

Alternative Ellipsometrie-Varianten bei kryogenen Temperaturen für das KATRIN-Experiment

Daniel Spitzer

Diplomarbeit

Institut für Kernphysik
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Westfälische Wilhelms-Universität Münster

März 2011



Referent: Prof. Dr. C. Weinheimer

Koreferent: Prof. Dr. A. Khoukaz

Befreien wir uns von allem was wir zu wissen glauben
und schaffen wir Platz für die Erkenntnis .

— J.-J. Liefers als Prof. Dr. K.-F. Boerne, Tatort "Fakten, Fakten"

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	9
1.1. Das Neutrino-Postulat	9
1.2. Die experimentelle Entdeckung des Neutrinos	10
1.3. Eigenschaften der Neutrinos	11
1.4. Anzeichen für massive Neutrinos	12
1.5. Vakuum-Neutrino-Oszillation	14
1.6. Experimenteller Beweis	16
1.7. Methoden zur Neutrinomassen-Bestimmung	17
2. Motivation	23
3. Das KATRIN-Experiment	25
3.1. Der β -Zerfall des Tritiums	25
3.2. Bestimmung der Masse des Elektronantineutrinos aus dem Tritiumzerfall	26
3.3. Aufbau des KATRIN-Experiments	27
3.4. Die fensterlose gasförmige Tritiumquelle	27
3.5. Das Transportsystem - DPS und CPS	28
3.6. Funktionsprinzip des MAC-E-Filter	28
3.7. Vor- und Hauptspektrometer	31
3.8. Detektor	34
4. Die kondensierte $^{83\text{m}}\text{Kr}$-Konversionselektronenquelle	35
4.1. Die Energie der Konversionselektronen als natürlicher Standard	36
4.2. Das Gassystem	36
4.3. Das Kryosystem	37
4.4. Das HOPG-Substrat und seine Eigenschaften	39
4.5. Ellipsometrie	40
5. Theoretische Grundlagen der Ellipsometrie	41
5.1. Polarisation von Licht	41
5.2. Jones-Vektoren	43
5.3. Jones-Matrizen	45
5.4. Verhalten an Grenzflächen	46
5.5. Dielektrische Spiegel	50
5.6. Theorie der Ellipsometrie	51
5.7. Reflexionsverhalten an Schichtsystemen	55
6. Ellipsometrie mit dielektrischen Spiegeln	59
6.1. Experimenteller Aufbau	59

6.2. Messungen mit einem Spiegel	59
6.3. Messungen mit zwei Spiegeln	63
7. Ellipsometrie mit festem Analysator	65
7.1. Simulationen	65
7.2. Das Programm “ <i>remotecontrol + fixedanalyzer.vi</i> “	65
7.3. Messungen mit festem Analysator	66
7.4. Bestimmung der Schichtdicke	70
8. Ellipsometrie mit rotierendem Polarisator und Kompensator	73
8.1. Simulationen für unterschiedliche Parameter	73
8.2. Auswertung der (P,C)-Ellipsometriedaten	78
8.3. Experimentelle Ergebnisse - Messungen ohne Spiegel	79
8.4. Messungen mit einem Spiegel	83
8.5. Messungen mit zwei Spiegeln	87
8.6. Fazit zur (P,C)-Ellipsometrie	88
9. Analyse des Lichts bei kryogenen Temperaturen	89
9.1. Der neue Analysator	89
9.2. Design des neuen 40K-Schildes	89
9.3. Messungen mit kaltem Analysator	91
10. Zusammenfassung und Ausblick	95
10.1. Zusammenfassung	95
10.2. Ausblick - Ellipsometrie an der neuen CKrS	96
10.3. Strahlengang ausserhalb der CPS	98
A. Anhang	101
Anhang	101

1. Einleitung

Seit Julius Robert von Mayer im Jahre 1842 eine erste Formulierung des Satzes von der Energieerhaltung aufstellte, stellt dieser ein Grundprinzip der makroskopischen Physik dar. In der Quantentheorie konnte sich der Energieerhaltungssatz erst durchsetzen, nachdem unter anderem Arthur Holly Compton eine Theorie von Niels Bohr widerlegen konnte, nach welcher die Energie bei Quantenprozessen nur im Mittel erhalten bleiben sollte. Der β^- -Zerfall schien zunächst jedoch keiner Form von Energieerhaltung zu gehorchen:

1.1. Das Neutrino-Postulat

Schon 1903 entwickelten Ernest Rutherford und sein Student Frederick Soddy die Theorie, dass radioaktive Strahlung mit der Umwandlung eines Elementes einhergeht. Dadurch konnte der β^- -Zerfall (Abbildung 1.1) als Quelle der β^- -Strahlung ausgemacht werden. Da bei jedem identischen vollzogenen Zerfall des gleichen Isotops die Zerfallsenergie gleich ist, hatte James Chadwick bei seinen Messungen im Jahre 1914 ein diskretes Spektrum erwartet [Cha14]. Die Ergebnisse zeigten jedoch eine kontinuierliche Verteilung der Energie der Zerfallselektronen. Zunächst glaubte man an eine Verletzung

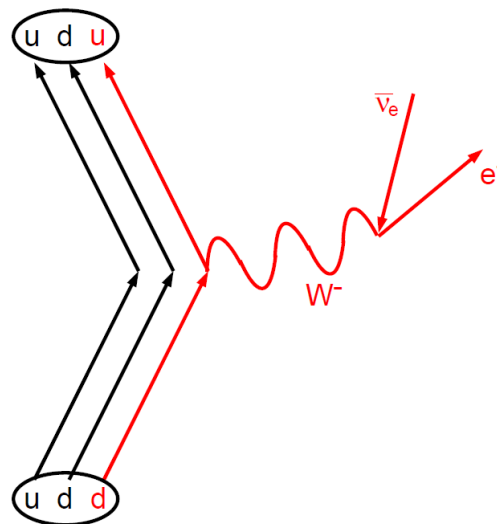


Abbildung 1.1.: **Feynmann-Diagramm des β^- -Zerfalls**; Ein Neutron, bestehend aus zwei down-Quarks (d) und einem up-Quark (u) zerfällt in ein Proton unter Emission eines W^- -Bosons. Das W^- -Boson zerfällt wiederum in das Zerfallselektron und ein Elektronantineutrino ($\bar{\nu}_e$).

der Energieerhaltung, welche hier mit einer Verletzung von Impuls- und Drehimpulserhaltung verbunden ist. Erst Wolfgang Pauli konnte im Jahre 1930 das Problem durch das Postulat eines bislang unbekannten, am Zerfall beteiligten Teilchens, welches er „Neutron“ nannte, beseitigen¹. Da kurz darauf ein, wie das „Neutron“ ungeladenes Nukleon entdeckt wurde, schlug Enrico Fermi für Paulis Teilchen den Namen „Neutrino“ (kleines Neutron) vor. Der Name „Neutron“ wurde nun dem ungeladenen Nukleon angetragen. Vom Standpunkt heutigen Wissens aus lautet die Zerfallsgleichung des β^- -Zerfalls:

$${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^A_{Z+1}\text{Y} + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.1)$$

Mit dem Mutterkern ${}^A_Z\text{X}$, welcher die Massenzahl A und die Kernladungszahl Z trägt, dem Tochterkern ${}^A_{Z+1}\text{Y}$, dem (Zerfalls-) Elektron e^- und dem Elektronantineutrino $\bar{\nu}_e$. Der Zerfall geht also mit einer Änderung des Elementes einher. Im Fall des β^- -Zerfalls zerfällt ein im Mutterkern gebundenes Neutron n in ein Proton, welches im Kern verbleibt und damit die Kernladungszahl Z um 1 erhöht (vergleiche Abbildung 1.1):

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.2)$$

Das Elektron und das Elektronantineutrino werden emittiert. Das Neutrino wurde erst im Jahre 1956 experimentell von Frederick Reines und Clyde L. Cowan nachgewiesen [Rei59].

1.2. Die experimentelle Entdeckung des Neutrinos

Da bei der Kernspaltung in Reaktoren Neutronen freigesetzt werden, welche nach ca. 15 min gemäß Gleichung 1.2 zerfallen, stellen diese eine starke Quelle von Elektronantineutrinos dar. Cowan und Reines machten sich dies zu Nutze und verwendeten als Neutrinoquelle den Kernreaktor von Hanford, Savannah River Plant. Der Nachweis des Elektronantineutrinos gelang durch den *inversen Beta-Zerfall*

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n. \quad (1.3)$$

Der Targetmaterial, bestehend aus Kadmium-Chlorid (CdCl_2) in wässriger Lösung, befand sich zwischen mit Photomultipliern ausgestatteten Flüssig-Szintillatoren. Abbildung 1.2 zeigt den Aufbau schematisch. Das eintreffende Elektronantineutrino wird von einem Proton in der wässrigen CdCl_2 -Lösung eingefangen und emittiert dabei ein Neutron und ein Positron. Ersteres wird durch das Wasser abgebremst und von einem Kadmium-Atom eingefangen. Die zugehörige Reaktion lautet

$${}^{113}\text{Cd} + n \rightarrow {}^{114}\text{Cd}^* \rightarrow {}^{114}\text{Cd} + \gamma. \quad (1.4)$$

Durch den Nachweis des Gammaquants konnte diese Reaktion nachgewiesen werden. Durch die Verzögerung dieses Prozesses gegenüber der Elektron-Positron-Annihilation konnten beide Ereignisse separat nachgewiesen werden. Die experimentelle Bestätigung für die Existenz der Neutrinos besteht also aus dem Nachweis beider Signale mit einem bestimmten, mittleren zeitlichen Abstand [Sch97], [Dem09].

¹Pauli tat dies nicht öffentlich sondern in einem Brief an H. Geiger und L. Meitner [Mey85].

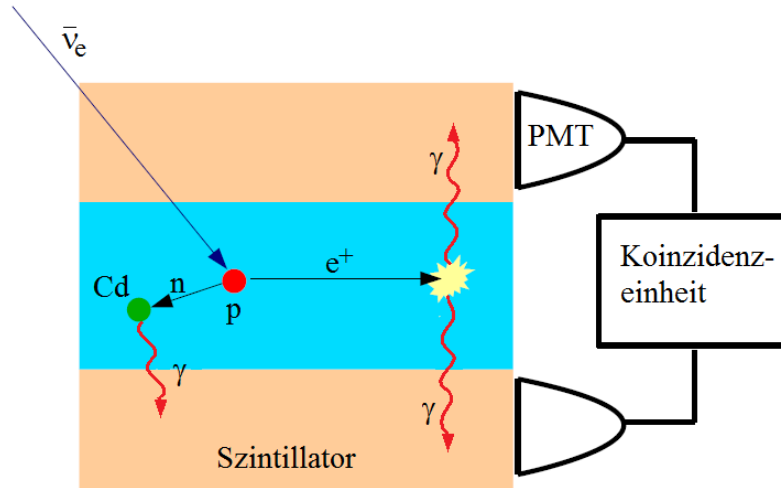


Abbildung 1.2.: **Schematische Darstellung des Experiments von Cowan und Reines**; Das eintreffende Elektronantineutrino wird von einem Proton in der wässrigen Kadmiumchlorid-Lösung eingefangen und entsendet dabei ein Positron. Dieses annihiliert mit einem Elektron und es werden zwei Photonen emittiert. Diese, wie auch das Photon, welches beim Neutroneneinfang des Kadmiums emittiert wird, werden über die Szintillatoren und die Photomultiplier nachgewiesen. Durch die Zeitdifferenz beider Signale kann auf den Reaktionsverlauf zurück geschlossen werden.

1.3. Eigenschaften der Neutrinos

Im Standardmodell der Elementarteilchen reihen sich die Neutrinos unter den Leptonen ein. Da sie elektrisch neutrale Teilchen sind und auch keine Farbladung tragen, ist es ihnen nicht möglich an der starken oder elektromagnetischen Wechselwirkung teilzunehmen.

Das Standardmodell setzt sich aus 12 fundamentalen Spin-1/2-Teilchen, genannt *Fermionen*, zusammen. Sie wiederum gruppieren sich in die Leptonen und die Quarks. Man unterteilt sie nach aufsteigender Masse weiter in drei Generationen [Pov09], wie es in Abbildung 1.3 gezeigt ist. Zu jedem der 12 Fermionen existiert ein Antiteilchen, welches die selbe Masse, aber entgegengesetzte Ladung, Farbe und dritte Komponente des schwachen Isospins trägt. Die sechs Quarks unterscheidet man nach ihrem Typ in sechs sogenannte *flavours*. Jedes flavour kann eine der Farben Rot, Grün oder Blau tragen. Die elektrischen Ladungen der Quarks betragen $+2/3$ bzw. $-1/3$. Die Fermionen werden nach der *Dirac-Gleichung*

$$(i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc^2)\psi(\vec{x},t) = 0 \quad (1.5)$$

durch die Viererspinoren $\psi(\vec{x},t)$ beschrieben. Dabei entfallen zwei Komponenten auf Teilchen und Antiteilchen, die verbleibenden 2 Komponenten beschreiben die Helizitätszustände \mathcal{H} [Wei10]. Im Standardmodell sind Neutrinos grundsätzlich linkshändig und

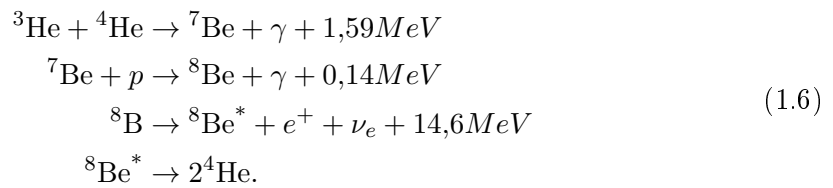
Generation	1	2	3	Ladung/e
Leptonen	ν_e	ν_μ	ν_τ	0
	e^-	μ^-	τ^-	-1
Quarks	u	c	t	+2/3
	d	s	b	-1/3

Abbildung 1.3.: **Fundamentale Elementarteilchen des Standardsystems**; Zu jedem geladenen Lepton gruppiert sich ein ungeladenes Neutrino und bilden so die drei Leptonendoublets. Analog bilden jeweils drei Quarkpaare die Quarkdoublets. Zur besseren Übersicht wurde auf die Darstellung der jeweils zugehörigen Antiteilchen verzichtet.

Antineutrinos rechtshändig. Damit sind die Helizitäten für Neutrinos schon festgelegt und es würde zu ihrer theoretischen Beschreibung ein zweikomponentiger Weyl-Spinor genügen [Sch97]. Als Folge dessen sind Neutrinos im Standardmodell der Elementarteilchen masselos.

1.4. Anzeichen für massive Neutrinos

Im Standardmodell der Teilchenphysik waren Neutrinos zunächst masselos. Ein Umdenken desbezüglich brachte das *Homestake-Experiment*, welches von Raymond Davis Jr. geleitet wurde und von 1970 bis 1994 dauerhaft in Betrieb war. Ziel dieses Experiments war die Messung des Flusses von solaren Neutrinos. Diese nachgewiesenen, hochenergetischen Neutrinos werden in einer Nebenkette des Proton-Proton-Zyklus, dem Proton-Proton-Zyklus III erzeugt, gemäß [Sch97]



Die Reaktionskette ist graphisch in Abbildung 1.4 gezeigt.

Das Experiment fand in einer stillgelegten Goldmine in South Dakota statt. 615t Tetrachlorethylen (C_2Cl_4) als Detektor wurden über 1400m unter der Erde deponiert um über die Reaktion



das entstandene Elektron nachzuweisen. Der Tank ist in Abbildung 1.5 gezeigt. Die Schwellenenergie der Reaktion beträgt 814keV, womit also im wesentlichen ${}^7\text{Be}$ (zu 15%, aus dem hier nicht diskutierten Proton-Proton-Zyklus II) und ${}^8\text{B}$ (zu 78%) nachgewiesen

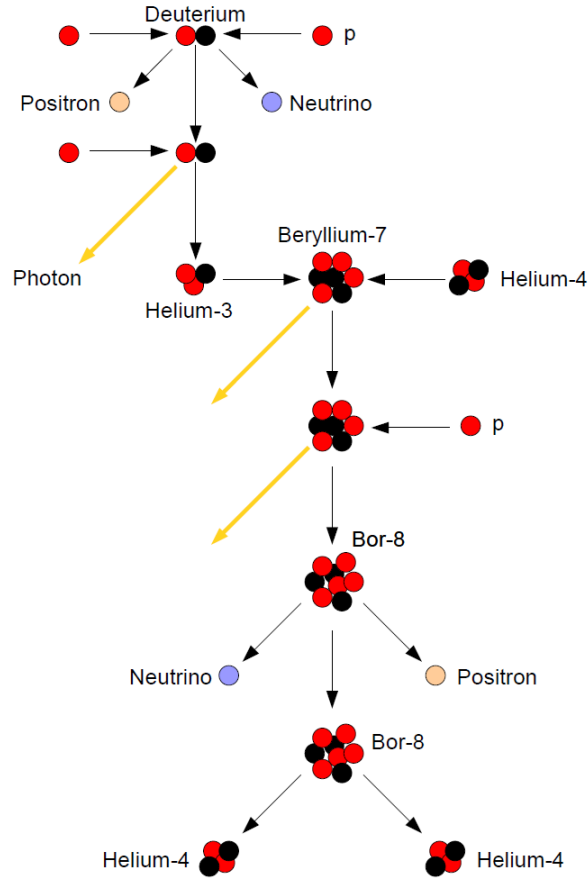


Abbildung 1.4.: **Der Proton-Proton-Zyklus III**; Es handelt sich dabei um eine bei Temperaturen von 23 Millionen Kelvin durchlaufenen Nebenkette des Proton-Proton-Zyklus. Die im vorletzten Schritt entstehenden Neutrinos wurden im Rahmen des Homestake-Experimentes vorwiegend nachgewiesen.

werden konnten. Das gesamte Spektrum des solaren Neutrinoflusses zeigt Abbildung 1.6. Das so erzeugte Argonisotop zerfällt mit einer Halbwertszeit von 35 Tagen durch Elektroneneinfang (90% K-Einfang)[Sch97],[Bet08] nach

$$^{37}\text{Ar} + e^- \rightarrow ^{37}\text{Cl} + \nu_e \quad (1.8)$$

Nach etwa 60-70 Tagen wurde das erzeugte ^{37}Ar aus dem C_2Cl_4 ausgewaschen. Anschließend wurden die Zerfälle des Argons gezählt um auf die Anzahl der Argonatome zu schließen. Letztendlich erhielt man eine Neutrinoeinfangsrate von $R_{\text{exp}} = (2,56 \pm 0,22)\text{SNU}^2$. Der auf diese Weise gemessene solare Neutrinofluss wurde mit dem berechneten Neutrinofluss verglichen. Das solare Standardmodell lieferte jedoch den Wert $R_{\text{SSM}} = (8,0 \pm 3,0)\text{SNU}$ (3σ). Hier zeigte sich eine zunächst nicht erklärbare

²Die Abkürzung steht für *Solar Neutrino Unit*, 1SNU = ein ν_e -Einfang pro Sekunde bei 10^{36} Targetkernen

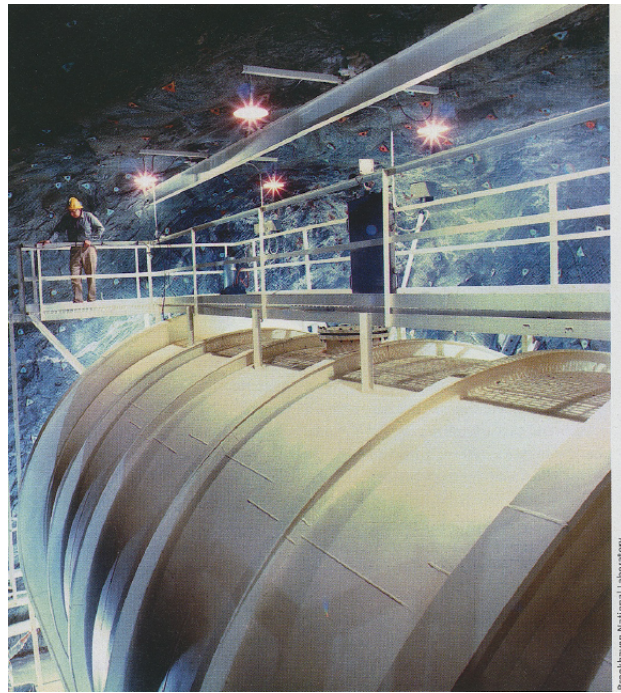


Abbildung 1.5.: **Der mit Tetrachlorethan gefüllte Tank des Homestake-Experiments;** Er beinhaltet 615t C_2Cl_4 um über den inversen β -Zerfall das Neutrino zu detektieren. (Abbildung aus [Obe10a])

Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment - der nachgewiesene Fluss betrug nur ein Drittel des theoretischen Flusses. Es zeichnete sich das *Sonnenneutrinoproblem* ab. Erst im Jahre 1990 konnten die Ergebnisse von Davis vom GALLEX-Experiment bestätigt werden.[Sch97]

Ein möglicher Erklärungsansatz besteht in der *Neutrino-Oszillation*.

