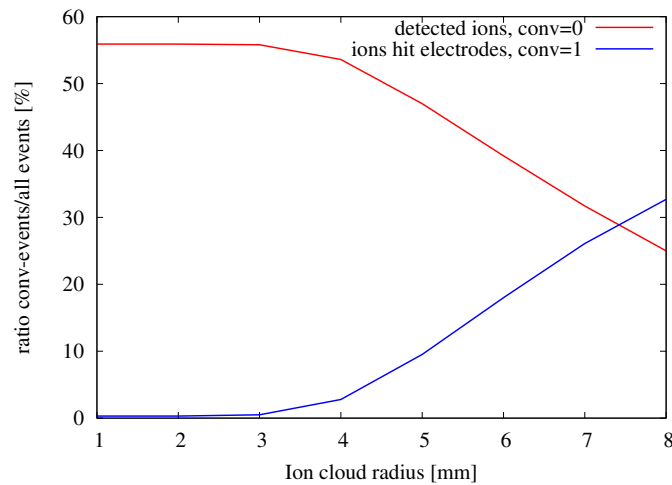


Abbildung 5.5: Korrelation zwischen `conv = 0` und `conv = 1` der Indium Ionen für verschiedene Ionenwolkenradien.

mationen über Verluste sind nicht nur in der `track_info.dat` enthalten, sondern spiegeln sich außerdem in den ausgegebenen Rückstoßspektren wider. Hier besteht der Vorteil in der anschaulichen Darstellung der Energieabhängigkeit (Abb. 5.6).

5.2.2 Vergleich Ein- und Ausgabe-Rückstoßspektrum für Indium

Die Eingabespektren für β -Teilchen und Ionen sind in Abb. 5.3 gezeigt. Aus diesen wird die Energie eines Teilchens bestimmt und für die Simulation verwendet, wie in Kapitel 4.4.3 beschrieben. Nach erfolgreich beendeter Simulation ist die differentielle Form des Eingabespektrums in der zweiten Spalte der Rückgabedatei `recoilspectrum.dat` gespeichert. In der dritten Spalte befindet sich das Ausgabespektrum, welches nur jene gewürfelten Ereignisse beinhaltet, die auch detektiert

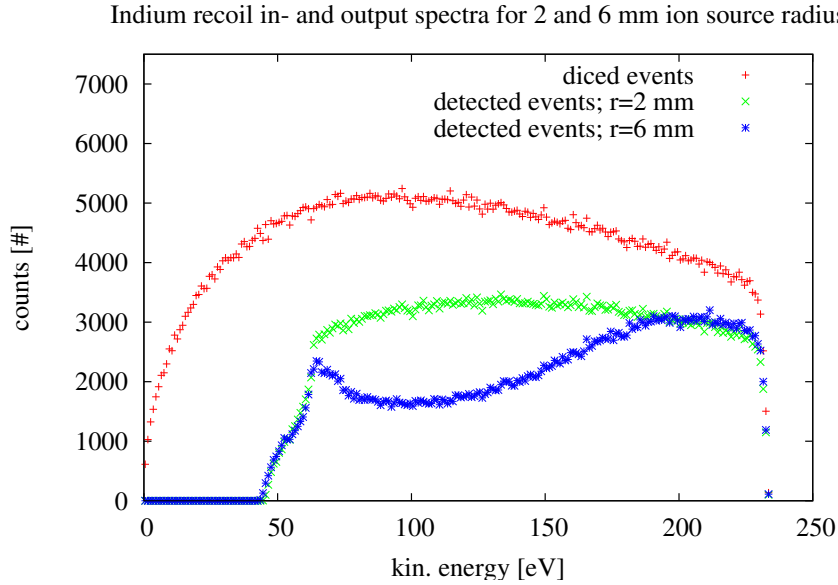


Abbildung 5.6: Vergleich zwischen Eingabespektrum (rot) und Augabespektrum für 2 mm Ionenwolkenradius (grün) und 6 mm Ionenwolkenradius (blau); mit anliegendem Fallenpotential von -10 V. Im unterem Energiebereich sind die Spektren eingeschnitten durch die Abbruchbedingungen `conv 2` und `conv 6`. Im übrigen Bereich sind sie dominierend beeinflusst durch den Θ - E -Cut-Off und die Verluste durch Ionen, welche auf Elektroden treffen.

wurden. In Abb. 5.6 sind die Spektren für Quellradien von zwei und sechs Millimetern gezeigt. Man sieht, dass bei kleinen Energien, in diesem Fall unter 50 eV, unabhängig von dem Radius keine Ionen den Detektor erreichen. Wie eine detaillierte Analyse zeigt, welche zwischen hohen und niedrigen Energien differenziert, sind diese Verluste mit den Abbruchbedingungen `conv 3` und `conv 6` verbunden. Diese programmbedingten Abbrüche scheinen somit von der Rückstoßenergie abzuhängen.

Außerdem sind die oben angesprochenen radiusunabhängigen Verluste in Abb. 5.6 veranschaulicht; in beiden Rückgabespektren ist die Zählrate über den gesamten Energiebereich wesentlich geringer als die des Eingabespektrums, wobei mit zunehmender Rückstoßenergie der Verlust kleiner wird (vgl. Abb. 5.6). Dies ist durch den sogenannten Θ - E -Cut-Off erklärt (vgl. [Fri08]); die Verluste über den gesamten Energiebereich spiegeln in erster Linie die hohen Emissionswinkel (Abschneidewinkel) der Ionen wider, bei denen die Teilchen die Zerfallsfalle nicht mehr verlassen

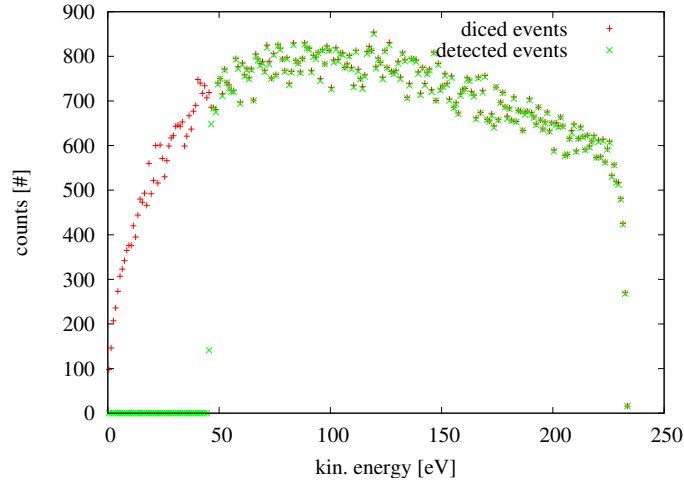


Abbildung 5.7: Vergleich zwischen Eingabespektrum (rot) und Augabespektrum (grün) für 1 mm Ionenwolkenradius; ohne Fallenpotential. Der Θ - E -Cut-Off tritt nicht mehr auf.

konnten. Dieser Effekt würde bei nicht angelegtem Fallenpotential nicht auftreten (vgl. Abb. 5.7).

Zusätzlich ist in Abb. 5.6 zu erkennen, dass mit wachsendem Ionenwolkenradius weitere Verluste im mittleren Energiebereich (≈ 63 -200 eV) auftreten. Dies ist wie oben erwähnt auf Ionen zurückzuführen, welche auf Elektroden treffen.

Zur besseren Übersicht kann die Differenz zwischen Ein- und Ausgabespektrum gebildet werden. Die jeweilige Zählrate wurde für eine bessere Vergleichbarkeit auf die maximale Anzahl simulierter Teilchen normiert. Für die acht Radien ist das Ergebnis in Abb. 5.8 gezeigt. Der identische Verlauf zu Beginn aller Spektren verdeutlicht, dass die Abbruchbedingungen `conv 3` und `conv 6` unabhängig von dem Ionenwolkenradius auftreten und im niedrigen Energiebereich dominant sind. Zusätzlich kann man im weiteren Verlauf die deutlichen Unterschiede erkennen, welche bei Ionenwolkenradien ab 4 mm auftreten. In dem konstant vorhandenem Offset von über 1000 Ereignissen spiegeln sich die hohen Verluste durch reflektierte Ionen wider ($\approx 35\%$), welche aufgrund des Θ - E -Cut-Offs die Zerfallsfalle nicht verlassen konnten.

Ob dieser gravierende Einfluss den Erwartungen entspricht, kann mithilfe der in [Fri08] erarbeiteten Formeln hinsichtlich des Θ - E -Cut-Offs überprüft werden. Hier-

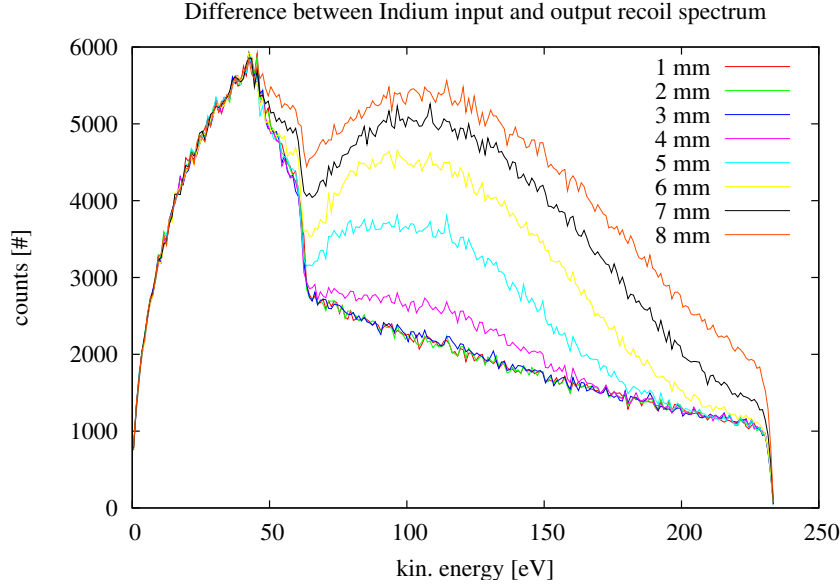


Abbildung 5.8: Differenz-Spektren für Ionenwolkenradien 1 – 8 mm. Aufgrund der Abbruchbedingungen conv 2 und conv 6 sind die Differenzen im unteren Energiebereich maximal. Der Θ - E -Cut-Off führt zu einem konstantem Offset über den restlichen Energiebereich, unabhängig vom Ionenwolkenradius. Darüber hinaus treten zunehmende Verluste für größer werdende Ionenwolken auf.

nach gilt für den Emissionswinkel Θ_C , über welchen die Ionen die Zerfallsfalle nicht mehr verlassen können,

$$\Theta_C = \arccos \cdot \sqrt{\frac{q \cdot \Delta U}{E_{\text{kin,rec}}}} \quad . \quad (5.3)$$

Bei q handelt es sich um den Ladungszustand, welcher hier für Indium als $q = 2e$ gegeben ist. ΔU ist das anliegende Fallenpotential, in diesem Fall $\Delta U = 10 \text{ V}$. $E_{\text{kin,rec}}$ ist als Rückstoßenergie der Ionen gegeben, wobei hier zur Abschätzung eine mittlere Energie von 125 eV verwendet wird. Für eine genauere Untersuchung sollte das Rückstoßspektrum mit der Wahrscheinlichkeit der Abschneidewinkel gefaltet werden. Die mittlere Energie von 125 eV führt über Gl. (5.3) zu einem Abschneidewinkel von $\sim 66^\circ$. Betrachtet man nun das Verhältnis der abgeschnittenen Raumwinkel

zu der gesamten Halbkugelschale¹⁴

$$\frac{\int_{66}^{90} \int_0^{2\pi} d \cos \Theta d\varphi}{\int_0^{90} \int_0^{2\pi} d \cos \Theta d\varphi} = \frac{\left[\cos \Theta \right]_{66}^{90}}{\left[\cos \Theta \right]_0^{90}} \approx \frac{0 - 0.41}{0 - 1} = 0.41 \quad , \quad (5.4)$$

führt der Θ - E -Cut-Off nach dieser Abschätzung dazu, dass 41 % der Ionen nicht detektiert werden. Da die Abbruchbedingungen `conv 3` und `conv 6` in erster Linie niederenergetische Ionen betreffen, kann die Annahme getroffen werden, dass, wenn diese Bedingungen nicht eintreten würden, die Rechnungen dennoch durch `conv 2` abgebrochen würden. Ordnet man dementsprechend die Anteile von `conv 3` und `conv 6` der Bedingung `conv 2` zu führt dies zu einem Gesamtanteil der Abbruchbedingungen `conv 2` von $\sim 44\%$. Somit verhält sich der Θ - E -Cut-Off nach dieser Abschätzung erwartungsgemäß.

5.2.3 Ionenverteilung auf dem Detektor für Indium

Ein weiterer anschaulicher Zugang zu den Folgen anwachsender Ionenwolkendimensionen sowie ihre Bedeutung für das Rückstoßspektrum liegt in der Betrachtung der Ionenverteilung auf dem Detektor.

Bei WITCH ist vorgesehen, dass Rückstoßionen mithilfe der Einzel Linse auf den Detektor fokussiert werden. Aufgrund von technischen Schwierigkeiten während der Strahlzeit 2006, konnte die Einzel Linse nicht wie vorgesehen betrieben werden, sondern musste als Retardierungselektrode dienen [Coe07]. Dennoch wurde ein fokussierender Effekt durch geeignete Potentiale der umliegenden Elektroden gewährleistet. Dieser Umstand wurde in SimWITCH berücksichtigt (vgl. Tab. 5.1).

Da es sich bei der Einzel Linse um eine elektrostatische Linse handelt, gibt es analog zu einer optischen Linse einen Fokus (vgl. Kapitel 5.3). Daher ist es wichtig, den Detektor entsprechend zu platzieren. Für diese Arbeit wurde von einer Detektorposition von $z_{\text{Det}} = 2.61 \text{ m}$ in Relation zu der Zerfallsfalle ausgegangen.

¹⁴Es werden nur die in Vorwärtsrichtung emittierten Ionen betrachtet.

In Abb. 5.9 sind zwei Positionsverteilungen abgebildet, für den kleinsten und größten simulierten Ionenwolkenradius. Der schwarze Kreis deutet dabei die Begrenzung der sensitiven Detektorfläche an. Hier ist gut zu sehen, wie zusammen mit dem Io-

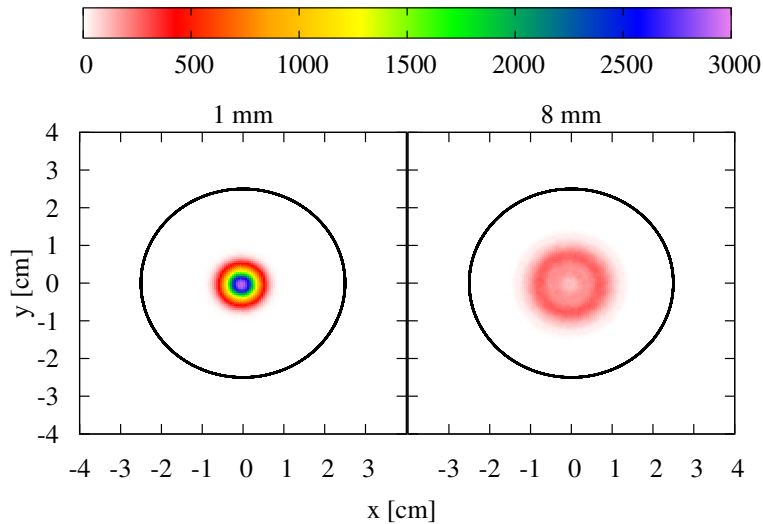


Abbildung 5.9: Verteilung der Ionen aus dem ^{124}In -Zerfall auf dem Detektor für Ionenwolkenradien 1 und 8 mm. Die farbskalierte Zählrate ist in Ereignisse pro Quadratmillimeter angegeben.

nenwolkenradius auch die Ausdehnung der „Abbildung“ auf dem Detektor größer wird. Im Anhang C sind die übrigen Radien zwischen eins und acht Millimeter zu finden. Dort wird deutlich, wie mit einer größer werdenden Wolkenausdehnung die Ionenverteilung auf dem Detektor schrittweise ausdünn. Dies ist in Abb. 5.10 zusammenfassend dargestellt.

Die Detektorverteilung ermöglicht eine Auswertung der Radialverteilung der Ionen auf dem Detektor. Hierzu werden die Ereignisse in Kreisringe eingeteilt.

Radialverteilung der Ionen für Indium

Auf Informationen über die radiale Verteilung der Ionen auf dem Detektor kann indirekt über die `xy_counts.dat` zugegriffen werden sie sind jedoch auch direkt durch die `r_counts.dat` zugänglich. Hier werden die Ereignisse direkt in SimWITCH in

Kreisringe eingeteilt. Das Ergebnis ist in Abb. 5.10 (links) gezeigt. Anhand der Radialverteilungen lässt sich die Abhängigkeit von Ionenwolkengröße gut erkennen. Neben der Abnahme der Zählrate wandert das Maximum der Verteilung auf dem Detektor nach außen, was in den Detektorverteilungen zu den torusartigen Strukturen führt (vgl. Abb. 5.9).

In Abb. 5.10 (links) wurde jedoch nicht berücksichtigt, dass für größere Abstände vom Mittelpunkt des Detektors Ereignisse einer immer größeren Fläche in Kreisringe sortiert werden. Um dies zu berücksichtigen werden die Zählraten zusätzlich auf die Kreisringfläche normiert (s. Abb. 5.10, rechts). Mithilfe der normierten Spek-

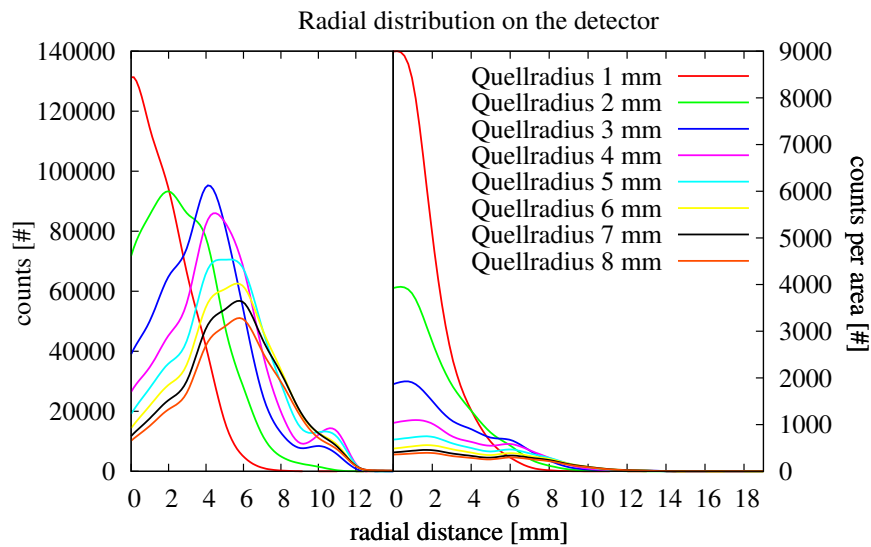


Abbildung 5.10: links: Die Radialverteilung der Ionen auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 1 bis 8 mm; **rechts:** die Ereignisse wurden zusätzlich auf die Kreisringfläche normiert.

tren lässt sich die jeweilige Halbwertsbreite angeben und anschließend mit der des Experiments vergleichen (vgl. Kapitel 6.1.2).

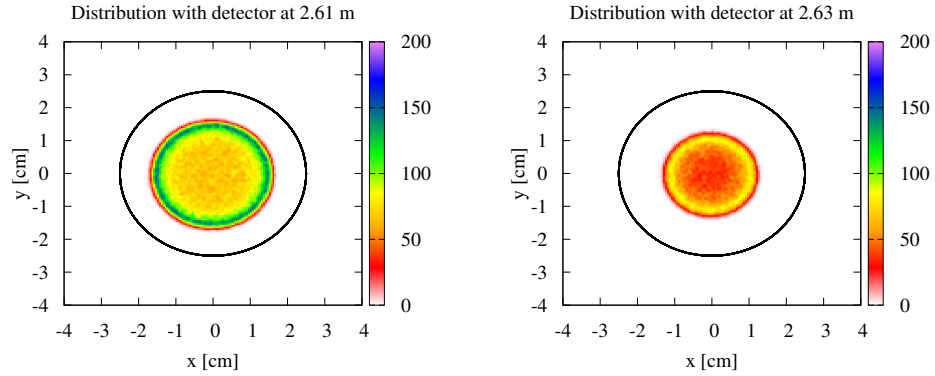
5.3 Einfluss der Detektorposition auf Indium-Rückstoßionen

In Abb. 5.3 sind Detektorverteilungen gezeigt, bei denen die Detektorposition zwischen 2.61 und 2.75 Metern variiert wurde. Der schwarze Kreis deutet die Begrenzung des Detektors an. Es ist von $^{124}\text{Indium}$ ausgegangen worden, welches in einer Ionenwolke von 6 mm Radius und 10 mm Länge zerfallen ist. Diese Simulationen wurden darüber hinaus für einen Ionenwolkenradius von einem Millimeter durchgeführt. In analoger Weise wurde dieser Effekt bzgl. des Argon-Zerfalls betrachtet. Man erkennt in allen Fällen, wie sich der Fokus vorerst verbessert, sich die Verteilung anschließend aufweitet und anfängt diffus zu werden.

Für große Ionenwolkenradien werden so Verluste auftreten, da Ionen außerhalb der sensitiven Detektorfläche landen. Daher sollte auf eine Positionierung des Detektors im Fokus der Einzel Linse bei $z = 2.67$ geachtet werden. Dieser Wert gilt für die genutzten Elektrodenkonfigurationen und $^{124}\text{Indium}$. Für andere Isotope und entsprechend gewählte Potentiale kann sich der Fokus ändern.

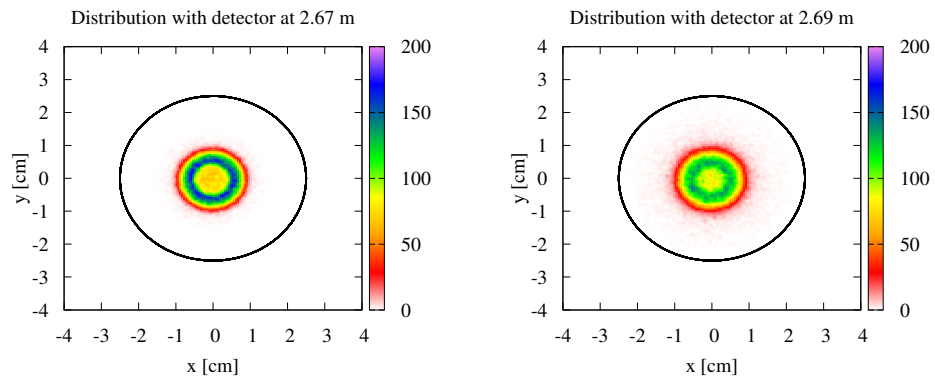
Die übrigen Simulationen dieser Arbeit wurden mit der im Experiment gegebenen Detektorposition von 2.61 m durchgeführt. Durch diesen Fokus-Effekt werden die Unterschiede zwischen den Detektorverteilungen dieser Arbeit und jenen aus [Fri08] erklärt (vgl. 5.12). Sie wurden durch Simulationen gewonnen, welche von einer Detektorposition von 2.75 m ausgehen. Somit ist auch ersichtlich, wieso unterschiedliche Radialverteilungen ermittelt wurden. In [Fri08] treffen Ionen außerhalb des Detektors auf und führen zu einer anderen radialen Verteilung.

Die in Abb. 5.12 dargestellten Verteilungen sind darüber hinaus unterschiedlich in der Anzahl der Ereignisse, weswegen links eine logarithmische Skala bis 10000 und rechts eine lineare Skala bis 200 gewählt wurde. Außerdem handelt es sich links, wie für diese Arbeit üblich, um eine Verteilung ausgehend von einem Energiespektrum, rechts hingegen wurde von einer monoenergetischen Quelle von $E_{\text{rec}} = 10 \text{ eV}$ ausgegangen. Da in der Analyse des Rückstoßspektrums letztlich lediglich der hochenergetische Bereich betrachtet wird, ist eine monoenergetische Quelle bei diesen



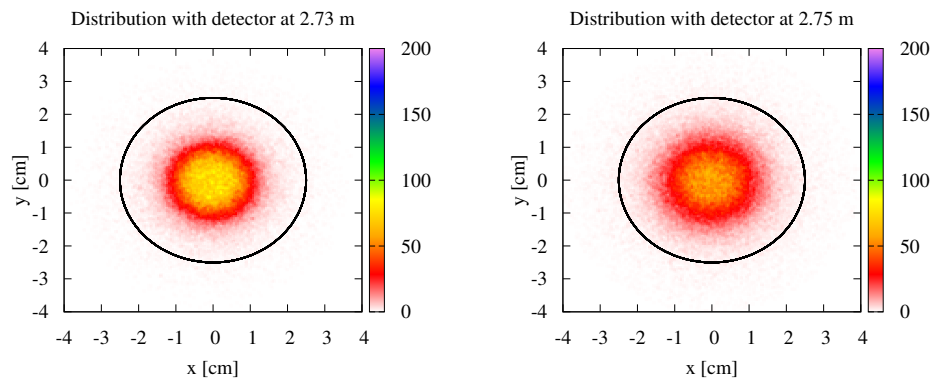
(a) Detektor bei 2.61 m

(b) Detektor bei 2.63 m



(c) Detektor bei 2.67 m

(d) Detektor bei 2.69 m



(e) Detektor bei 2.73 m

(f) Detektor bei 2.75 m

Abbildung 5.11: Detektorverteilungen für den ^{124}In -Zerfall mit Position des Detektors zwischen 2.61 und 2.75 m relativ zum Zentrum der Zerfallsfalle. Der Ionenwolkenradius beträgt jeweils 6 mm. Alle farbskalierten Ereignisraten sind in Ereignisse pro Quadramillimeter angegeben.

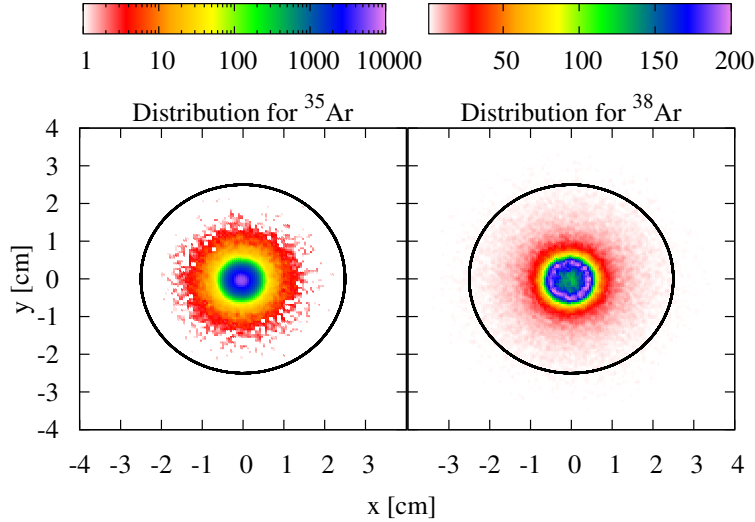


Abbildung 5.12: Vergleich der Detektorverteilungen mit aktuellen Simulationen (links) und jenen Verteilungen aus [Fri08] (rechts), mit dem Detektor jeweils bei $z_{\text{Det}} = 2.75$ m. Links handelt es sich um eine Simulation mit $^{35}\text{Argon}$, rechts mit $^{38}\text{Argon}$. Aufgrund höherer Ereigniszahlen ist links eine logarithmische Skala bis 10000, rechts eine lineare Skala bis 200 verwendet. Desweiteren wurde links von einem Energiespektrum ausgegangen, rechts von einer monoenergetischen Quelle bei 10 eV. Die Zählrate ist in beiden Fällen in Ereignisse pro Quadramillimeter angegeben.

niedrigen Energien ungünstig.

Ein weiterer Unterschied ist die unterschiedliche Masse der Rückstoßionen von 35 u (Abb. 5.12, links) und 38 u (Abb. 5.12, rechts).

Der Vergleich zeigt dennoch deutlich, wie sich für eine ungünstige Detektorposition (Abb. 5.12) die Ionenverteilung aufweitet und somit auch zu einer breiteren Radialverteilung der Ionen führt, was die Unterschiede zu [Fri08] erklärt.

5.4 Einfluss der Ionenwolkengröße auf Indium- β -Teilchen

Analog zu den Rückstoßionen wurden Simulationen zu den β -Teilchen durchgeführt. Die Randbedingungen bzgl. der Quelldimensionen und den Elektrodenkonfigurationen waren die gleichen. Als Eingabespektrum wurde das zugehörige Betaspektrum (s. Abb. 5.3) benutzt. Die erreichten Zählraten sind in Tab. 5.4 zu sehen. Auch

β -Teilchen:

Radius [mm]	Ereignisse [#]	detektiert [#]	Verhältnis [%]
1	1650475	384339	23.29
2	1595229	188966	11.85
3	1531189	106611	6.96
4	1472610	64738	4.40
5	1340708	39223	2.93
6	1311862	26788	2.04
7	1298210	19538	1.50
8	1295580	14820	1.14

Tabelle 5.4: Zählraten der Simulationen für β -Teilchen des ^{124}In -Zerfalls.

bei den Elektronen ist eine deutliche Abhängigkeit von der Ionenwolkengröße festzustellen. Wie erwartet werden signifikant weniger β -Teilchen als Ionen auf den Detektor abgebildet, da sie im Gegensatz zu den Ionen nicht von der Einzel Linse fokussiert werden.

5.4.1 Teilchenbahn-Analyse der β -Teilchen

Die Übersicht, zu welchen Anteilen Rechnungen abgebrochen wurden, ist in Tab. 5.5 gezeigt. Vergleicht man die oben angegebene Anzahl detektierter Teilchen mit der hier getroffenen Angabe, so fällt eine starke Abweichung für alle Radien auf. Diese ist durch die Definition des `conv`-Wertes 0 zu erklären: Ein Teilchen, welches die Detektorebene erreicht, besitzt diesen `conv`-Wert, jedoch muss es zusätzlich in dem sensitiven Bereich des Detektors liegen, um als detektiert zu gelten. Diese Differenzierung konnte für die Ionen außer Acht gelassen werden, da alle Ionen auf den sensitiven Bereich des Detektors fokussiert wurden.

Es fällt weiter auf, dass auch für kleine Radien bereits ein sehr großer Anteil der β -Teilchen auf Elektroden trifft (`conv`-Wert = 1). Dies ist mit der Aufweitung der Magnetfeldlinien und der adiabatischen Bewegung der Teilchen zu erklären. Das Gleichgewicht aus Lorentz- und Zentrifugalkraft

$$\frac{m \cdot \vec{v}_\perp^2}{r_{\text{zyk}}} = q \cdot \vec{v}_\perp \cdot \vec{B} \quad (5.5)$$

5.4 Einfluss der Ionenwolkengröße auf Indium- β -Teilchen

Radius [mm]	conv-Wert							
	0		1		2		3	
	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]
1	849077	51.4	795195	48.2	5507	0.334	0	0
2	521885	32.7	1067297	66.9	5310	0.333	0	0
3	306911	20	1218626	79.6	5037	0.329	0	0
4	188221	12.8	1278803	86.8	4944	0.336	0	0
5	115387	8.61	1220235	91	4509	0.336	0	0
6	79329	6.05	1227521	93.6	4439	0.338	0	0
7	57891	4.46	1235310	95.2	4444	0.342	0	0
8	43898	3.39	1246675	96.2	4441	0.343	0	0

Radius [mm]	conv-Wert						Summe: [#]
	4		5		6		
	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]	
1	0	0	0	0	696	0.0422	1650475
2	0	0	0	0	737	0.0462	1595229
3	0	0	0	0	615	0.0402	1531189
4	0	0	0	0	642	0.0436	1472610
5	0	0	0	0	577	0.043	1340708
6	0	0	0	0	573	0.0437	1311862
7	0	0	0	0	565	0.0435	1298210
8	0	0	0	0	566	0.0437	1295580

Tabelle 5.5: Übersicht der Anteile der jeweiligen Abbruchbedingungen der β -Teilchen des $^{124}\text{Indium}$ -Zerfalls. **conv 0:** Detektorebene erreicht; **conv 1:** Elektrode getroffen; **conv 2:** Teilchen reflektiert; **conv 3:** Energieerhaltung verletzt; **conv 4:** Teilchen wurde 100 mal reflektiert; **conv 5:** Elektrode getroffen; **conv 6:** max. Anzahl Rechenschritte erreicht.

führt zu dem Zyklotronradius r_{zyk} mit

$$r_{\text{zyk}} = \frac{m \cdot \vec{v}_{\perp}}{q \cdot B} \quad . \quad (5.6)$$

Wobei m_e die Masse, \vec{v}_{\perp} die Geschwindigkeit senkrecht zu den Magnetfeldlinien und q die Elementarladung der Elektronen ist, B ist die Magnetfeldstärke. Da sich die Magnetfeldlinien aufgrund des Übergangs von einem hohen in ein niedriges Magnetfeld aufweiten, vergrößert sich der Zyklotronradius nach:

$$r_{\text{zyk,fin}} = r_{\text{zyk,ini}} \cdot \frac{B_{\text{ini}}}{B_{\text{fin}}} \cdot \frac{v_{\perp,\text{fin}}}{v_{\perp,\text{ini}}} \quad . \quad (5.7)$$

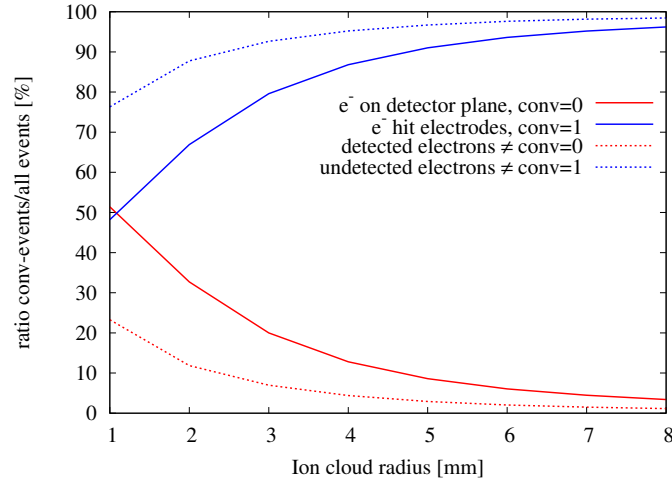


Abbildung 5.13: Korrelation zwischen $\text{conv} = 0$ und $\text{conv} = 1$ der Indium β -Teilchen.

B_{ini} ist dabei das Magnetfeld zu Beginn von 9 T. Bei B_{fin} handelt es um das Magnetfeld in der Nähe der Elektroden von ca. 0.01 T. Mit Gl. (5.6) führt dies zu:

$$r_{\text{zyk,fin}} = \frac{\vec{p}_{\perp}}{q \cdot B_{\text{ini}}} \cdot \frac{B_{\text{ini}}}{B_{\text{fin}}} \cdot \frac{v_{\perp,\text{fin}}}{v_{\perp,\text{ini}}} \quad (5.8)$$

Berücksichtigt man, dass für den Fall der β -Teilchen relativistisch gerechnet werden muss, führt dies zu Zyklotronradien von ca. 11 cm, ausgehend von $\vec{v}_{\perp} = 0.8c$. Da bei WITCH Bereiche existieren, in denen die Elektroden nur ca. 10 cm auseinander liegen ist klar, dass β -Teilchen auf diese stoßen. Für größer werdende Ionenwolken verstärkt sich dieser Effekt zusätzlich aufgrund der Aufweitung des Startradius der Teilchen mit dem \vec{B} -Feld, in Analogie zu Gl. (5.7). Auf diese Weise werden für die größte betrachtete Ionenwolke fast alle (96.2 %) der Elektronen an Elektroden gestoppt (vgl. Abb. 5.13).

Ebenso ist verständlich, dass Ionen aufgrund der Nachbeschleunigung und Fokussierung diese Bereiche passieren können. Im Vergleich zu den Ionen fallen die übrigen Abbruchbedingungen nicht ins Gewicht und werden für die folgenden Überlegungen nicht weiter berücksichtigt, da sie unter 0.342 % liegen. Dies unterstreicht noch einmal, dass die Abbruchbedingungen $\text{conv} 3$ und $\text{conv} 6$ wesentlich von der Rückstoßenergie der Teilchen abhängt.

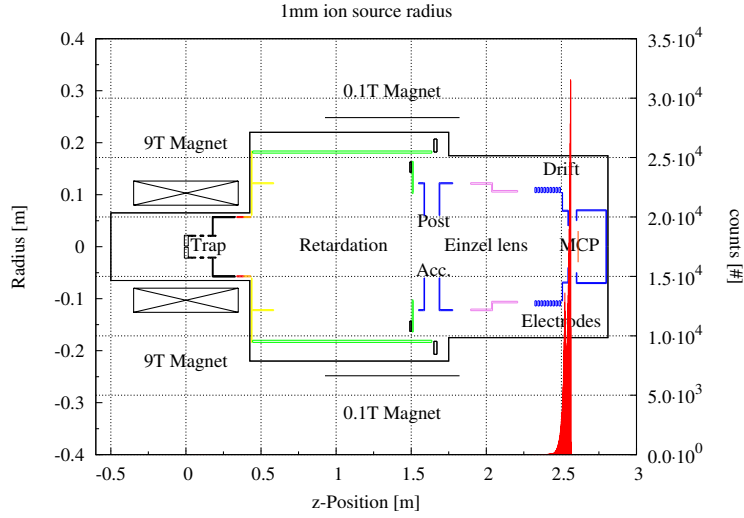


Abbildung 5.14: Teilchenbahn-Analyse für eine Quelle mit 1 mm Radius; conv=1: Auf Elektroden getroffene Elektronen (48.2%).

In Abb. 5.14 ist ein Histogramm des conv-Wertes 1 für den ersten Ionenwolkenradius gezeigt. Die Histogramme der übrigen Radien sind im Anhang B zu finden. Auch für die Elektronen können diese Verluste mithilfe von Ein- und Ausgabespektren dargestellt werden, um Informationen zur Energieabhängigkeit zu veranschaulichen.

5.4.2 Vergleich Ein- und Ausgabe-Betaspektrum für Indium

Wie bereits für Ionen beschrieben, wird nach einer erfolgreichen Simulation eine Datei mit drei Spektren abgespeichert, in diesem Fall die `betaspectrum.dat`. Nach Betrachtung der obigen Statistik ist hier im Vergleich zu den Ionen ein wesentlich größerer Unterschied zwischen Ein- und Ausgabespektrum zu erwarten, da ein wesentlich geringerer Prozentsatz detektiert wird (vgl. Abb. 5.15).

Hier ist nochmals zu beachten, dass die grünen Datenpunkte in Abb. 5.15 tatsächlich detektierte Elektronen widerspiegeln und nicht alle Elektronen, welche die Detektorebene erreicht haben. Somit liegt der Anteil nicht bei 51.4 % (vgl. Tab. 5.5), sondern lediglich bei 23.29 % (vgl. Tab. 5.4).

Da die Elektronen in einem wesentlichen höheren Energiebereich liegen als die Ionen, sind sie nicht signifikant von dem Θ - E -Cut-Off betroffen. Dies würde sich in

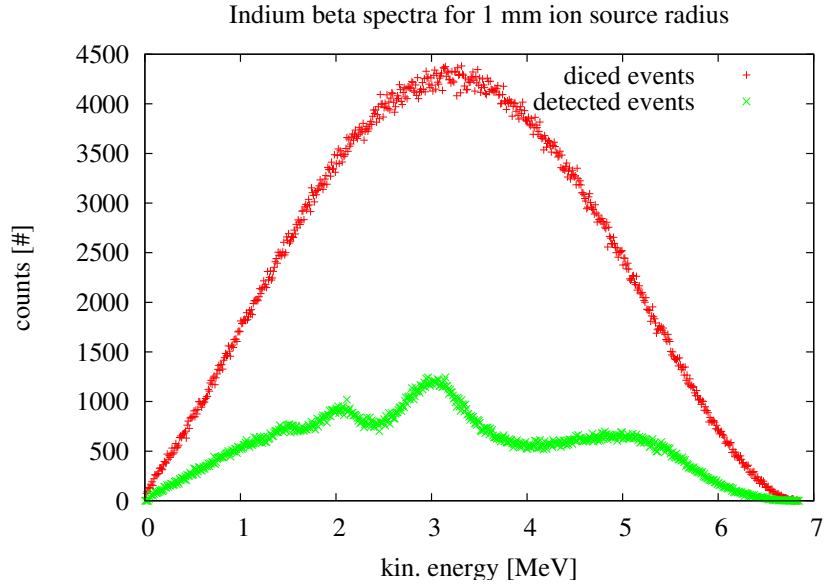


Abbildung 5.15: Vergleich zwischen Eingabespektrum (rot) und Ausgabespektrum (grün) für 1 mm Ionenwolkenradius. Die großen Verluste von über 75 % (s. Tab. 5.4) werden deutlich.

einer hohen Anzahl reflektierter Teilchen äußern (`conv 2`), was hier nicht gegeben ist ($\text{conv } 2 \leq 0.343\%$).

Um einen besseren Vergleich zu ermöglichen, wurden die Zählraten der Simulationen auf die maximale Anzahl simulierter Teilchen skaliert. In Abb. 5.16 sind die Spektren aller acht Radien gezeigt.

Es fällt zum einen auf, dass eine gleichbleibende spektrale Form vorliegt und zum anderen, dass mit zunehmendem Ionenwolkenradius die Zählrate abnimmt. Da sich lediglich der Radius der Ionenwolke ändert und die Gesamtzahl der simulierten Elektronen gleich bleibt, ist zu vermuten, dass dieser Effekt auf die kleiner werdende Flächendichte der Quelle

$$\rho_{r_i} = \frac{n}{r_i^2 \cdot \pi} \quad ,$$

mit dem Radius der Ionenwolke r_i^2 und $i \in \{1, \dots, 8\}$ zurückzuführen ist. n ist die Anzahl simulierter Teilchen, welche konstant für alle Simulationen ist. Multipliziert man zu der detektierten Zählrate $n_{\text{det},i}$ die jeweilige Querschnittsfläche der Ionen-

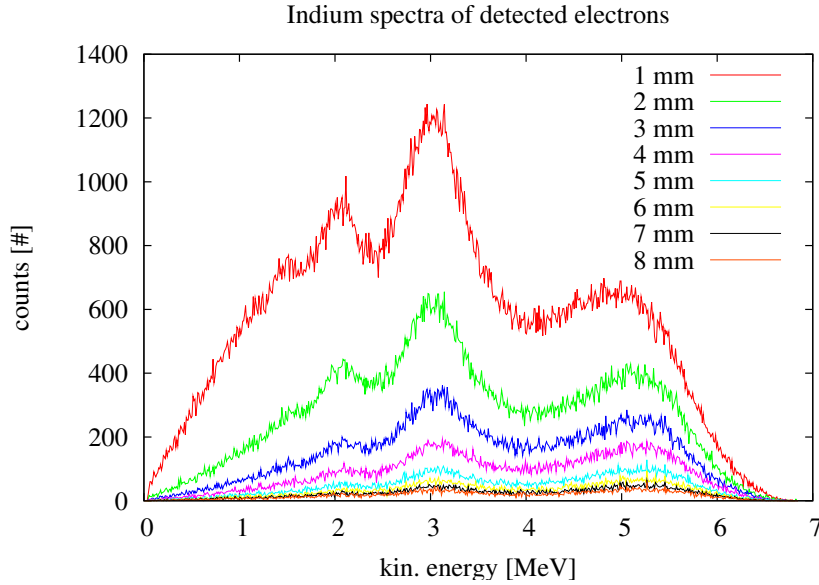


Abbildung 5.16: Vergleich zwischen Ausgabe Spektren der detektierten Elektronen aller Radien. Man sieht wie mit größer werdender Ionenwolke die Zählrate abnimmt.

wolke $A_{q,i} = r_i^2 \cdot \pi$ sollte dies zu gleichen Spektren führen. Dieses Produkt ist in Abb. 5.17 gezeigt. Wie man sieht sind die Spektren für Ionenwolkenradien ab 3 mm nahezu identisch.

Definiert man einen inneren und einen äußeren Anteil der Ionenwolke, können Teilchen, die den Detektor erreichen, in den inneren, die übrigen in den äußeren Teil geordnet werden. Für genügend kleine Ionenwolken liegen alle Elektronen im inneren Teil und werden vollständig auf den Detektor abgebildet. Mit steigendem Ionenwolkenradius nimmt die Anzahl der Elektronen im äußeren Teil zu, sie werden nicht mehr abgebildet. Die Grenze, ab welcher die Elektronen nicht mehr detektiert werden, liegt bei 3 mm.

5.4.3 Elektronenverteilung auf dem Detektor für Indium

Da die Anzahl detektierter Elektronen unter 25 % der gesamt betrachteten Elektronen liegt, werden auch für die Elektronenverteilung auf dem Detektor nur wenig Ereignisse enthalten sein. Die Elektronen werden durch die gewählte Elektroden-

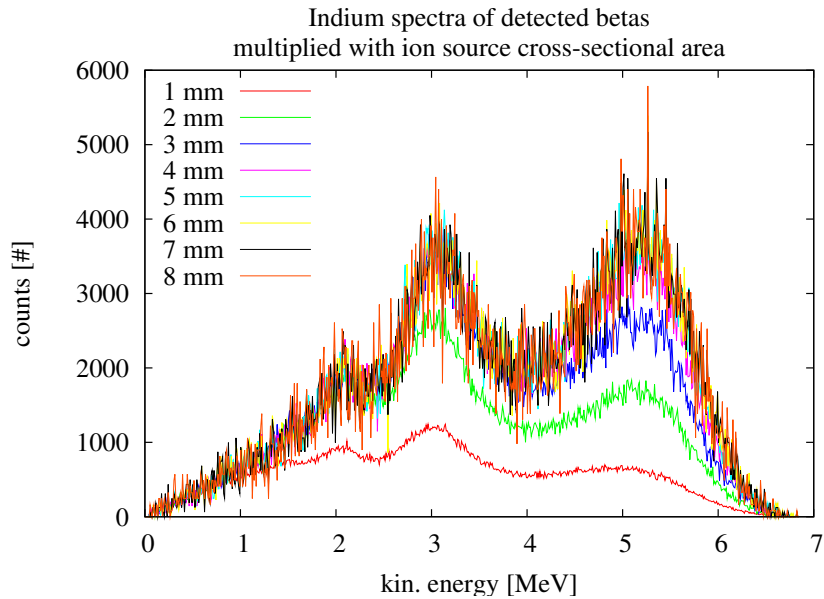


Abbildung 5.17: Ausgabespektren multipliziert mit r_i^2 mit $i \in \{1, \dots, 8\}$.

anordnung auch nicht fokussiert. Vielmehr ist aufgrund der fehlenden Fokussierung und der Verdünnung aufgrund des mit z abnehmenden B -Feldes, eine homogene Verteilung über den gesamten Detektor und darüber hinaus zu erwarten. In Abb. 5.18 sind die Verteilungen für Ionenwolkenradien von einem und acht Millimetern gezeigt. Hierbei wurden die über dem Detektorrand liegenden Ereignisse nicht mit abgebildet.

Die Verteilung ist weitestgehend homogen. Mit größer werdenden Ionenwolkenradius werden weniger Elektronen detektiert.

Aufgrund der Homogenität der Verteilung wird nicht weiter auf die Radialverteilung eingegangen.

5.5 Simulationen zur Strahlzeit 2007 mit Argon

Nach der Strahlzeit mit ^{124}I ndium zu einem ersten Nachweis von Rückstoßionen 2006 fand ca. ein Jahr später im Oktober 2007 eine weitere Strahlzeit mit ^{35}Ar gon statt, die für die Messung von klein a von Interesse ist. Das Zerfallsschema ist

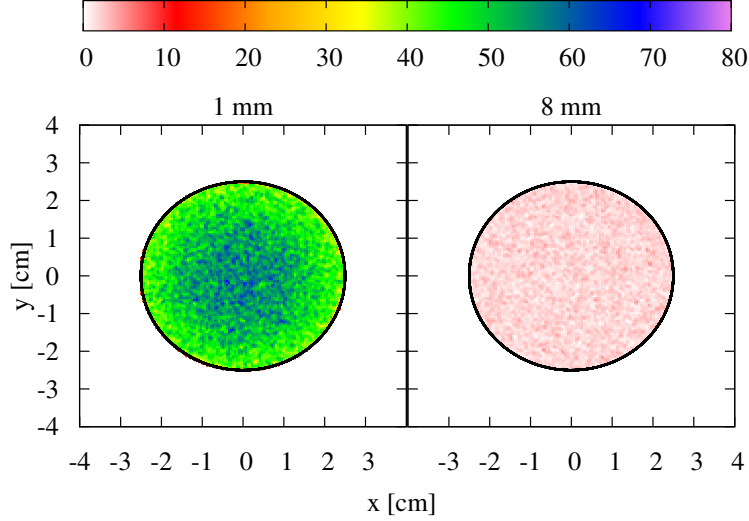


Abbildung 5.18: Homogene Verteilung der Elektronen aus dem ^{124}In -Zerfall auf dem Detektor für Ionenwolkenradien 1 und 8 mm. Die Zählrate ist in beiden Fällen in Ereignisse pro Quadratmillimeter angegeben.

in Abb. 5.19 gezeigt. Es findet zu 98 % ein β^+ -Zerfall von Spin- $3/2^+$ Kernen des Argons in den Grundzustand von ^{35}Cl mit einer Halbwertszeit von 1.775 s statt. Die maximale Zerfallsenergie liegt bei $(5.9653 \pm 0.008) \text{ MeV}$.

Die Rückstoßionen des Argonzerfalls sind im Gegensatz zu jenen des Indiumzerfalls einfach geladen ($q = 1e$), da der sog. *shake-off Effekt* auftritt. Hierbei verliert das Rückstoßion ein Elektron [Koz05].

Da es sich um einen Fermi-Zerfall handelt, gilt hier für den β - ν -Korrelationskoeffizient $a = 1$. Die zugehörigen berechneten Spektren sind in Abb. 5.20 zu sehen. Auch hier müssen die Spektren für SimWITCH in eine integrale Darstellung überführt werden. Mithilfe dieser Spektren kann nach Kapitel 5.1 vorgegangen werden. Auch die dort beschriebenen Ausgabedateien sind die gleichen.