1.5. Vakuum-Neutrino-Oszillation

Um die Neutrino-Oszillation erklären zu können, bedarf es zweier Grundannahmen:

1. Neutrinos mischen; Man unterscheidet zunächst die Flavoureigenzustände $|\nu_\alpha\rangle$ ($\alpha = e, \mu, \tau$) und die Masseneigenzustände $|\nu_i\rangle$ ($i = 1, 2, 3$). Die Letzteren sind gerade die Eigenzustände der Massenoperator M^3 , welcher die Eigenwerte m_i ($i = 1, 2, 3$) besitzt. Mittels einer unitären Mischungsmatrix U kann man zwischen den

³Der Massenoperator M ist definiert über die Eigenwertgleichung $\langle \nu_i | M | \nu_j \rangle = m_i \delta_{ij}$ und $m_i - m_j \neq 0$ für $i \neq j$

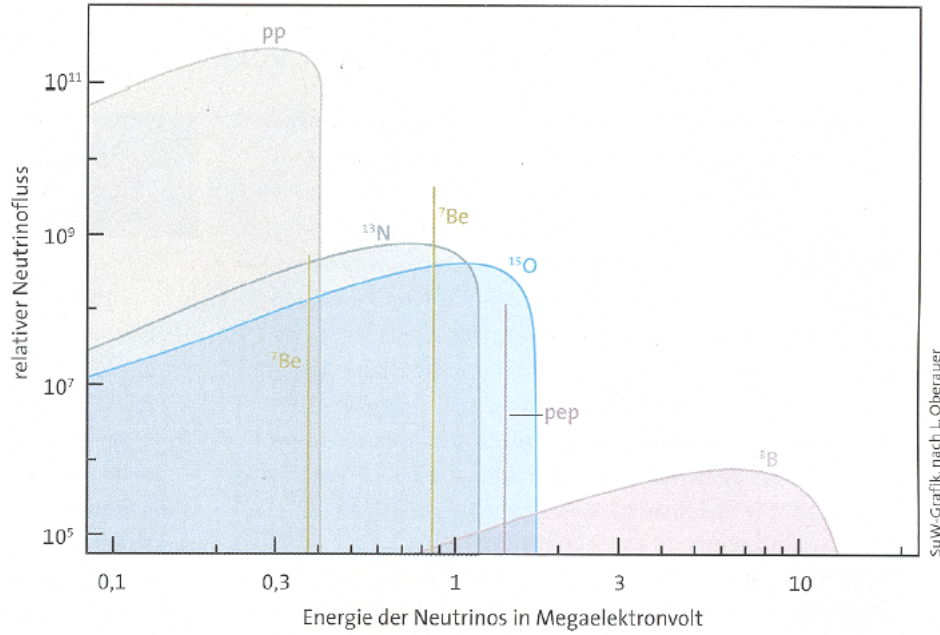


Abbildung 1.6.: **Der Solare Neutrinofluss**; Die Grafik zeigt die Beiträge des solaren Neutrinoflusses des Proton-Proton- sowie des CNO-Zyklus. Bei den im Homestake-Experiment nachgewiesenen Neutrinos handelt es sich um die ^8B -Neutrinos. Der Endpunkt deren Energiespektrums liegt bei ca. 15MeV. (Abbildung aus [Obe10a])

beiden Darstellungen wechseln⁴:

$$\begin{aligned}
 |\nu_\alpha\rangle &= \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \\
 |\nu_i\rangle &= \sum_\alpha U_{i\alpha}^\dagger |\nu_\alpha\rangle \\
 &= \sum_\alpha U_{\alpha i}^* |\nu_\alpha\rangle
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Die Mischungsmatrix ist eine 3x3-Matrix mit 3 Mischungswinkeln und einer Phase [Sch97].

2. Es existiert mindestens ein m_i unter den Masseneigenwerten, welcher nicht verschwindet, $m_i \neq 0$ [Sch97].

Da der Massenoperator zeitunabhängig ist, sind seine Eigenwerte stationäre Zustände. Interpretiert man den Oszillationsvorgang aber als ein zeitabhängiges Phänomen, betrachtet man also zunächst die zeitliche Entwicklung eines oben beschriebenen Masse-eigenzustandes, gilt nach [Sch97]

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle, \tag{1.10}$$

⁴Mathematisch ausgedrückt handelt es sich bei der Matrix U um eine *Basiswechselmatrix*

wobei $\hbar = c = 1$ gesetzt ist. Für große Impulse, d.h. $p_i \gg m_i$, $E_i \approx p_i$ gilt für die Energie

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p} \approx E + \frac{m_i^2}{2E} \quad (1.11)$$

Ein zum Zeitpunkt $t = 0$ reiner Zustand entwickelt sich also zu

$$|\nu(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i} e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle = \sum_{i,\beta} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{-iE_i t} |\nu_\beta\rangle \quad (1.12)$$

Detektiert man also das Neutrino zu einem Zeitpunkt $t = t_0 \neq 0$ bzw. nach einer in dieser Zeitspanne vom Neutrino zurückgelegten Flugstrecke L , besitzt ein als ν_α gestartetes Neutrino mit nicht verschwindender Wahrscheinlichkeit den Flavour β . Die Übergangs- oder Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\alpha \rightarrow \beta, t) = |\langle \nu_\beta | \nu(t) \rangle|^2$ im 2-Flavour-Formalismus (für die Mischungsmatrix U gilt also $n=2$) ergibt sich aus

$$\begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Man erhält damit für die Oszillationswahrscheinlichkeit

$$P(\alpha \rightarrow \beta, L) = \sin^2(2\theta) \cdot \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{2E}\right) \quad \text{mit} \quad \Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2. \quad (1.14)$$

Insbesondere erkennt man anhand Gleichung 1.14, dass weder der Mischungswinkel θ noch Δm^2 verschwinden dürfen. Der Mischungswinkel bestimmt die Amplitude der Mischung, während Δm^2 mit der Oszillationsfrequenz zusammenhängt. Die maximale Mischung ergibt sich also bei $\theta = 45^\circ$.

Anhand von Gleichung 1.14 erkennt man, dass lediglich Massendifferenzen die Oszillationswahrscheinlichkeit beeinflussen, eine absolute Skala für die Neutrinomassen kann sie nicht liefern.

1.6. Experimenteller Beweis

Um nachzuweisen, dass die in der Sonne entstandenen Elektronenneutrinos auf ihrem Weg zur Erde in einen anderen Flavourozustand oszillieren, wurde das SNO-Experiment⁵ entwickelt. Das Herzstück bildete ein Cherenkov-Detektor: Ein kugelförmiger Tank aus Acrylglas, welcher mit 9600 Photodetektoren bestückt war, beinhaltete 1000 Tonnen schweres Wasser (D_2O). Unter diesen Gegebenheiten ist es möglich, die elastische Streuung (ES)

$$\nu_\alpha + e^- \rightarrow \nu_\alpha + e^- \quad \text{mit } \alpha = e, \mu, \tau \quad (ES) \quad (1.15)$$

von Neutrinos an Elektronen zu beobachten, jedoch ist die Nachweiswahrscheinlichkeit dieses Prozesses für Elektronenneutrinos fünfmal so groß wie für Myon- und Tauneutrinos, da sie im Gegensatz zu diesen zusätzlich über ein W^- -Eichboson wechselwirken können.

⁵SNO steht für *Sudbury Neutrino Observatory*, es befindet sich in der Creighton-Mine nahe Sudbury in Kanada

Die Verwendung von Deuterium bot zwei zusätzliche Reaktionen zur Neutrinodetektion. Für Elektroneneutrinos ist dies wie im Homestake-Experiment der inverse Beta-Zerfall

$$\nu_e + D \rightarrow p + p + e^- \quad (CC)^6. \quad (1.16)$$

Myon- und Tauneutrinos steht diese Reaktion nicht zur Verfügung. Der zweite Reaktionskanal

$$\nu_\alpha + D \rightarrow n + p + \nu_\alpha \quad \text{mit } \alpha = e, \mu, \tau \quad (NC) \quad (1.17)$$

steht dagegen allen drei Neutrino-Flavours offen, da Neutrinos neben der Gravitation nur der schwachen Wechselwirkung unterliegen und kein geladenes Lepton an der Reaktion beteiligt ist. Das Deuteron wird vermöge der Neutrinoenergie in Neutron und Proton gespalten. Die dazu nötige Mindestenergie beträgt 2,2 MeV. Den wesentlichen Anteil tragen daran die ^8B -Neutrinos (siehe Abbildung 1.6). Das entstandene Neutron wurde mittels mit ^3He gefüllten Proportionalzählrohren nachgewiesen⁷.

Durch Beobachtung aller drei Reaktionskanäle (ES), (CC) und (NC) konnte erstmals die Zusammensetzung des solaren Neutrino-Flusses auf der Erde bestimmt werden. Im Falle von nicht-oszillierenden solaren Neutrinos erwartete man für die Reaktionen (NC) und (CC) einen identischen Anteil am gesamten gemessenen Fluss. Für oszillierende solare Neutrinos dagegen sollte der Anteil der Reaktion (NC) höher sein. Das SNO-Experiment konnte diesen erhöhten Anteil nachweisen. Die Ergebnisse sind grafisch in Abbildung 1.7 gezeigt. Ebenso zeigt die Grafik den Gesamtfluss von Neutrinos gemäß des Standard-Sonnenmodells (SSM, gestrichelte Linie in Abbildung 1.7). Dieser stimmt sehr gut mit den Daten überein. [Obe10b]

Da Neutrinos nachgewiesenerweise eine nicht verschwindende Masse besitzen, können sie gravitativ wechselwirken. Aufgrund ihrer extrem hohen Anzahl im Universum tragen sie damit nicht unwesentlich zum Materieinhalt bei. Die Kenntnis der Neutrinomassen ist damit auch von kosmologischem Interesse.

1.7. Methoden zur Neutrinomassen-Bestimmung

1. Massenbestimmung durch Supernova-Beobachtungen

In einer Supernova entsteht eine Vielzahl von Neutrinos, 90% von ihnen durch thermische Neutrinopaarerzeugung

$$e^+ + e^- \rightarrow \nu_\alpha + \bar{\nu}_\alpha \quad \text{mit } \alpha = e, \mu, \tau.$$

Die Supernova SN1987A in der Großen Magellanschen Wolke vom Typ II war die letzte Supernova in der näheren Umgebung des Sonnensystems. Ein solches Ereignis bietet die Möglichkeit einige Eigenschaften - darunter die Masse - von Neutrinos abzuleiten. Man betrachtet dazu die Flugzeit T die ein Neutrino zwischen seinem Entstehungs- und Detektionszeitpunkt für die Strecke L vom Ort der Supernova bis zur Erde benötigt:

$$T = t - t_0 = \frac{L}{v} = \frac{L}{c} \frac{E_\nu}{p_\nu c} = \frac{L}{c} \frac{e_\nu}{\sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2}} \approx \frac{L}{c} \left(1 + \frac{m_\nu^2}{2E_\nu^2} \right). \quad (1.18)$$

⁶Die Abkürzungen „CC“ und „NC“ stehen für „geladener Strom“ und „neutraler Strom“.

⁷Das Zählrohr war im Detektor versenkt. Die Protonen störten das Signal der Neutronen nicht - ihre Geschwindigkeit war zu gering um Cherenkov-Licht zu erzeugen

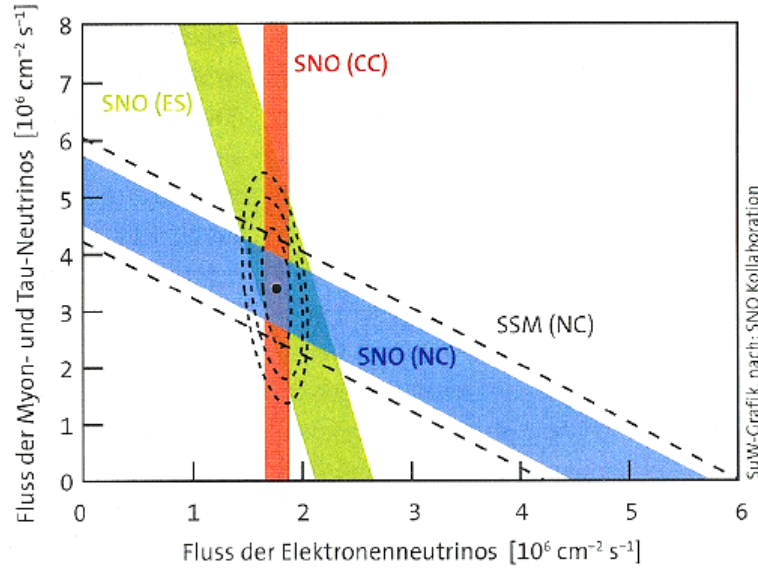


Abbildung 1.7.: **Nachweis der Neutrino-Oszillation durch das SNO-Experiment**; Die Ergebnisse des SNO-Experiments sind dargestellt als Kombination von Elektron- und Summe aus Myon- und Tau-Neutrinofluss. Das rote Band markiert die Reaktion (CC), welcher nur die Elektronenneutrinos unterliegen. Zum blauen Band tragen alle Neutrino flavours über die Reaktion (NC) bei, die genauen Anteile lassen sich jedoch nicht daraus extrahieren. Die elastische Streuung (ES) (grünes Band) liefert zusätzliche Information, da dieser Prozess für Elektronenneutrinos wahrscheinlicher ist. Gestrichelt sind die Vorhersagen des Standard-Sonnenmodells verzeichnet. [Obe10b]

Wegen der großen Entfernung zur Großen Magellanschen Wolke von etwa 160000 Lichtjahren macht sich auch eine kleine Neutrinomasse bemerkbar. Verlassen nun zwei Neutrinos mit unterschiedlichen Energien $E_1 > E_2$ zu den Zeitpunkten t_{01} und T_{02} ihre Quelle, erhält man mit $\Delta t_0 = t_{02} - t_{01}$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \Delta t_0 + \frac{L m_\nu}{2c} \left(\frac{1}{E_2^2} - \frac{1}{E_1^2} \right) \quad (1.19)$$

Allerdings ist Δt_0 nicht bekannt und es müssen Annahmen über die Zeitdifferenz der Emissionszeitpunkte gemacht werden. Aufgrund dessen ist die auf diese Weise ermittelte Neutrinomasse modellabhängig. Nimmt man $\Delta t_0 = 0$ an, erhält man

$$m_\nu^2 = \frac{2c\Delta t}{L} \left(\frac{1}{E_2^2} - \frac{1}{E_1^2} \right)^{-1} \quad (1.20)$$

$$= 0,39 \frac{\Delta t(sec) \cdot (E_1(MeV))^2}{L(50kpc)} \cdot \frac{1}{\alpha^2 - 1} eV^2 \quad (1.21)$$

Durch zwei detektierte Ereignisse in Kamioka konnte auf diese Weise die Obergrenze der Neutrinomasse zu $m(\nu_e) < 31 \text{ eV}$ bestimmt werden [Sch97].

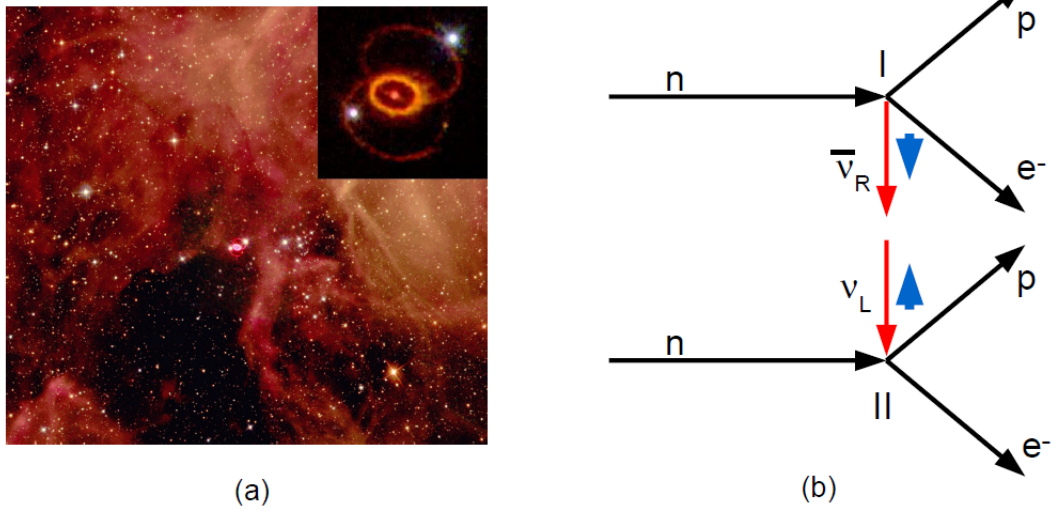


Abbildung 1.8.: **Neutrino-Massenbestimmung**; (a) zeigt den Überrest der Typ-II-Supernova SN187A in der Großen Magellanschen Wolke in den Jahren 1994 und 1999 (Inset)(Abbildung aus [Wik01]), (b) zeigt das Feynman-Diagramm des neutrinolosen, doppelten β -Zerfalls.

2. Massenbestimmung mittels neutrinolosen, doppelten β -Zerfall

Besitzt ein Isotop eine gerade Massenzahl A , ist der doppelte β^- -Zerfall energetisch möglich. Er ereignet sich immer dann, wenn zeitgleich zwei Neutronen in einem Kern zerfallen

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+2} X + 2e^-. \quad (1.22)$$

Nach dem Standardmodell ist dieses Szenario verboten. Mit zwei Annahmen jenseits des Standardmodells, die gleichzeitig erfüllt sind, ist der neutrinolose, doppelte β -Zerfall möglich:

- Das Neutrino ist ein Majorana-Teilchen, so dass $\nu = \bar{\nu}$ gilt.
- Zwischen den Vertices I und II findet eine Helizitätsumkehr statt.

Man entnimmt Abbildung 1.8(b), dass am Vertex I ein rechtshändiges Neutrino emittiert wird, am Vertex II dagegen ein linkshändiges. Die Zerfallsrate ist damit von der Wahrscheinlichkeit P_- abhängig, dass das Neutrino die falsche Helizität

besitzt:

$$\begin{aligned}
 \Gamma \sim P_- &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v}{c} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{E_\nu - p_\nu c}{E_\nu} \right) \\
 &= \frac{p_\nu c}{2E_\nu} \left(\sqrt{1 + \frac{m_\nu^2 c^2}{p_\nu^2}} - 1 \right) \\
 &= \frac{m_\nu^2 c^2}{4p_\nu^2} \sim m_\nu^2
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

Mit Neutrinomischung folgt für die Zerfallsrate

$$\Gamma = m_{ee}^2 := \left| \sum_{i=1}^n U_{ei}^2 m_i \right|^2 \tag{1.24}$$

Da $U_{ei} \in \mathbb{C}$ ist, kann es je nach Phase zu einer Auslöschung kommen. Der neutrinolose, doppelte β -Zerfall ist durch eine scharfe Linie im Zerfallsspektrum sichtbar [Wei07]

$$E(e_1) + E(e_2) = [m(A, Z) - m(A, Z + 2)]c^2 = \text{const.} \tag{1.25}$$

Andererseits ist die Zerfallsrate gegeben durch [Zub04]

$$\Gamma = \frac{1}{T_{1/2}^{0\nu}} = G^{0\nu}(Q, Z) |M_{GT}^{0\nu} - M_F^{0\nu}|^2 \left(\frac{\langle m(\nu_e) \rangle}{m_e} \right)^2 \tag{1.26}$$

mit der Halbwertszeit $T_{1/2}^{0\nu}$ für den neutrinolosen doppelten Beta-Zerfall, dem Phasenraumfaktor $G^{0\nu}(Q, Z)$ und den Kernmatrixelementen $M_{GT}^{0\nu}$ für den Gamow-Teller- und $M_F^{0\nu}$ für den Fermi-Übergang. Diese Kernmatrixelemente sind derzeit nicht genau bekannt. Daher müssen über diese Annahmen gemacht werden, welche modellabhängig sind.

3. **Direkte Bestimmung der Neutrinomasse durch kinematische Verhältnisse** Eine dritte Möglichkeit die Neutrinomasse zu bestimmen besteht darin, den Endpunkt eines Zerfallsspektrums genau zu vermessen. Ein solches Spektrum ist gegeben durch [Alt03]

$$\frac{dE^2}{dt dE} = R(E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\bar{\nu}_e}^2} c^4 \Theta(E_0 - E - m_{\bar{\nu}_e} c^2), \tag{1.27}$$

mit der Energie des Endpunktes E_0 und der Masse des Elektronantineutrinos $m_{\bar{\nu}_e}$. Es handelt sich dabei um eine modellunabhängige Methode. Um den Endbereich des Spektrums genau vermessen zu können, bedarf es einer hochgenauen Energiekalibration. Dies ist nur möglich mit natürlichen Standards, wie der Energie eines radioaktiven Zerfalls.

Das KATRIN-Experiment arbeitet nach diesem Prinzip. Für die Kalibration des Experiments wurde unter anderem eine kondensierte Krypton-Kalibrationsquelle

gebaut, welche die Energie der Konversionselektronen aus $^{83\text{m}}\text{Kr}$ nutzt. Das Krypton wird dabei auf einen Graphitsubstrat aufgefroren. Die Reinheit des Substrats wird mittels Ellipsometrie überwacht - sollte Restgas auf dem Graphitsubstrat kondensieren, können die Konversionselektronen mit den Restgasatomen elastisch streuen und einen Teil ihrer Energie an diese abgeben. Die Folge wäre eine Verbreiterung der Energielinie was eine Gefährdung der Sensitivität des KATRIN-Experiments führen würde.

Gliederung der Arbeit

- **Kapitel 1** gibt zunächst einen historischen Abriss über die theoretische wie experimentelle Entdeckungsgeschichte des Neutrinos. Ausserdem wird behandelt, warum man nach heutigem Wissensstand davon ausgehen muss, dass Neutrinos eine nicht verschwindende Masse besitzen müssen. Die entscheidenden Experimente dazu werden in diesem Kapitel vorgestellt.
- In Kapitel **Kapitel 2** soll die vorliegende Arbeit motiviert werden.
- Das folgende **Kapitel 3** stellt das KATRIN-Experiment vor, welches sich zur Aufgabe gemacht hat die Masse des Elektronantineutrinos zu bestimmen. Die dem Experiment zugrunde liegenden Prinzipien werden erklärt, ebenso wie die einzelnen Abschnitte des insgesamt ca. 70m langen KATRIN-Experiments.
- **Kapitel 4** stellt die kondensierte $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Konversionselektronenquelle vor. Die Ellipsometrie-Experimente, wie sie im Rahmen dieser Arbeit getestet wurde, fand am vorgestellten Aufbau statt.
- Das **Kapitel 5** vermittelt zunächst einige Grundkenntnisse wie Polarisations Eigenschaften von Licht und ihre Matrixschreibweise, bevor die Theorie der Ellipsometrie hergeleitet wird.
- In **Kapitel 6** werden erste experimentelle Daten gezeigt. Es werden speziell die Messungen mit einem und mit zwei dielektrischen Spiegeln behandelt.
- **Kapitel 7** stellt eine Variante der Ellipsometrie vor, wie sie für sehr dünne Schichtdicken (bis ca. 600 Angström) anwendbar wäre, indem der Analysator, der typischerweise ein drehbares optisches Element darstellt, auf einen festen Winkel fixiert wird.
- In **Kapitel 8** eine mögliche Alternative vorgestellt, welche anstelle des Analysators den Kompensator als rotierbares Element besitzt.
- Aufgrund der Gegebenheiten des KATRIN-Experiments muss das an der Probe reflektierte Licht noch im Ultrahochvakuum bei kryogenen Temperaturen detektiert werden. In **Kapitel 9** werden entsprechende Testmessungen vorgestellt.
- Das **Kapitel 10** fasst die vorliegende Arbeit zusammen und gibt einen kleinen Ausblick darauf, wie die Ellipsometrie an der neuen kondensierten $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle verwendet werden könnte. Insbesondere werden konkrete Vorschläge gemacht, wie einzelne Bauteile wie der Kaltkopf aussehen könnten.
- Der **Anhang** in **Kapitel A** zeigt CAD-Zeichnungen von Bauteilen die im Laufe dieser Arbeit für die Ellipsometrie angefertigt wurden.