Bedeutendster Unterschied liegt in dem Fallenpotential. Da während der Messzeit nicht mit den nominellen Potentialen gearbeitet werden konnte, wurden diese in den Simulationen auf Null gesetzt, um Falleneffekte gänzlich auszuschließen. Eine Übersicht der verwendeten Konfigurationen für Elektroden der Fallen und im

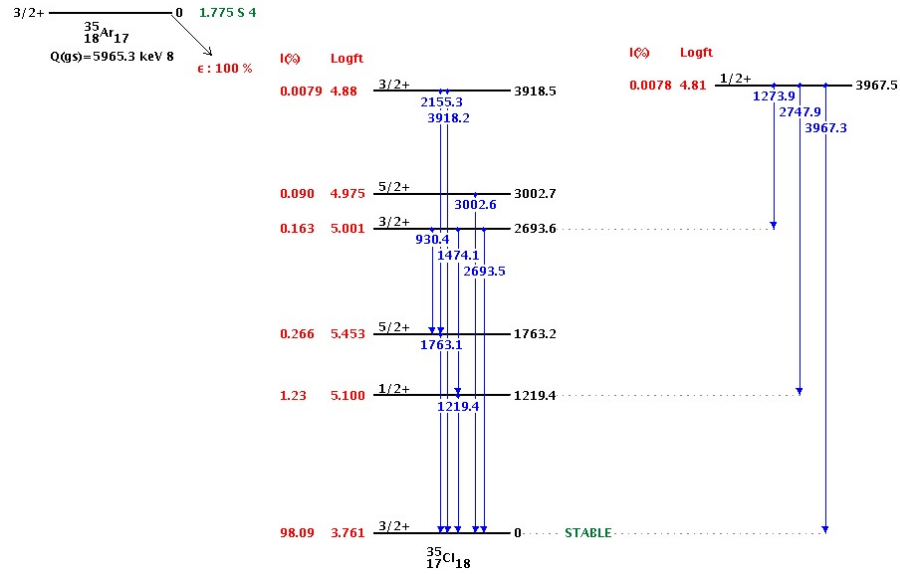


Abbildung 5.19: Zerfallsschema für $^{35}\text{Argon}$ [NND].

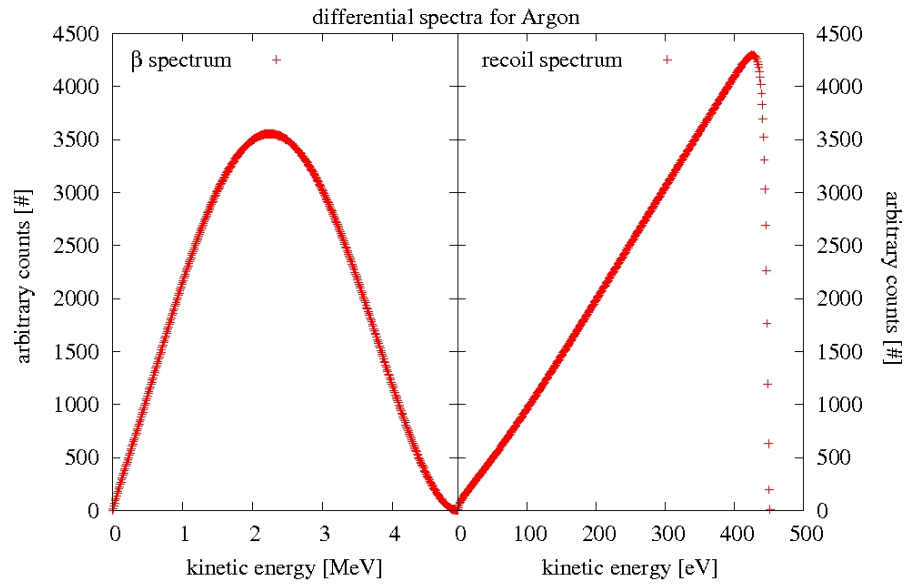


Abbildung 5.20: Differentielle Spektren für den Zerfall von $^{35}\text{Argon}$. **Links:** Das Beta-spektrum; **rechts:** das Rückstoßspektrum mit klein $a = 1$.

Konfiguration 2007			
Zerfallsfalle		Spektrometerbereich	
Spannung [V]	Element	Spannung [V]	Element
0	Endkappen-El. 1	0	SPRETA01
0	Endkappen-El. 2	0	SPRETA02
0	Korrektur-El. 1	0	SPRETA03
0	Korrektur-El. 2	0	SPRETA04
0	Ring-El.	0	SPRETA05
		0	SPRETA06
		0	SPRETA07
		-1400	SPACCE01
		-4000	SPACCE02
		-140	SPEINZ01
		-750	SPDRIF01
		-7000	SPDRIF02

Tabelle 5.6: Für die Simulationen verwendete Elektrodenkonfiguration in Analogie zu der Strahlzeit 2007. **Links:** Die Zerfallsfallenelektroden, **rechts:** Die Elektroden im Spektrometertank, d.h. Retardierungselektroden (SPRETA01-07), Nachbeschleunigungselektroden (SPACCE01/02), die Einzel Linse (SPEINZ01), sowie die Driftelektroden (SPDRIF01/02).

Spektrometerbereich ist in Tab. 5.6 gegeben. Auch hier wurden die Magnete mit 0.1 bzw. 9 T betrieben.

5.6 Einfluss der Ionenwolkengröße auf Argon-Rückstoßionen

Auch für Argon soll der Einfluss der Ionenwolkengröße auf das Rückstoßspektrum untersucht werden. Die durchgeführten Simulationen zu den acht Ionenwolkenradien führten zu folgenden Zählraten (Tab. 5.7). Wie für die Ionen des Indiumzerfalls werden alle Ionen, welche die Detektorebene erreichen, auch fokussiert, d.h. sie liegen innerhalb der sensitiven Fläche des Detektors und werden registriert. Daher stimmt hier die Anzahl detektierter Ionen mit dem `conv`-Wert 0 (Ionen in der Detektorebene) überein. Eine ausführlichere Betrachtung der Endpunkte aller Teilchenbahnen ist Inhalt des folgenden Kapitels.

Ionen:			
Radius [mm]	Ereignisse [#]	detektiert [#]	Verhältnis [%]
1	1372594	1307708	95.27
2	1330247	1190585	89.50
3	1298988	1063814	81.90
4	1146489	801815	69.94
5	1109421	610265	55.01
6	1062836	441878	41.58
7	1024189	319673	31.21
8	985377	235765	23.93

Tabelle 5.7: Zählraten der Simulationen für Ionen des β^+ -Zerfalls von ^{35}Ar ($q = 1e$).

5.6.1 Teilchenbahn Analyse der Argon-Rückstoßionen

Den einzelnen Abbruchbedingungen wird wie üblich ein `conv`-Wert zugeordnet (vgl. 4.2). Die Zählraten und prozentualen Anteile sind in Tab. 5.8 aufgelistet. Einige der dazugehörigen Histogramme sind im Anhang B zu finden. Im Vergleich zu den Ionen des Indiumzerfalls sind hier die Anteile der Simulationen, welche aufgrund von Reflektionen (`conv` = 2), Verletzungen der Energieerhaltung (`conv` = 3), oder Überschreitungen der maximalen Rechenschritte (`conv` = 6) abgebrochen wurden, wesentlich geringer ($\leq 0.347\%$).

Ersteres hängt mit der unterschiedlichen Elektrodenkonfiguration zusammen, die der jeweiligen Strahlzeit angepasst ist. Der geringe Einfluss von `conv` 2 ist durch die *nicht* anliegenden Fallenpotentiale und den somit *nicht* auftretenden Falleneffekten zu erklären.

Da hier die Verluste abgebrochener Rechnungen aufgrund von getroffenen Elektroden (`conv` = 1) gering sind, wird anhand von Argon die Korrelation zwischen Ionenwolkenradius und detektierten Ionen besonders deutlich.

Da die Simulationen mit Argon wesentlich seltener abgebrochen wurden, ohne dass ein Teilchen den Detektor erreicht hat, ist auch in den Ausgabespektren für kleine Ionenwolkenradien eine bessere Übereinstimmung zu den Eingabespektren zu erwarten.

5.6 Einfluss der Ionenwolkengröße auf Argon-Rückstoßionen

Radius [mm]	conv-Wert							
	0		1		2		3	
	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]
1	1307708	95.27	53053	3.87	4556	0.332	3535	0.258
2	1190585	89.50	128259	9.64	4342	0.326	3650	0.274
3	1063814	81.90	224060	17.2	4395	0.338	3679	0.283
4	801814	69.94	334839	29.2	3861	0.337	3341	0.291
5	610265	55.01	489776	44.1	3746	0.338	3401	0.307
6	441878	41.58	612063	57.6	3683	0.347	3323	0.313
7	319673	31.21	696041	68	3549	0.347	3353	0.327
8	235765	23.93	741381	75.2	3461	0.351	3394	0.344

Radius [mm]	conv-Wert						Summe: [#]
	4		5		6		
	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]	
1	0	0	0	0	3742	0.273	1372594
2	0	0	0	0	3411	0.256	1330247
3	0	0	0	0	3040	0.234	1298988
4	0	0	0	0	2634	0.23	1146489
5	0	0	0	0	2233	0.201	1109421
6	0	0	0	0	1889	0.178	1062836
7	0	0	0	0	1573	0.154	1024189
8	0	0	0	0	1376	0.140	985377

Tabelle 5.8: Übersicht der Anteile der jeweiligen Abbruchbedingungen für Rückstoßionen des $^{35}\text{Argon}$ -Zerfalls; conv 1: Elektrode getroffen; conv 2: Teilchen reflektiert; conv 3: Energieerhaltung verletzt; conv 4: Teilchen wurde 100 mal reflektiert; conv 5: Elektrode getroffen; conv 6: max. Anzahl Rechenschritte erreicht.

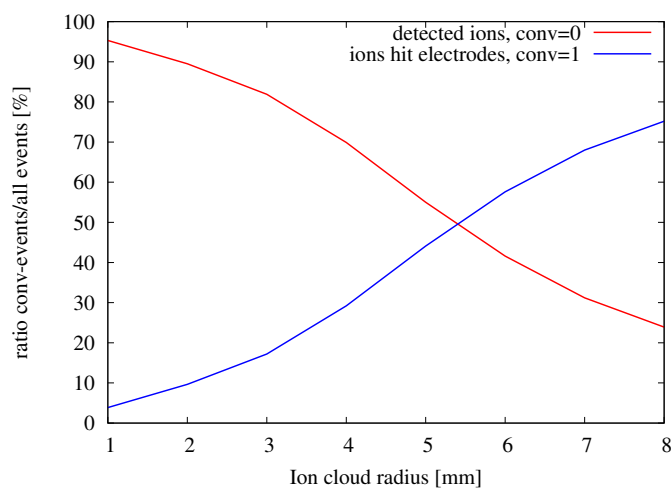


Abbildung 5.21: Korrelation zwischen conv = 0 und conv = 1 der Rückstoßionen des Argonzerfalls.

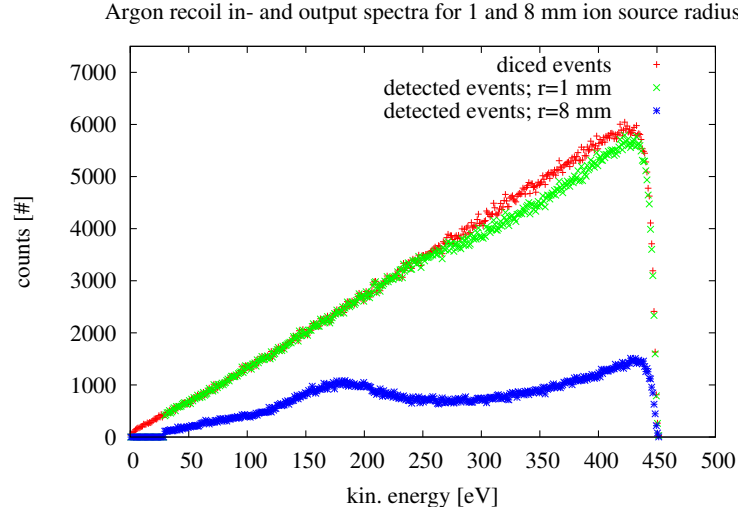


Abbildung 5.22: Vergleich zwischen Eingabespektrum (rot) und Augabespektrum für 1 mm Ionenwolkenradius (grün) und 8 mm Ionenwolkenradius (blau); ohne anliegendem Fallenpotential. Im unterem Energiebereich sind die Spektren eingeschnitten durch die Abbruchbedingungen `conv 2` und `conv 6`. Im übrigen Bereich sind sie dominierend beeinflusst durch Ionen, welche auf Elektroden treffen.

5.6.2 Vergleich Ein- und Ausgabe-Rückstoßspektrum für Argon

Auch für die Simulationen mit Argon wurde eine Datei mit Spektren zurückgegeben. Diese enthält ebenfalls ein differentielles Ein- und Augabespektrum sowie das integrale Eingabespektrum. Neben einer anfänglich besseren Übereinstimmung der Ein- und Augabespektren sollten Verluste bei größeren Ionenwolkenradien angesichts des nicht vorhandenem Offsets besser zuzuordnen sein.

Die Spektren für einen und acht Millimeter Ionenwolkenradius sind in Abb. 5.22 gezeigt.

Wie man sieht ist auch hier der anfängliche Energiebereich durch die Abbruchbedingungen `conv 3` und `conv 6` eingeschnitten. Diese beiden Bedingungen nehmen für Argon eine weniger dominierende Rolle im Spektrum ein, zum einen, da der Zerfall eine höhere Endpunktenergie besitzt, der gesamte mögliche Energiebereich der Ionen ist somit breiter und zum anderen, weil der Anteil von Ionen mit geringer Energie bei Argon ($a = 1$) kleiner ist als bei Indium ($a = -1/3$).

Da die Simulationen für Argon ohne Fallenpotentiale durchgeführt wurden ist auch

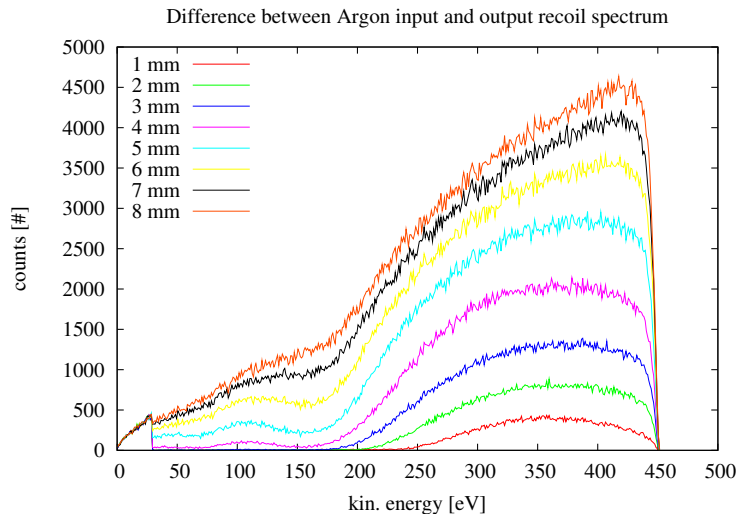


Abbildung 5.23: Differenz-Spektren für Ionenwolkenradien 1 – 8 mm. Aufgrund der Abbruchbedingungen `conv 2` und `conv 6` sind die Differenzen für den unteren Energiebereich maximal. Der Θ - E -Cut-Off nimmt keinen Einfluss auf die Spektren. Für größer werdende Ionenwolke treten zunehmende Verluste auf.

kein Einfluss durch den Θ - E -Cut-Off zu erwarten, so dass die Spektren im übrigen Energiebereich und für kleine Ionenwolkenradien übereinstimmen. Dies ändert sich für zunehmende Ionenwolkengröße.

Zur besseren Übersicht sind für alle Spektren die Differenzen zwischen Ein- und Ausgabespektrum in Abb. 5.23 gezeigt. Es ist kein Untergrund, der durch starke Verluste durch reflektierte Ionen verursacht wurde, zu sehen, vielmehr spiegeln alle Kurven die Verluste wider, welche durch Ionen verursacht wurden, die auf Elektroden getroffen sind.

Da im Falle von Argon die Unterschiede der Verluste für verschiedene Ionenwolkenradien besonders groß sind, werden die Auswirkungen einer wachsenden Ionenwolken dimension auf die Ionenverteilung auf dem Detektor besonders deutlich.

5.6.3 Ionenverteilung auf dem Detektor für Argon

Da die Rückstoßionen des Argonzerfalls im Gegensatz zu denen des Indiumzerfalls nicht zweifach sondern einfach geladen sind, ist ein schwächerer Einfluss der Einzel Linse auf die Ionen zu erwarten. Die Ionen sollten demnach zwar fokussiert wer-

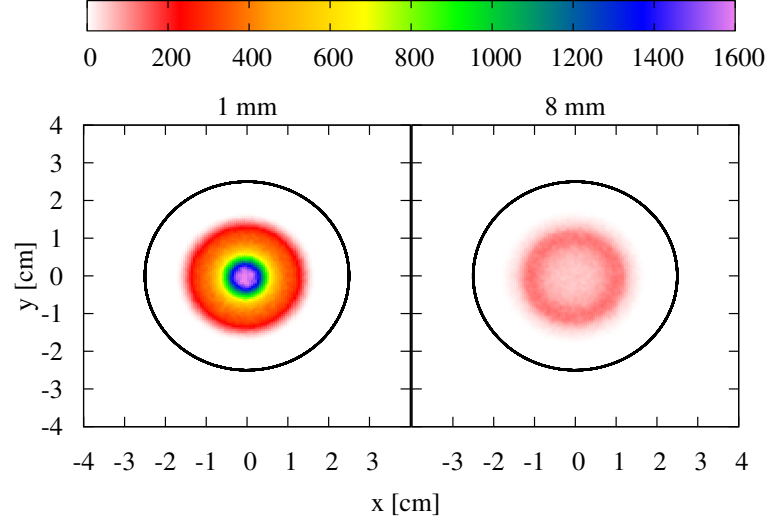


Abbildung 5.24: Verteilung der Ionen des ^{35}Ar -Zerfalls auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 1 und 8 mm. Die Zählrate ist in beiden Fällen in Ereignisse pro Quadratmillimeter angegeben.

den, jedoch nicht so stark wie zweifach geladene Rückstoßionen. In Abb. 5.24 ist die entsprechende Positionsverteilung auf dem Detektor gezeigt. Die dazugehörige Radialverteilung der Ionen auf dem Detektor, normiert auf die Kreisringfläche, ist in Abb. 5.25 gezeigt.

5.7 Einfluss der Fallentiefe auf Argon-Rückstoßionen

Berücksichtigt man bei den Simulationen für Argon ebenfalls ein Fallenpotential, so tritt auch hier der Θ - E -Cut-Off auf (s. Abb. 5.26). Er ist jedoch nicht so stark ausgeprägt wie bei Indium, da es sich hier um Rückstoßionen mit $q = 1e$ handelt. Außerdem treten auch hier die Verluste durch `conv 3` und `conv 6` auf.

Um den Einfluss des Fallenpotentials auf das Rückstoßspektrum näher zu untersuchen, wurden zusätzliche Simulationen durchgeführt. Hierbei wurden die Teilchen bereits kurz hinter der Zerfallsfalle gestoppt, um zum einen spektrometer und detektorabhängige Effekte auszuschließen und zum anderen die Rechenzeit zu reduzieren.

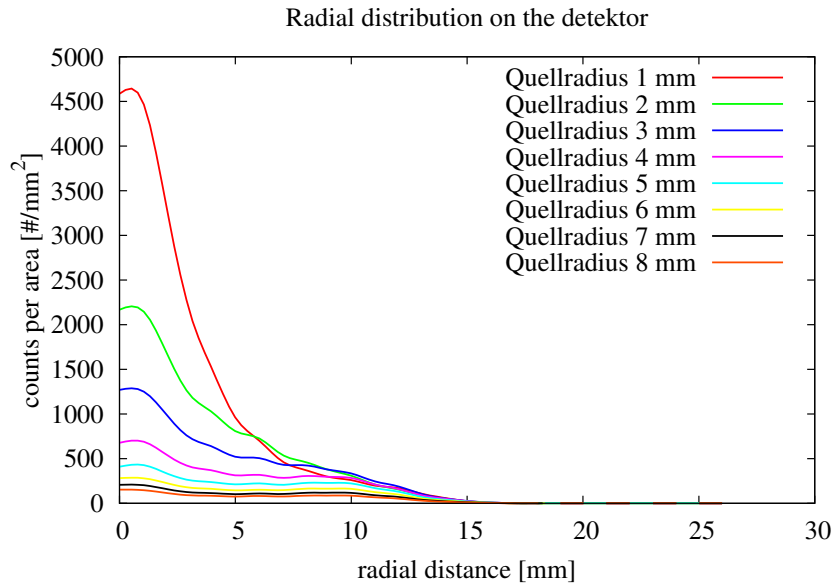


Abbildung 5.25: Radiale Verteilung der Ionen auf dem Detektor für Ionenwolkenradien 1 - 8 mm.

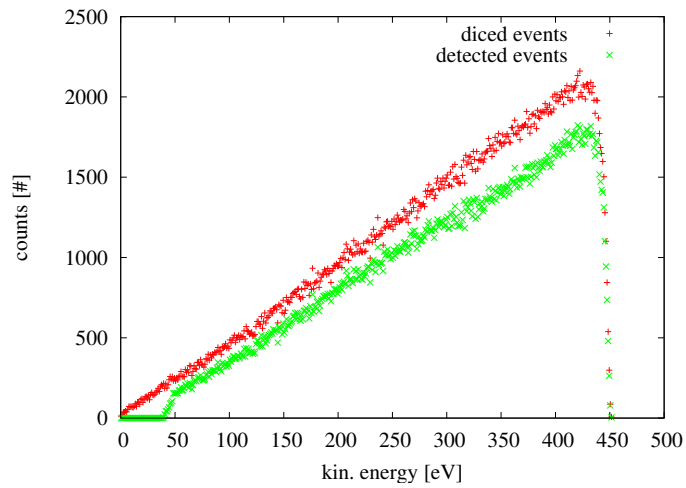


Abbildung 5.26: Vergleich zwischen Eingabespektrum (rot) und Ausgabespektrum für 1 mm Ionenwolkenradius (grün); mit anliegendem Fallenpotential von -10 V. Somit werden die Ionen durch den Θ - E -Cut-Off beeinflusst.

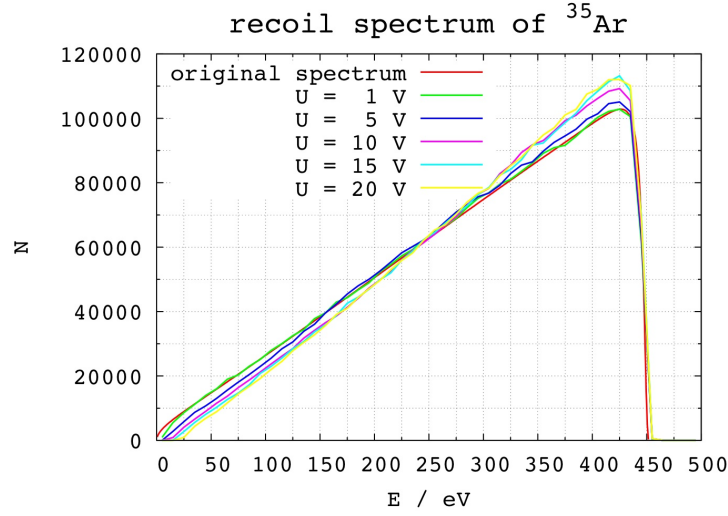


Abbildung 5.27: Normalisierte Rückstoßspektren für ^{35}Ar Simulationen mit Box-Potential [Fri09].

Es wurden Simulationen mit drei verschiedenen Fallenkonfigurationen durchgeführt und Potentialen mit $U_{\text{Trap}} = [1 \text{ V}, \dots, 20 \text{ V}]$ [Fri09]. Eine der drei Konfigurationen entspricht dem in dieser Arbeit verwendeten Box-Potential. Eine Auswahl von fünf Spektren für verschiedene Fallenpotentiale ist in Abb. 5.27 zu sehen. In Abb. 5.28 sind die Differenzen zwischen Ein- und Ausgabespektrum dargestellt. Außerdem wurden zwei Spektren mit einer Abweichung von klein a von $\Delta a \pm 2\%$ berechnet und ebenfalls abgebildet. Es wird deutlich, dass die Fallenspannung einen beträchtlichen Einfluss auf das Rückstoßspektrum hat. Tatsächlich erscheint hier ein Fallenpotential von $U_{\text{Trap}} < 1 \text{ V}$ empfehlenswert.

Zur Auswertung der Daten konnte hier bereits das ROOT Fit-Skript (vgl. Kapitel 4.4.4) genutzt werden.

Die letzte Simulation befasst sich mit den β -Teilchen des Argon-Zerfalls. Da hier nur unwesentliche Unterschiede zu den bereits betrachteten β -Teilchen des Indiumzerfalls gegeben sind, wird auf diese Simulation nicht im Detail eingegangen. Die Ergebnisse sind kurz im Anhang D zusammengefasst.

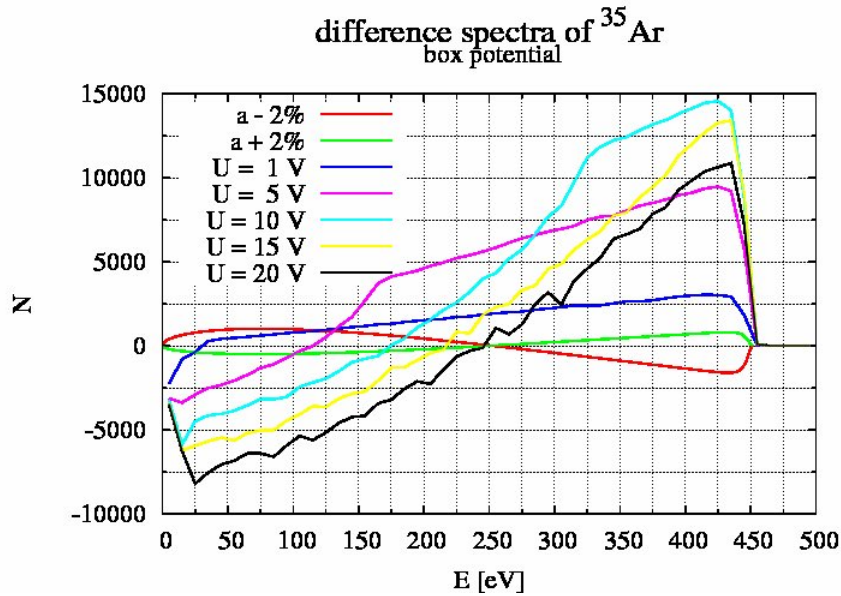


Abbildung 5.28: Differenz-Spektren für ^{35}Ar Simulationen mit Box-Potential [Fri09].

5.8 Zusammenfassung und Diskussion

Die wichtigsten Ergebnisse der in Kapitel 3 angesprochenen systematischen Effekte sollen hier kurz zusammengefasst und diskutiert werden.

Grundsätzlich ist zu den Simulationen zu sagen, dass sie sich noch *nicht* zur Analyse einer Präzisionsmessung eignen, da die Abbruchbedingungen `conv 3` und `conv 6` noch nicht verstanden sind. Diese haben einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf das Rückstoßspektrum.

Es wurde festgestellt, dass beide Abbruchbedingungen im Wesentlichen bei kleinen Energien auftreten. Somit treten beide Effekte in erster Linie für Ionen auf, welche Rückstoßenergien von $\mathcal{O}(\text{eV})$ besitzen. Für Elektronen bzw. Positronen gilt die Energie in SimWITCH als erhalten, `conv 3` tritt nicht auf. Es wird dennoch für einen geringen Anteil der Teilchen die maximale Anzahl von Rechenschritten erreicht (`conv 6`). In jedem Fall müssen beide Abbruchbedingungen für eine akkurate Analyse verstanden sein.

Die Energieabhängigkeit und der Unterschied zwischen Ionen und β -Teilchen können Ansatzpunkte für weitere Untersuchungen an dem Programm selbst sein.

Desweiteren wurde im Vergleich mit [Fri08] festgestellt, dass die Position des Detektors einen entscheidenden Einfluss auf die Positionsverteilung auf dem Detektor einnimmt. Dies ist durch die Verwendung der Einzel Linse erklärt, welche als elektrische Linse agiert. Somit existiert analog zu einer optischen Linse ein Fokus, in welchem der Detektor idealerweise positioniert sein sollte. Für die Elektrodenkonfigurationen der Strahlzeit 2006 ist dies bei $z_{\text{Det}} = 2.67$ m. Damit war der Detektor 2006 6 cm hinter der idealen Position platziert. Dennoch wurden die Ionen ausreichend auf den Detektor fokussiert, so dass keine Ionen außerhalb des sensitiven Bereichs aufgetroffen sind. Warum die Verteilung bei einer Detektorposition ab 2.68 m diffus zu werden scheint ist noch nicht verstanden.

Die β -Teilchen sind von der Einzel Linse im Wesentlichen unbeeinflusst und daher homogen über den Detektor verteilt.

Es ist zu beachten, dass der Fokus abhängig ist von der Elektrodenkonfiguration, sowie der Ladung und Masse der Ionen.

In dem Zusammenhang zeigen sich die Konfigurationen der Strahlzeit 2006 als ausreichend, um einen prinzipiellen Nachweis von Rückstoßionen zu erbringen. Für die Mesung eines Rückstoßspektrums, sowie der anschließenden Bestimmung von klein a sind die Einstellungen jedoch nicht geeignet. Zu viele Aspekte beeinflussen das Spektrum. Insbesondere die Anzahl der Ionen, welche Elektroden getroffen haben, kann nicht ausreichend nachvollzogen werden, um diesen Einfluss angemessen zu berücksichtigen.

Zudem konnte die Abhängigkeit zwischen Fallenpotential und Rückstoßspektrum aufgezeigt werden. Auch hier wird deutlich, dass nach Möglichkeit die bisherige Fallenspannung von -10 V drastisch auf -1 V oder weniger reduziert werden sollte, um den Einfluss auf das Rückstoßspektrum zu minimieren. Hier sei noch einmal auf [Fri09] verwiesen.

Letztlich konnten anhand der simulierten Spektren sowohl bereits bekannte Effekte, wie der Θ - E -Cut-Off, bestätigt werden, als auch neue Erkenntnisse über die Abhängigkeit der Ionenwolkengröße auf das Rückstoßspektrum gewonnen werden.

Hierbei wurde deutlich, dass mit den bisherigen Elektrodenkonfigurationen für alle Ionenwolkendimensionen, Ionen auf Elektroden treffen. Diese Verluste haben besonders für große Ionenwolkenradien einen beachtlichen Einfluss auf das Rückstoßspektrum, sind jedoch auch für einen Radius von 1 mm nicht zu vernachlässigen. Daher eignen sich derartige Spektren *nicht* für die Analyse von klein a . Um Verluste durch Ionen, die Elektroden treffen, auszuschließen, müssen neue Konfigurationen der Elektroden getestet werden. Dies sollte, wie üblich, vorerst durch Simulationen geschehen.

Vergleich von Simulation und Experiment

Aus der Strahlzeit 2006 mit Indium existieren Messungen der Positionsverteilung auf dem Detektor, welche im Folgenden mit den Simulationen verglichen werden können.

6.1 Detektorverteilung

Die Strahlzeit 2006 hat es ermöglicht, mithilfe der sog. Delay-Line der Mikrokanalplatte die Positionsverteilungen der Elektronen und Rückstoßionen zu messen [Coe07]. Diese beiden Verteilungen sind experimentell jedoch nicht so strikt separierbar wie es für die simulierten Verteilungen der Fall ist, da unter anderem ein Untergrund von Elektronen, z.B. aus weiteren Zerfällen, vorhanden ist.

Um dennoch eine Aussage über das Verhältnis zwischen Rückstoßionen und Untergrund treffen zu können, wurden Messungen durchgeführt, zum einen mit hoher Retardierungsspannung und zum anderen ohne. Im ersten Fall werden alle Ionen abgebremst und sollten den Detektor nicht erreichen, wodurch ein reines Untergrund-Bild entstehen sollte. Im zweiten Fall werden die Ionen nicht retardiert und können zum Detektor gelangen. Damit beinhaltet das Messergebnis sowohl die Ionen als auch die Elektronen. In Abb. 6.1 sind die aufgenommenen Detektorverteilungen für diese beiden Fälle gezeigt. Es ist zu sehen, dass im Falle ausgeschalteter Retardierung eine Asymmetrie in der Verteilung über den Detektor zu erkennen ist, welche noch nicht verstanden ist.

Im Falle der eingeschalteten Retardierung ist neben dem homogenen Untergrund zusätzlich ein schmales Maximum im Zentrum vorhanden. Dies ist auf Indiumionen zurückzuführen, die aufgrund der nicht hundertprozentigen Einfangeffizienz nicht in der Zerfallsfalle aufgehalten wurden und auf den Detektor getroffen sind. Dort zerfallen sie während der Messung und erzeugen Ereignisse unabhängig von der Retardierungsspannung. Dies wird auch als Durchschuss bezeichnet und im Folgenden näher untersucht.

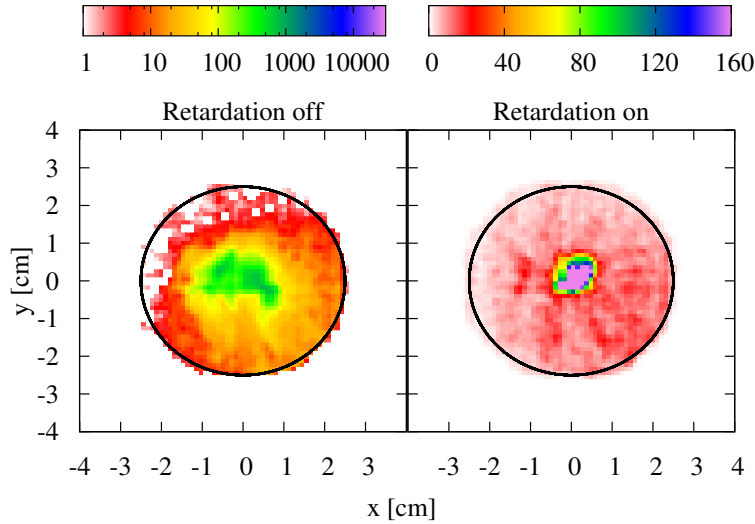


Abbildung 6.1: Positionsverteilung auf dem Detektor **links** ohne, **rechts** mit Retardierungsspannung. Links ist eine breite, asymmetrische Verteilung bestehend aus Rückstößen auf Untergrund zu sehen. Rechts ist eine homogene Verteilung der Untergrund-Ereignisse gegeben, wobei im Zentrum des Detektors ein Bereich hoher Zählraten zu finden ist. Dieser ist auf Ionen zurückzuführen, die nicht in der Zerfallsfalle gestoppt wurden. Die Daten links sind mit logarithmischer z -Achse aufgetragen. Die farbskalierte Zählrate ist in Ereignisse pro Quadratmillimeter angegeben.

6.1.1 Signal-zu-Untergrund-Verhältnis

Um eine Aussage über den zu erwartenden β -Untergrund treffen zu können, dürfen die Ereignisse, welche dem Durchschuss zuzuschreiben sind, nicht berücksichtigt werden. Hierzu wurden unterschiedlich große Kreise aus der Verteilung herausgeschnitten, die so viele unerwünschte und so wenig erwünschte Ereignisse wie möglich enthalten sollen (s. Abb. 6.2). Tab. E.1 im Anhang E zeigt die Übersicht der verwendeten Radien und den daraus resultierenden Ereignissen.

Stellt man die Anzahl der geschnittenen Ereignisse gegen den Radius dar (Abb. 6.3, rot), so ist zu erkennen, dass der wesentliche Beitrag von unerwünschten Ereignissen bereits ab einem Kreis mit 5 mm Radius entfernt ist. Um nicht zu viele der gesuchten Untergrund-Ereignisse unberücksichtigt zu lassen, wurden die Radien zwischen 5 und 10 mm betrachtet. Über diese sechs Varianten wurde schließlich gemittelt, was zu einem durchschnittlichen Schnittkreis mit 7.5 mm Radius führt. Für diesen

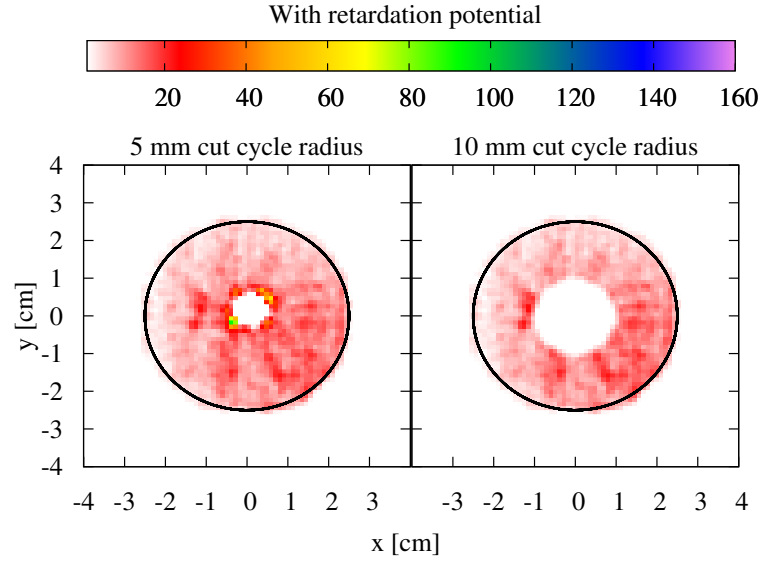


Abbildung 6.2: Beispiele für unterschiedlich große Schnittkreise. **Links** 5 mm, **rechts** 10 mm Radius.

gelten die Ergebnisse aus Tab. 6.1. Eine durchschnittliche Anzahl von Elektronen

Radius [mm]	geschnittene Ereignisse [#]	Fehler \sqrt{N}	übrige Ereignisse [#]	Fehler \sqrt{N}
7.5	15669.83	125.18	15283.17	123.63

Tabelle 6.1: Anzahl Ereignisse für den Schnittkreis mit 7.5 mm Radius. Ermittelt als Durchschnitt aus den Ergebnissen der Schnittkreise 5 bis 10 mm (s. Anhang E).

innerhalb der geschnittenen Fläche A_{innen} ist gegeben durch das Produkt aus der durchschnittlichen Anzahl von Elektronen außerhalb der Schnittfläche $n_{\text{außen}}/A_{\text{außen}}$ und der inneren Fläche A_{innen} . Zieht man dieses Produkt von der Anzahl der Elektronen der inneren Fläche n_{innen} ab, so kommt man zu der tatsächlichen Anzahl von Ionen $n_{\text{Durchschuss}}$, welche aufgrund des Durchschusses auf den Detektor gelangt sind:

$$n_{\text{Durchschuss}} = n_{\text{innen}} - \frac{n_{\text{außen}}}{A_{\text{außen}}} \cdot A_{\text{innen}} \quad , \quad (6.1)$$

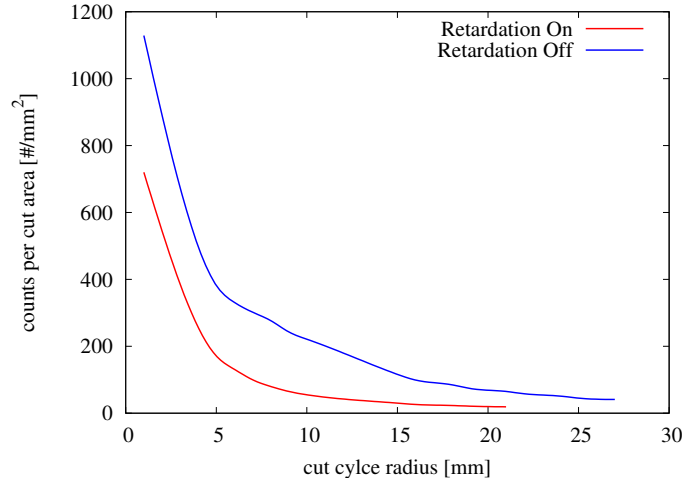


Abbildung 6.3: Abnahme der Anzahl von Ereignissen innerhalb eines Kreises für größer werdende Kreisschnitte. **Rot:** Daten *mit* Retardierungsspannung, **blau:** Daten *ohne* Retardierungsspannung.

Auf diese Weise erhält man ebenso die Anzahl der Elektronen bzw. des Untergrundes. Wobei hier zu der Anzahl der Elektronen $n_{\text{außen}}$ im äußeren Kreisring der Fläche $A_{\text{außen}}$ die oben definierte, durchschnittliche Anzahl der Elektronen des inneren Kreises addiert wird:

$$n_{\text{Betas,On}} = n_{\text{außen}} + \frac{n_{\text{außen}}}{A_{\text{außen}}} \cdot A_{\text{innen}} \quad . \quad (6.2)$$

Analog wird mit den Messdaten der Detektorverteilung mit ausgeschalteter Retardierungsspannung vorgegangen, um die tatsächliche Anzahl Ionen von dem β -Untergrund zu separieren.

Hierzu wurden ebenfalls Kreisschnitte gelegt, die entsprechenden Daten befinden sich in Tab. E.2 im Anhang E. Auch hier kann die Anzahl der geschnittenen Ereignisse gegen den Radius dargestellt werden (Abb. 6.3, blau). Für die Daten der Messung mit ausgeschalteter Retardierungsspannung wurde über die Radien von 18 - 25.5 mm gemittelt, was in einem durchschnittlichen Radius von 21.75 mm resultiert (vgl. Tab. 6.2). Analog zu Gl. (6.1) bzw. Gl. (6.2) kann die Anzahl der Ionen

6 Vergleich von Simulation und Experiment

Radius [mm]	geschnittene Ereignisse [#]	Fehler \sqrt{N}	übrige Ereignisse [#]	Fehler \sqrt{N}
21.75	91125.17	301.87	2854.83	53.43

Tabelle 6.2: Anzahl der Ereignisse für den Schnittkreis mit 21.75 mm Radius. Ermittelt als Durchschnitt aus den Ergebnissen der Schnittkreise 18 bis 25.5 mm (s. Anhang E).

bzw. des β -Untergrundes berechnet werden mit

$$n_{\text{Ionen}} = n_{\text{innen}} - \frac{n_{\text{außen}}}{A_{\text{außen}}} \cdot A_{\text{innen}} \quad , \quad (6.3)$$

$$n_{\text{Betas,Off}} = n_{\text{außen}} + \frac{n_{\text{außen}}}{A_{\text{außen}}} \cdot A_{\text{innen}} \quad . \quad (6.4)$$

Mit den Werten aus Tab. 6.1 und Tab. 6.2 führen Gl. (6.1) bis Gl. (6.4) zu

$$n_{\text{Durchschuss}} = 14347.04 \pm 119.80$$

$$n_{\text{Betas,On}} = 16605.96 \pm 128.86$$

$$n_{\text{Ionen}} = 86828.32 \pm 294.67$$

$$n_{\text{Betas,Off}} = 7151.68 \pm 84.57 \quad .$$

$(53.65 \pm 0.72) \%$ der Untergrund-Ereignisse der „On“-Messung sind demnach dem β -Untergrund zuzuordnen; $(92, 39 \pm 0, 61) \%$ des Signals der „Off“-Messung sind als gewünschte Ionen, die den Detektor erreicht haben, zu werten. Damit ergibt sich, wenn alle Ionen gestoppt werden können und kein Durchschuss auf den Detektor stattfindet, ein Signal-zu-Untergrund-Verhältnis von 5.23 ± 0.05 .

Passt man die anfänglichen Zerfälle der Simulationen für die β -Teilchen und Rückstoßionen des Indiumzerfalls an die des Experiments an und kombiniert die beiden Detektorverteilungen, so erhält man für einen simulierten Ionenwolkenradius von 2 mm eine Verteilung wie in Abb. 6.4.

Hier besteht das Signal aus reinen Rückstoßionen, der Untergrund entsprechend nur aus Elektronen im Verhältnis 4.72:1 (vgl. Tab. 6.3). Ein direkter Vergleich zwischen dem Signal-zu-Untergrund-Verhältnis aus experimentellen und simulierten

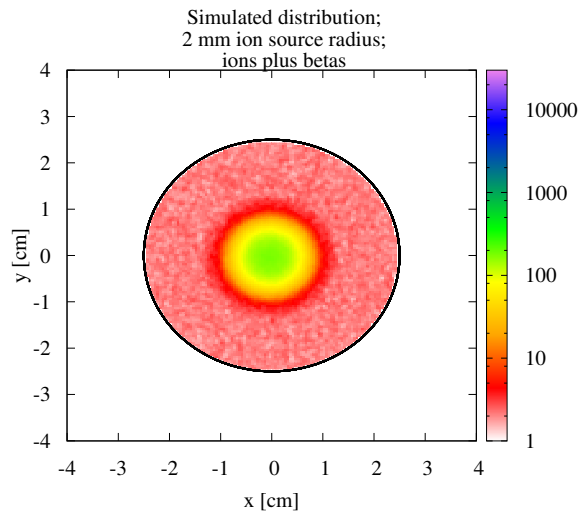


Abbildung 6.4: Kombinierte Detektorverteilung von β -Teilchen und Rückstoßionen ausgehend von einer Ionenwolke mit 2 mm Radius.

Daten ist jedoch nicht ohne weiteres möglich. Hierzu müssten weitere Einflüsse wie die Nachweiseffizienzen des Detektors und die verschiedenen Ladungszustände des Indiums berücksichtigt werden. Allerdings kann hier erstmals die Annahme getroffen werden, dass der Ionenwolkenradius bei ca. 2 mm liegt.

Neben einer Aussage mithilfe des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses kann außerdem aus den gemessenen Detektorverteilungen die Information über die radiale

Radius [mm]	detektierte Ionen [#]	detektierte β -Teilchen [#]	S/N
1	80509	33536	2.4
2	80466	17059	4.72
2.5	80596	12936	6.23
3	80407	10027	8.02
4	77256	6331	12.2
5	67669	4213	16.06
6	56426	2941	19.19
7	45640	2167	21.06
8	6032	1647	21.88

Tabelle 6.3: Signal-zu-Untergrund-Verhältnis für verschiedene Ionenwolkenradien.

Verteilung auf dem Detektor gewonnen werden. Diese kann mit den Ergebnissen aus den Simulationen verglichen werden. Jedoch ist hier in erster Linie die radiale Verteilung der Ionen von Interesse, da für die β -Teilchen, bzw. allgemeiner für den Untergrund eine größtenteils homogene Verteilung gegeben ist.

6.1.2 Halbwertsbreiten-Vergleich

Um zu einer radialen Verteilung auf dem Detektor zu gelangen, werden die gemessenen Ereignisse in Kreisringe einsortiert und anschließend auf die jeweilige Fläche normiert (s. Abb. 6.5). Die so entstehende Verteilung hat eine Halbwertsbreite von

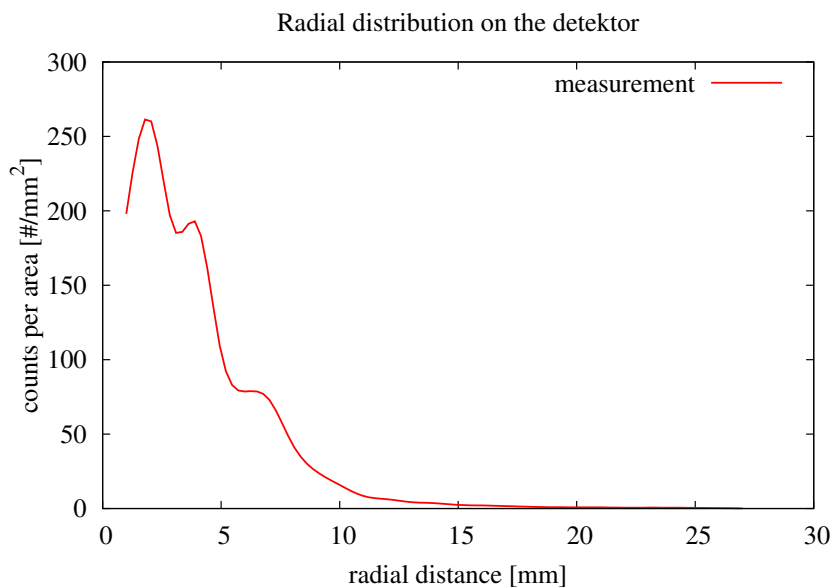


Abbildung 6.5: Radiale Verteilung der gemessenen Detektorverteilung.