2. Motivation

Um die Neutrinomasse zu messen wurde das KATRIN-Experiment konzipiert. Um die geforderte Sensitivität von $200 \frac{\text{meV}}{c^2}$ erreichen zu können wurde eine $^{83\text{m}}\text{Kr}$ - Konversionselektronenquelle (CKrS, Condensed Krypton Source) konzipiert. Sie dient dem KATRIN-Experiment zur Energiekalibration. Die CKrS umfasst unter anderem einen Ellipsometrie-Aufbau. Ein funktionsfähiger Aufbau wurde bereits von Anne Wegmann realisiert [Weg10]. Dieser ist in seiner Konzeption nicht kompatibel mit dem KATRIN-Experiment. Die folgenden Punkte sollen die nötigen Modifikationen des bestehenden Aufbaus genauer beleuchten:

1. Ellipsometriemessungen in der CPS

Während eines Kalibrationsvorgangs wird der Kaltkopf der CKrS in die kryogene Pumpstrecke (CPS) eingelassen. Dort soll die Reinheit des Substrats garantiert sein. Als Folge dessen muss auch dort die Ellipsometrie während eines Kalibrationsvorgangs innerhalb der CPS stattfinden können. Die CPS besitzt am Zugangsflansch eine Temperatur von 77K - die Möglichkeit Vakuumfenster anzubringen bietet sich nicht. Der Zugangsflansch stellt die einzige Möglichkeit dar, den Laserstrahl in die Substratregion zu bringen.

2. Ellipsometrie über Spiegel

Der Laserstrahl soll unter einem Winkel von 60° zur Substratnormalen auf dieses einfallen. Bei der Einkopplung des Lasers in die CPS ist der Strahl jedoch parallel zur Substratoberfläche. Der Strahl muss daher mindestens einmal mittels eines Spiegels umgelenkt werden (vergleiche dazu Abbildung 2.1). Je nach Bauhöhe der neuen CKrS kann der gesamte Ellipsometrie-Aufbau oberhalb der Kryptonquelle platziert werden. Sollte dies nicht möglich sein, wird eine zweite Ablenkung des Lasers nötig.

3. Analysator bei kryogener Umgebung

Bisherige Ellipsometrie-Experimente zeigten eine deutliche Aufstreuung des Lasers nach dessen Reflexion am Substrat. Bei einer Rückführung des reflektierten Strahls aus der CPS heraus wäre es daher nicht möglich den Strahl über seinen gesamten Durchmesser zu erfassen - zu viel Licht würde verloren gehen. Dies macht die Detektion und damit die Analyse des Lichts innerhalb der CPS bei Temperaturen von ca. 80K unumgänglich.

4. Miniaturisierung des Kaltkopfes

Mittels der Konversionselektronen des $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Zerfalls soll die Transmissionsfunktion der beiden Spektrometer experimentell überprüft werden. Dazu ist es nötig den Flussschlauch abzuscannen um die 148 Pixel des Detektors zu illuminieren. Der Flussschlauch besitzt in der Mitte des CF250-Zugangsflansches einen Durchmesser

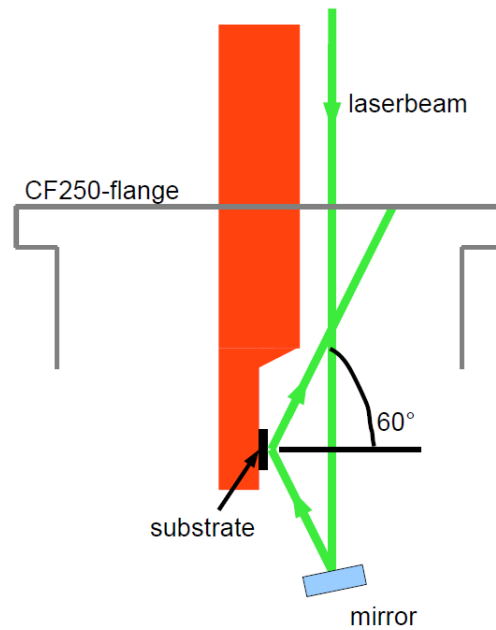


Abbildung 2.1.: **Strahlengang nahe des Substrats**; da der Laserstrahl nur parallel zur Substratoberfläche eingekoppelt werden kann, wird mindestens ein Spiegel zur Umlenkung benötigt.

von ca. 73mm. Um einen Kontakt zwischen Kaltfinger und Flanschinnenwand zu vermeiden muss der Kaltkopf miniaturisiert werden.

5. Alternative Ellipsometrievarianten

Die Miniaturisierung des Kaltkopfes wie auch die Positionierung des Analysators nahe des Substrats lassen eine Rotation des Analysators nicht zu. Daher soll eine Variante betrachtet werden, die den Kompensator anstelle des Analysators als zweites, rotierendes Element besitzt.

Ausserdem soll eine Möglichkeit zur Bestimmung dünner Schichten überprüft werden, bei der nur der Polarisator rotiert wird.

3. Das KATRIN-Experiment

3.1. Der β -Zerfall des Tritiums

Der β^- -Zerfall beruht auf der Umwandlung eines Neutrons im Kern des Tritiums zu einem Proton. Dabei werden auch ein Elektron sowie ein Elektronantineutrino emittiert. Die Massenzahl A ändert sich im Gegensatz zur Ladungszahl Z nicht:

$${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^A_{Z+1}\text{Y}^+ + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (3.1)$$

Die dabei freiwerdende Zerfallsenergie Q verteilt sich im wesentlichen auf das entstandene Elektron und das Elektronantineutrino. Der Energieübertrag auf den Tochterkern ${}^A_{Z+1}\text{Y}^+$ kann aufgrund seiner deutlich höheren Masse vernachlässigt werden.

Das KATRIN-Experiment verwendet Tritium als Quellenisotop. Es handelt sich dabei um ein schweres Isotop des Wasserstoffs mit einem Proton und zwei Neutronen. Mit der in Gleichung 3.1 dargestellten Zerfallsgleichung erkennt man, dass Helium-3 als Tochterkern entsteht. Dieser besteht aus zwei Protonen und einem Neutron¹. Die Masse des Elektronantineutrinos kann über das Energiespektrum der Zerfallselektronen ermittelt werden. Man betrachte dazu die Zerfallsrate innerhalb des Energieintervalls $[E; E + dE]$, welche durch Fermis Goldene Regel gegeben ist zu

$$\frac{dE^2}{dt dE} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}|^2 \rho(E), \quad (3.2)$$

mit Kernatrixelement \mathcal{M} und der Phasenraumdichte der möglichen Endzustände $\rho(E)$. Das Energiespektrum der Zerfallselektronen lautet nach [Alt03]

$$\frac{dE^2}{dt dE} = R(E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\bar{\nu}_e}^2 c^4} \Theta(E_0 - E - m_{\bar{\nu}_e} c^2), \quad (3.3)$$

mit der Funktion

$$R(E) = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^5} \cos^2(\theta_C) |\mathcal{M}|^2 F(Z + 1, E) p(E + m_e c^2) (E_0 - E). \quad (3.4)$$

Wobei

- G_F die Fermi-Kopplungskonstante,
- θ_C den Cabibbo-Winkel,

¹Da Helium-3 genau so viele Neutronen (Protonen) wie Tritium Protonen (Neutronen) besitzt, sagt man auch, Helium-3 ist der *Spiegelkern* zu Tritium.

- $F(Z,E)$ die Fermi-Funktion²,
- p dem Impuls,
- E die Energie des Zerfallselektrons,
- E_0 die Endpunktsenergie des Energiespektrums,
- m_e^2 die Ruheenergie des Elektrons und
- $m_{\bar{\nu}_e}$ die Ruheenergie des Elektronantineutrinos

bezeichnen. Die Funktion $\Theta(E_0 - E - m_{\bar{\nu}_e}c^2)$ gewährleistet die Energieerhaltung.

3.2. Bestimmung der Masse des Elektronantineutrinos aus dem Tritiumzerfall

Die Bestimmung der Neutrinomasse gelingt über die Form der Endpunktsregion des Zerfallsspektrums (siehe Abbildung 3.1). Zur experimentellen Bestimmung der Neutrino-

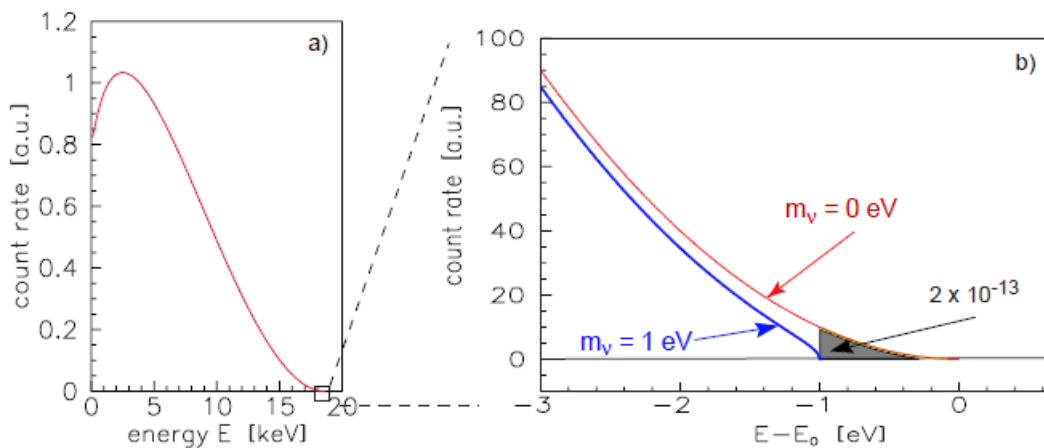


Abbildung 3.1.: **Energiespektrum der Zerfallselektronen**; Aufgetragen ist die Zählrate als Funktion der kinetischen Energie der Zerfallselektronen. Links ist das vollständige β -Spektrum des Tritiumzerfalls gezeigt, rechts der Bereich des Spektrums beginnend bei 3 eV unterhalb des Endpunktes. Sollte das beim Tritiumzerfall entstandene Elektronantineutrino masselos sein, erhält man das rote Spektrum. Für eine Masse von 1eV die blaue Kurve. (Abbildung aus [KAT04])

masse bietet sich insbesondere Tritium an. Es besitzt eine besonders niedrige Endpunktenergie von 18,6 keV. Allerdings entfallen trotzdem nur $2 \cdot 10^{-13}$ aller Zerfallselektronen in das Energieintervall 1 eV unterhalb des Endpunktes. Um in diesem Bereich dennoch

²Die Fermi-Funktion trägt der Coulomb-Wechselwirkung zwischen Tochterkern und Zerfallselektron Rechnung.

eine genügend hohe Zählrate zu erhalten ist eine Quelle mit hoher Luminosität erforderlich. Die Halbwertszeit des Tritiums von 12,3 Jahren ist hier von Vorteil. T_2 besitzt eine besonders einfache elektronische Struktur und Wechselwirkungen der Zerfallselektronen mit den Elektronen der Hülle lassen sich gut berechnen. Die Anforderungen an das Experiment sind hoch:

- geringer experimenteller Untergrund
- geringe Energieverluste der Elektronen durch Streuung in der Quelle
- hohe Luminosität der Quelle
- große Akzeptanz und Energieauflösung des Spektrometers

Erfüllt werden diese mit einer fensterlosen Tritiumquelle und einem Spektrometer vom Typ des MAC-E-Filters (magnetic adiabatic collimation with electrostatic Filter). Dieser wurde bereits beim Mainzer Neutrinomassenexperiment und später auch in Troisk eingesetzt. Diese Experimente lieferten Obergrenzen für die Masse des Neutrinos:

$$\text{Mainz: } m_\nu < 2,3 \frac{eV}{c^2} \quad (95\%C.L.) \quad [\text{Kra05}]$$

$$\text{Troisk: } m_\nu < 2,1 \frac{eV}{c^2} \quad (95\%C.L.) \quad [\text{Lob03}]$$

3.3. Aufbau des KATRIN-Experiments

Der Aufbau des Experiments ist in Abbildung 3.2 gezeigt. Er besteht im wesentlichen aus einer gasförmigen Tritiumquelle (a), der Transportsektion bestehend aus einer differenziellen und kryogenen Pumfstrecke (b). Ich schließen sich Vor- (c) und Hauptspektrometer (d) an. Der Aufbau endet mit dem Detektor (e). Im Folgenden werden die einzelnen Abschnitte und ihre Funktionen erläutert.

3.4. Die fensterlose gasförmige Tritiumquelle

Als Quelle für die Elektronen des β -Zerfalls wird Tritium verwendet. Es bietet eine hohe spezifische Aktivität und eine einfach elektronische Struktur.

Die fensterlose gasförmige Tritiumquelle (WGTS, windowless gaseous tritium source) besteht aus einem 10 m langen und 90 mm durchmessenden Rohr, welches das Tritium beinhaltet. In der Mitte des Rohres wird das molekulare Tritium bei einem Einlassdruck von $3,4 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$ in die WGTS eingelassen. Die Isotopenreinheit des Gases ist $> 95\%$ und wird per Laser-Raman-Spektroskopie überwacht. Nach der Injektion diffundiert das Tritium zu den beiden Enden des Rohres, wobei der Druck auf ca. $4 \cdot 10^{-5} \text{ mbar}$ abfällt. Innerhalb der WGTS wird das Gas auf $(27 \pm 0,03) \text{ K}$ gekühlt.

Die Zerfallselektronen werden von einem konstanten magnetischen Flussschlauch von

$$\Phi = B \cdot A = 191 \text{ Tcm}^2 \quad (3.5)$$

durch die folgenden Abschnitte bis zum Detektor geführt. [KAT04]

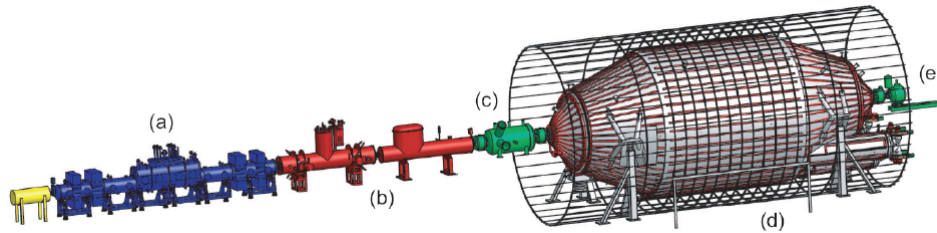


Abbildung 3.2.: **Überblick über die Hauptkomponenten des KATRIN-Experiments**; Der Tritiumzerfall findet in der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle WGTS (windowless gaseous tritium source) (a) statt. Ihr schließt sich die Transportsektion an. Sie besteht aus einer differentiellen und einer kryogenen Pumpstrecke (DPS und CPS) (b). Dem folgen Vor- (c) und Hauptspektrometer (d), bevor die Zerfallselektronen zum Detektor (e) gelangen. Der gesamte Aufbau misst ca. 70m in der Länge. (Abbildung aus [Zac09])

3.5. Das Transportsystem - DPS und CPS

Die vom Detektor registrierte Untergrundzählrate soll geringer als 10 mHz betragen. Daher muss der Tritiumfluss geeignet unterdrückt werden damit keine Tritiummoleküle in das Hauptspektrometer gelangen. Um dies zu gewährleisten, schließen sich der WGTS zwei Pumpstrecken an: Die differenzielle Pumpstrecke-2F³ (DPS, Differential Pumping Section) und die Kryopumpstrecke (CPS, Cryogenic Pumping Section). Erstere besteht aus einem vierfach abgewinkelterm Rohr, an dessen Knickpunkten sich Turbomolekularpumpen befinden (siehe Abbildung 3.3). Jedes der fünf Modulrohre ist 1m lang und besitzt einen Durchmesser von 75mm. Die Elektronen werden durch den Flussschlauch durch die verwinkelte DPS geführt, während die ungeladenen Tritium-Moleküle das Magnetfeld von 5,6T nicht wahrnehmen. Sie kollidieren mit den Innenwänden der DPS und werden abgepumpt.

Auch die CPS besteht aus einem mehrfach abgewinkelterm Vakuumrohr (siehe Abbildung 3.4). Dieses ist an seinen Innenwänden mit 3K kaltem Argonfrost belegt. Argon bildet bei solchen Temperaturen nadelartige Strukturen aus. Die Oberfläche wird somit vergrößert und die Wahrscheinlichkeit ein Tritiummolekül zu adsorbieren steigt. Wie schon in der DPS kommen die Elektronen mit den Wänden der CPS nicht in Kontakt - sie werden auch hier entlang der Feldlinien durch die CPS geführt. Am Ende der Transportsektion wird der Tritiumfluss auf unter $10^{-14} \frac{\text{mbar} \cdot \text{l}}{\text{s}}$ abgefallen sein [KAT04].

3.6. Funktionsprinzip des MAC-E-Filter

Das Konzept des MAC-E-Filters (Magnetic Adiabatic Collimation with Electrostatic Filter) vereinigt eine hohe Akzeptanz mit einem hohen Auflösungsvermögen. Schon bei

³Der Anhang 2F bedeutet, dass die die DPS eigentlich zweiteilig ist. Der erste Teil ist in die WGTS integriert. Das F steht für „forward“.

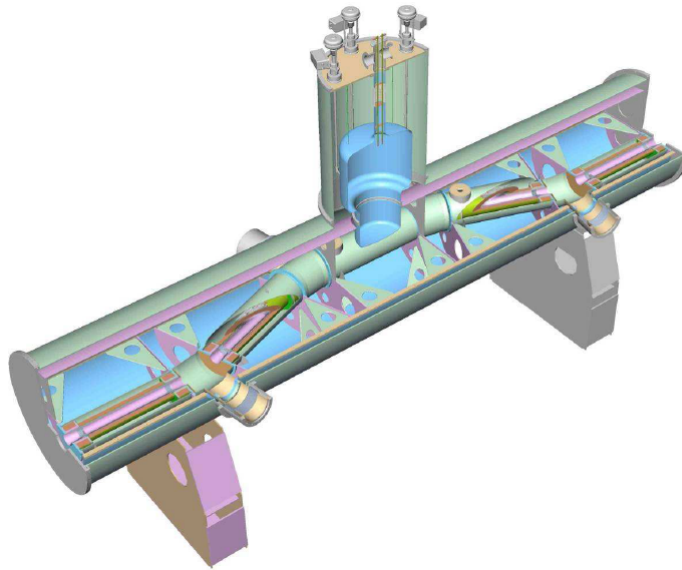


Abbildung 3.3.: **Schematische Darstellung der Differentiellen Pumpstrecke DPS**; Jeweils an den Knickpunkten des Vakuumrohres befinden sich Turbomolekularpumpen, welche die Rest-Tritiummoleküle abpumpen. (Abbildung aus [KAT04])

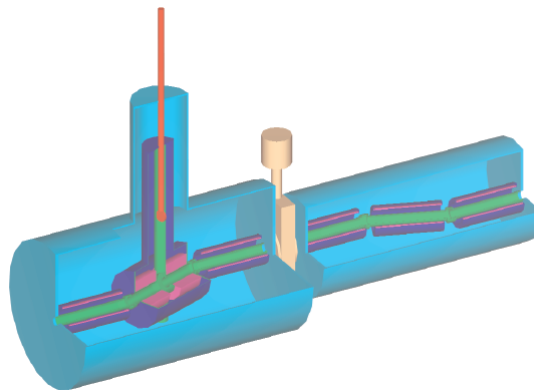


Abbildung 3.4.: **Schematische Darstellung der kryogenen Pumpstrecke CPS**; Die Innenwände des Vakuumrohres werden mit Argonfrost belegt. Dieser adsorbiert Restgasmoleküle und reduziert den Tritiumfluss am Ende der Transportsektion schließlich auf unter $10^{-14} \frac{\text{mbar} \cdot \text{l}}{\text{s}}$. (Abbildung aus [KAT04])

den Vorläuferexperimenten zur Bestimmung der Neutrinomasse kam er zum Einsatz.

Am Ein- und Ausgang des Spektrometers befindet sich je ein supraleitender Magnet.