(4.50 ± 0.86) mm. Soll dieser Wert mit den Simulationen verglichen werden, muss auch hier erst eine Kombination aus Ionen- und β -Verteilung erstellt werden, da das Ergebnis des Experiments mit ausgeschalteter Retardierungsspannung ebenfalls sowohl Ionen als auch β -Teilchen enthält. Anschließend kann von dieser Überlagerung die radiale Verteilung auf dem Detektor ausgegeben werden. Dies wurde für die üblichen Ionenwolkenradien zwischen einem und acht Millimetern erstellt und die jeweilige Halbwertsbreite ermittelt. In Abb. 6.6 sind sowohl experimentelle, als

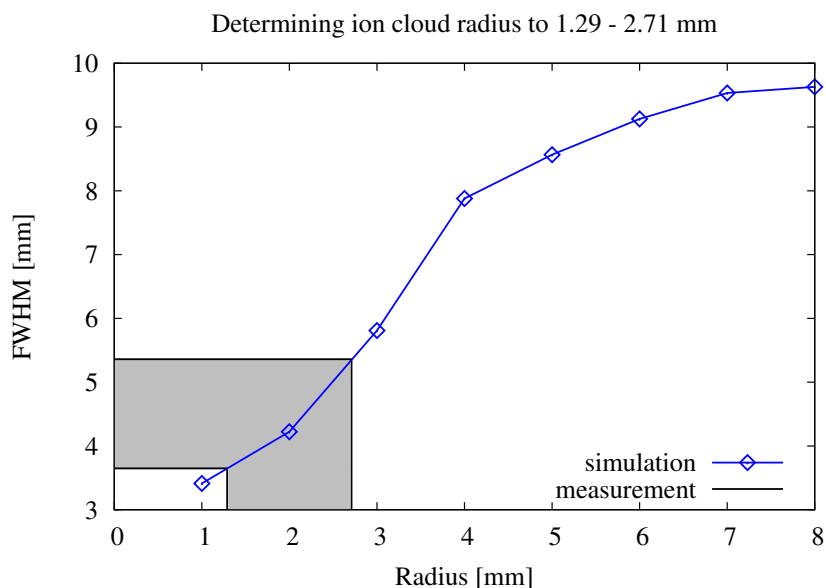


Abbildung 6.6: Vergleich der Halbwertsbreiten aus dem Experiment (schraffierter Bereich) und den Simulationen (Rauten).

auch simulierte Ergebnisse dargestellt. Demnach liegt der Ionenwolkenradius in der Zerfallsfalle bei (2.00 ± 0.71) mm. Jedoch ist zu bedenken, dass die Ergebnisse der Simulationen, insbesondere für Indium durch zwei Abbruchbedingungen (`conv 3` und `conv 6`) stark beeinflusst wurden. So wurde ein hoher Prozentsatz der niederenergetischen Rückstoßionen ($E_{\text{rec}} \leq 50$ eV) nicht auf den Detektor abgebildet und trägt somit auch nicht zu der Radialverteilung bei. Um eine präzisere Aussage treffen zu können, müssen diese beiden Abbruchbedingungen verstanden sein.

6.2 Zusammenfassung und Diskussion

Die während der Strahlzeit 2006 gewonnenen Daten zum $^{124}\text{Indium}$ -Zerfall konnten hinsichtlich des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses ausgewertet werden und mit den Simulationen dieser Arbeit verglichen werden, um auf die Ionenwolkengröße zurückzuschließen.

Es wird deutlich, dass die verwendeten Fallenkonfigurationen *nicht* ausreichend waren, um alle $^{124}\text{Indium}$ -Ionen zu stoppen. Es ist jedoch unbedingt notwendig, einen

Durchschuss von Ionen auf den Detektor zu vermeiden. Dieser trägt mit über 50 % wesentlich zu dem Untergrund bei und verfälscht das Ergebnis drastisch. Korrekt arbeitende Penningfallen sind daher unerlässlich.

Desweiteren konnte gezeigt werden, dass mithilfe der Simulationen, insbesondere der Detektorverteilung und der daraus folgenden Radialverteilung, wichtige Informationen über die Eigenschaften des experimentellen Aufbaus und dessen systematische Effekte gewonnen werden können (vgl. auch Kapitel 5).

So konnte mithilfe der Halbwertsbreiten der Radialverteilungen eine erste Aussage über den Radius der Ionenwolke innerhalb der Zerfallsfalle während der Strahlzeit 2006 gemacht werden. Durch den Vergleich mit den Simulationen ist dieser zu (2 ± 0.71) mm bestimmt worden. Hierbei ist zu beachten, dass in den durchgeführten Simulationen die Abbruchbedingungen `conv 3` und `conv 6` das simulierte Rückstoßspektrum und somit die Radialverteilung beeinflusst. Für eine genauere Analyse müssen diese programmabhängigen Effekte verstanden sein und eventuelle Fehler behoben werden.

Auch hinsichtlich des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses muss bedacht werden, dass insbesondere der Untergrund zu einem überwiegenden Anteil aus Ionen besteht, welche nicht zuvor in der Zerfallsfalle gespeichert werden konnten. Diese Tatsache wurde mithilfe von Schnitten, um diese Ereignisse berücksichtigt, so dass eine effektive Anzahl von Untergrund und Signal Ereignissen zu

$$n_{\text{Ionen}} = 86828.32 \pm 294.67$$

$$n_{\text{Durchschuss}} = 14347.04 \pm 119.80$$

bestimmt werden konnte, woraus ein Verhältnis von 5.23 ± 0.05 folgt. Jedoch ist es notwendig für eine präzise Angabe des Verhältnisses, eine Untergrundmessung durchzuführen, ohne dass ungewünschte Zerfälle auf dem Detektor diese verfälschen. Darüber hinaus ist es notwendig, die Asymetrie in der Ionenverteilung auf dem Detektor zu verstehen. Diese Notwendigkeit besteht nicht nur, um eine Aussage über

das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis zu treffen, sondern ist zudem entscheidend, um eine ausreichende Genauigkeit bei der Bestimmung von klein a aus einem Rückstoßspektrum zu gewährleisten.

Die Bestimmung der Ionenwolkengröße zu (2.00 ± 0.71) mm führt in Verbindung mit Kapitel 5 zu der Vermutung, dass während der Strahlzeit 2006 einige Rückstoßionen auf Elektroden getroffen sind und somit nicht mehr detektiert werden konnten. In diesem Fall lässt sich aus einem aufgenommenen Rückstoßspektrum klein a *nicht* mit der gewünschten Genauigkeit bestimmen. Dies unterstreicht noch einmal, dass für den Erfolg des WITCH-Experiments sowohl hinsichtlich der Potentiale der Falenelektroden als auch der Elektrodenpotentiale im Spektrometerbereich Veränderungen unabdingbar sind.

Für die Bestimmung möglicher, neuer Konfigurationen des WITCH-Aufbaus sind Simulationen durch SimWITCH von zentraler Bedeutung.

Zusammenfassung und Ausblick

Bei dem WITCH-Experiment handelt es sich um ein Präzisionsexperiment, mit welchem der Kern- β -Zerfall hinsichtlich skalarer Wechselwirkung untersucht werden soll. Hierzu sollen Energiespektren von Rückstoßionen gemessen werden, da sich über ihre Form auf den β - ν -Korrelationskoeffizient und somit auf die beteiligten Wechselwirkungsarten zurückschließen lässt. Für dieses Unterfangen sind zwei Penningfallen und der Spektrometertank, welcher als MAC-E-Filter dient, von zentraler Bedeutung.

Das Experiment ist am CERN aufgebaut und wird von dem dortigen Isotopenseparator ISOLDE mit den gewünschten Isotopen versorgt, welche aus einem breiten Spektrum ausgewählt werden können.

Für die Analyse und das Verständnis sind Simulationen wichtige Hilfsmittel. Im Rahmen von [Fri08] wurde hierzu aus den Feldberechnungsroutinen und der Bahnverfolgungsroutine von Dr. Ferenc Glück das Simulationspaket „SimWITCH“ zusammengestellt und an die Ansprüche von WITCH angepasst.

Während dieser Arbeit wurde SimWITCH überarbeitet und in einer modularen Weise neu aufgebaut, um die Wartung und Erweiterung zu erleichtern. Desweiteren wurden weitere Funktionen, wie die Berücksichtigung eines Energiespektrums, als Randbedingung implementiert. Auch Anregungen aus [Fri08], wie die Berücksichtigung der Temperatur und dem damit einhergehenden Dopplereffekt sowie elastische Stöße der Rückstoßionen mit Restgas im Spektrometertank, wurden verwirklicht. Die Implementierung einer Routine, welche auch inelastische Stöße mit Restgas berücksichtigt, wäre ein nächster Schritt zur Erweiterung von SimWITCH.

Außerdem sollen die Feldberechnungsroutinen erneuert werden, um die bisher zylinder-symmetrische Elektrodengeometrie erweitern zu können. Da große Teile des Quellcodes ebenfalls von der KATRIN-Kollaboration verwendet werden, kann hier von den gegenseitigen Erfahrungen profitiert werden.

Auch das genaue Verständnis des Verhaltens der Ionen in der Zerfallsfalle sollte untersucht werden, da sich bei WITCH sehr viele Teilchen ($\mathcal{O}(10^6)$) in der Falle befinden und somit Raumladungseffekte auftreten.

Mit der aktuellen Version von SimWITCH wurden, anknüpfend an [Fri08] erneut Simulationen durchgeführt. Von vorrangigem Interesse war hier der Einfluss der angelegten Potentiale und der Ionenwolkengröße, sowie die daraus folgenden systematische Effekte von WITCH. Besonderes Augenmerk lag dabei auf den Einflüssen der Ionenwolkengröße auf das Rückstoßspektrum. Auch hier sind die Anregungen aus [Fri08] umgesetzt worden. So wurde nicht wie zuvor eine punktförmige, sondern eine ausgedehnte Quelle simuliert. Dabei ist von einer zylindrischen Form ausgegangen worden. Auch konnte der zuvor monoenergetischen, Quelle mithilfe der neuen Funktionen, Energien aus einem Energiespektrum zugewiesen werden.

Durch Einführung einer ausgedehnten Ionenquelle konnten die damit verbundenen Einflüsse auf das Rückstoßspektrum untersucht werden (vgl. Kapitel 5). Hierbei wurde detailliert auf die Einflüsse der Ionenwolkengröße auf die Energiespektren und die Detektorverteilung eingegangen. Es wird deutlich, dass für die Elektrodenkonfigurationen der beiden Strahlzeiten in 2006 und 2007 auch für die kleinste simulierte Ionenwolke mit einem Radius von 1 mm Verluste auftreten. Diese müssen für eine Präzisionsmessung von klein a ausgeschlossen oder genau verstanden sein. Das Auffinden einer bestmöglichen Konfiguration des WITCH Aufbaus war und ist eine der Hauptaufgaben der Simulationen mit SimWITCH.

Die simulierten Daten sind dabei hinsichtlich der vergleichbaren Ergebnisse aus [Fri08] konsistent, zum Beispiel bezüglich der Fokussierung auf den Detektor. Im Rahmen dieser Arbeit konnte bestätigt werden, dass die Ionen, welche die Detektorebene erreichen, auch auf die sensitive Fläche des Detektors fokussiert werden. Geringe Abweichungen hiervon sind durch unterschiedliche Randbedingungen erklärt. Es konnte diesbezüglich eine Abhängigkeit von der Detektorposition entlang der z -Achse aufgewiesen und quantitativ beschrieben werden. Hier fällt auf, dass die Verteilung der Ionen auf dem Detektor hinter dem Fokus diffus zu werden scheint. Warum dies der Fall ist, konnte bisher noch nicht nachvollzogen werden.

Neben den Simulationen zu den Rückstoßionen wurden auch die β -Teilchen untersucht, um das Verständnis, insbesondere der Ionenwolkengröße, zu vertiefen. Sie

weisen wie erwartet eine homogene Verteilung über den Detektor auf, da sie nicht durch die Einzel Linse auf den Detektor fokussiert werden.

Mithilfe des neuen Fit-Skriptes konnte zudem eine Aussage über den Einfluss des Fallenpotentials auf klein a getroffen werden. Es ist hiernach eine Fallentiefe von $U_{\text{Trap}} < 1 \text{ V}$ zu empfehlen. Sollte eine entsprechende Fallentiefe experimentell nicht möglich sein, ist das quantitative Verständnis des Einflusses der Fallentiefe auf das Rückstoßspektrum und somit auf klein a umso bedeutender.

Den Simulationen konnte außerdem entnommen werden, dass eine Notwendigkeit besteht, einige Aspekte des Programms selbst näher zu untersuchen. So führen die Abbruchbedingungen `conv 3` (Energieerhaltung ist verletzt) und `conv 6` (maximale Anzahl an Rechenschritten ist erreicht) dazu, dass die Spektren der Ionen im niederen Energiebereich eingeschnitten sind. In der Tat hat eine detailliertere Betrachtung der Teilchenbahnen gezeigt, dass beide Effekte stark energieabhängig sind und nur für niederenergetische Teilchen dominieren. Die Tatsache, dass lediglich der obere Energiebereich für die Analyse und zur Bestimmung von klein a verwendet werden soll, könnte dazu verleiten diese Aspekte nicht weiter zu berücksichtigen. Es ist jedoch für das grundlegende Verständnis des Programms und für eine wissenschaftlich fundierte Analyse der Rückstoßspektren unbedingt notwendig, diese programmbedingten Effekte zu verstehen.

Die Feststellung, dass die Abbruchbedingungen stark energieabhängig sind, kann hier als möglicher Ansatzpunkt für weitere Untersuchungen dienen.

Die Abbruchbedingung `conv 2` (reflektierte Teilchen) ist bereits gut verstanden und lässt sich mit dem Θ - E -Cut-Off identifizieren. Unterschiede zu [Fri08] hinsichtlich der Stärke dieses Effekts sind in erster Linie durch unterschiedlich angenommene Ladungszustände zu erklären. In [Fri08] waren diese als $q = 1e$ gewählt, in dieser Arbeit gilt $q = 2e$, was die experimentelle Situation besser beschreibt. Eine erste Abschätzung zeigt, dass Verluste durch den Θ - E -Cut-Off von 44 % erwartungsgemäß sind.

Ein weiterer Teil dieser Arbeit lag in der Herstellung der Verbindung zwischen

Simulationen und experimentellen Daten. Hier konnte erstmals der Ionenwolkenradius abgeschätzt werden, wie er während der Strahlzeit 2006 in der Zerfallsfalle vorlag. Dieser wurde zu (2.00 ± 0.71) mm bestimmt. Im Vergleich zur Auswertung der simulierten Daten bedeutet dies, dass während der Strahlzeit ein zwar geringer aber nicht zu vernachlässigender Anteil der Ionen auf Elektroden getroffen ist. Da im Anschluss an die Strahlzeit geringe Abweichungen von der ursprünglichen Elektrodenkonfiguration aufgefallen sind, können die dadurch verursachten Verluste nicht im Detail nachvollzogen werden. Daher eignen sich die aufgenommenen Rückstoßspektren *nicht* zur Bestimmung von klein a .

Eine weitere Problematik betrifft die Einfangeffizienz der Penningfallen. Wie gezeigt wurde, konnten insbesondere während der Untergrundmessung nicht alle Ionen in der Falle gestoppt werden. Diese Ionen führten zu einem Durchschuss auf den Detektor was in einer erhöhten Zählrate im Zentrum des Detektors resultierte, wodurch über 50 % des Untergrundes diesen auf dem Detektor zerfallenden Ionen zuzuschreiben ist. Das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis konnte, unter Berücksichtigung dieser Tatsache, abgeschätzt und zu 5.23 ± 0.05 bestimmt werden. Um dieses Verhältnis zu erreichen, ist es jedoch notwendig, dass die Penningfallen zuverlässig arbeiten.

Mithilfe des Münsteraner Simulationspakets SimWITCH konnten wichtige Aspekte aufgezeigt und untersucht werden. Für das tiefere Verständnis der Transmission und der systematischen Effekte bei WITCH, sowie das Auffinden optimaler, experimenteller Konfigurationen ist SimWITCH von zentraler Bedeutung.

Rechencluster Job-Datei

Hier ist ein Beispiel für eine Job-Datei gezeigt, wie sie an das Rechencluster geschickt wird. Es handelt sich hier um eine Simulation mit Elektronen des Zerfalls von ^{35}Ar nach ^{35}Cl . Der Zeilenindex wurde für eine bessere Übersicht hinzugefügt und ist in der Originaldatei nicht enthalten.

```

1  #! /bin/sh
2  var=Ar_betas_1
3  mkdir /tmp/$PBS_JOBID
4  cp * /tmp/$PBS_JOBID
5  cp .save.dat /tmp/$PBS_JOBID
6  cd /tmp/$PBS_JOBID
7  ./simwitch < input.inp
8  mkdir $var
9  cp track_info.dat $var/track_info.dat
10 cp xy_counts.dat $var/xy_counts.dat
11 cp x_counts.dat $var/x_counts.dat
12 cp y_counts.dat $var/y_counts.dat
13 cp r_counts.dat $var/r_counts.dat
14 cp betaspectrum.dat $var/betaspectrum.dat
15 cp info.txt $var/info.txt
16 cp sysconf.dat $var/sysconf.dat
17 zip -r $var.zip $var
18 cp $var.zip ~/
19 cd ..
20 rm -r $PBS_JOBID

```

Die Rückgabedateien können frei gewählt werden, in diesem Beispiel werden acht Dateien in Zeile 9 bis 16 kopiert.

Die dazugehörige Eingabedatei “input.inp” aus Zeile 7 beinhaltet die Eingabewerte, welche in SimWITCH getätigt werden müssen, um die Simulation zu starten. In

diesem Fall wurde eine Ionenwolke mit 3 mm Radius (Zeile 10) und 1 cm Zylinderlänge (Zeile 11) simuliert. Es wurde keine bestimmte Anzahl an Teilchen simuliert, sondern durch Eingabe von Null ein Zeitlimit von 47 Stunden gesetzt (Zeile 6). Der Dopplereffekt wurde nicht berücksichtigt (Zeile 8).

```
1      n                // keine Streuung
2      3                // Monte-Carlo Funktion
3      3                // Verwendung eines Betaspektrums
4      1                // Spektrum aus vorhandener Datei
5      betas.dat        // Name der Datei
6      0                // 0 setzt ein Zeitlimit von 47 Stunden
7      0                // z-Offset von 0 Metern
8      0                // 0 deaktiviert den Dopplereffekt
9      3                // zylindrische, homogene Quelle
10     0.003            // mit Radius 3 mm
11     0.01             // und Länge 10 mm
```

Teilchenbahn Analyse

Durch Analyse der `track_info.dat` kann die Information gewonnen werden, wie viele Teilchenbahnen an welcher Stelle gestoppt wurden.

Im Folgenden sind die dazugehörigen Histogramme zu finden. Hierbei wurden die Histogramme der `conv`-Werte 4 und 5 außer Acht gelassen, da keine Einträge enthalten sind, wie den Tab. 5.3, 5.5, 5.8, D.2 zu entnehmen ist.

Gleiches gilt für Beta-Teilchen beider Zerfälle hinsichtlich des `conv`-Wertes 3.

Desweiteren wurde für den `conv`-Wert 3 der Ionen sowie die `conv`-Werte 2 und 6 der Ionen und Beta-Teilchen lediglich eine Auswahl getroffen, da die Werte unabhängig von variierendem Ionenwolken Radius konstant sind.

Von einer Darstellung des `conv`-Wertes 0 wurde ebenfalls abgesehen, da die Einträge zwar abhängig vom Radius der Ionenwolke sind, jedoch lediglich zu einem Peak an der Position des Detektors führen, dessen Höhe mit zunehmenden Radius abnimmt.

Dieses Verhalten wird bereits in den oben aufgeführten Tabellen veranschaulicht.

Für `conv`-Wert 1 sind die Histogramme aller Radien dargestellt. Hier ist gezeigt, an welchen Stellen bzw. Elektroden die jeweiligen Teilchen gestoppt werden.

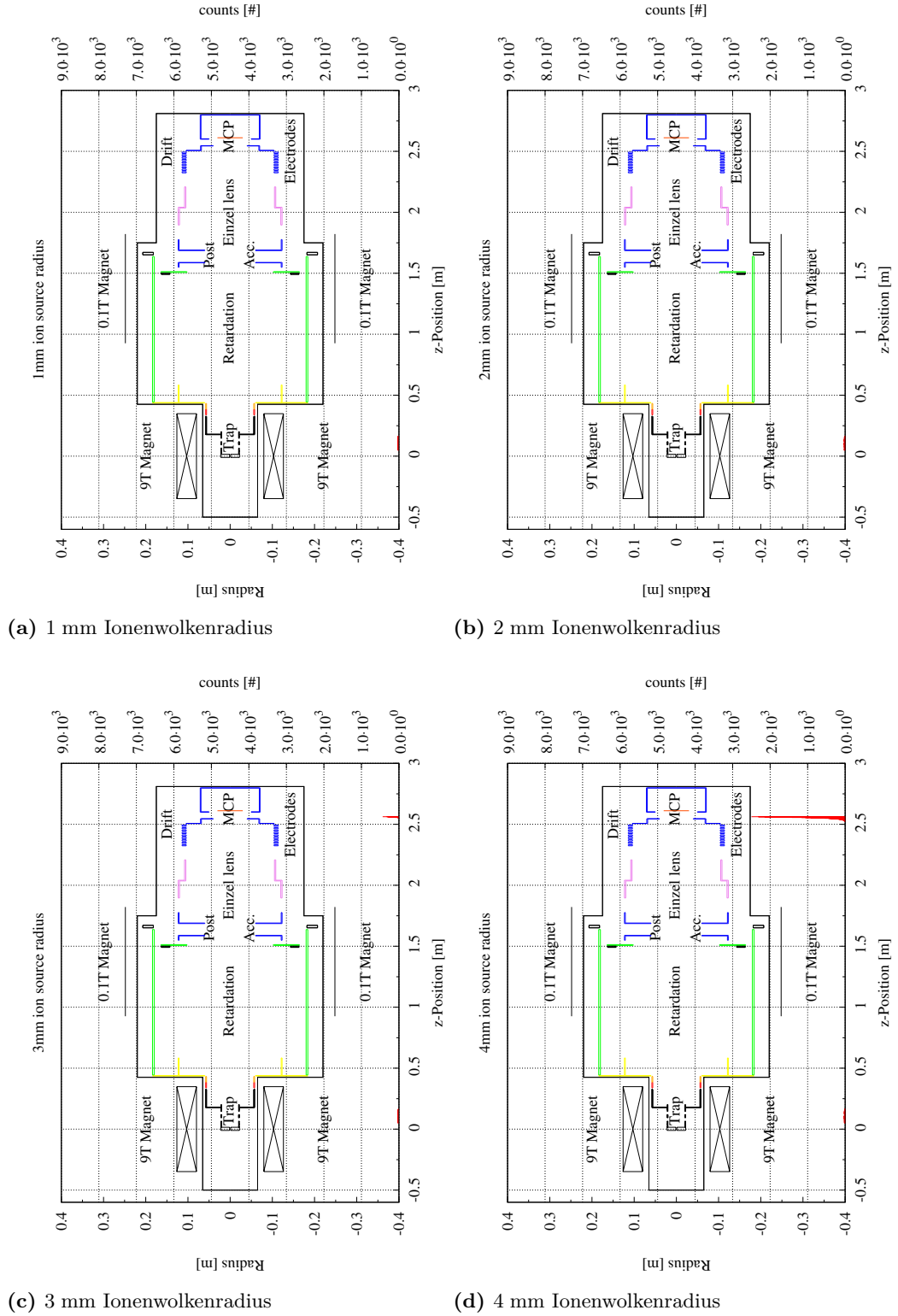
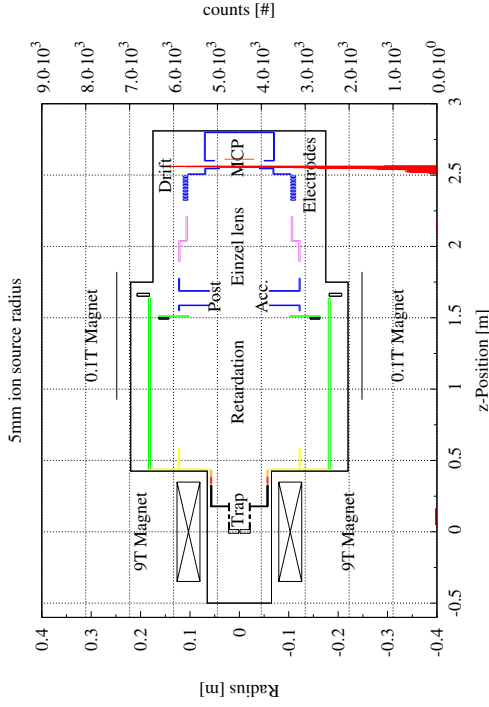
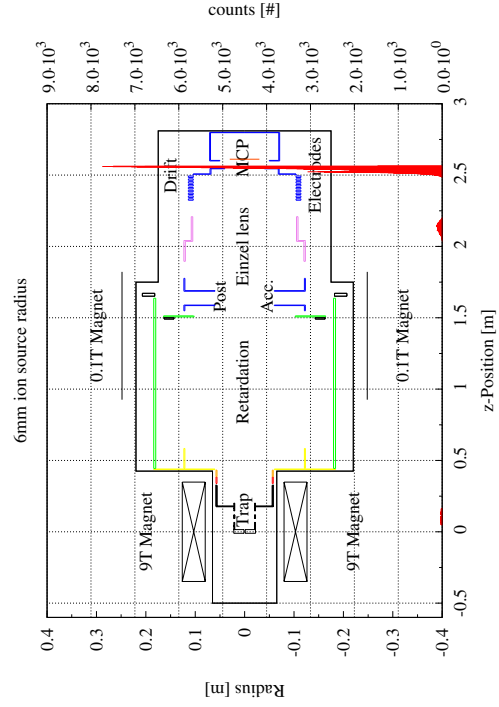


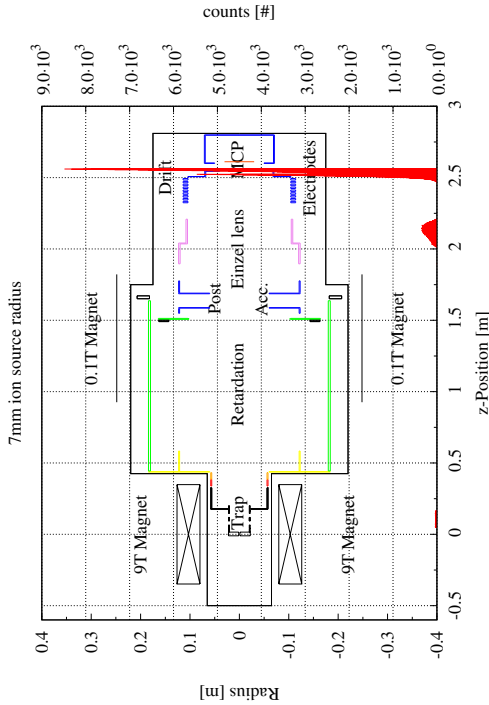
Abbildung B.1: conv-Wert=1, d.h. Ionen des ^{124}In -Zerfalls, welche auf Elektroden getroffen sind und nicht detektiert wurden; für Ionenwolkenradien von 1 bis 4 mm.



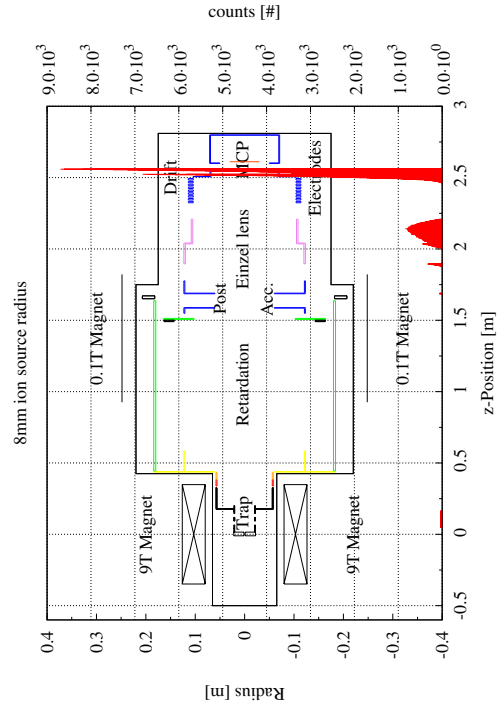
(e) 5 mm Ionenwolkenradius



(f) 6 mm Ionenwolkenradius



(g) 7 mm Ionenwolkenradius



(h) 8 mm Ionenwolkenradius

Abbildung B.1: conv-Wert=1, d.h. Ionen des ^{124}In -Zerfalls, welche auf Elektroden getroffen sind und nicht detektiert wurden; für Ionenwolkenradien von 5 bis 8 mm.

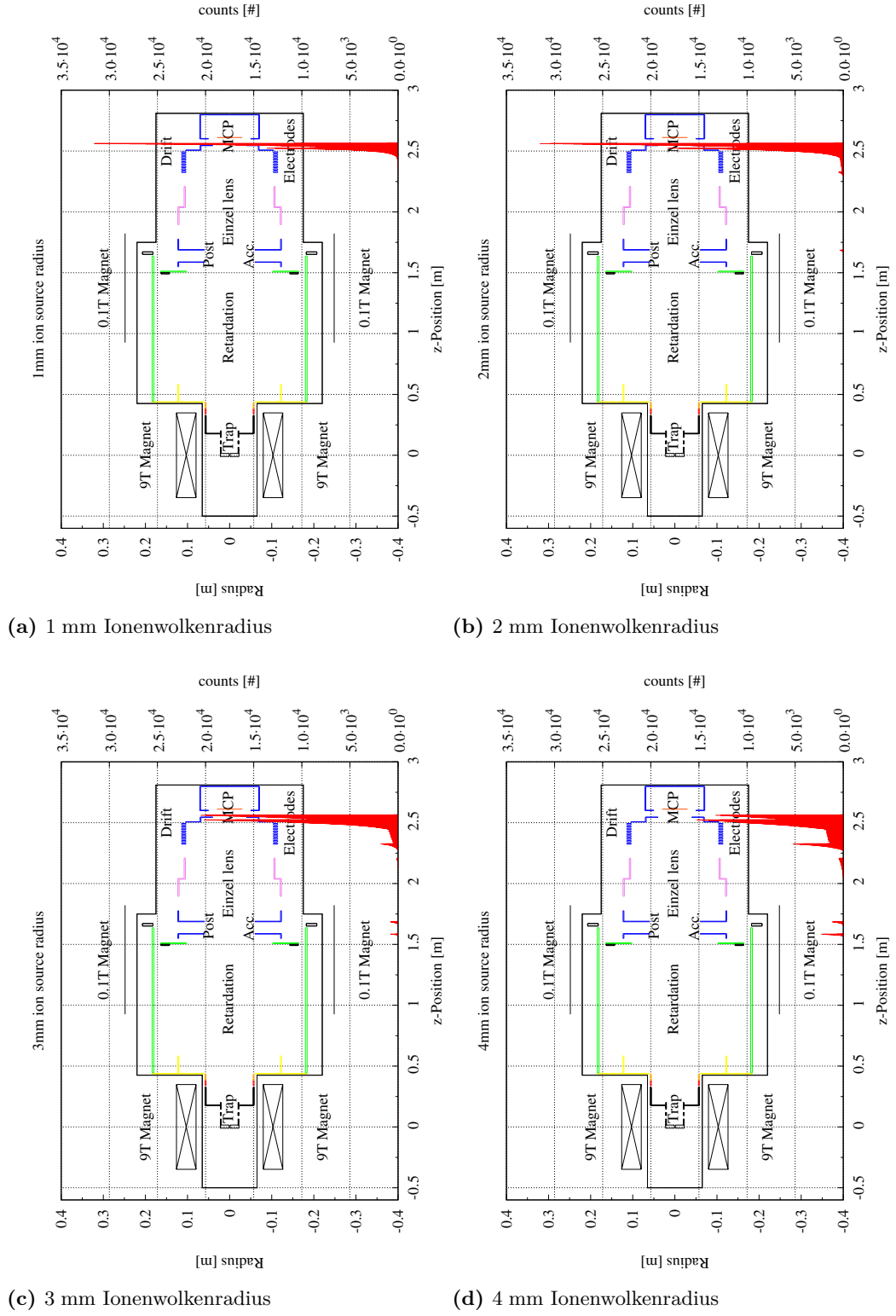
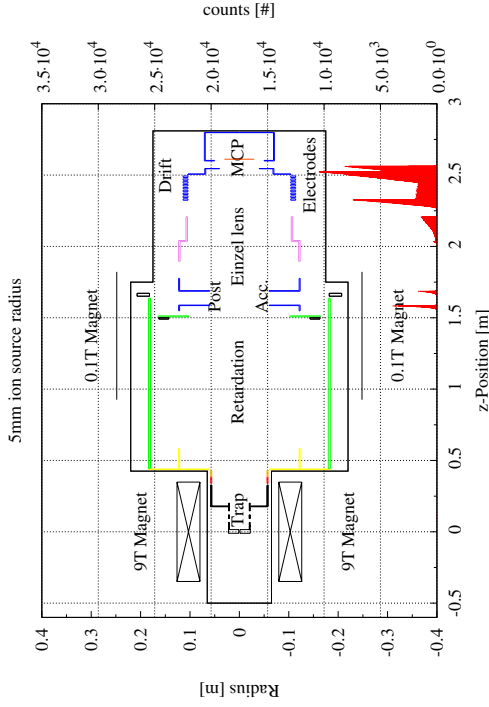
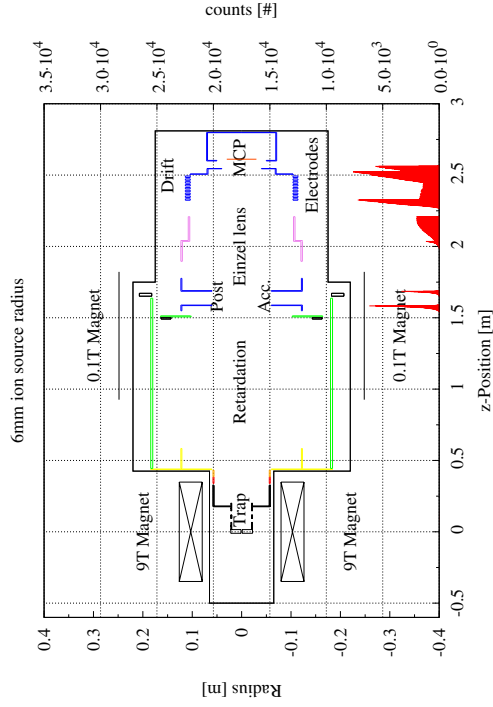


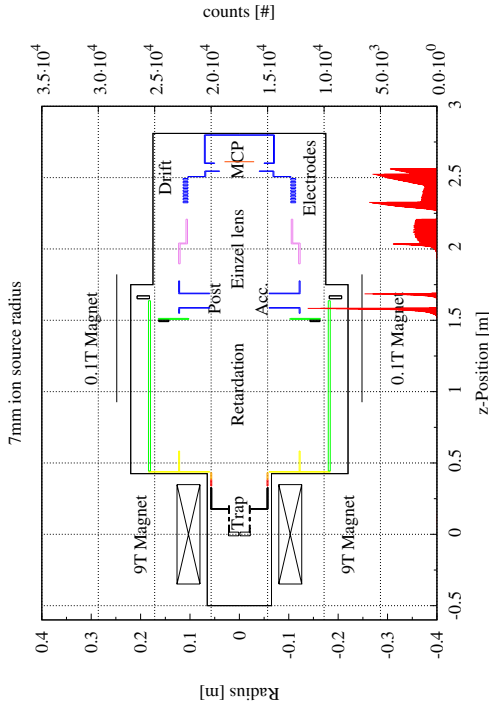
Abbildung B.2: conv-Wert=1, d.h. Elektronen des ^{124}In -Zerfalls, welche auf Elektroden getroffen sind und nicht detektiert wurden; für Ionenwolkenradien von 1 bis 4 mm.



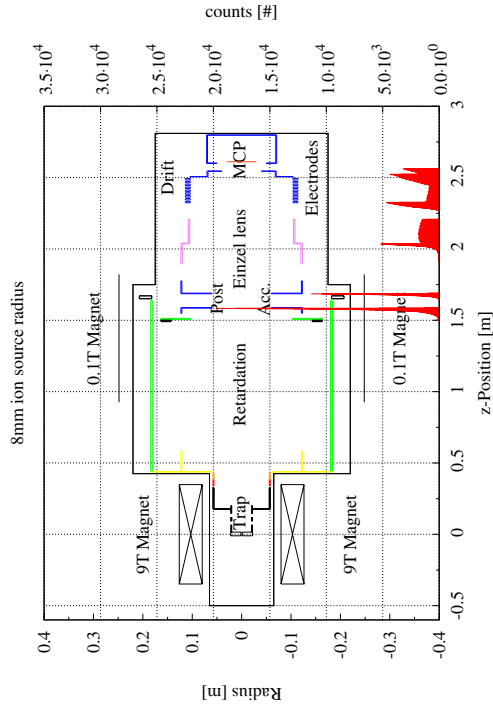
(e) 5 mm Ionenwolkenradius



(f) 6 mm Ionenwolkenradius



(g) 7 mm Ionenwolkenradius



(h) 8 mm Ionenwolkenradius

Abbildung B.2: conv-Wert=1, d.h. Elektronen des ^{124}In -Zerfalls, welche auf Elektroden getroffen sind und nicht detektiert wurden; für Ionenwolkenradien von 5 bis 8 mm.

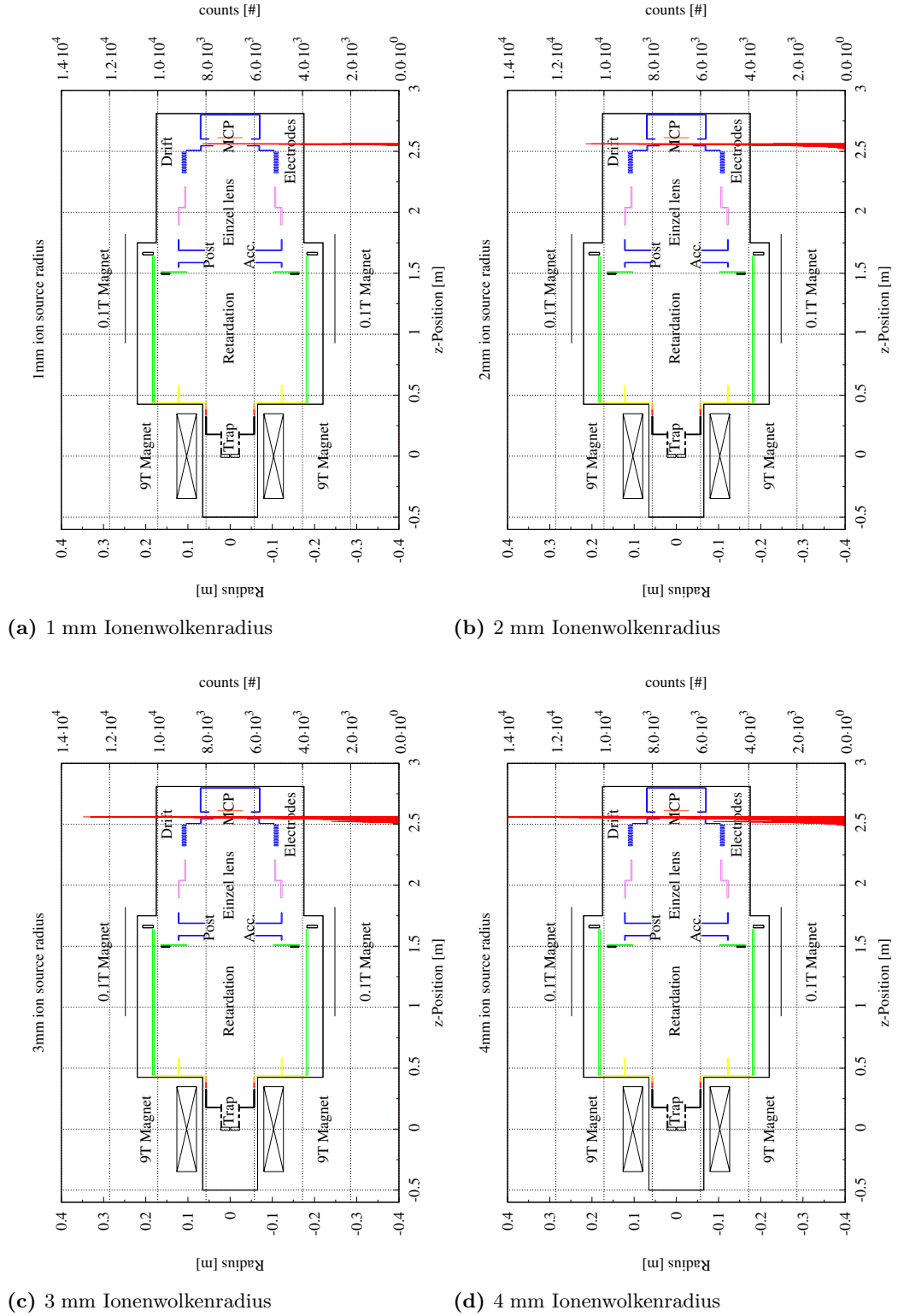
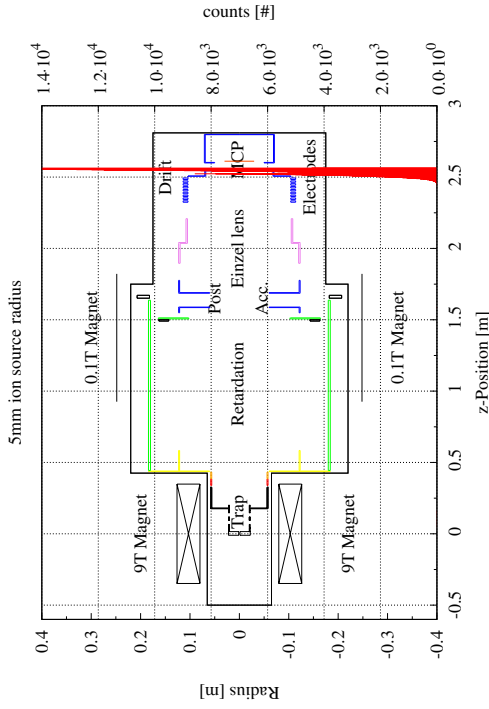
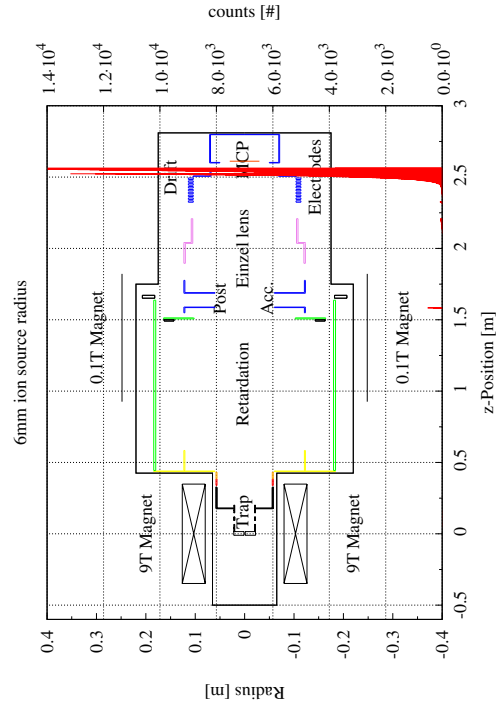


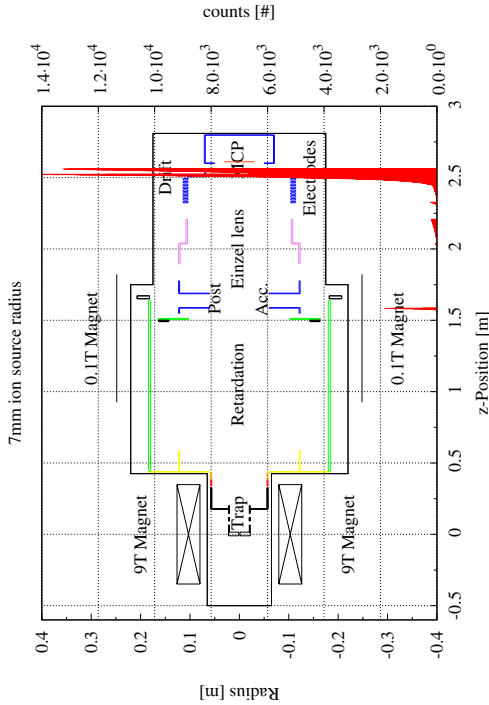
Abbildung B.3: conv-Wert=1, d.h. Ionen des ³⁵Ar-Zerfalls, welche auf Elektroden getroffen sind und nicht detektiert wurden; für Ionenwolkenradien von 1 bis 4 mm.



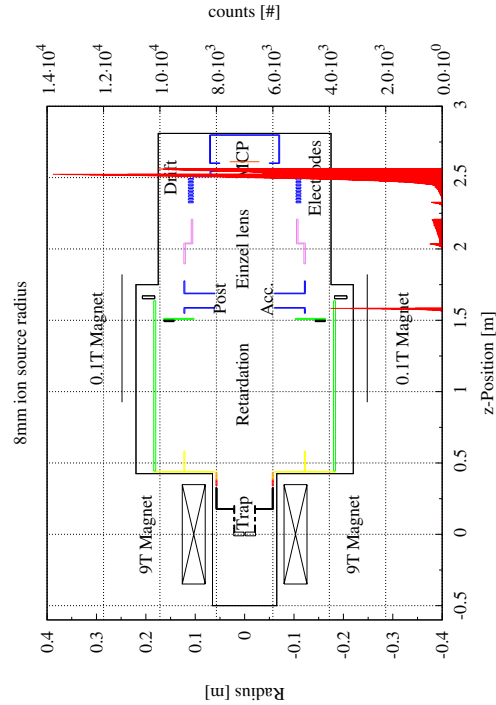
(e) 5 mm Ionenwolkenradius



(f) 6 mm Ionenwolkenradius



(g) 7 mm Ionenwolkenradius



(h) 8 mm Ionenwolkenradius

Abbildung B.3: conv-Wert=1, d.h. Ionen des ^{35}Ar -Zerfalls, welche auf Elektroden getroffen sind und nicht detektiert wurden; für Ionenwolkenradien von 5 bis 8 mm.

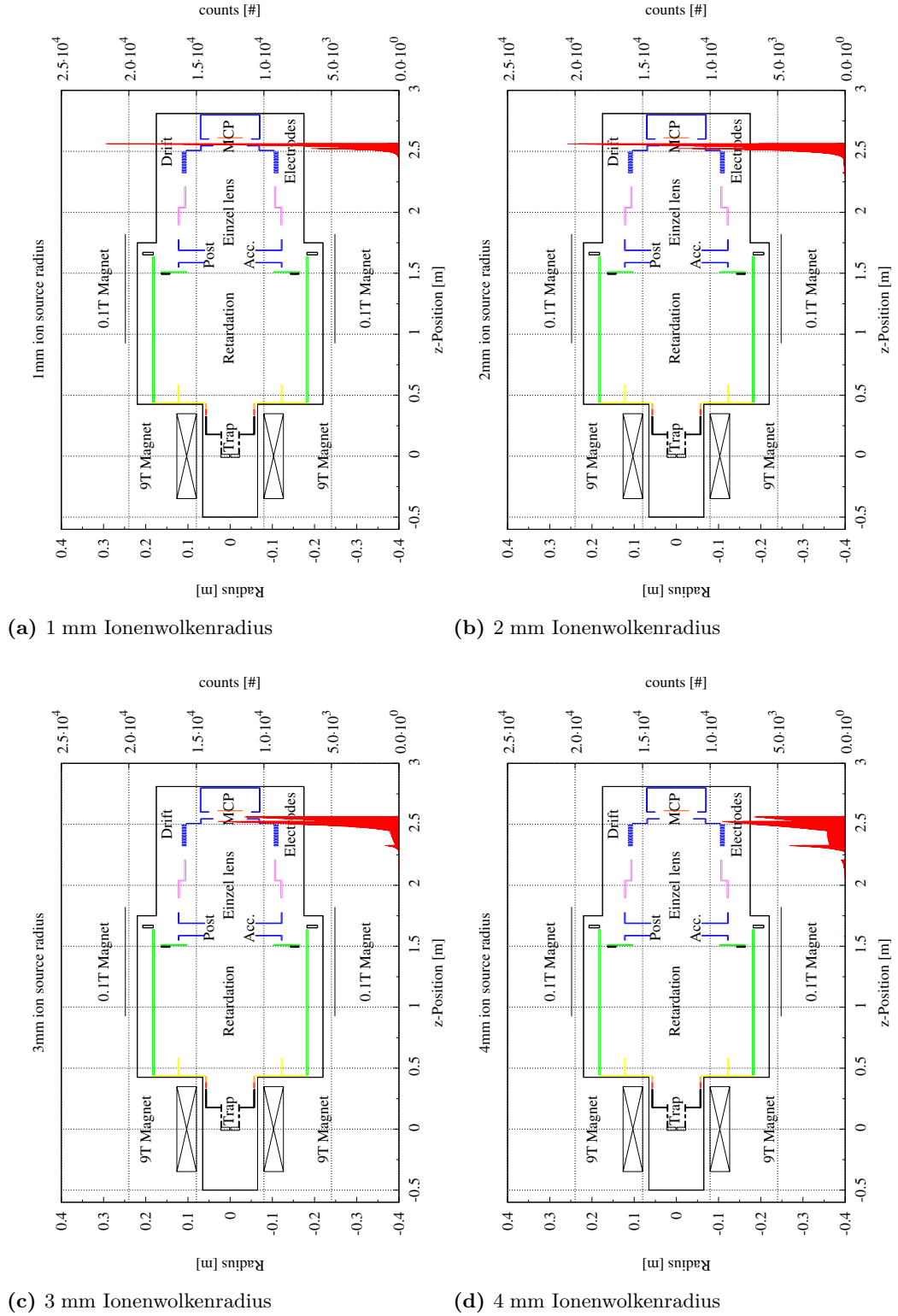
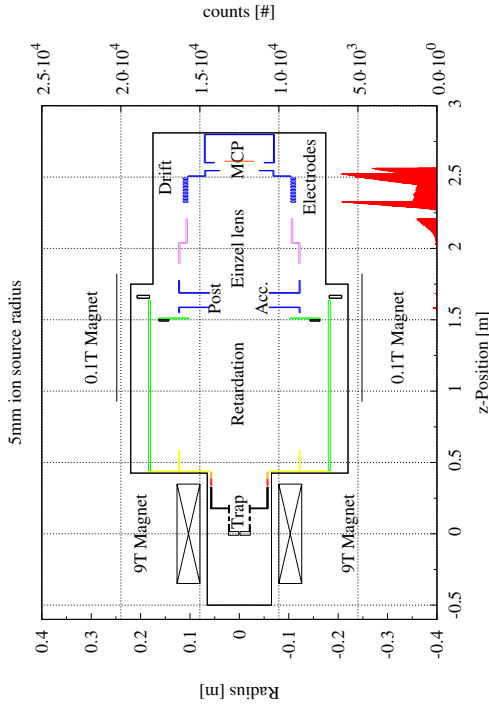
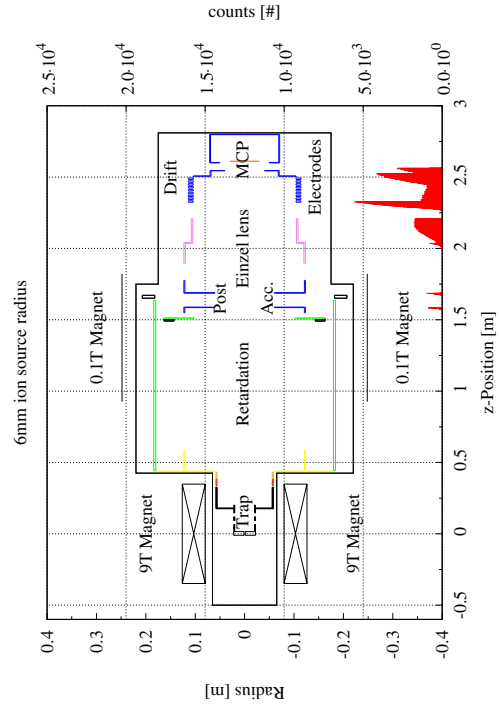


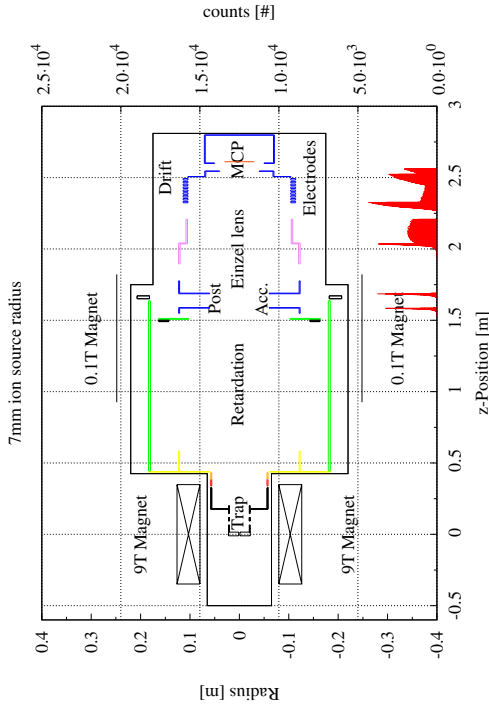
Abbildung B.4: conv-Wert=1, d.h. Positronen des ^{35}Ar -Zerfalls, welche auf Elektroden getroffen sind und nicht detektiert wurden; für Ionenwolkenradien von 1 bis 4 mm.