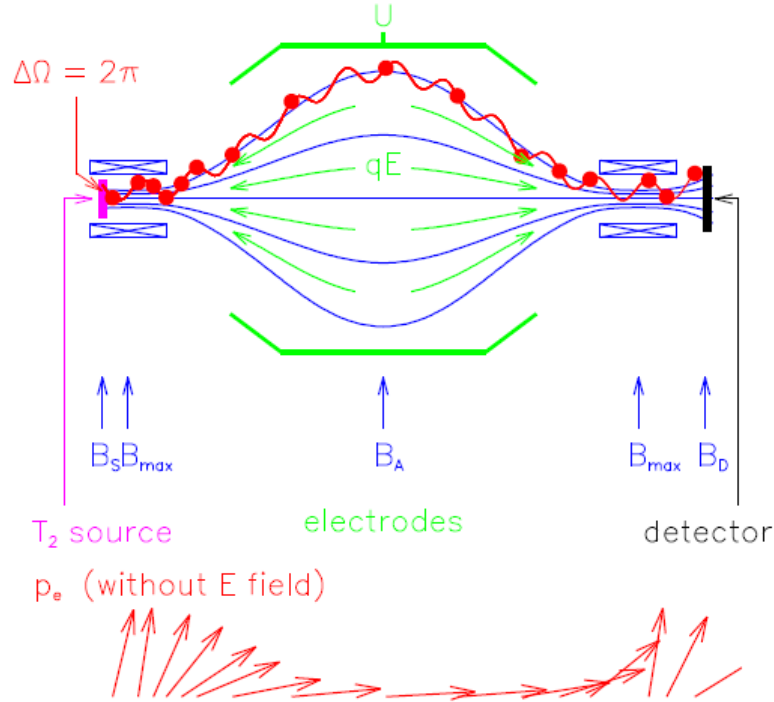


Abbildung 3.5.: **Das Prinzip des MAC-E-Filters**; Die adiabatisch geführten Elektronen vollführen eine Zyklotronbewegung um die Linien des magnetischen Führungsfeldes. Mittig, in der Analysierebene, ist das Magnetfeld minimal und die Elektronen bewegen sich im wesentlichen parallel zu den Feldlinien. Durch Anlegen einer Retardierungsspannung U wird ein Gegenfeld erzeugt, welches die Energieselektion der Elektronen gestattet: Gilt für die Energie eines Elektrons $E_{||} > -qU_0$ gelangt es zum Detektor und wird registriert. (Abbildung aus [KAT04])

Die Komponente E_{\perp} der kinetischen Energie eines Elektrons

$$\begin{aligned} E_{kin} &= E_{\perp} + E_{||} \\ &= E_{kin} \sin^2(\theta) + E_{kin} \cos^2(\theta) \end{aligned} \quad (3.6)$$

ist gerade die Energie, welche auf die Zyklotronbewegung entfällt. Dabei ist θ der zwischen Impulsrichtung und Magnetfeldlinie eingeschlossene Winkel. In der sich auf der halben Strecke befindlichen Analysierebene zwischen den beiden Solenoiden ist das Magnetfeld minimal. Die Zyklotronbewegung wird daher durch die Gradientenkraft

$$\vec{F}_{\nabla} = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}), \quad (3.7)$$

zu einer Longitudinalbewegung transformiert, wie in Abbildung 3.5 durch die roten Impulsvektoren veranschaulicht wird. Die Abnahme des Magnetfeldes geschieht relativ langsam und damit adiabatisch. Daher kann das magnetische Moment μ als konstant

angesehen werden. Es gilt also

$$\mu = \frac{E_{\perp}}{B} = \text{const.} \quad (3.8)$$

In der Analysierebene entsteht daher ein zum Magnetfeld paralleler Elektronenstrahl. An den gesamten inneren Wandflächen des Spektrometers wird eine zweilagige Drahtelektrode angebracht [Hil11]. Durch Variation einer Retardierungsspannung U_0 zwischen Quell- und Elektrodenpotential wird ein Spektrum gewonnen. Der parallele Elektronenstrahl trifft in der Analysierebene auf das von der Retardierungsspannung hervorgerufene, elektrostatische Potential, an welchem die niederenergetische Elektronen reflektiert werden. Elektronen, welche die Bedingung

$$E_{\parallel} > -eU_0 \quad (3.9)$$

erfüllen, überwinden das Gegenpotential und gelangen zum Detektor.

Aus Gleichung 3.8 ergibt sich das relative Auflösungsvermögen des Spektrometers zu

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{B_{\min}}{B_{\max}} \quad (3.10)$$

mit dem Magnetfeld in der Analysierebene B_{\min} , und dem maximalen Magnetfeld B_{\max} hinter dem Detektor⁴. Um das Signal jener Elektronen zu unterdrücken, welche innerhalb der Quelle einen längeren Weg zurücklegen und damit eine hohe Streuwahrscheinlichkeit haben, befindet sich die Tritiumquelle in einem Magnetfeld $B_S < B_{\max}$. Letzteres Feld limitiert den maximal akzeptierten Startwinkel der Elektronen θ_{\max} durch den magnetischen Flascheneffekt zu

$$\sin(\theta_{\max}) = \sqrt{\frac{B_S}{B_{\max}}}. \quad (3.11)$$

Im Fall des KATRIN-Experiments beträgt $\theta_{\max} = 50,77^\circ$. Es ergibt sich damit die analytische Transmissionsfunktion [Pic92]

$$T(E_S, U_0) = \begin{cases} 0 & \text{für } E_S < qU_0 \\ \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{E_S - qU_0}{E_S} \frac{B_S}{B_{\min}}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{B_S}{B_{\min}}}} & \text{für } qU_0 \leq E_S \leq qU_0 \frac{B_{\max}}{B_{\max} - B_{\min}} \\ 1 & \text{für } E_S > qU_0 \frac{B_{\max}}{B_{\max} - B_{\min}} \end{cases} \quad (3.12)$$

mit der Energie der Zerfallselektronen an ihrem Entstehungsort E_S . Vor- und Hauptspektrometer des KATRIN-Experiments arbeiten nach der vorgestellten Funktionsweise des MAC-E-Filters.

3.7. Vor- und Hauptspektrometer

Der Transportsektion schließen sich Vor- und Hauptspektrometer an, die beide nach dem Prinzip des MAC-E-Filters funktionieren. Ersteres, gezeigt in Abbildung 3.6, ist

⁴Dort befindet sich noch der Pinchmagnet.

ein zylindrischer Vakuumtank mit einer Länge von 3,38 m und einem Innendurchmesser von 1,68 m. Der Druck im Inneren des Spektrometers wird 10^{-11} mbar betragen. Seine Funktion ist analog zu einem Hochpassfilter - nur hochenergetische Elektronen können das Vorspektrometer passieren und gelangen in das sich anschließende Hauptspektrometer. Diese Selektion gelingt indem das Vorspektrometer auf ein geringfügig positiveres Potential als das Hauptspektrometer gelegt wird. Beträgt diese Potentialdifferenz 300 V, passieren nur solche Elektronen das Vorspektrometer, welche die letzten 300 eV des β -Spektrums bevölkern. Durch die so vollzogene Vorauslese wird der Elektronenfluss von ursprünglich $10^{10} \frac{e^-}{s}$ auf $10^3 \frac{e^-}{s}$ reduziert. Zudem stellte das Vorspektrometer eine Mög-



Abbildung 3.6.: **Das ca. 3,4 m lange Vorspektrometer**; Es schließt sich der Transportsektion an und dient dazu niederenergetische Zerfallselektronen zu reflektieren.(Abbildung aus [KAT04])

lichkeit dar, viele Effekte, die auch für das Hauptspektrometer eine Rolle spielen, im Vorfeld zu untersuchen. Exemplarisch sei hier die Existenz von Penningfallen genannt, die eine Erhöhung des Untergrundes zur Folge haben können [Zac09]. Am Ein- und Ausgangsflansch des Vorspektrometers befinden sich Solenoide die ein Magnetfeld von 4,5 T erzeugen. In der Analysierebene sinkt dieses auf ca. 20 mT ab. Nach Gleichung 3.10 beträgt die Energieauflösung des Vorspektrometers damit 83 eV am Endpunkt des Zerfallsspektrums. Im Gegensatz zum Hauptspektrometer wird das Vorspektrometer bei einem festen Retardierungspotential betrieben werden.

Das Herzstück des KATRIN-Experiments bildet das 23,28 m lange und im Inneren 9,8 m durchmessende Hauptspektrometer, welches in Abbildung 3.7 gezeigt ist. Die Dimensionierung ergibt sich durch die geforderte Auflösung, beschrieben durch Gleichung 3.10. In der Analysierebene wird das Magnetfeld $3 \cdot 10^{-4}$ T betragen. Damit ergibt sich am Endpunkt des Spektrums eine Auflösung von 0,93 eV. Wie auch im Vorspektrometer beträgt der angestrebte Druck 10^{-11} mbar.

Im Inneren des Spektrometers wird eine zweilagige Drahtelektrode angebracht. Sie ist



Abbildung 3.7.: **Das KATRIN-Hauptspektrometer**; Die Aufnahme entstand während des Transports vom Rheinhafen Leopoldshafen zum Forschungszentrum Karlsruhe. (Abbildung aus [FZK])

in einzelne Module unterteilt, welche die gesamte Innenwand des Hauptspektrometers auskleiden. Die Drahtelektrode soll die folgenden Aufgaben erfüllen:

1. Generation des Retardierungsfeldes
Durch Änderung der an der Drahtelektrode angelegten Spannung wird das Retardierungspotential variiert⁵.
2. Reduktion des Untergrundes
Durch kosmische Myonen können Elektronen aus der Tankwand geschlagen werden und in den Flusslauch gelangen. Ebenso können durch radioaktive Zerfälle in der Tankwand Zerfallselektronen in das Spektrometer gelangen. Solche Elektronen stellen ein Untergrundsignal dar, dass es zu reduzieren gilt. Realisiert wird dies, indem die Drahtelektrode auf einem geringfügig negativeren Potential als die Tankwand gehalten wird.
3. Erzeugung eines Dipolmoments
Um in Penning-Fallen gefangene Elektronen entfernen zu können, bietet die Drahtelektrode die Möglichkeit sie im Dipolmodus zu betreiben. Wird ein Dipolfeld angelegt, erfahren die gefangenen Elektronen eine $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift.

Für weitere Details sei auf [Hil11], [Hug08] sowie [Val09] verwiesen.

⁵Alternativ dazu kann auch das Potential der Quelle variiert werden.

3.8. Detektor

Um die hochenergetischen Zerfallselektronen, welche das Gegenpotential überwinden konnten, nachzuweisen findet ein Detektor nach Bauart einer Si-PIN-Diode Verwendung. Da davon ausgegangen werden muss, dass das Magnetfeld nicht vollkommen homogen ist, ist der Detektor in 148 Pixel unterteilt, welche alle dieselbe Fläche besitzen. Das Zentrum des Detektors ist in 4 Pixel segmentiert, die restliche Fläche besteht aus 12 Ringen, die wiederum in 12 Ringbögen gegliedert sind, wie in Abbildung 3.8 dargestellt. Diese Unterteilung bietet die Möglichkeit eventuelle Inhomogenitäten des elektrischen und magnetischen Feldes in der Analysierebene in der Auswertung zu berücksichtigen. Der Durchmesser des Detektors beträgt 9cm. An ihn werden die folgenden Anforderungen gestellt:

- hohe Nachweiseffizienz für Elektronen
- gute Energieauflösung
- geringe Untergrundzählrate

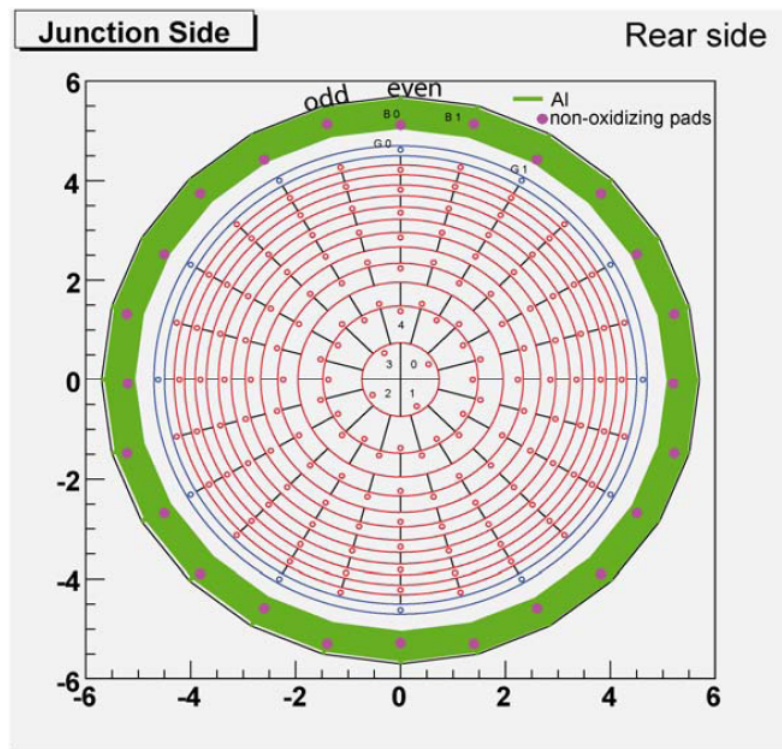


Abbildung 3.8.: **Der 148-Pixel-Detektor**; Er ist in das viergeteilte Zentrum und 12 weitere Ringe unterteilt. Jeder der Ringe teilt sich weiter in 12 Pixel, wobei alle Pixel identische Flächen besitzen. (Abbildung aus [Ste07])

4. Die kondensierte $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Konversionselektronenquelle

Die kondensierte Kryptonquelle (siehe Abbildung 4.1) dient zur Energiekalibration des KATRIN-Experiments. Sie besteht im wesentlichen aus

- $^{83\text{m}}\text{Rb}$ -Quelle
- Gassystem
- Kryosystem
- HOPG-Substrat
- Ellipsometrie

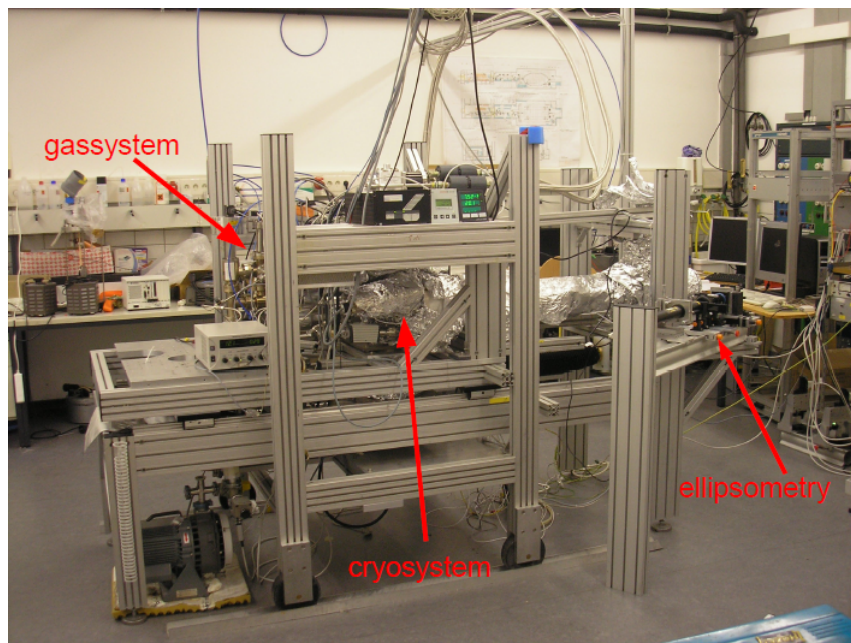


Abbildung 4.1.: Die kondensierte Kryptonquelle

Diese werden im folgenden vorgestellt.

4.1. Die Energie der Konversionselektronen als natürlicher Standard

Das für die Kryptonquelle verwendete $^{83\text{m}}\text{Kr}$ entsteht durch den Zerfall von ^{83}Rb . Das Zerfallsschema ist in Abbildung 4.2 gezeigt. Bei $^{83\text{m}}\text{Kr}$ handelt es sich um einen metastabilen Zustand. Durch elektromagnetische Wechselwirkung des Kerns mit den Elektronen der Hülle regt sich der Kern ab. Dies geschieht vorwiegend, wenn die Emission eines γ -Quants stark unterdrückt ist. Im Falle der inneren Konversion überträgt sich Energie auf ein Elektron, das dann das Atom verlassen kann. Es besitzt die kinetische Energie¹

$$E_{kin} = E_{\gamma} - E_B^{Vak} \quad (4.1)$$

mit E_{γ} als Anregungsenergie des Kerns und E_B^{Vak} als Bindungsenergie des Elektrons bezüglich des Vakuumniveaus. Im Fall von $^{83\text{m}}\text{Kr}$ überträgt sich die Anregungsenergie des Kerns vorwiegend auf ein Elektron der K-Schale. Der Prozess besitzt einen Kon-

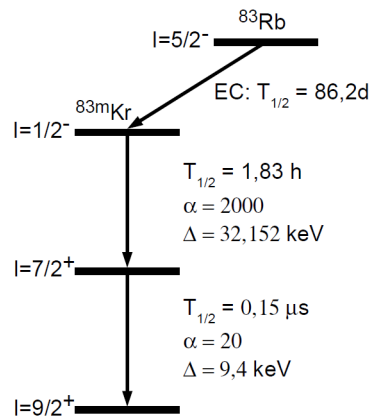


Abbildung 4.2.: **Zerfallsschema von ^{83}Rb** ; Es zerfällt durch Elektroneneinfang mit einer Halbwertszeit von 86,2 d in $^{83\text{m}}\text{Kr}$. Der angeregte, metastabile Zustand zerfällt unter Emission von Konversionselektronen mit einer Halbwertszeit von 1,83 h.

versionskoeffizienten von $\alpha = 2000$, die Aussendung eines Konversionselektrons ist also 2000-Mal so wahrscheinlich wie die Emission eines γ -Quants. Die Energie der Konversionselektronen der K-Schale beträgt 17,824 keV mit einer natürlichen Linienbreite von 2,83 eV.

4.2. Das Gassystem

Das Gassystem (Abbildung 4.3) dient als Reservoir für stabiles bzw. radioaktives Krypton. Ersteres wird für Testmessungen der Ellipsometrie und des Gassystems selber [Sch11] verwendet. Der gesamte Einlass von stabilem Krypton gestaltet sich wie folgt:

¹Es ist zu beachten, dass Gleichung 4.1 nur für freie Atome gilt. Werden dagegen die Atome auf ein Substrat kondensiert, müssen weitere Einflüsse berücksichtigt werden, wie etwa die Austrittsarbeit des Substrats. Für weitere Details sei auf [Ost09] verwiesen.

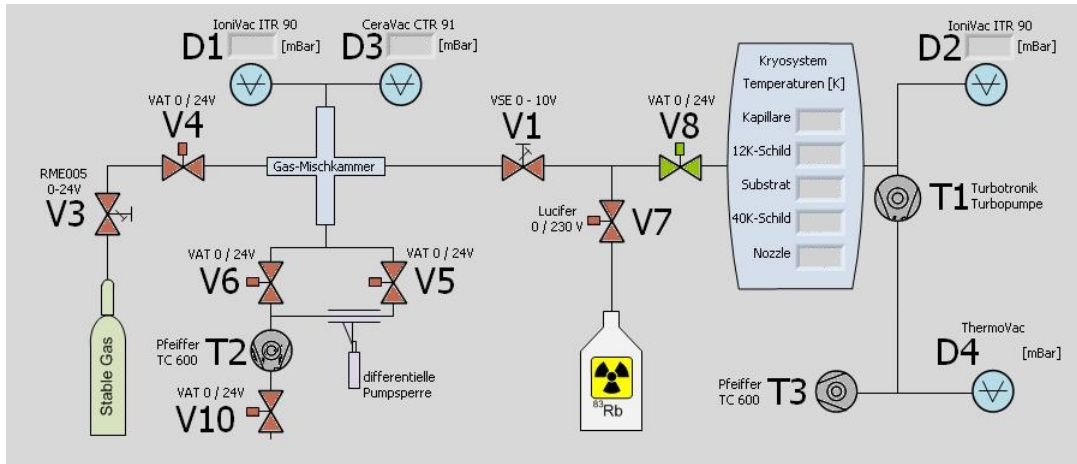


Abbildung 4.3.: **Das Gassystem**; Das stabile Krypton wird über die Ventile V3 und V4 in die als Reservoir dienende Mischkammer gelassen. Das Auffrieren von Kryptonfilmen auf dem Substrat geschieht über das Regelventil V1 und das O/C-Ventil V8. Radioaktives Krypton kann von der Rubidium-Quelle über die Ventile V7 und V1 (bei geschlossenem Ventil V8) in die Mischkammer eingelassen werden. Das Aufbringen von diesem geschieht auch in diesem Fall über die Ventile V1 und V8, nun bei geschlossenem Ventil V7.

Das stabile Krypton befindet sich in einer Gasflasche. Über die Ventile V3 und V4 wird dieses in die Mischkammer eingelassen. Die Verbindung zwischen Gassystem und Kryosystem ist eine Kapillare, durch welche das Krypton zum Substrat geleitet wird. Die Mischkammer ist von der Kapillare durch die Ventile V1 und V8 getrennt. Bei Ventil V1 handelt es sich um ein Ganzmetallregelventil, welches den Gaseinlass kontrolliert. Das Ventil V8 ist ein O/C-Ventil. Der typische Druck in der Mischkammer liegt bei etwa 1 mbar, der im Kryosystem bei $< 5 \cdot 10^{-10}$ mbar. Der Einlassdruck wird also im wesentlichen vom im Gassystem vorherrschenden Druck bestimmt. Die geflossene Gasmenge Q wird durch

$$Q = L \cdot \Delta p, \quad (4.2)$$

mit dem Leitwert L und der Druckdifferenz Δp zwischen Gassystem und Kryosystem, bestimmt.

Als Lieferant für radioaktives Krypton befindet sich eine ^{83}Rb -Quelle an der CKrS. Möchte man radioaktives Krypton in das Gassystem einlassen, wird das Ventil V8 geschlossen um Gassystem und Kryosystem voneinander zu trennen. Über die geöffneten Ventile V7 und V1 kann dann das radioaktive Krypton in die Mischkammer eingelassen werden.