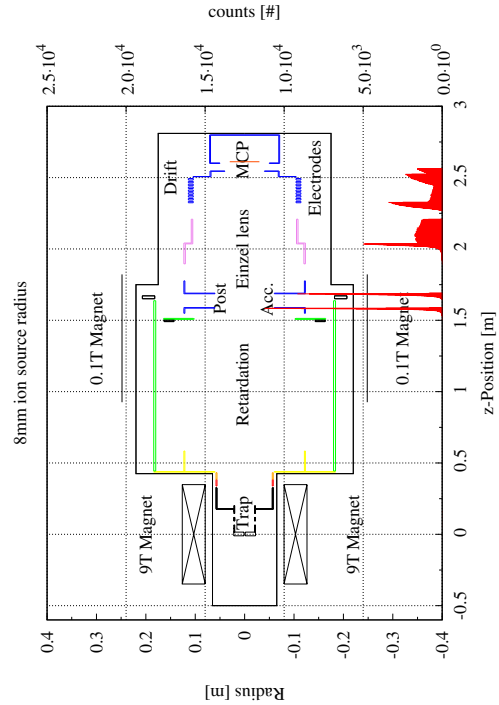
(e) 5 mm Ionenwolkenradius



(f) 6 mm Ionenwolkenradius



(g) 7 mm Ionenwolkenradius



(h) 8 mm Ionenwolkenradius

Abbildung B.4: conv-Wert=1, d.h. Positronen des ^{35}Ar -Zerfalls, welche auf Elektroden getroffen sind und nicht detektiert wurden; für Ionenwolkenradien von 5 bis 8 mm.

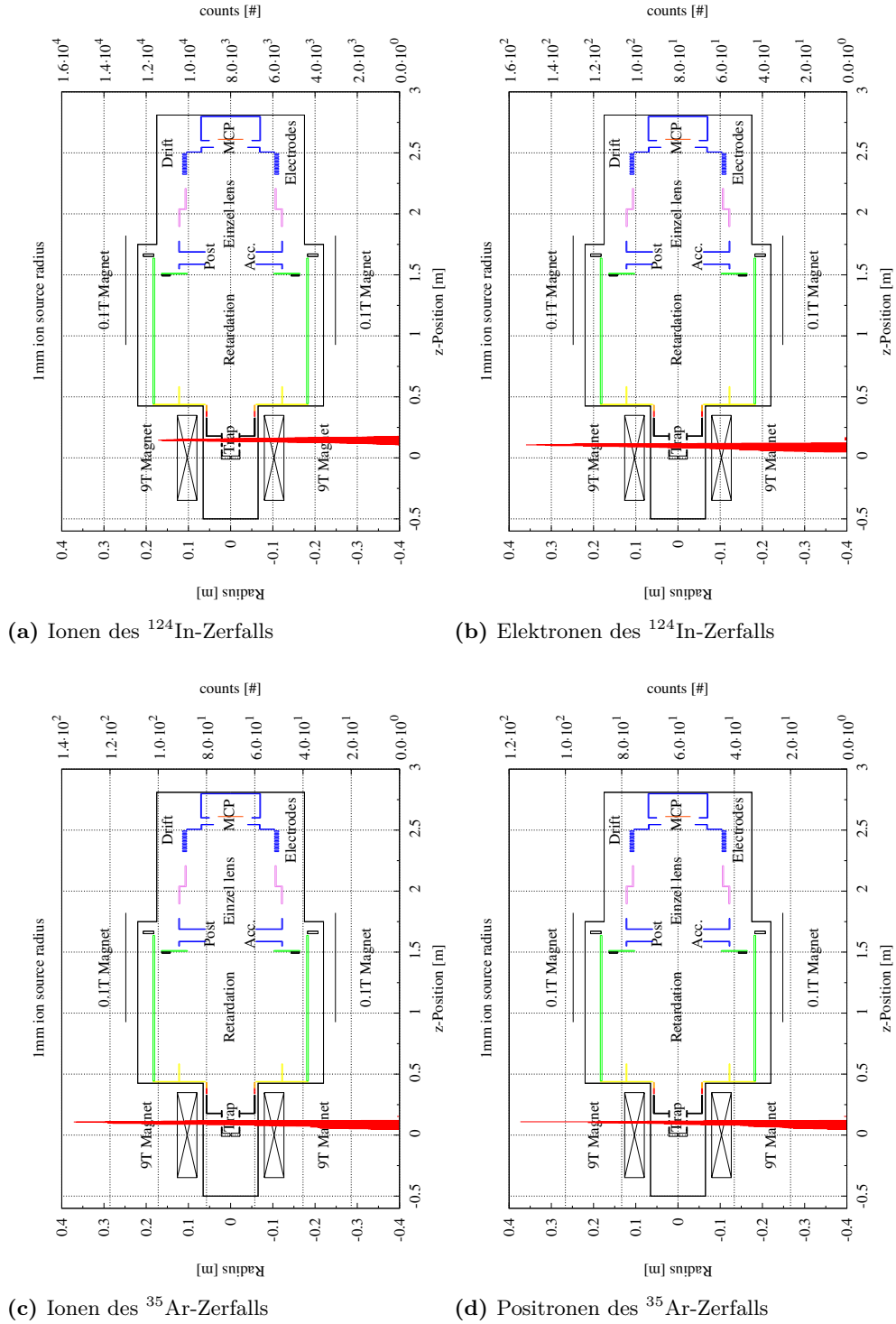


Abbildung B.5: conv-Wert=2, d.h. Ionen und β -Teilchen der beiden Zerfälle ^{124}In und ^{35}Ar , welche reflektiert wurden. Für einen Ionenwolkenradius von 1 mm. Beachtet man die Skalierung der y-Achse wird deutlich, dass verstärkt für ein anliegendes Fallenpotential, wie es für Indium der Fall war, Ionen reflektiert werden (a). Dies ist auf den Θ -E-Cut-Off zurückzuführen.

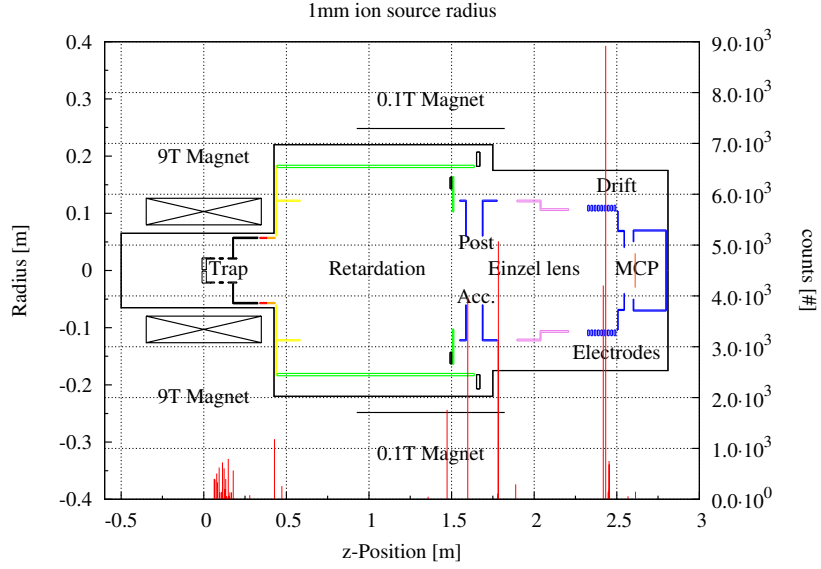
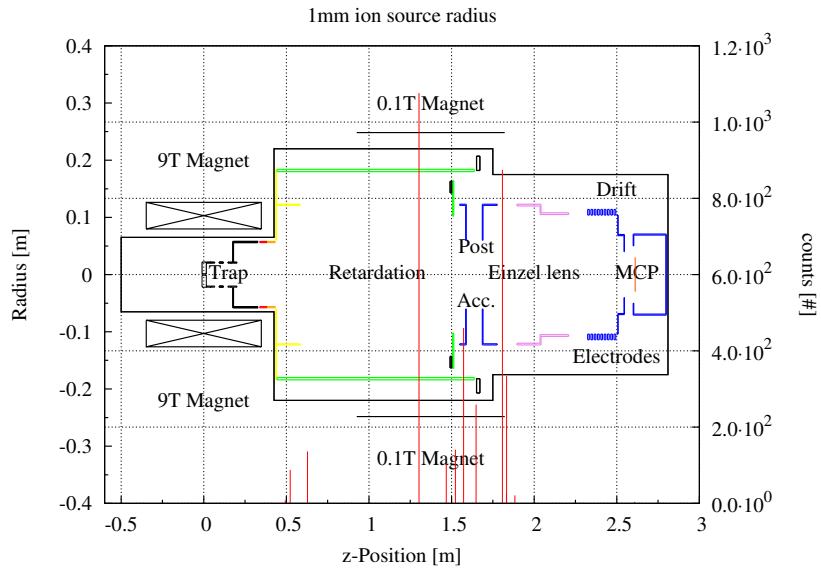

 (a) Elektronen des ^{124}In -Zerfalls

 (b) Ionen des ^{35}Ar -Zerfalls

Abbildung B.6: conv-Wert=3, d.h. Ionen der beiden Zerfälle ^{124}In und ^{35}Ar , für welche die Energie in SimWITCH als nicht erhalten angesehen wird. Jeweils für einen Ionenwolkenradius von 1 mm. Auf die Darstellung der Histogramme für die β -Teilchen wurde verzichtet, da diese keine Einträge enthalten; die Energie gilt als erhalten.

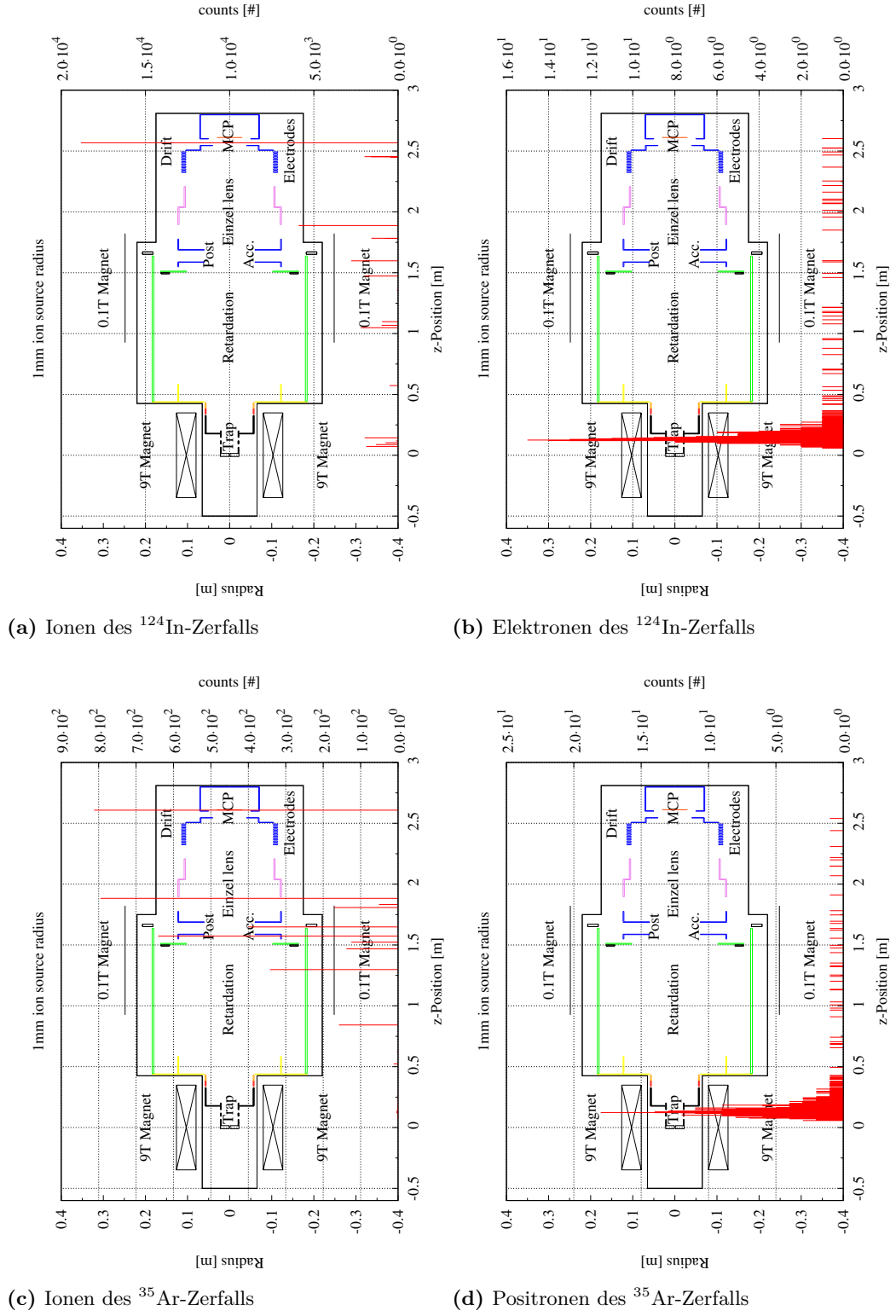


Abbildung B.7: conv-Wert=6, d.h. Ionen und β -Teilchen der beiden Zerfälle ^{124}In und ^{35}Ar , für welche die maximale Anzahl von Rechenschritten in SimWITCH erreicht wurde.

Detektorverteilungen

Indium Ionenverteilung

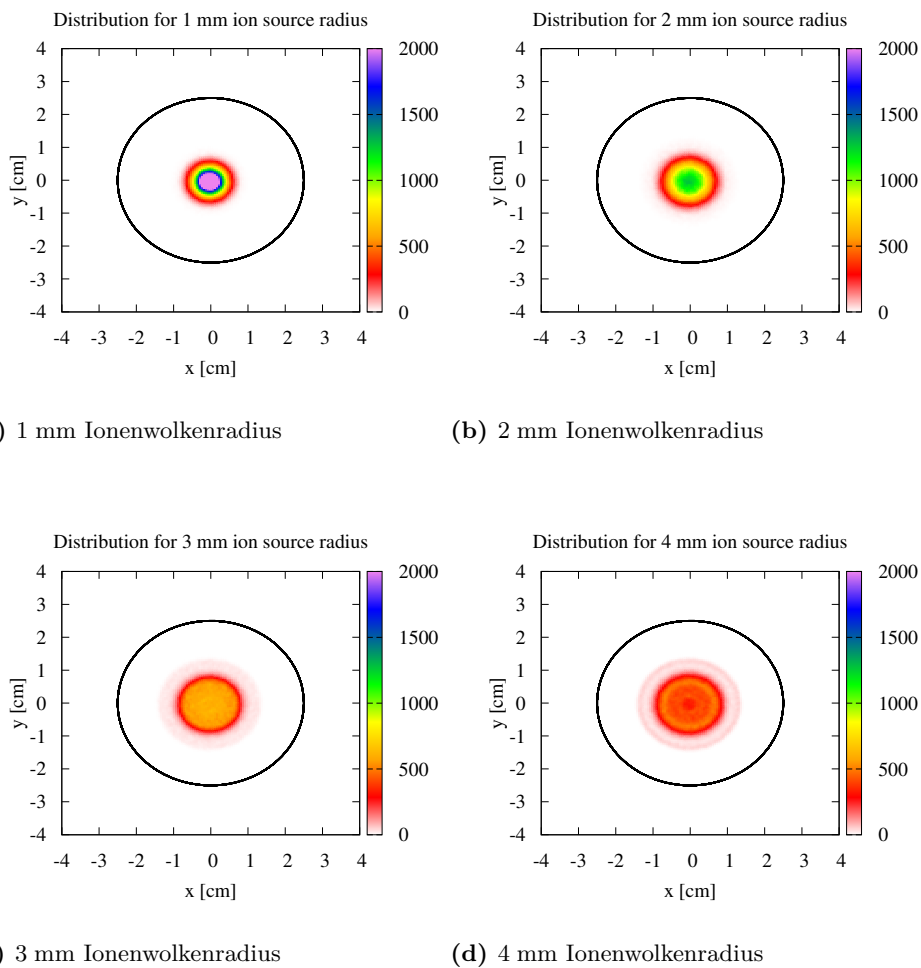
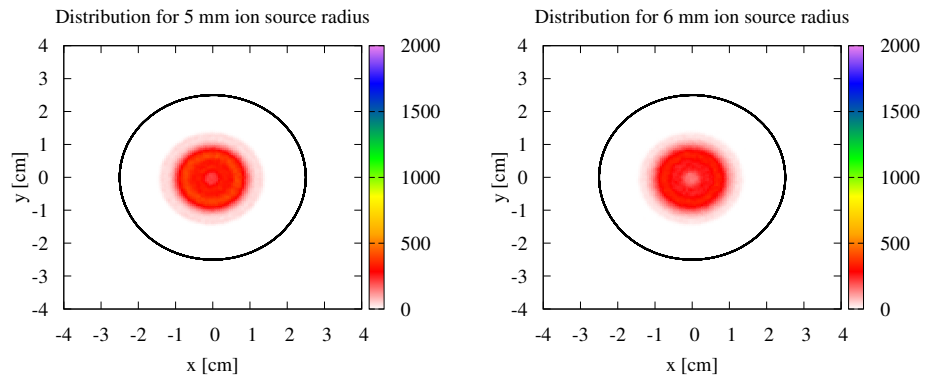
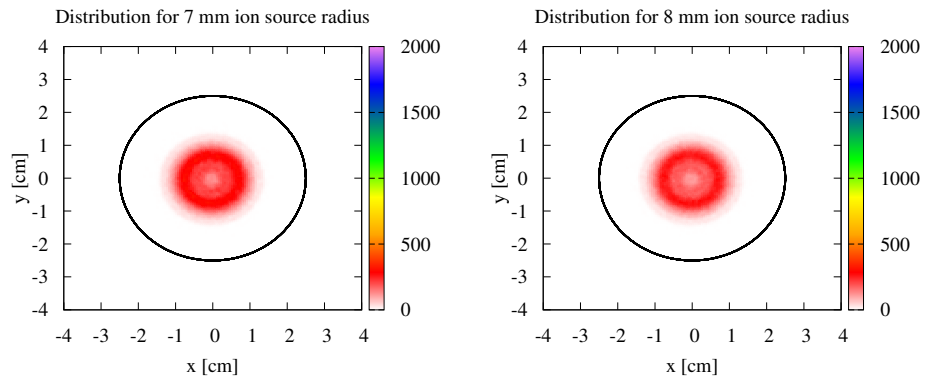


Abbildung C.1: Ionenverteilung auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 1-4 mm.



(e) 5 mm Ionenwolkenradius

(f) 6 mm Ionenwolkenradius

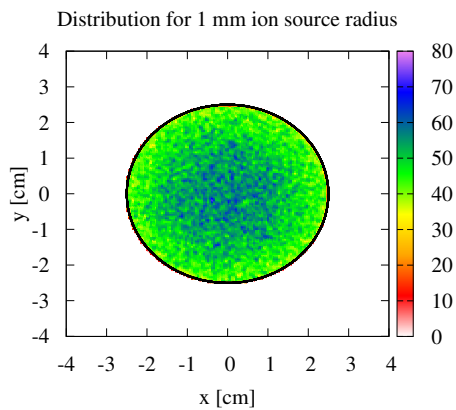


(g) 7 mm Ionenwolkenradius

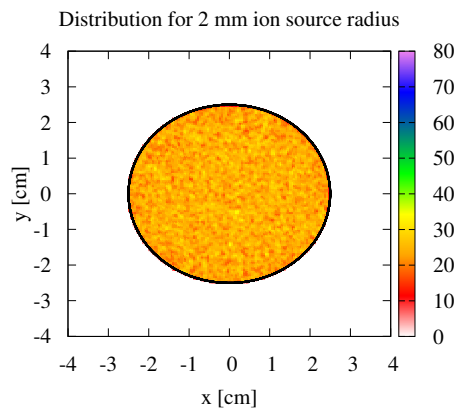
(h) 8 mm Ionenwolkenradius

Abbildung C.1: Ionenverteilung auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 5-8 mm.

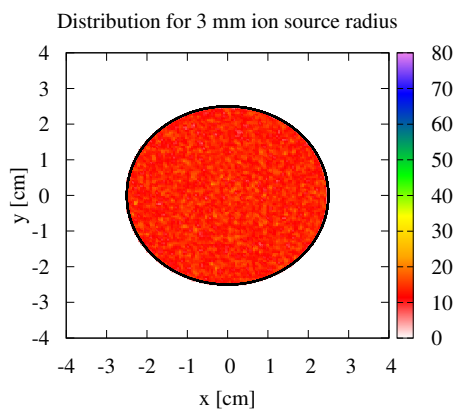
Indium Elektronverteilung



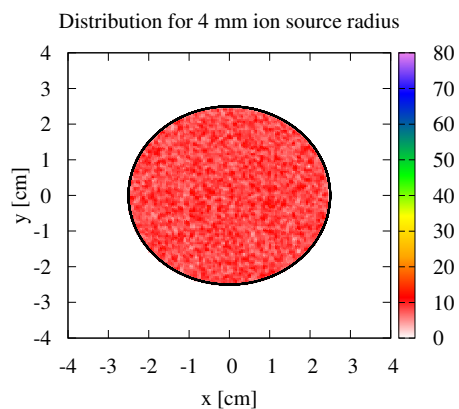
(a) 1 mm Ionenwolkenradius



(b) 2 mm Ionenwolkenradius

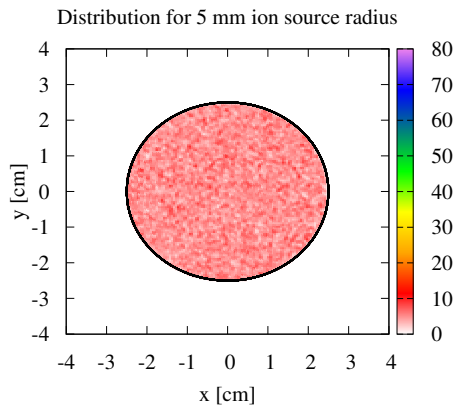


(c) 3 mm Ionenwolkenradius

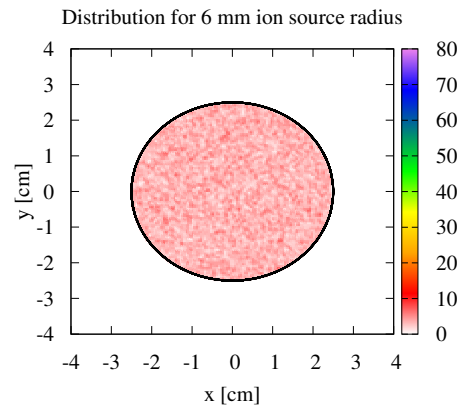


(d) 4 mm Ionenwolkenradius

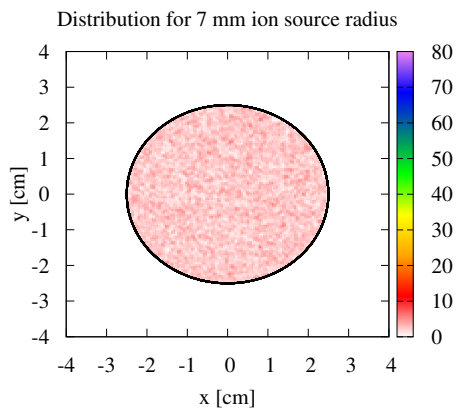
Abbildung C.2: Elektronenverteilung auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 1-4 mm.