4.3. Das Kryosystem

Das Kryosystem besteht im wesentlichen aus einer Kälmaschine und dem Substratbereich. Letzterer ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Bei der Kälmaschine handelt es sich um

eine zweistufige Gifford-McMahon-Kältemaschine der Firma Sumitomo. Als Kühlmittel fungiert Helium. Die erste Stufe besitzt eine Kühlleistung von 34 W bei einer Temperatur von 40 K, die zweite besitzt 1 W Kühlleistung bei einer Temperatur von 4 K. Die erste Stufe kühlt das äußere Kaltschild. Seine Temperatur beträgt typischerweise ca. 125 K. Die zweite Stufe ist für die Kühlung des HOPG-Substrats zuständig - es ist an diese Stufe thermisch angekoppelt, wie auch das innere Kaltschild. Das innere Kaltschild besitzt Temperaturen von typischerweise 12 K und ist damit geringfügig kälter als das Substrat. Beide Kaltschilde dienen dazu das Substrat von äußerer, thermischer Strahlung abzuschirmen. Das innere Kaltschild adsorbiert mit seiner tiefen Temperatur zusätzlich Restgasatome, bevor diese das Substrat erreichen und verunreinigen können. Die Temperatur des Substrats ist durch einen Heizwiderstand regelbar. Die Kaltschilde besitzen stirnseitig jeweils eine Bohrung für die Konversionselektronen sowie seitlich links und rechts je eine Bohrung für den einfallenden und reflektierten Strahl des Ellipsometrielasers. Diese Öffnungen können auch für das Einkoppeln eines Ablationslasers verwendet werden um die Substratoberfläche effektiv zu reinigen. Das Substrat ist mit

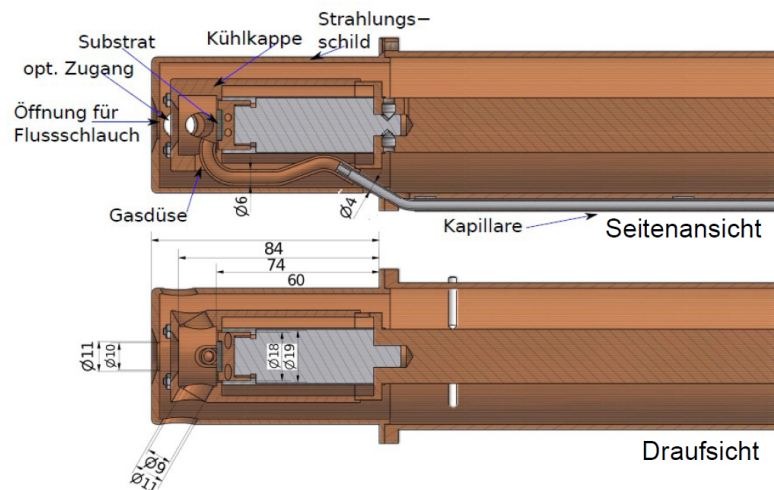


Abbildung 4.4.: **Der Substratbereich des Kühlfingers**; Das Substrat wird über einen Edelstahlfinger mit dem eigentlichen Kühlfinger aus Kupfer verbunden, um dieses geringfügig gegenüber dem inneren Kaltschild zu isolieren. Über die Kapillare und die Gasdüse wird das Krypton zum Substrat geleitet. Über die optischen Zugänge wird der Ellipsometrielaser eingekoppelt. (Abbildung aus [Ost09])

einem nicht ausgasenden, elektrisch leitenden 2-Komponenten-Expoxidkleber auf einen kupfernen Substrathalter aufgebracht. Dieser wird auf einen Edelstahlfinger geschraubt, welcher das Verbindungsglied zu dem Kaltfinger aus Kupfer ist. Dieser Edelstahlfinger dient mit seiner geringeren thermischen Leitfähigkeit dazu, das Substrat gegenüber dem inneren Kaltschild geringfügig thermisch zu isolieren. Auf diese Weise wird die oben beschriebene Temperaturdifferenz zwischen Substrat und Kaltschild erzielt (vergleiche [Ost09]).

4.4. Das HOPG-Substrat und seine Eigenschaften

Graphit besitzt eine hexagonale Gitterstruktur (siehe Abbildung 4.5). Innerhalb dieses planparallelen Aufbaus besteht jede Schicht aus regelmäßigen Sechsecken (Benzolstruktur). Die Kohlenstoffatome sind sp^2 -hybridisiert. Übereinander liegende Schichten sind so angeordnet, dass eine Schicht A um eine halbe Flächendiagonale gegenüber Schicht B verschoben ist. Damit erhält man die Schichtfolge AB AB... [Ber05]. Der Abstand zweier Schichten beträgt 3,54 Angström und der Abstand zwischen zwei Kohlenstoffatomen in einer Ebene 2,46 Angström. Die Schichten sind untereinander durch van-der-Waals-Kräfte gebunden und damit leicht voneinander trennbar. Das HOPG² ist kein Einkris-

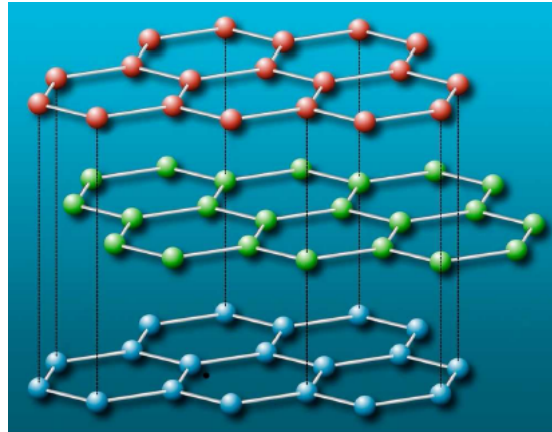


Abbildung 4.5.: **Struktur des HOPG-Substrats**; Graphit besitzt eine hexagonale Elementarzelle. Der Abstand zweier Ebenen beträgt 3,54 Angström, innerhalb einer Ebene besitzen die Kohlenstoffatome einen Abstand von 2,46 Angström zueinander. (Abbildung aus [Ost09])

tall. Es besitzt eine polykristalline Struktur und besteht somit aus mehreren „Körnern“. Ihre Größe hängt stark von der Qualität des Substrats ab, die beste Qualität³ erreicht Korngrößen bis 10 mm bei einem Mosaikwinkel von $0,4^\circ \pm 0,1^\circ$. Der Mosaikwinkel gibt den Winkel zwischen den Oberflächennormalen zweier solcher Körner an. Die frisch präparierte Oberfläche weist atomare Stufen von etwa 0,2 bis 0,3 nm Höhe neben weiteren Stufen die mehrere Atomlagen Stufenhöhe erreichen [SPI] auf. Bei Graphit handelt es sich um einen uniaxialen Kristall, er ist damit optisch anisotrop. Die Beschreibung der optischen Eigenschaften geschieht also durch einen „gewöhnlichen“ n_o (o für ordinary) und einen „aussergewöhnlichen“ Brechungsindex n_e (e für extraordinary). Alternativ besteht allerdings die Möglichkeit das Substrat durch das „isotropes Äquivalent“, den ordentlichen Brechungsindex der anisotropen Beschreibung, zu betrachten [Vol89]. Er wird im Fitprogramm *elli.cpp* als komplexe Zahl $n' = n + ik$ verwendet. Der Imaginärteil beschreibt die Absorption. Da schon in [Weg10] erfolgreich mit dem isotropen Äquivalent gearbeitet wurde, wurde dies in dieser Arbeit weitergeführt.

²highly oriented pyrolythic graphite

³Sie wird üblicherweise SPI-1 genannt

4.5. Ellipsometrie

Den dritten Teil der CKrS bildet die Ellipsometrie. Es handelt sich dabei um ein optisches Verfahren zur Bestimmung von Schichtdicken. Dies geschieht, indem der Polarisationszustand des Lichtes vor und nach Reflexion an einer Probe betrachtet wird. Sie wird benötigt um die Suberkeit der Substratoberfläche zu überwachen: Sollte über den $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Atomen auf dem HOPG-Substrat Restgas kondensieren, können die Konversionselektronen elastisch an diesen stoßen. Eine Verbreiterung der Energielinie wäre die Konsequenz. Dies würde die Sensitivität des KATRIN-Experiments gefährden. Die Entwicklung eines kryotemperaturtauglichen Ellipsometrie-Aufbaus ist Hauptthema der vorliegenden Arbeit.

5. Theoretische Grundlagen der Ellipsometrie

In diesem Kapitel werden die physikalischen Grundlagen, welche zum Verständnis der Ellipsometrie nötig sind, beschrieben. Wird linear polarisiertes Licht an einer Oberfläche reflektiert, besitzt es nach der Reflexion im allgemeinen einen elliptischen Polarisationszustand. Da Lichtwege umkehrbar sind, existieren Sonderfälle von elliptisch polarisiertem Licht, welches bei Reflexion an einer Oberfläche zu linear polarisiertem Licht werden. Die Polarisationsrichtung lässt sich dann durch Auslöschung des Lichtes mit einem Analysator bestimmen.

Die Schichtdickenmessung mit dem Verfahren der Ellipsometrie basiert darauf, den Polarisationszustand vor und nach Reflexion an einem optischen System zu bestimmen. Um die Ellipsometrie theoretisch beschreiben zu können, bedient man sich der Notation nach Jones: Jedes der optischen Elemente im Strahlengang wird dabei durch eine Matrix beschrieben, welche auf den 2-komponentigen elektrischen Feldvektor \vec{E} des Laserstrahls wirkt. Um das Schichtsystem Vakuum-Film-Substrat beschreiben zu können wird das Verhalten eines Polarisationszustandes an Grenzflächen betrachtet.

5.1. Polarisation von Licht

Die Ausbreitung von Licht ist verknüpft mit der Existenz eines elektrischen und eines magnetischen Feldes. Die Polarisation einer solchen elektromagnetischen Welle wird definiert über die Richtung ihres elektrischen Feldvektors \vec{E} . Allgemein lautet dieser nach [Nol02]

$$\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y, \quad (5.1)$$

mit

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos(kz - \omega t) \\ E_y &= E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Durch die Phasenverschiebung φ ergeben sich drei Sonderfälle, die im Folgenden vorgestellt werden:

- **Lineare Polarisation**

Man spricht von linearer Polarisation einer elektromagnetischen Welle, wenn die Komponenten E_x und E_y in Phase schwingen. Damit ist die Phasenverschiebung ein ganzzahliges Vielfaches von π :

$$\varphi = n\pi \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{Z} \quad (5.3)$$

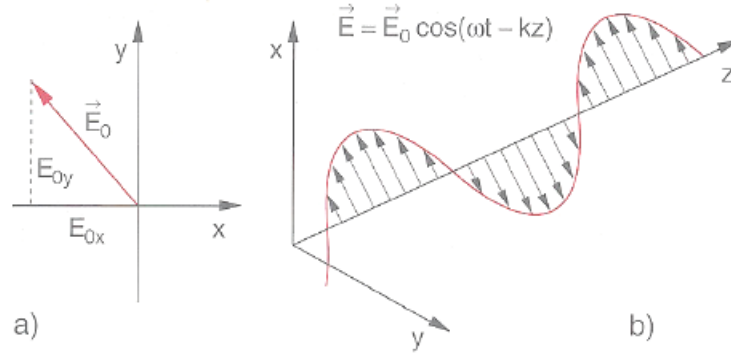


Abbildung 5.1.: **Lineare Polarisation**; Der elektrische Feldvektor \vec{E} setzt sich aus einer in Phase schwingenden x- und y-Komponente zusammen, wie links in (a) dargestellt. Die Welle breitet sich in z-Richtung aus, wie es rechts in (b) gezeigt ist. (Abbildung aus [Dem04])

und man erhält¹

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos(kz - \omega t) \\ E_y &= E_{0y} \cos(kz - \omega t - n\pi). \end{aligned} \quad (5.4)$$

- **Zirkulare Polarisation**

Verschiebt man nun die beiden Komponenten E_x und E_y um

$$\varphi = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z}, \quad (5.5)$$

erhält man rechtszirkular polarisiertes Licht, sofern zusätzlich für die Beträge $|E_{0x}| = |E_y| = E_{0y}$ gilt. Die Situation ist in Abbildung 5.2 schematisch gezeigt. Man erhält also

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos(kz - \omega t) \\ E_y &= E_{0y} \cos(kz - \omega t - (2n + 1) \frac{\pi}{2}), \quad n \in \mathbb{Z}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Die Spitze des elektrischen Feldvektors \vec{E} rotiert um die z-Achse. Die dabei beschriebene Kreisbewegung in der x-y-Ebene besitzt den Radius E_0 . Man unterscheidet rechts- und linkszirkular polarisiertes Licht. Ersteres liegt im soeben vorgestellten Fall vor. Für linkszirkular polarisiertes Licht beträgt die Phasenverschiebung hingegen

$$\varphi = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z}. \quad (5.7)$$

- **Elliptische Polarisation**

Um elliptisch polarisiertes Licht zu erhalten gibt es zwei Möglichkeiten:

- Die Phasenverschiebung φ ist kein ungerades, ganzzahliges Vielfaches von $\pi/2$.
- Die Beträge $|E_{0x}|$ und $|E_{0y}|$ sind nicht gleich.

¹vergleiche auch [Dem04]

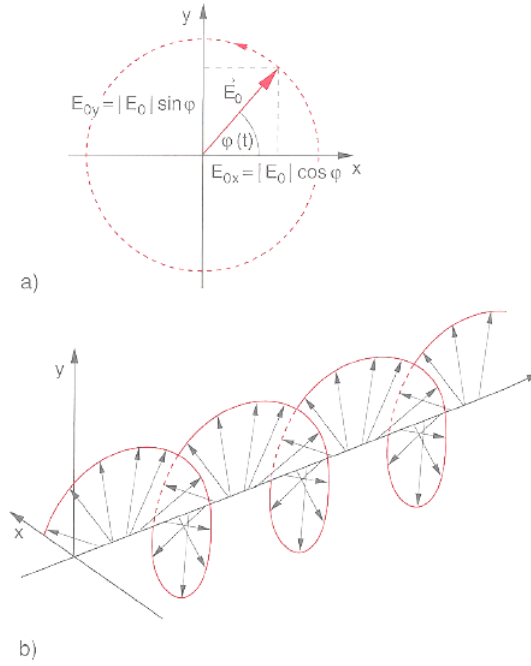


Abbildung 5.2.: **Zirkulare Polarisation**; Blickt man in Ausbreitungsrichtung, vollführt der elektrische Feldvektor \vec{E} eine Kreisbewegung in der x-y-Ebene, wie es Abbildung (a), oben, zeigt. Durch die Phasenverschiebung von $\pi/2$ entsteht die Spiralbewegung von \vec{E} , wenn man alle drei Raumrichtungen betrachtet (siehe Abbildung (b)). (Abbildung aus [Dem04])

5.2. Jones-Vektoren

Die im Folgenden vorgestellte Darstellung der Polarisation eines Lichtstrahls geht auf den amerikanischen Physiker R. Clark Jones zurück. Ein Strahl mit elektrischem Feldvektor \vec{E} wird dargestellt als

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{pmatrix}, \quad (5.8)$$

mit den skalaren Komponenten $E_x(t)$ und $E_y(t)$ zum Zeitpunkt t [Hec09]. E_x entspricht dabei der horizontal polarisierten Komponente, E_y der vertikal polarisierten Komponente. Die in Gleichung 5.8 gezeigte Form wird *jonesscher Vektor* bzw. *Jones-Vektor* genannt. Diese Formulierung der Polarisation bietet die Möglichkeit kohärente Wellen zu beschreiben, indem die Phaseninformation berücksichtigt wird:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}. \quad (5.9)$$

Häufig sind die absoluten Amplituden von untergeordnetem Interesse, weshalb man dazu übergehen kann die Intensität zu normieren. Ein Polarisationszustand von $+45^\circ$ kann

nach Gleichung 5.9 also dargestellt werden als²

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0x}e^{i\varphi_x} \end{pmatrix} = E_{0x}e^{i\varphi_x} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \vec{e}_{45^\circ} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (5.10)$$

Selbstverständlich gelten auch hier die Regeln der Vektoraddition, so dass man für einen beliebigen Polarisationszustand auch

$$\vec{E} = \vec{E}_h + \vec{E}_v = \begin{pmatrix} E_x(t) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_y(t) \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

schreiben kann. Man interpretiert also $E_h(t)$ als horizontal polarisierte Komponente mit Index h und $E_v(t)$ entsprechend als die vertikal polarisierte Komponente mit Index v. Wie bereits im voran gegangenen Abschnitt erwähnt, gilt im Falle von rechtszirkular polarisiertem Licht $|E_{0x}| = |E_{0y}| = |E_0|$ und die y-Komponente eilt der x-Komponente um 90° voraus. In der Notation nach Jones kann dem durch Hinzufügen einer Phase von $-\pi/2$ Rechnung getragen werden und man erhält

$$\vec{E}_R = \begin{pmatrix} E_0e^{i\varphi_x} \\ E_0e^{i(\varphi_x-\pi/2)} \end{pmatrix} \quad \text{bzw. normiert} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \quad (5.12)$$

Die normierten, komplexen Jones-Vektoren lauten damit

$$\begin{aligned}\vec{e}_R &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \text{für rechtszirkuläre Polarisation und} \\ \vec{e}_L &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad \text{für linkszirkuläre Polarisation.}\end{aligned}\quad (5.13)$$

Für die Ellipsometrie spielt elliptisch polarisiertes Licht eine entscheidende Rolle. Die Darstellung dessen soll daher auch in der Jones-Schreibweise für beide oben genannten Realisierungsmöglichkeiten vorgestellt werden:

- **Die Amplituden von x- und y-Komponente sind verschieden:** $E_{0x} \neq E_{0y}$
Die Phasendifferenz zwischen beiden Komponenten betrage in diesem Fall weiterhin 90° . Dazu sei die y-Komponente E_{0y} ein beliebiges Vielfaches κ der x-Komponente:

$$E_{0y} = \kappa \cdot E_{0x} \Rightarrow \vec{E}_{el} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ \kappa E_{0x}e^{i(\varphi_x-\pi/2)} \end{pmatrix} \quad (5.14a)$$

$$\Rightarrow \vec{e}_{el} = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \kappa e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\kappa i \end{pmatrix}. \quad (5.14b)$$

Für $\kappa = 1$ erhält man wieder rechtszirkular polarisiertes Licht.

²vgl. [Hec09], auf die Einheit des Elektrischen Feldes wird in der normierten Darstellung je nach Literaturquelle kein Wert gelegt.

- **Die Phase ist von $(2n \pm 1)\frac{\pi}{2}$ verschieden**

In diesem Fall seien die Amplituden wieder identisch, die Phasendifferenz betrage jedoch hier einen beliebigen Winkel α . Man hat also

$$\vec{E}_{el} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0x}e^{i(\varphi_x - \alpha)} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

$$\Rightarrow \vec{e}_{el} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\alpha} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \cos(\alpha) - i \cdot \sin(\alpha) \end{pmatrix}. \quad (5.16)$$

Setzt man $\alpha = 90^\circ$ (-90°) ein, erhält man auch hier wieder rechtzirkular (links-zirkular) polarisiertes Licht.

Allgemein erkennt man, dass bei elliptisch polarisiertem Licht entweder der normierende Vorfaktor von $\frac{1}{\sqrt{2}}$ verschieden ist, oder die y-Komponente des Jones-Vektors nicht rein imaginär ist.

5.3. Jones-Matrizen

Ein optisches Bauteil wie etwa ein Linearpolarisator oder eine Verzögerungsplatte ändern den Polarisationszustand eines Strahls. Ist nun \vec{E}_{in} der einfallende und \vec{E}_{out} der aus dem Bauteil austretende Strahl, so wird der Polarisationszustand gemäß

$$\vec{E}_{out} = \mathcal{M}\vec{E}_{in} \quad (5.17)$$

transformiert. Da es sich bei \vec{E}_{in} und \vec{E}_{out} um 2-komponentige Vektoren handelt, kann \mathcal{M} durch eine 2x2-Matrix dargestellt werden. Nach Abschnitt 5.2 beschreibt die x-Komponente eines Jones-Vektors die horizontal polarisierte Komponente des Strahls. Trifft nun ein unpolarisierter Strahl $\vec{E}_{in} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$ auf einen horizontal orientierten Linearpolarisator, tritt der Strahl $\begin{pmatrix} E_x \\ 0 \end{pmatrix}$ aus. Der ideale, horizontale Linearpolarisator werde beschrieben durch die Matrix T und es gilt

$$T\vec{E}_{in} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{E}_{out}. \quad (5.18)$$

Es ergibt sich also $a = 1$ und $b = c = d = 0$. Damit lautet die Jones-Matrix für den idealen, horizontalen Linearpolarisator

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.19)$$

Für eine Verzögerungsplatte mit einer beliebigen Verzögerung erhält man die Jones-Matrix

$$K = K_C \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \rho_C \end{pmatrix}, \quad (5.20)$$

mit $\rho_C = T_C e^{i\delta_C}$. Für eine ideale Verzögerungsplatte ist $T_C = 1$ und δ_C gibt die Verzögerung an. Im Falle einer $\lambda/4$ -Plättchen ist $\delta_C = -\pi/2$ und damit $\rho_C = -i$, so dass man

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

für ein ideales $\lambda/4$ -Plättchen erhält³.

5.4. Verhalten an Grenzflächen

Trifft eine ebene Welle mit beliebiger Polarisation unter einem Winkel θ_1 auf eine Grenzfläche zwischen den linearen, homogenen und isotropen Medien 1 (mit Brechungsindex n_1) und 2 (mit Brechungsindex n_2), wie es in Abbildung 5.3 schematisch dargestellt ist, wird ein Teil der einfallenden Welle nach dem Reflexionsgesetz unter dem Winkel

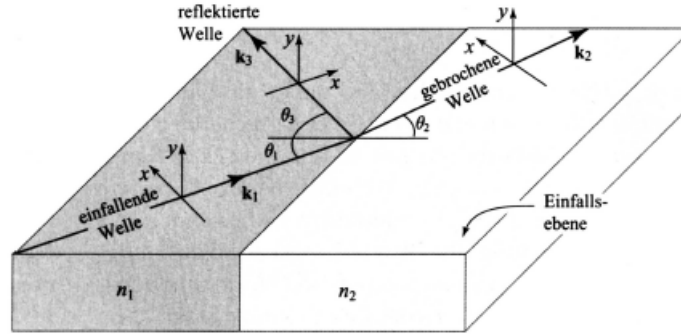


Abbildung 5.3.: **Reflexion an einer Grenzfläche**; Die einfallende Welle und die reflektierte Welle charakterisiert durch die Wellenzahlvektoren \vec{k}_1 und \vec{k}_3 spannen im Medium mit Brechungsindex n_1 die Einfallsebene auf. Die gebrochene Welle mit Wellenzahlvektor \vec{k}_2 tritt unter dem vom Snelliusschen Gesetz bestimmte Winkel in das Medium zweites Medium ein. (Abbildung aus [Sah08])

$\theta_3 = \theta_1$ reflektiert. Der restliche Teil tritt unter dem Winkel θ_2 in Medium 2 ein. Dieser Winkel wird durch das Snelliussche Gesetz

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (5.22)$$

bestimmt. Gibt man nun einen Polarisationszustand der einfallenden Welle vor, sind die Zustände der reflektierten und gebrochenen Welle gesucht [Sah08]. Dazu benenne man

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= \begin{pmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{pmatrix} && \text{als einfallende Welle,} \\ \vec{E}_2 &= \begin{pmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \end{pmatrix} && \text{als gebrochene Welle und} \\ \vec{E}_3 &= \begin{pmatrix} E_{3x} \\ E_{3y} \end{pmatrix} && \text{als reflektierte Welle.} \end{aligned} \quad (5.23)$$

³Die Matrix stellt den Fall dar, dass die schnelle Achse des $\lambda/4$ -Plättchens vertikal eingestellt ist. Ist sie horizontal eingestellt, erhält man $\vec{E}_{in} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$.

Die Beziehungen der reflektierten und gebrochenen Welle zur einfallenden Welle wird beschrieben, indem man der Grenzfläche für ihr Transmissions- und Reflexionsverhalten die Jones-Matrizen t und r zuordnet:

$$\begin{aligned}\vec{E}_2 &= t\vec{E}_1 && \text{für die Transmissionseigenschaften und} \\ \vec{E}_3 &= r\vec{E}_1 && \text{für die Reflexionseigenschaften.}\end{aligned}\tag{5.24}$$

Die Polarisationen in x- und y-Richtung sind voneinander unabhängig und erfüllen ausserdem die Bedingung der Kontinuität der Tangentialkomponenten von \vec{E} und \vec{H} sowie der Normalkomponenten von \vec{D} und \vec{B} an der Grenzfläche. Die x-Richtung in Abbildung 5.3 steht senkrecht auf der von \vec{k}_1 und \vec{k}_3 aufgespannten Einfallsebene. Daher wird diese Polarisationskomponente mit *s-polarisiert* bezeichnet und die y-Komponente *p-polarisiert*, da sie parallel zur Einfallsebene liegt⁴. Aufgrund der Unabhängigkeit der beiden Polarisationsrichtungen sind die Jones-Matrizen t und r diagonal. Man hat also

$$t = \begin{pmatrix} t_x & 0 \\ 0 & t_y \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad r = \begin{pmatrix} r_x & 0 \\ 0 & r_y \end{pmatrix}.\tag{5.25}$$

Sind die beteiligten dielektrischen Medien verlustfrei und nicht magnetisch, sind die Einträge der Jones-Matrizen gerade die Fresnel-Koeffizienten⁵

$$r_x = r_s = \frac{n_1 \cos(\theta_1) - n_2 \cos(\theta_2)}{n_1 \cos(\theta_1) + n_2 \cos(\theta_2)}\tag{5.26a}$$

$$r_y = r_p = \frac{n_2 \cos(\theta_1) - n_1 \cos(\theta_2)}{n_2 \cos(\theta_1) + n_1 \cos(\theta_2)}\tag{5.26b}$$

für die reflexionsbeschreibende Jones-Matrix und

$$t_s = \frac{2n_1 \cos(\theta_1)}{n_1 \cos(\theta_1) + n_2 \cos(\theta_2)}\tag{5.27a}$$

$$t_p = \frac{2n_1 \cos(\theta_1)}{n_2 \cos(\theta_1) + n_1 \cos(\theta_2)}\tag{5.27b}$$

für die Jones-Matrix der Transmission. Insbesondere Metalle zeigen eine starke Absorption, was sich in einem komplexen Brechungsindex zeigt⁶. Im Allgemeinen sind daher auch die Fresnel-Koeffizienten komplex. Gemeinhin gilt $r_p \neq r_s$, womit auch die Leistungsreflexionskoeffizienten $R_{s,p} = |r_{s,p}|^2$ für s- und p-polarisierte Wellen verschieden sind. Zusätzlich geht die Reflexion noch mit einer Phasenverschiebung $\varphi_{s,p} = \arg(r_{s,p})$ einher, welche ebenfalls für beide Polarisationen unterschiedlich stark ausfällt.

Man unterscheidet zwischen innerer ($n_1 > n_2$) und äußerer Reflexion ($n_1 < n_2$) [Sah08]:

- **s-Polarisation**

- Innere Reflexion, $n_1 > n_2$

Der Fresnel-Koeffizient r_s ist bei senkrechtem Einfall minimal, er beträgt

⁴Die Bezeichnungen entstammen dem deutschen Sprachgebrauch. Auch im Englischen werden die entsprechenden Komponenten mit p und s gekennzeichnet.

⁵Auf die Herleitung der Fresnel-Koeffizienten wird hier verzichtet. Sie wird in der einschlägigen Literatur, etwa [Dem04], [Nol02] und weiteren erschöpfend behandelt.

⁶Bei Metallen müssen zusätzlich noch ihre Permeabilitäten berücksichtigt werden

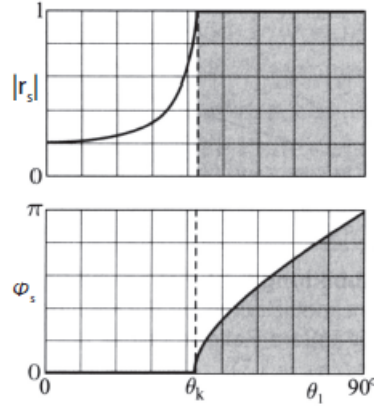


Abbildung 5.4.: **Betrag und Phase des Fresnel-Koeffizienten** $|r_s|$ für die innere Reflexion der s-polarisierten Komponente für $n_1 = 1,5 n_2$. Ab Erreichen eines kritischen Winkels θ_k findet Totalreflexion statt. Zuvor ist der Phasensprung Null. (Abbildung aus [Sah08])

$r_s(\theta_1 = 0^\circ) = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$. Bis Erreichen des kritischen Winkels $\theta_k = \arcsin(\frac{n_2}{n_1})$ ist er positiv und reell. Er wächst auf $r_s = 1$ und verharret auf diesem Wert - für Einfallswinkel $\theta_1 \geq \theta_k$ wird die s-polarisierte Komponente vollständig reflektiert. Bis der kritische Winkel erreicht ist findet keine Phasenverschiebung statt, ab θ_k nimmt sie kontinuierlich gemäß

$$\tan\left(\frac{\varphi_s}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cos^2(\theta_k)}{\cos^2(\theta_1)} - 1} \quad (5.28)$$

zu bis sie eine maximale Phasenverschiebung von π erreicht hat (vergleiche Abbildung 5.4).

- Äussere Reflexion, $n_1 < n_2$

Im Falle der äusseren Reflexion ist r_s immer reell und negativ. Bei senkrechtem Einfall beträgt $r_s = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$. Erst bei streifendem Einfall ($\theta_1 = 90^\circ$) findet Totalreflexion statt. Die Phasenverschiebung beträgt durchweg π (Abbildung 5.5).

• p-Polarisation

- Innere Reflexion, $n_1 > n_2$

Zunächst besitzt r_p noch einen positiven Wert mit einem Betrag von $\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$, nimmt aber, bis er den Brewsterwinkel $\theta_B = \arctan(\frac{n_2}{n_1})$ erreicht hat, bis auf Null ab. Für $\theta_1 > \theta_B$ wird r_p negativ (vergleiche Abbildung 5.6). Am kritischen Winkel $\theta_1 = \theta_k$ beträgt $r_p = 1$. Die p-polarisierte Komponente wird für alle Einfallswinkel $\theta_1 > \theta_k$ total reflektiert. Die damit verbundene Phasenverschiebung beträgt

$$\tan\left(\frac{\varphi_p}{2}\right) = -\frac{1}{\sin^2(\theta_k)} \sqrt{\frac{\cos^2(\theta_k)}{\cos^2(\theta_1)} - 1}. \quad (5.29)$$

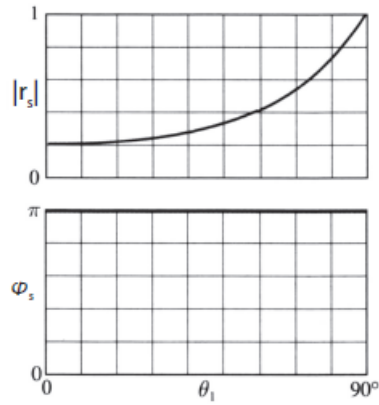


Abbildung 5.5.: **Betrag und Phase des Fresnel-Koeffizienten** $|r_s|$; für die äussere Reflexion der s-polarisierten Komponente für $n_2 = 1,5 n_1$. Totalreflexion findet nur bei streifendem Einfall statt. Der Phasensprung beträgt für sämtliche Einfallswinkel π . (Abbildung aus [Sah08])

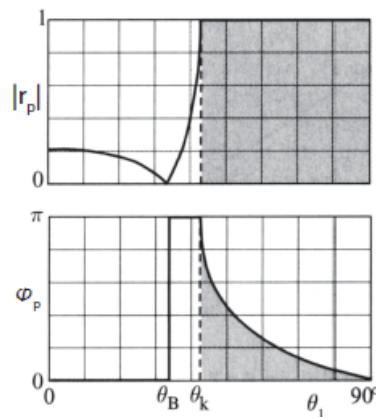


Abbildung 5.6.: **Betrag und Phase des Fresnel-Koeffizienten** $|r_p|$; für die innere Reflexion der p-polarisierten Komponente für $n_1 = 1,5 n_2$. Sie wird ab dem kritischen Winkel θ_k vollständig reflektiert, wogegen sie zuvor beim Brewsterwinkel vollständig ausgelöscht wird. Die Phasenverschiebung beträgt zwischen kritischen Winkel und Brewsterwinkel π . (Abbildung aus [Sah08])

- Äussere Reflexion, $n_1 < n_2$

In diesem Fall ist r_p stets reell. Fällt das Licht senkrecht ein, beträgt $r_p = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0$. Am Brewsterwinkel $\theta_B = \arctan(\frac{n_2}{n_1})$ verschwindet $|r_p|$ um danach wieder anzusteigen, das Vorzeichen von r_p kehrt sich um. Bei streifendem Einfall beträgt dann $|r_p| = 1$. Die Phase φ_p beträgt für $\theta_1 < \theta_B$ π , danach

ist die Phase Null.

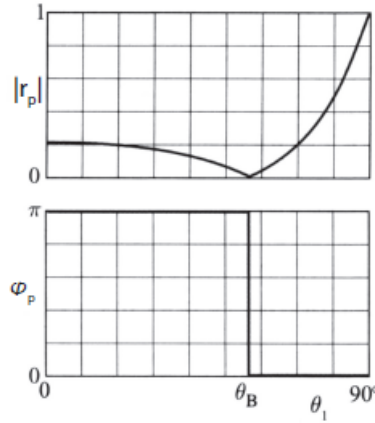


Abbildung 5.7.: **Betrag und Phase des Fresnel-Koeffizienten** $|r_p|$; für die äussere Reflexion der p-polarisierten Komponente für $n_2 = 1,5 n_1$. Der Betrag des Fresnel-Koeffizienten $|r_p|$ verschwindet am Brewsterwinkel. Dort ändert sich auch die Phase φ_p von π auf Null. (Abbildung aus [Sah08])

5.5. Dielektrische Spiegel

Bei dielektrischen Spiegeln handelt es sich um Wechschichtsysteme von abwechselnd hoher und niedriger Brechzahl. Entscheidend dabei ist die optische Dicke

$$x_{opt,j} = n_j \cdot x = n_j \cdot \frac{d}{\cos(\beta)}, \quad (5.30)$$

mit dem Brechungsindex n_j des Dielektrikums j und der Wegstrecke x , welche das Licht im Dielektrikum j zurücklegt. Die Reflexion von s- und p-polarisierter Teilwelle erfolgt gemäß den Fresnel-Formeln 5.26b. Für ein einfaches System mit zwei dielektrischen Schichten auf einem Substrat mit $n_0 < n_1 > n_2 > n_3$, wie in Abbildung 5.8 dargestellt, tritt an der Grenzfläche zwischen den Medien 1 und 2 der Fall der äusseren Reflexion ein (siehe Abbildung 5.5) und die s-polarisierte Komponente der Einfallswelle erfährt hier einen Phasensprung von π . Man erhält konstruktive Interferenz, wenn die optische Dicke der Schicht der Mediums 1 $\lambda/4$ beträgt [Ber04]. Das Reflexionsvermögen eines solchen dielektrischen Schichtsystems lässt sich erhöhen, indem man viele solcher Schichtpakete mit zwei unterschiedlich hohen Brechungsindizes stapelt. Alle Wellen, welche an den Grenzflächen zum dichteren Medium reflektiert werden erhalten einen Phasensprung, so dass im Aussenraum die Phasenunterschiede ganzzahlige Vielfache von 2π betragen. Sämtliche Teilwellen interferieren konstruktiv. Im Falle des senkrechten Einfalls erhält man für das in Abbildung 5.8 gezeigte Zwei-Schichtsystem nach Abschnitt 5.4 die Reflexionskoeffizienten

$$R_{01} = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \quad R_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad R_{23} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \quad (5.31)$$

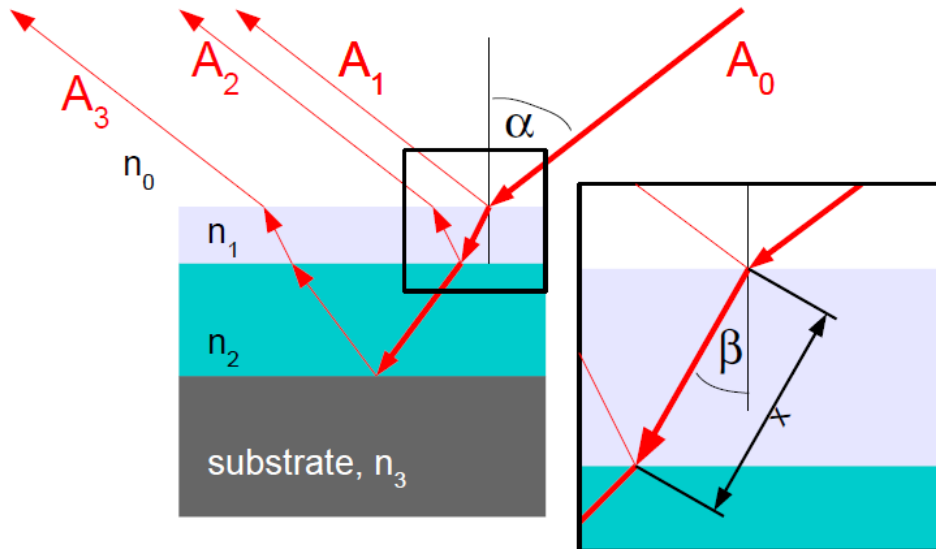


Abbildung 5.8.: **Schematische Darstellung zur Funktionsweise eines dielektrischen Spiegels**; Die einfallende Welle habe die Amplitude A_0 . Die Brechungsindizes seien zu $n_0 < n_1 > n_2 > n_3$ gewählt. Die einfallende Welle wird an der ersten Grenzschicht zum Aussenraum teilreflektiert. Ein weiterer Teil tritt in das Medium mit Brechzahl n_1 ein. An der nächsten Grenzschicht ist der Vorgang analog. Aufgrund der Wahl der Brechungsindizes und der optischen Dicken der Medien heben sich auftretende Phasensprünge von π gerade auf und die reflektierten Wellen mit den Amplituden A_1 bis A_3 interferieren konstruktiv. Die gesamte Phasendifferenz beträgt damit $2\pi n$ und die Wellen interferieren konstruktiv.

zwischen den jeweiligen Medien. Durch möglichst große Differenzen der Brechungsindizes kann also das Reflexionsvermögen erhöht werden.

5.6. Theorie der Ellipsometrie

Die Multiplikation von Matrizen ist im allgemeinen nicht kommutativ, für zwei Matrizen A und B gilt also $A \cdot B \neq B \cdot A$. Da, wie in Abschnitt 5.3 die optischen Bauelemente durch Jones-Matrizen dargestellt werden, muss deren Reihenfolge beachtet werden. Diese Reihenfolge entnimmt man Abbildung 5.9, sie zeigt den Aufbau schematisch.

Die Schichtdickenmessung geschieht durch Reflexion des einfallenden Laserstrahls (charakterisiert durch seinen Wellenzahlvektor \vec{k}_{ein}) an einer Probe. Die Wellenzahlvektoren \vec{k}_{ein} und \vec{k}_{aus} stellen die Richtungsvektoren einer Ebene dar. Sie wird als Einfallsebene bezeichnet und stellt das Bezugssystem für den gesamten Aufbau dar. Das vom Linearpolarisator transmittierte Licht ist vollständig linear polarisiert. Mittels der Jones-

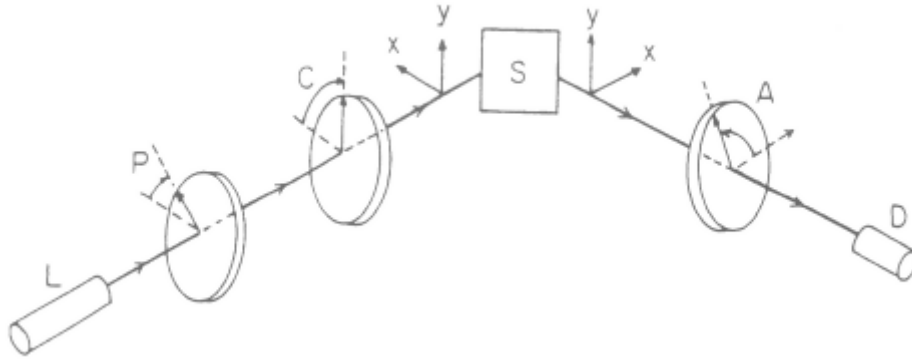


Abbildung 5.9.: **Schematische Darstellung eines Ellipsometrie-Aufbaus**; mit dem Laser L, dem Linearpolarisator P, dem Kompensator C, dem (optischen) System S und dem Analysator A. Ihm schließt sich der Detektor an. Aufgrund der Reihenfolge der optischen Bauelemente wird der hier gezeigte Aufbau „PCSA-Anordnung“ genannt. (Abbildung aus [Azz87])

Notation lässt sich dies schreiben als

$$\vec{E}_{P,out}^{(te)} = A_c \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5.32)$$

Der oben stehende Index „(te)“ sagt dabei aus, dass es sich um das Koordinatensystem „Transmission-Extinktion“. Es handelt sich dabei um das dem Linearpolarisator eigene Koordinatensystem, welches durch die zueinander orthogonalen Richtungen „Transmission“ und „Extinktion“ definiert ist. Der untere Index gibt an, dass es sich um den elektrischen Feldvektor am Ausgang des Polarisators handelt.

Dem Linearpolarisator folgt der Kompensator. Dabei handelt es sich um eine Verzögerungsplatte mit einer Retardierung von einer Viertel Wellenlänge⁷. Die Verzögerungsplatte besteht aus einem anisotropen Kristall, der für unterschiedliche Polarisationsrichtungen unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten aufweist. Durch Anpassung der Kristalldicke kann eine beliebige Verzögerung realisiert werden.

Um den Einfluss des Kompensators zu beschreiben, wird der Vektor $\vec{E}_{P,out}^{(te)}$ zunächst in sein Koordinatensystem „(fs)“ transformiert. Hierbei stehen f für die schnelle („fast“) und s für die langsame („slow“) Richtung des Kompensators. Bei der zu verwendenden Transformation handelt es sich um eine Drehmatrix $D(\alpha)$, welche den Winkel zwischen Polarisator und Kompensator als Argument besitzt. Die Drehachse bzw. die Invariante der Rotationstransformation ist die Strahlachse des Lasers. Definiert man nun P als den Winkel zwischen Einfallsebene und Transmissionsrichtung des Linearpolarisators und C als Winkel zwischen Einfallsebene und der schnellen Achse des Kompensators, ergibt

⁷Gemeinhin wird die Verzögerungsplatte mit einer Viertel Wellenlänge Verzögerung auch als $\lambda/4$ -Plättchen bezeichnet.

sich für die Drehung

$$\begin{aligned}
 D(P-C)\vec{E}_{P,out}^{(te)} &= A_c \begin{pmatrix} \cos(P-C) & -\sin(P-C) \\ \sin(P-C) & \cos(P-C) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= A_c \begin{pmatrix} \cos(P-C) \\ \sin(P-C) \end{pmatrix} \\
 &= \vec{E}_{C,in}^{(fs)}.
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

Nun liegt der elektrische Feldvektor im Bezugssystem der Verzögerungsplatte vor, bevor das Licht diese passiert. Dieser sei benannt mit $\vec{E}_{C,in}^{(fs)}$. Der Anteil des elektrischen Feldvektors, welcher parallel zur langsamen Achse des Kompensators auf diesen fällt, wird um $\delta_C = \pi/2$ verzögert. Für diese Phasenverzögerung gilt $\rho_C = T_C e^{i\delta_C}$. Für einen idealen Kompensator ist $T_C = 1$. Die Jones-Matrix für den Kompensator lautet nach 5.3

$$K = K_C \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \rho_C \end{pmatrix}. \tag{5.34}$$

Der Vorfaktor K_C berücksichtigt eine mögliche Amplitudenabnahme und eine mögliche Phasenverschiebung entlang der schnellen und langsamen Achse. Die Matrix K wird nun auf den zuvor berechneten Vektor $\vec{E}_{C,in}^{(fs)}$ angewendet und man erhält so hinter dem Kompensator

$$\vec{E}_{C,out}^{(fs)} = K_C A_c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \rho_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(P-C) \\ \sin(P-C) \end{pmatrix} = A_c K_C \begin{pmatrix} \cos(P-C) \\ \rho_C \sin(P-C) \end{pmatrix}. \tag{5.35}$$

Das Koordinatensystem des Systems bezieht sich auf die Einfallsebene. Der Kompensator ist ihr gegenüber um den Winkel C gedreht. Mit der Drehmatrix wird nun wieder in das Koordinatensystem der Einfallsebene zurücktransformiert. Der Vektor $\vec{E}_{C,out}^{(fs)}$ wird um den Winkel $-C$ gedreht. Die Transformation berechnet sich zu

$$\begin{aligned}
 D(-C)\vec{E}_{C,out}^{(fs)} &= \begin{pmatrix} \cos(-C) & -\sin(-C) \\ \sin(-C) & \cos(-C) \end{pmatrix} A_c K_C \begin{pmatrix} \cos(P-C) \\ \rho_C \sin(P-C) \end{pmatrix} \\
 &= A_c K_C \begin{pmatrix} \cos(C) \cos(P-C) - \rho_C \sin(C) \sin(P-C) \\ \sin(C) \cos(P-C) + \rho_C \cos(C) \sin(P-C) \end{pmatrix} \\
 &= \vec{E}_{S,in}^{(xy)}.
 \end{aligned} \tag{5.36}$$

Der erhaltene Vektor $\vec{E}_{S,in}^{(xy)}$ beschreibt nun das elektrische Feld in der Einfallsebene, bevor der Strahl auf das System trifft. Der obere Index „(xy)“ weist auf das Koordinatensystem der Einfallsebene hin. Unter der Annahme, dass das System orthogonale, lineare Eigenpolarisation parallel zur x- und y-Koordinate des Bezugssystems aufweist, ist die Jones-Matrix des Systems diagonal:

$$S = \begin{pmatrix} V_{ex} & 0 \\ 0 & V_{ey} \end{pmatrix} \tag{5.37}$$

Die Einträge V_{ex} bzw. V_{ey} sind dabei die Eigenwerte der beiden Eigenpolarisationsrichtungen des Systems. Wendet man nun die in Gleichung 5.37 gezeigte Matrix des Systems

auf den Vektor $\vec{E}_{S,in}^{(xy)}$ an, erhält man

$$\vec{E}_{S,out}^{(xy)} = K_C A_c \begin{pmatrix} V_{ex} [\cos(C) \cos(P - C) - \rho_C \sin(C) \sin(P - C)] \\ V_{ey} [\sin(C) \cos(P - C) + \rho_C \cos(C) \sin(P - C)] \end{pmatrix}. \quad (5.38)$$

Betrachtet man Abbildung 5.9 genau, fällt auf, dass die x-Achse nach der Reflexion am System leicht gedreht gegenüber der x-Achse vor der Reflexion ist. Diese Drehung spielt keine Rolle, da nur zwischen „parallel zur Einfallsebene“ und „senkrecht zur Einfallsebene“ unterschieden wird.