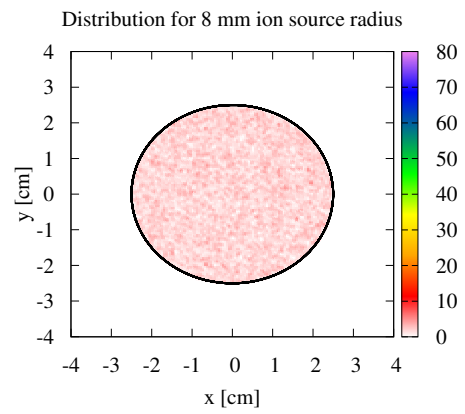
(e) 5 mm Ionenwolkenradius



(f) 6 mm Ionenwolkenradius



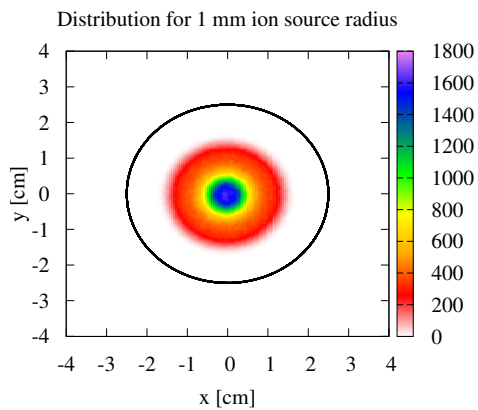
(g) 7 mm Ionenwolkenradius



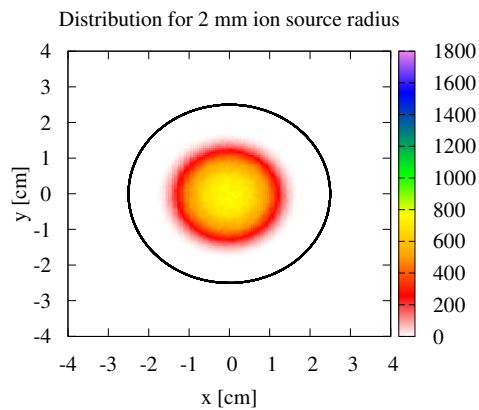
(h) 8 mm Ionenwolkenradius

Abbildung C.2: Elektronenverteilung auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 5-8 mm.

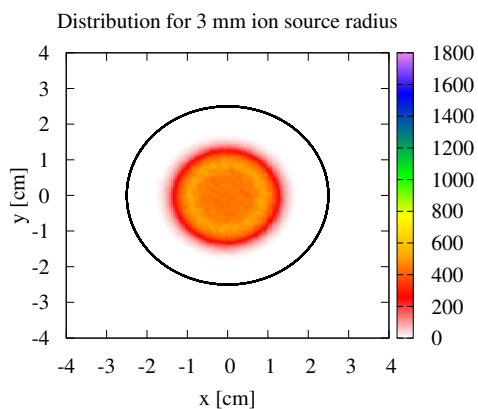
Argon Ionenverteilung



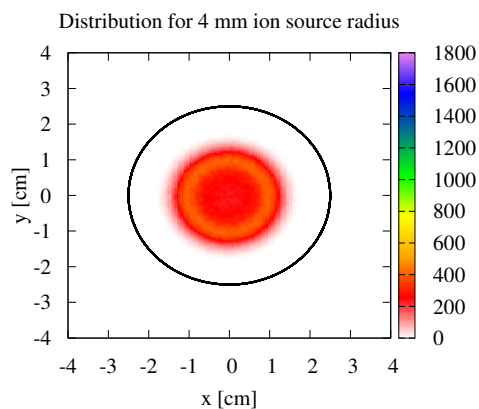
(a) 1 mm Ionenwolkenradius



(b) 2 mm Ionenwolkenradius

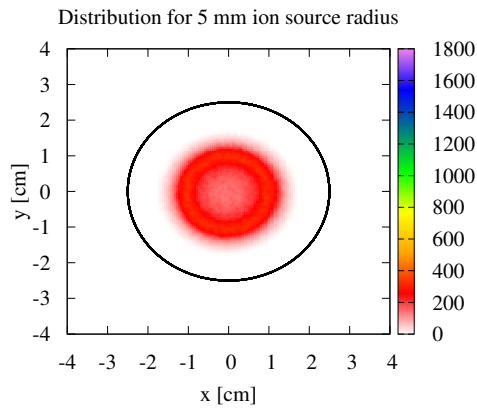


(c) 3 mm Ionenwolkenradius

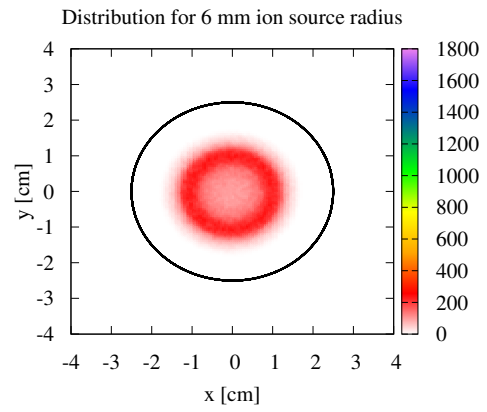


(d) 4 mm Ionenwolkenradius

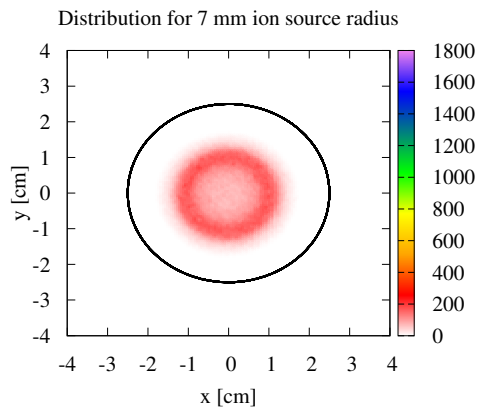
Abbildung C.3: Ionenverteilung auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 1-4 mm.



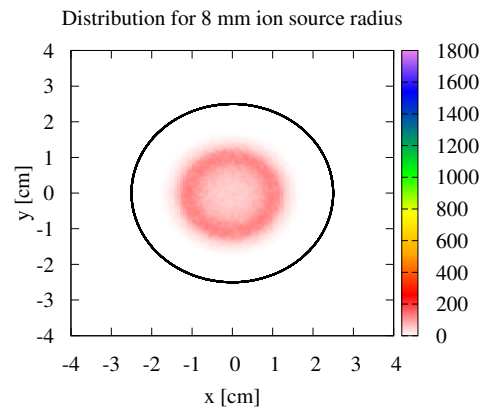
(e) 5 mm Ionenwolkenradius



(f) 6 mm Ionenwolkenradius



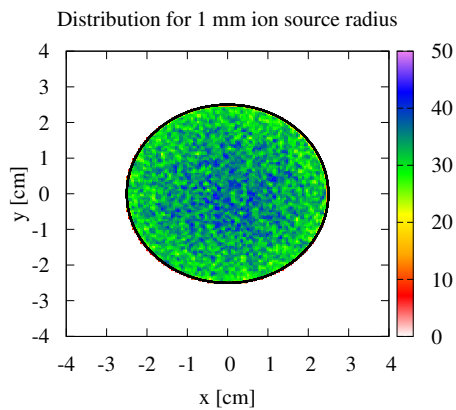
(g) 7 mm Ionenwolkenradius



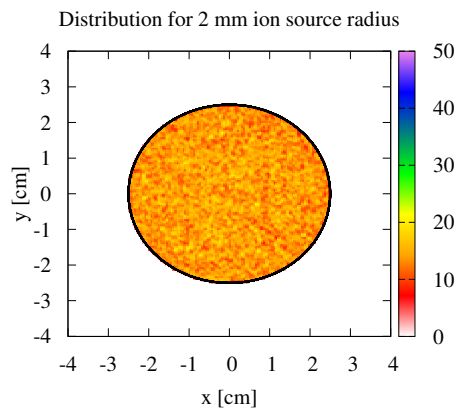
(h) 8 mm Ionenwolkenradius

Abbildung C.3: Ionenverteilung auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 5-8 mm.

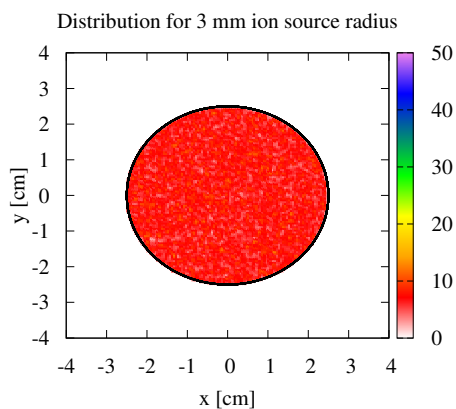
Argon Positronenverteilung



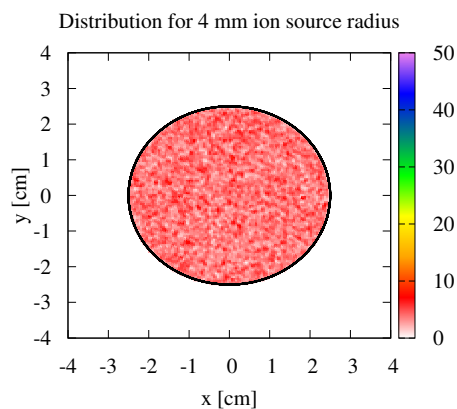
(a) 1 mm Ionenwolkenradius



(b) 2 mm Ionenwolkenradius

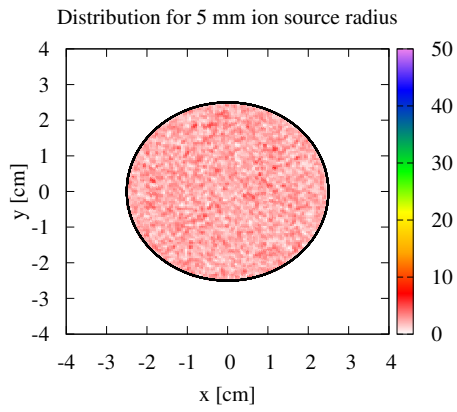


(c) 3 mm Ionenwolkenradius

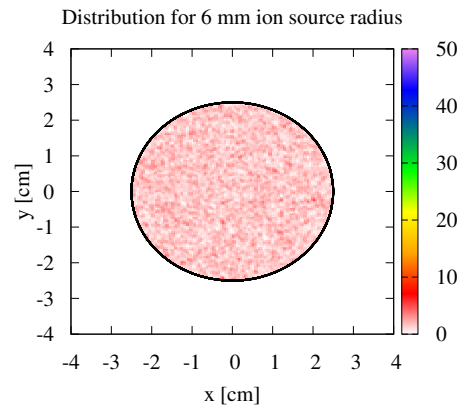


(d) 4 mm Ionenwolkenradius

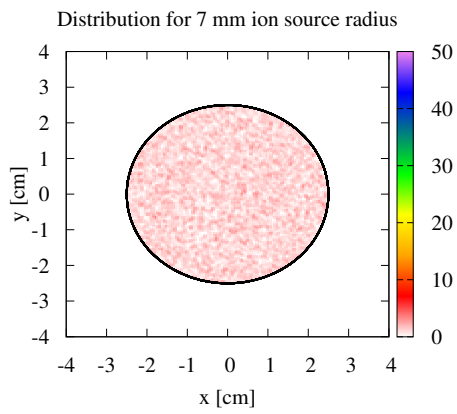
Abbildung C.4: Positronenverteilung auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 1-4 mm.



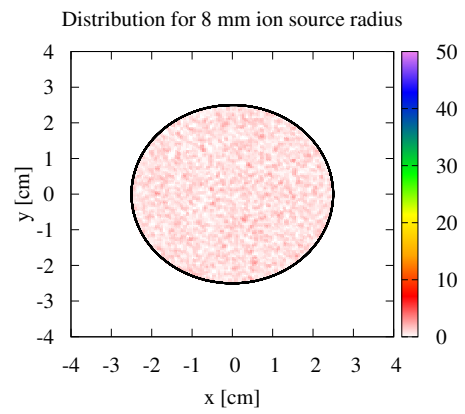
(e) 5 mm Ionenwolkenradius



(f) 6 mm Ionenwolkenradius



(g) 7 mm Ionenwolkenradius



(h) 8 mm Ionenwolkenradius

Abbildung C.4: Positronenverteilung auf dem Detektor für Ionenwolkenradien von 5-8 mm.

Simulation der Beta-Teilchen des Argon-Zerfalls

Die Ergebnisse der Simulation für die Beta-Teilchen des Argonzerfalls sind hier kurz zusammengefasst. Analog zu der Auswertung in den vorherigen Kapiteln ist eine allgemeine Übersicht der Zählraten in Tab. D.1 gezeigt. Eine differenzierte

Beta-Teilchen:

Radius [mm]	Ereignisse [#]	detektiert [#]	Verhältnis [%]
1	1039078	258557	24.88
2	1005160	110467	10.99
3	960678	54908	5.72
4	912803	30071	3.29
5	881236	18439	2.09
6	862022	12627	1.46
7	850367	9150	1.08
8	847674	6969	0.82

Tabelle D.1: Zählraten der Simulationen für β -Teilchen des $^{35}\text{Argon}$ -Zerfalls.

Trajektorieninformation findet sich Tab. D.2. Der Zusammenhang zwischen `conv 0` und `conv 1` ist in Abb. D.1 dargestellt.

Da sich die radiale Verteilung der Positronen auf dem Detektor nicht wesentlich von denen des Indium-Zerfalls unterscheiden, wird auf ihre Darstellung verzichtet. Gleiches gilt für die Ein- und Ausgabespektren, sowie die Histogramme der Bahn-Endpunkte.

Radius [mm]	conv-Wert							
	0		1		2		3	
	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]
1	598171	57.6	436792	42	3237	0.312	0	0
2	314601	31.3	686544	68.3	3158	0.314	0	0
3	162114	16.9	794742	82.7	3007	0.313	0	0
4	90589	9.92	818552	89.7	2864	0.314	0	0
5	56433	6.4	821208	93.2	2818	0.32	0	0
6	38362	4.45	820160	95.1	2740	0.318	0	0
7	27781	3.27	819118	96.3	2733	0.321	0	0
8	21220	2.5	822976	97.1	2754	0.325	0	0
Radius [mm]	conv-Wert							
	4		5		6		Summe:	
	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	[%]	[#]	
1	0	0	0	0	878	0.0845	1039078	
2	0	0	0	0	857	0.0853	1005160	
3	0	0	0	0	815	0.0848	960678	
4	0	0	0	0	798	0.0874	912803	
5	0	0	0	0	777	0.0882	881236	
6	0	0	0	0	760	0.0882	862022	
7	0	0	0	0	735	0.0864	850367	
8	0	0	0	0	724	0.0854	847674	

Tabelle D.2: Übersicht der Anteile der jeweiligen Abbruchbedingungen für β -Teilchen des ^{35}Ar -Zerfalls.

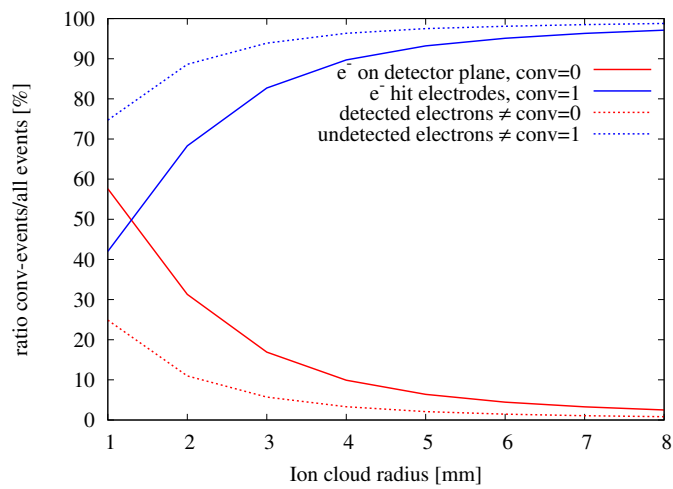


Abbildung D.1: Korrelation zwischen $\text{conv} = 0$ und $\text{conv} = 1$ der Argon Beta-Teilchen.

Kreisschnitte der experimentellen Daten

Radius [mm]	geschnittene Ereignisse [#]	Fehler \sqrt{N}	übrige Ereignisse [#]	Fehler \sqrt{N}
1	2264	47.58	28689	169.38
5	13436	115.91	17517	132.35
6	14847	121.85	16106	126.91
7	15535	124.64	15418	124.17
8	16145	127.06	14808	121.69
9	16659	129.07	14294	119.56
10	17397	131.9	13556	116.43
15	21259	145.8	9694	98.46
16.5	22916	151.38	8037	89.65
18	24274	155.8	6679	81.73
19.5	25744	160.45	5209	72.17
21	27467	165.73	3486	59.04

Tabelle E.1: Zählraten der Messdaten für eingeschaltete Retardierungsspannung für Kreise mit variierendem Radius.

Radius [mm]	geschnittene Ereignisse [#]	Fehler \sqrt{N}	übrige Ereignisse [#]	Fehler \sqrt{N}
1	3547	59.56	90433	300.72
5	30003	173.21	63977	252.94
6	37462	193.55	56518	237.74
7	46592	215.85	47388	217.69
8	55696	236	38284	195.66
9	61884	248.76	32096	179.15
10	69509	263.65	24471	156.43
15	82249	286.79	11731	108.31
16.5	85026	291.59	8954	94.63
18	87340	295.53	6640	81.49
19.5	89467	299.11	4513	67.18
21	91036	301.72	2944	54.26
22.5	92302	303.81	1678	40.96
24	93100	305.12	880	29.66
25.5	93506	305.79	474	21.77
27	93980	306.56	0.0000	0

Tabelle E.2: Zählraten der Messdaten für ausgeschaltete Retardierungsspannung für Kreise mit variierendem Radius.

Literaturverzeichnis

- [BAB⁺03] M. Beck, F. Ames, D. Beck, G. Bollen, B. Delauré, V. V. Golovko, V. Yu. Kozlov, I. S. Kraev, A. Lindroth, T. Phalet, W. Quint, P. Schuurmans, N. Severijns, B. Vereecke, and S. Versyck. Witch: a recoil spectrometer for weak interaction and nuclear physics studies. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 503(3):567 – 579, 2003.
- [BH08] K. Blaum and F. Herfurth. *Trapped Charged Particles and Fundamental Interactions*. First edition, 2008.
- [btKC04] Report by the KATRIN Collaboration. Katrin design report. <http://www-ik.fzk.de/katrin/publications/index.html#publications>, 2004.
- [CBD⁺06] S. Coeck, M. Beck, B. Delauré, V.V. Golovko, M. Herbane, A. Lindroth, S. Kopecky, V.Yu. Kozlov, I.S. Kraev, T. Phalet, and N. Severijns. Microchannel plate response to high-intensity ion bunches. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 557(2):516 – 522, 2006.
- [CDH⁺07] S. Coeck, B. Delauré, M. Herbane, M. Beck, V.V. Golovko, S. Kopecky, V.Yu. Kozlov, I.S. Kraev, A. Lindroth, T. Phalet, D. Beck, P. Delahaye, A. Herlert, F. Wenander, and N. Severijns. A pulsed drift cavity to

- capture 30 keV ion bunches at ground potential. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 572(2):585 – 595, 2007.
- [CER] Scientific information service. <http://library.web.cern.ch/library>.
- [Coe07] S. Coeck. *Search for non Standard Model physics in nuclear β -decay with the WITCH experiment*. PhD thesis, Instituut voor Kern- en Stralingsfysica, Katholieke Universiteit Leuven, 2007.
- [Del04] B. Delauré. *Development of a Penning Trap based Set-up for Precision Tests of the Standard Model*. PhD thesis, Instituut voor Kern- en Stralingsfysica, Katholieke Universiteit Leuven, 2004.
- [Fer34] E. Fermi. Versuch einer theorie der strahlen. *Zeitschrift für Physik*, 88(88):161–177, 1934.
- [Fri08] P. Friedag. Bahnverfolgungssimulationen für das witch-experiment. Master’s thesis, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2008.
- [Fri09] P. Friedag. Simulating the effect of the trap potential on the measurement of α . Technical report, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2009.
- [Glü08] Dr. F. Glück. Various background and discharge processes in mac-e filters. Talk at WITCH meeting in Leuven, June 2008.
- [GT36] G. Gamow and E. Teller. Selection rules for the β -disintegration. *The Physical Review*, 49(12):859–899, 1936.
- [HT09] J. C. Hardy and I. S. Towner. Superaligned $+\rightarrow +$ nuclear β decays: A new survey with precision tests of the conserved vector current hypothesis and the standard model. *Phys. Rev. C*, 79(5):055502, May 2009.
- [Koz05] V. Y. Kozlov. *WITCH, a Penning trap for weak interaction studies*. PhD thesis, Instituut voor Kern- en Stralingsfysica, Katholieke Universiteit Leuven, 2005.

- [L⁺05] E. Liénard et al. Performance of a micro-channel plates position sensitive detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 551(2-3):375 – 386, 2005.
- [LY57] T. D. Lee and C. N. Yang. Remarks on possible noninvariance under time reversal and charge conjugation. *The Physical Review*, 106(2):340–345, 1957.
- [MK92] T. Mayer-Kuckuck. *Kernphysik*. Fifth edition, 1992.
- [NND] National nuclear data center. <http://www.nndc.bnl.gov/>.
- [PTVF92] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2nd edition, 1992.
- [SBNC06] N. Severijns, M. Beck, and O. Naviliat-Cuncic. Tests of the standard electroweak model in nuclear beta decay. *Reviews of Modern Physics*, 78(3):991, 2006.
- [Wu57] C. S. Wu. Experimental test of parity conservation in beta decay. *The Physical Review*, 105(4):1413–1415, 1957.

Danksagung

Zu guter Letzt möchte ich hier noch einige Worte des Dankes anbringen, an die Menschen, die auf verschiedenste Art zur erfolgreichen Anfertigung dieser Arbeit beigetragen haben:

Ich danke Prof. Dr. Christian Weinheimer, der mir nicht nur die Möglichkeit gab an WITCH mitzuwirken und meine Diplomarbeit darüber zu schreiben, sondern mir auch viele Chancen zur Weiterbildung auf Seminaren, Tagungen und Meetings gab. Sein Vertrauen und seine Ermunterung, neue Fragestellungen zu erörtern und neue Ziele zu setzen haben mich immer sehr motivieren können.

Bei Prof. Dr. Alfons Khoukaz bedanke ich mich nicht nur dafür, das Koreferat für meine Diplomarbeit übernommen zu haben, sondern auch dafür, dass er mir in meiner ungewöhnlichen Situation als Prüfer zur Verfügung steht.

Dr. Marcus Beck danke ich für seine sehr umfassende und motivierte Betreuung. Er stand mir bei jeglichen Problemen und Fragen zur Seite und war immer bemüht mich über meine vermeintlichen Grenzen hinaus anzuspornen. Durch ihn habe ich viel gelernt.

Auch Peter half mir bei jeglichen Fragen weiter und vertraute mir anspruchsvolle Aufgaben an.

I also would like to thank Prof. Dr. Nathal Severijns and the WITCH team in Leuven. He was inspiring and always willing to share his knowledge and experience. I'm grateful that he showed so much confidence in my skills.

My thanks especially goes to Michaël and Simon, who not only introduced me to the interesting work at the 'real WITCH' at CERN but who were also great company for the few hours at CERN that were not spent working on the witch, it was very relaxing to have movie nights/days (depending on the shiftplan).

Ich möchte auch der AG Weinheimer danken, die mir mit Rat und Tat zur Seite stand und auch außerhalb der Physik des Öfteren für eine willkommene Abwechslung gesorgt hat.

Ein herzlicher Dank geht auch in die Schmale Strasse, zu den Mädels, die nicht nur in der Uni sondern auch sonst für mich da waren und immer ein offenes Ohr hatten. Vielen Dank für die unvergessliche Uni-Zeit. Besonders dankbar bin ich Nina, die sich kurzfristig noch auf die Jagd nach Grammatik- und Rechtschreibfehlern gemacht hat.

Mein größter Dank geht an Kristine, die mich durch alle Hochs und Tiefs begleitet hat. Sie hat mir Freiraum zum Arbeiten gelassen wenn ich ihn brauchte und mich zu Pausen gezwungen wenn ich sie nötig hatte. Ohne ihre Geduld und Unterstützung hätte ich diese Leistung nicht erbringen können. Danke für alles.

Ich danke auch Kristines Familie die mich während dieser anstrengenden Zeit unterstützt und mich für entspannende Wochenenden herzlich aufgenommen hat.

Nicht zuletzt danke ich meiner Mutter, die mir all das ermöglicht hat und vor allem immer für mich da war, sowie meiner Schwester dafür, dass sie sich nicht über meine knapp bemessene Zeit in den letzten Monaten beklagt hat.