Es schließt sich nun die Analyse des Lichts an. Diese geschieht durch den Analysator. Um ihn berücksichtigen zu können, muss der elektrische Feldvektor $\vec{E}_{S,out}^{(xy)}$ in das Koordinatensystem „(te)“ des Analysators transformiert werden. Wie schon beim Polarisator geschieht dies wieder mit der Drehmatrix D, mit dem Winkel A des Analysators relativ zur Einfallsebene, als ihr Argument. Nach dem Analysator, dargestellt durch die Matrix $T = K_A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, erhält man dann

$$\begin{aligned} \vec{E}_{A,out}^{(te)} &= T D(A) \vec{E}_{S,out}^{(xy)} \\ &= K_C A_c K_A \begin{pmatrix} V_{ex} \cos(A) \Gamma_1 + V_{ey} \sin(A) \Gamma_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5.39)$$

mit den beiden Abkürzungen

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= [\cos(C) \cos(P - C) - \rho_C \sin(C) \sin(P - C)] \quad \text{und} \\ \Gamma_2 &= [\sin(C) \cos(P - C) + \rho_C \cos(C) \sin(P - C)]. \end{aligned}$$

Die vom Photodetektor gemessene Intensität des Lichtes ist gegeben durch das Quadrat des Absolutbetrages des elektrischen Feldes $I = \left| \vec{E}_{A,out}^{(te)} \right|^2 = |L|^2$.

Eine Ellipsometriemessung sucht ein Intensitätsminimum. Die damit verbundene Bedingung $I = 0$ ist äquivalent zu $L = 0$. Mit dieser Forderung erhält man

$$\begin{aligned} V_{ex} \cos(A) [\cos(C) \cos(P - C) - \rho_C \sin(C) \sin(P - C)] \\ + V_{ey} \sin(A) [\sin(C) \cos(P - C) + \rho_C \cos(C) \sin(P - C)] = 0. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Isoliert man nun V_{ex}/V_{ey} , enthält der Bruch ausschließlich Informationen über das System. Er sei im folgenden mit ρ_S abgekürzt. Man hat also

$$\frac{V_{ex}}{V_{ey}} = \rho_S = \frac{\sin(A) [\sin(C) \cos(P - C) + \rho_C \cos(C) \sin(P - C)]}{\cos(A) [\cos(C) \cos(P - C) - \rho_C \sin(C) \sin(P - C)]}. \quad (5.41)$$

Nach Kürzen von $\cos(C) \cos(P - C)$ vereinfacht sich Gleichung 5.41 zu

$$\rho_S = -\tan(A) \frac{\tan(C) + \rho_C \tan(P - C)}{1 - \rho_C \tan(C) \tan(P - C)}. \quad (5.42)$$

Das Ergebnis stellt die Grundgleichung der Ellipsometrie dar. Sämtliche Informationen über das System S (enthalten in ρ_S) können aus den Messgrößen Polarisator-, Kompensator- und/oder Analysatorwinkel gewonnen werden. In Gleichung (5.42) kann

eine der Größen P , C oder A beliebig gewählt werden. In der Regel ist dies der Kompensator, welcher zu $\pm\pi/4$ gesetzt wird. Die Wahl des Kompensators zu einem dieser beiden Winkel bietet mathematische Vorteile, die im Folgenden erkennbar werden:

Es gilt $\tan(\pm\pi/4) = \pm 1$. Der Faktor ρ_C charakterisiert die Verzögerung des Kompensators zwischen langsamer und schneller Komponente. Für den idealen Kompensator gilt $\rho_C = T_C e^{i\delta_C}$ mit $T_C = 1$, so dass bei einer Verzögerung von einer Viertel Wellenlänge $\rho_C = -i$ gilt. Wird nun noch $C = \pm\pi/4$ gewählt, wird damit aus Grundgleichung (5.42)

$$\rho_S = \begin{cases} -\tan(A) \frac{1-i\tan(P-\frac{\pi}{4})}{1+i\tan(P-\frac{\pi}{4})} & \text{für } C = +\frac{\pi}{4} \\ \tan(A) \frac{1+i\tan(P+\frac{\pi}{4})}{1-i\tan(P+\frac{\pi}{4})} & \text{für } C = -\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (5.43)$$

Mittels des Additionstheorems $\frac{1-i\tan(\theta)}{1+i\tan(\theta)} = e^{-2i\theta}$ erhält man

$$\rho_S = \mp \tan(A) e^{\mp 2i(P \mp \frac{\pi}{4})}. \quad (5.44)$$

In diese Gleichung gehen die Winkel von Polarisator und Analysator im Intensitätsminimum als Messgrößen ein und lassen damit Aussagen über das System zu. Gleichung 5.40 wird von zwei Wertepaaren gelöst:

$$(P, A) \quad \text{und} \quad (P', A') = (P + \frac{\pi}{2}, \pi - A). \quad (5.45)$$

Polarisator und Analysator besitzen eine Periodizität von 180° , womit Gleichung 5.45 modulo 180° gilt [Azz87].

5.7. Reflexionsverhalten an Schichtsystemen

Im Folgenden wird ein 3-Schichtsystem bestehend aus Vakuum (Umgebung), Film und Substrat betrachtet. Die Brechungsindizes dieser drei Schichten seien n_0 (Vakuum), n_1 (Film) und n_2 (Substrat), welche im Allgemeinen komplexe Zahlen sind. Der auf dem Substrat befindliche Film habe die Schichtdicke d . Abbildung 5.10 veranschaulicht den Sachverhalt schematisch. An beiden Grenzflächen wird ein Teil der einfallenden Welle reflektiert. Der gesamte Amplitudenreflexionskoeffizient R ergibt sich zu

$$R = r_{01} + r_{12}t_{01}t_{10}e^{-2i\delta} + r_{12}^2r_{10}t_{01}t_{10}e^{-4i\delta} + r_{12}^3r_{10}^2t_{01}t_{10}e^{-6i\delta} + \dots \quad (5.46)$$

Identifiziert man $r_{01} = \alpha$, $\frac{t_{01}t_{10}}{r_{10}} = a$ und $\frac{r_{12}e^{-2i\delta}}{r_{10}} = x$, ist die unendliche geometrische Reihe

$$\alpha + a \cdot \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \alpha + a \cdot \frac{1}{1-x} = R \quad \text{für } |x| < 1 \quad (5.47)$$

anwendbar mit ihrem Grenzwert

$$R = r_{01} + \frac{t_{01}t_{10}r_{12}e^{-2i\delta}}{1 - r_{10}r_{12}e^{-2i\delta}}. \quad (5.48)$$

Mit Hilfe von

$$r_{10} = -r_{01} \quad (5.49a)$$

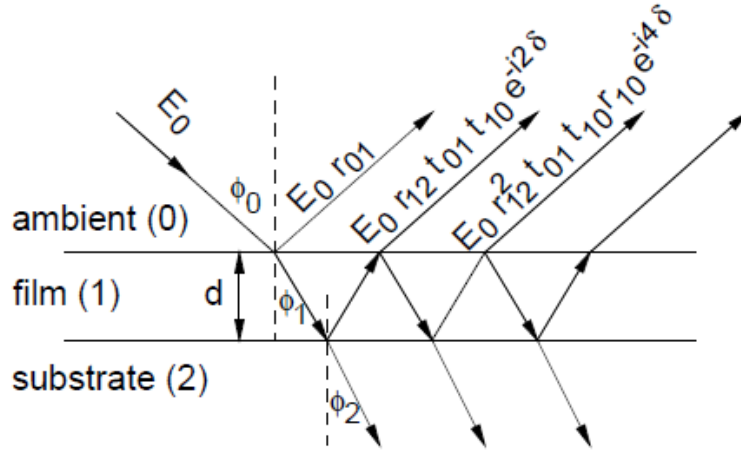


Abbildung 5.10.: **3-Schichtsystem bestehend aus Vakuum, Film und Substrat;** An jeder der Grenzflächen wird ein Teil der einfallenden Welle E_0 reflektiert. Sämtliche ausfallenden Wellen interferieren, wobei jene, die an der Grenzfläche Film-Substrat reflektiert werden einen Phasenunterschied zu den Wellen besitzen, die an der Grenzfläche Vakuum-Film reflektiert werden. (Abbildung aus [Ost09])

$$t_{01}t_{10} = 1 - r_{01}^2 \quad (5.49b)$$

erhält man

$$R = \frac{r_{01} + r_{12}e^{-2i\delta}}{1 + r_{01}r_{12}e^{-2i\delta}}. \quad (5.50)$$

Gleichung 5.50 gilt für s- als auch für p-polarisiertes Licht und man erhält dementsprechend

$$R_s = \frac{r_{01s} + r_{12s}e^{-2i\delta}}{1 + r_{01s}r_{12s}e^{-2i\delta}} \quad \text{und} \quad R_p = \frac{r_{01p} + r_{12p}e^{-2i\delta}}{1 + r_{01p}r_{12p}e^{-2i\delta}}. \quad (5.51)$$

Dabei ist δ der Phasenunterschied, welcher bei Durchlaufen des Films entsteht. Er beträgt relativ zur Teilwelle, die an der Grenzschicht Film/Vakuum reflektiert wird

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \Phi_0}. \quad (5.52)$$

Der Phasenunterschied ist proportional zur Schichtdicke d .

Der Quotient R_p/R_s ist identisch mit dem in 5.6 berechneten ρ_S :

$$\rho_S = \frac{r_{01p} + r_{12p}e^{-2i\delta}}{1 + r_{01p}r_{12p}e^{-2i\delta}} \cdot \frac{1 + r_{01s}r_{12s}e^{-2i\delta}}{r_{01s} + r_{12s}e^{-2i\delta}}. \quad (5.53)$$

Da es sich bei R_p und R_s um komplexe Zahlen handelt, können diese in ihrer jeweiligen Polardarstellung angegeben werden. Man erhält also

$$R_p = |R_p|e^{i\delta_p} \quad \text{und} \quad (5.54)$$

$$R_s = |R_s|e^{i\delta_s}, \quad (5.55)$$

womit auch

$$\rho_S = \left| \frac{R_p}{R_s} \right| e^{i(\delta_p - \delta_s)} = \tan(\Psi) e^{i\Delta} \quad (5.56)$$

gilt. Die letzte Umformung beinhaltet die ellipsometrischen Winkel Ψ und Δ . Man entnimmt Gleichung 5.56 direkt, dass Δ die Änderung der Phasendifferenz und Ψ die Änderung des Amplitudenverhältnisses von p- und s-polarisierter Welle angibt (vergleiche auch [Weg10] und [Ost09]).

6. Ellipsometrie mit dielektrischen Spiegeln

6.1. Experimenteller Aufbau

Der Aufbau orientiert sich weitestgehend an Abbildung 5.9. Das Prinzip mit den einzelnen Abschnitten ist in Abbildung 6.1 gezeigt. Dem Laser sind ein Neutraldichtefilter, ein Linearpolarisator sowie ein $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen nachgeschaltet. Polarisator und $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen sind so eingestellt, dass zirkular-polarisiertes Licht entsteht. Die Lichtquelle ist damit ein zirkular-polarisierter Laser mit regelbarer Intensität. Um die an diesen Bauteilen entstehende Reflexe zu unterdrücken folgt eine Lochblende. Der Polarisator ist grundsätzlich rotierend montiert, für die Messungen in diesem Kapitel ist der Kompensator auf $-\frac{\pi}{4}$. Die Drehtische stammen von der Firma PI. Es handelt sich um das Modell M-60.DG. Sie wurden bereits in [Weg10] spezifiziert. Nach dem Kompensator folgen - je nach Messung - ein oder zwei dielektrische Spiegel¹. Der Druck im Kryosystem lag bei $5 \cdot 10^{-10}$ mbar oder besser².

6.2. Messungen mit einem Spiegel

Der für die in diesem Abschnitt vorgestellten Messungen verwendete Aufbau ist in Abbildung 6.2 gezeigt. Schon bei der Kollimation des Aufbaus zeigten sich erste Schwierigkeiten: Eine sehr gute Justage des Einfallswinkels zum Substrat konnte erzielt werden, indem der am Vakuumfenster reflektierte Strahl in sich selbst zurück gelenkt wurde. Der Abstand zwischen dem letzten Spiegel und dem Vakuumfenster betrug ca. 25 cm. Der Spot des Lasers auf dem Spiegel besaß eine Größe von ca. 3 mm. Damit ergibt sich eine maximale Dejustage von $0,34^\circ$ zur Fensternormalen innerhalb der Einfallsebene. Eine Abweichung vom Idealwinkel zwischen Substrat- und Fensternormalen von 60° kann dabei nicht berücksichtigt werden. Zusätzlich verbleibt als Unsicherheit, dass die gesamte optische Bank unter dem Spiegel verstellt werden kann, ohne dass dies erkennbar war. Eine derartige Verstellung kann durch eine Verkipfung des Spiegels kompensiert werden, wobei aber der Einfallswinkel von 45° zur Spiegelnormalen verloren geht. Die Problematik ist in Abbildung 6.3 veranschaulicht. Nachdem eine bestmögliche Kollimation erreicht war, wurde das Wertepaar (P_0, A_0) mit minimaler Intensität für ein sauberes Substrat bestimmt. Dies geschah indem Polarisator und Analysator einen Sichtwinkel von 180° ³ in 2° -Schritten abfahren. Eine Schrittweite von 2° ist für diesen Zweck völlig ausreichend,

¹Bei den dielektrischen Spiegeln handelt es sich um ein konventionelles Produkt der Firma Laseroptik, Artikel-Nr. L-00217.

²Die Ionivac-Druckmessröhre, die den Druck im Kryosystem misst, kann nur bis zu einem Druck von $5 \cdot 10^{-10}$ mbar hinunter messen.

³Der Sichtwinkel von 180° ergibt sich aus der Periodizität von Polarisator und Analysator

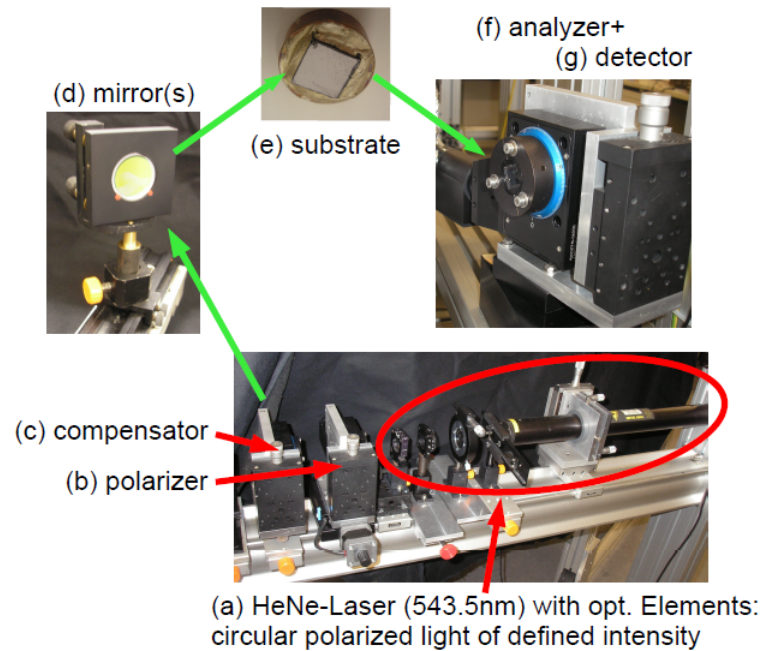


Abbildung 6.1.: **Der experimentelle Ellipsometrie-Aufbau;** Dargestellt sind jeweils die einzelnen Abschnitte: Die Polarisations-Sektion bestehend aus einem dimmbaren, zirkular-polarisierten Laser (a) mit Lochblende zwecks unterdrückung von Reflexen, gefolgt von Polarisator (b) und Kompensator (c). Ihr schließen sich ein bzw. zwei Spiegel (d) an, welche den polarisierten Laserstrahl auf das HOPG-Substrat (e) lenken. Anschließend tritt er durch den Analysator (f) woraufhin die transmittierte Intensität vom Detektor (g) gemessen wird.

da bei den Ellipsometrie-Messungen das zu einer Schichtdicke d gehörige Minimum iterativ sehr genau bestimmt werden kann. Für jede angesteuerte Winkelkombination wurde die Intensität bestimmt und mit den Winkelpositionen in eine Datei geschrieben. Die Abbildung 6.4 zeigt den so aufgenommenen Intensitätsverlauf. Die beiden gefundenen Minima befinden sich an den Positionen $(P_{01}, A_{01}) = (-52^\circ, 32^\circ) \cong (128^\circ, 32^\circ)$ sowie $(P_{02}, A_{02}) = (34^\circ, -20^\circ) \cong (34^\circ, 160^\circ)$ ⁴. Sie stellen die „Startwerte“ dar, d.h. die Werte für ein sauberes Substrat, die als Grundlage für eine genaue, iterative Minimumssuche dienen. Durch die gewählte Schrittweite beträgt der Fehler der Startwerte jeweils $\pm 1^\circ$. Für die hier vorgestellten Messungen wurde das erste der beiden Paare verwendet⁵. Es konnten nun die ersten Referenzkurven aufgenommen werden. Dies geschah mit den LabVIEW-Programmen „*remotecontrol.vi*“ und „*elli_for_remote.vi*“. Für die Mes-

⁴Polarisator und Kompensator besitzen eine Periodizität von 180° . Um positive Werte zu erhalten wurde zu den Messwerten ganzzahlige Vielfach von 180° addiert.

⁵Die Wahl auf gerade dieses Paar fiel, weil schon bei den Ellipsometrie-Messungen ohne Spiegel ein (P, A)-Paar verwendet wurde, bei dem der Analysator im Falle eines sauberen Substrats bei etwa 32° stand.



Abbildung 6.2.: **Ellipsometrie-Aufbau mit einem Spiegel**; Er befindet sich zwischen Kompensator und Substrat, ansonsten wurden am alten Aufbau keine Veränderungen vorgenommen.

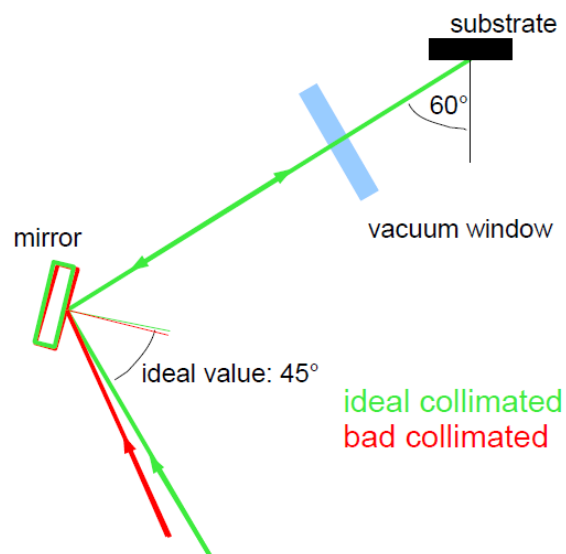


Abbildung 6.3.: **Schematische Darstellung zur Problematik der Justage**; Der Einfallswinkel von 60° zur Substratnormalen kann auch eingehalten werden ohne einen idealen Einfallswinkel von 45° zur Spiegelnormalen zu erreichen.

sung wurden folgende Einstellungen des Gaseinlasses gewählt:

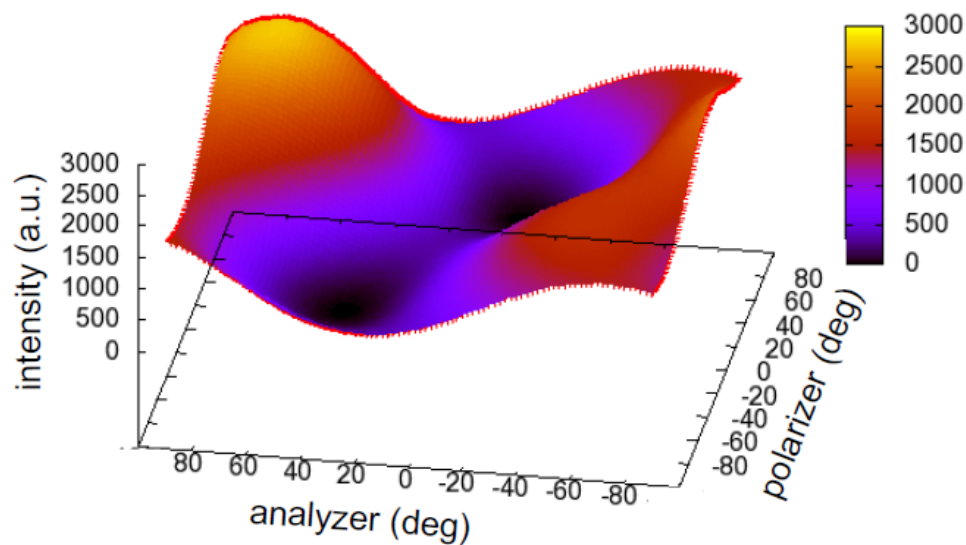


Abbildung 6.4.: **Intensitätsverlauf bei Verwendung eines Spiegels**; Es zeichnen sich deutlich zwei Minima ab. Sie befinden sich bei $(P_{01}, A_{01}) = (-52^\circ, 32^\circ) \cong (128^\circ, 32^\circ)$ sowie $(P_{02}, A_{02}) = (34^\circ, -20^\circ) \cong (34^\circ, 160^\circ)$. Die Fehler betragen aufgrund der Schrittweite $\pm 1^\circ$. Der Kompensator stand bei $C = -\pi/4$. Das Substrat war zum Zeitpunkt der Messung sauber.

Ventilöffnung:	8V
Ventilöffnungsauer:	2:00min.
Kr-Diffusionszeit:	15min.

Die Temperatur des HOPGs betrug 22 K. Für die Auswertung wurde das Programm *elli.cpp* herangezogen. Es berechnet die Kurve mit minimaler Abweichung zu den Messwerten durch Variation der Fitparameter innerhalb eines vorgegebenen Fensters mit einer gewählten Schrittweite um einen beliebigen Zentralwert. Die Auswertung mit dem Programm⁶ ergab die Fitparameter

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	$1,410 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	$2,680 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	$-1,560 \pm 0,005$
mittlere Schichtdicke:	$58,58 \pm 5,58 \text{ Ang.},$

bei einem reduzierten χ^2 von 90,85 unter Verwendung des isotropen Äquivalents des Substrats. Der angegebene Fehler der mittleren Schichtdicke ist die Standardabweichung. Der Einfallswinkel wurde auf 60° fixiert, andernfalls lieferte der Fit Werte, die weit ausserhalb eines realistischen Intervalls lagen. Die Abbildung 6.5 stellt die Messung grafisch dar. Zwischen den roten Messpunkten und der grünen Fitkurve sind deutliche

⁶Das Programm wurde geringfügig modifiziert: Es werden nun die tatsächlichen Messfehler berücksichtigt. Bisher waren die Messfehler an der Abbruchbedingung der iterativen Parabelfits ausgemacht.

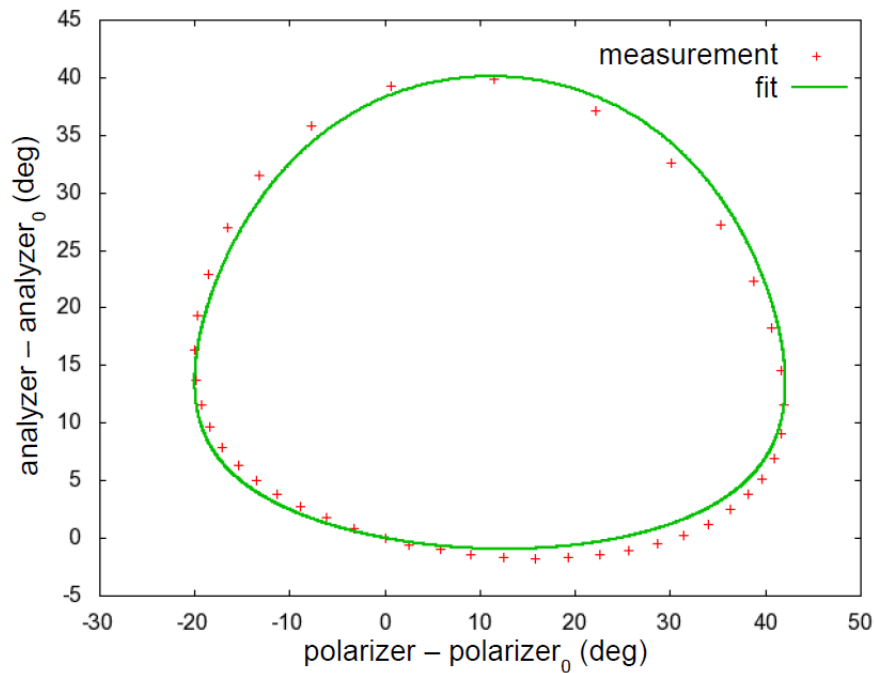


Abbildung 6.5.: **Graphische Darstellung der Ellipsometriemessung mit einem Spiegel**; Die Krypton-Einlass-Dauer betrug 2:00min, die Diffusionszeit 15min. Bei einem fest gewählten Einfallswinkel von 60° ergaben sich die folgenden Fitparameter: Brechungsindex des Kryptons: 1,41; Realteil des Substrat-Brechungsindizes: 2,68 und der Imaginärteil: -1,56

Diskrepanzen erkennbar: Gegenüber der Fitkurve erscheint die Kurve der Messwerte leicht gekippt.

6.3. Messungen mit zwei Spiegeln

Die Messung und die Auswertung mit zwei Spiegeln wurden völlig analog zu denen in Abschnitt 6.2 durchgeführt. Die beiden Minima für ein sauberes Substrat wurden bei $(P_{01}, A_{01}) = (40^\circ, 32^\circ)$ sowie $(P_{02}, A_{02}) = (-52^\circ, -18^\circ) \cong (128^\circ, 162^\circ)$ gefunden. Aufgrund der Diskretisierung der Schrittweite beträgt der Fehler $\pm 1^\circ$. Auch hier wurde wieder das erste der beiden Minima für die Startwerte gewählt. Für diese Messung wurden die Einstellungen

Ventilöffnung:	8V
Ventilöffnungsdauer:	1:45min.
Kr-Diffusionszeit:	15min.

gewählt. Der Druck im Kryosystem betrug $5 \cdot 10^{-10}$ mbar, der Einlassdruck im Gassystem 2,5 mbar. Der Fit an die Messwerte ergab

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	$1,410 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	$2,610 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	$-1,550 \pm 0,005$
mittlere Schichtdicke:	$42,74 \pm 3,79$ Ang.

Auch hier ist die Standardabweichung als Fehler der mittleren Schichtdicke angegeben. Um eine Vergleichbarkeit mit den Messungen aus Abschnitt 6.2 gewährleisten zu können, wurde auch hier beim Fit der Einfallswinkel bei 60° fixiert. Das reduzierte χ^2 beträgt 3,68. Die Messung ist in Abbildung 6.6 grafisch dargestellt. Man erkennt keine Verkipfung der Messwerte gegenüber der Fitkurve mehr. Der Grund liegt in der Phasensprung,

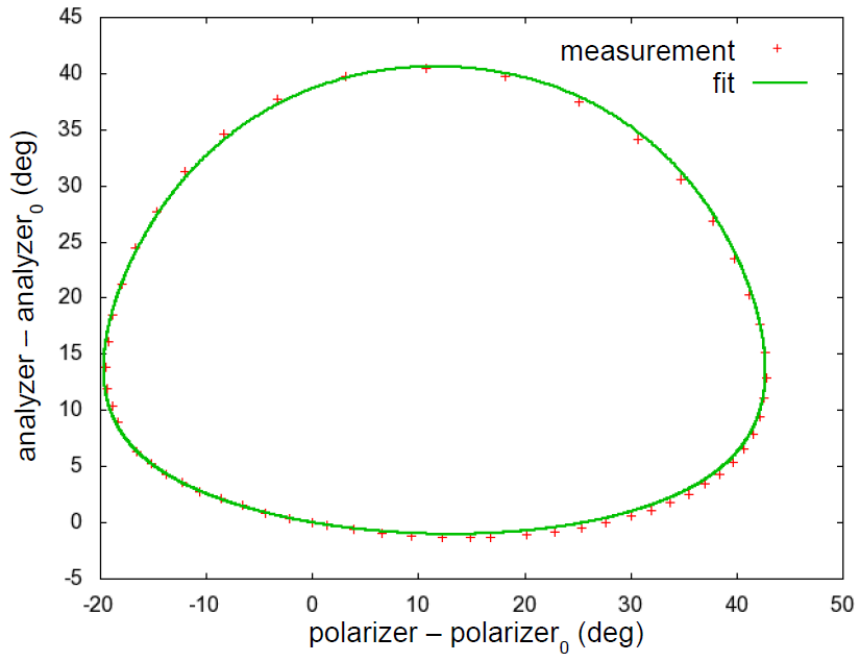


Abbildung 6.6.: **Graphische Darstellung der Ellipsometriemessung mit zwei Spiegeln**; Die Krypton-Einlass-Dauer betrug 1:45min, die Diffusionszeit 15min. Bei einem fest gewählten Einfallswinkel von 60° ergaben sich die folgenden Fitparameter: Brechungsindex des Kryptons: 1,41; Realteil des Substrat-Brechungsindex: 2,61 und der Imaginärteil: -1,55

welcher an den Spiegeln stattfindet. Die s-polarisierte Komponente erfährt einen Phasensprung von π , während die p-polarisierte Komponente diesen nicht erfährt. Wird ein zweiter Spiegel in den Strahlengang gebracht, beträgt der gesamte Phasensprung der s-Komponenten 2π , damit ist sie von der Welle vor dem ersten Spiegel nicht unterscheidbar.

Der Vergleich der Fitparameter der beiden Messungen zeigt dennoch eine sehr gute Übereinstimmung. Damit ist (P,A)-Ellipsometrie über die erworbenen Spiegel mit bis zu zwei Spiegeln möglich.

7. Ellipsometrie mit festem Analysator

7.1. Simulationen

Da der Analysator nahe am Substrat positioniert sein muss, um der Strahlaufweitung Rechnung zu tragen, wird dieser nicht mehr rotierbar montiert werden können. Es muss also nach einer Alternative der bisher diskutierten Ellipsometrie gesucht werden, die mit einem fest montierten Analysator auskommt.

Betrachtet man die Abbildungen 6.5 oder 6.6, fällt auf, dass im Anfangsbereich der Messkurve die Polarisatorstellung stärkeren Änderungen unterworfen ist, als die Analysatorstellung. Es stellt sich die Frage, ob der Analysator für sehr dünne Schichten überhaupt rotieren muss. Damit wäre in Gleichung 5.42 schon ein zweiter Parameter fest gewählt, so dass nur noch der Polarisator als rotierendes Element verbliebe¹. Das Verhalten einer solchen Konfiguration wurde zunächst mit dem Programm „*elli_CP_minima*“ simuliert. Dabei wurde die Schichtdicke vorgegeben und die Polarisatorstellung im Intensitätsminimum bestimmt. Als Brechungsindizes wurden

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	1,399
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	2,606
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	-1,471

gewählt. Es handelt sich dabei um die Werte, die von Anne Wegmann für den Anfangsbereich einer Kurve mittels (P,A)-Ellipsometrie erhielt [Weg10]. Diese Messung war einerseits nicht von Spiegeln beeinflusst, berücksichtigt aber alle Eigenheiten der CKrS². Der Einfallswinkel wurde zu 60° gesetzt. Abbildung 7.1 zeigt diese Simulation. Die Analysatorstellung von 30° ergibt sich aus der Forderung, dass die Ellipsometrie bei dünnen Schichtdicken empfindlich sein soll. Eine große Steigung der Kurve im Bereich solcher dünnen Schichten bewirkt, dass eine geringe Schichtdickenänderung auf eine große Änderung in der Polarisatorstellung abgebildet wird. Die Periodizität ergibt sich durch die Exponentialfunktionen in den Amplitudenreflexionskoeffizienten R_p und R_s .

7.2. Das Programm “*remotecontrol + fixedanalyzer.vi*”

Für die im nächsten Abschnitt gezeigten Messungen durchführen zu können, wurde das bereits bestehende Programm „*remotecontrol.vi*“ erweitert zum Programm “*remotecontrol+fixedanalyzer.vi*“. Das Frontpanel des Programms ist in Abbildung 7.2 gezeigt. Es führt zunächst eine (P,A)-Ellipsometrie aus um für jede aufgebrachte Schicht ein (P,A)-Paar zu bestimmen. Die Startwerte (P_0 , A_0) für ein sauberes Substrat werden

¹Diese wird im Folgenden „P-Ellipsometrie“ genannt.

²Dies ist vergleichbar mit einer Apparatefunktion.

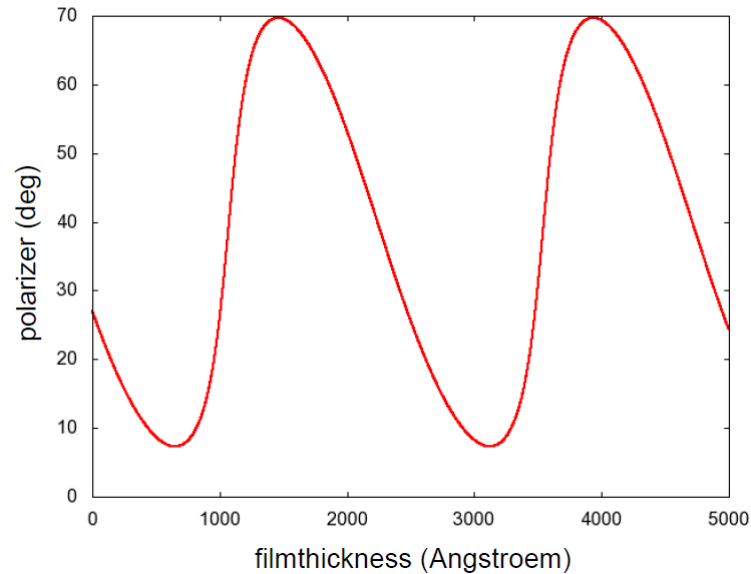


Abbildung 7.1.: **Simulation für die Ellipsometrie mit festem Analysator**; Die Analysatorstellung beträgt 30° relativ zur Einfallsebene, der Kompensator steht bei $-\pi/4$. Für die Simulation wurden Schichtdicken vorgegeben und die Stellung des Polarisators im Intensitätsminimum bestimmt. Das erste Minimum liegt bei etwa 650 Angström.

in das Feld „start position“ eingegeben. Die mit ihnen entstehende Kurve wird zur Kalibration der Schichtdicke benötigt um die Simulationen zu überprüfen. In das Feld „start position 2“ wird der Startwert des Polarisators für ein sauberes Substrat eingetragen. Nachdem die (P,A)-Ellipsometrie als erster Abschnitt einer Messung beendet ist, wird das Programm „*Elli_for_fixed_A.vi*“ aufgerufen. Es sucht analog zum Programm „*Elli_for_remote.vi*“ nach einem Intensitätsminimum, jedoch wird dieses nur noch anhand der Polarisatorstellung bestimmt. Der Ablauf ist schematisch in Abbildung 7.3 dargestellt.

7.3. Messungen mit festem Analysator

Auf diese Weise konnte zu jeder aufgetroffenen Schicht aus der konventionellen Ellipsometrie eine „Kalibrations-Kurve“ aufgenommen werden, welche die Schichtdickeninformation lieferte. Aus der P-Ellipsometrie wurde die zugehörige Polarisatorstellung übernommen. Die zueinander gehörigen (d,P)-Paare konnten sodann gegeneinander aufgetragen werden. Sie sind zusammen mit dem Anfangsbereich der Simulation (Abbildung 7.1) in Abbildung 7.6 dargestellt.

Da am KATRIN-Experiment ohnehin nicht auf Spiegel verzichtet werden kann, wurde die Messung mit einem und mit zwei Spiegeln durchgeführt.

Die Abbildungen 7.4 und 7.5 zeigen die Kalibrationskurven, welche folgende Fitparameter ergaben:

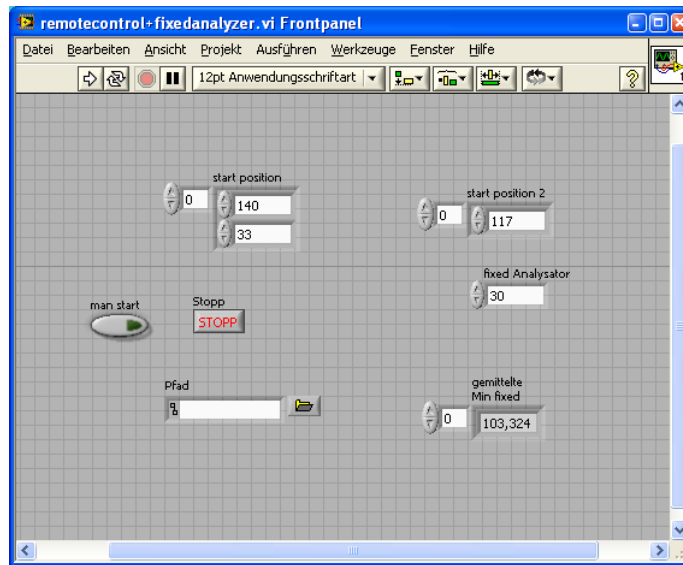


Abbildung 7.2.: Das Frontpanel des Programms „*remotecontrol + fixedanalyzer.vi*“; In das Feld „start position“ bedient die konventionelle Ellipsometrie mit Startwerten für Polarisator- und Analysatorstellung des sauberen Substrats. In das Feld „start position 2“ wird der Startwert des Polarisators für das saubere Substrat angegeben. Der im Feld „fixed Analysator“ eingetragene Wert fährt den Analysator auf diese Position und führt auf dieser den zweiten Teil der Ellipsometriemessung durch.

- 1 Spiegel

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	$1,400 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	$2,630 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	$-1,490 \pm 0,005$
reduziertes χ^2 :	66,94

- 2 Spiegel

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	$1,380 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	$2,710 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	$-1,360 \pm 0,005$
reduziertes χ^2 :	24,96

Der Einfallswinkel wurde wieder bei 60° fixiert. Wie nach den Abbildungen 7.4 und 7.5 schon erwartet werden kann, stimmen die Messungen mit zwei Spiegeln besser mit den Simulationen überein, als es für die Messungen mit einem Spiegel der Fall ist.

Sollte an der zukünftigen Kryptonquelle die Ellipsometrie mit zwei Spiegeln betrieben werden, stellt die hier gezeigte Variante eine zuverlässige Methode dar um Schichtdicken bis ca. 600Ångström zu bestimmen.

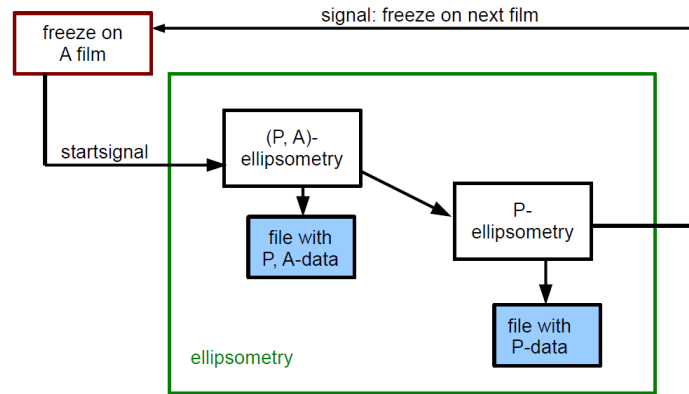


Abbildung 7.3.: **Ablauf des Versuchs mit festem Analysator**; Nachdem ein Film aufgefroren wurde, erhielt das Ellipsometrieprogramm das Signal die Messung zu starten. Nachdem diese beendet war, wurde der Analysator auf 30° relativ zur Einfallsebene gefahren und der Polarisator sucht nach dem Intensitätsminimum. Beide Ellipsometrievarianten erzeugen eigene Dateien mit den zugehörigen Messwerten. Nach Beendigung wurde ein Signal gegeben um den nächsten Film aufzufrieren.

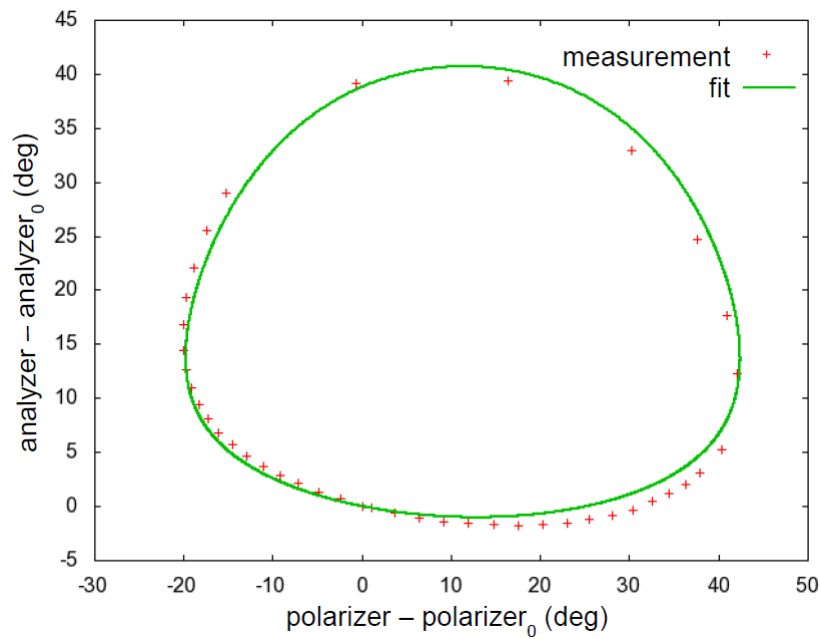


Abbildung 7.4.: **Kalibrations-Kurve mit einem Spiegel**; Das reduzierte χ^2 beträgt 106,67.

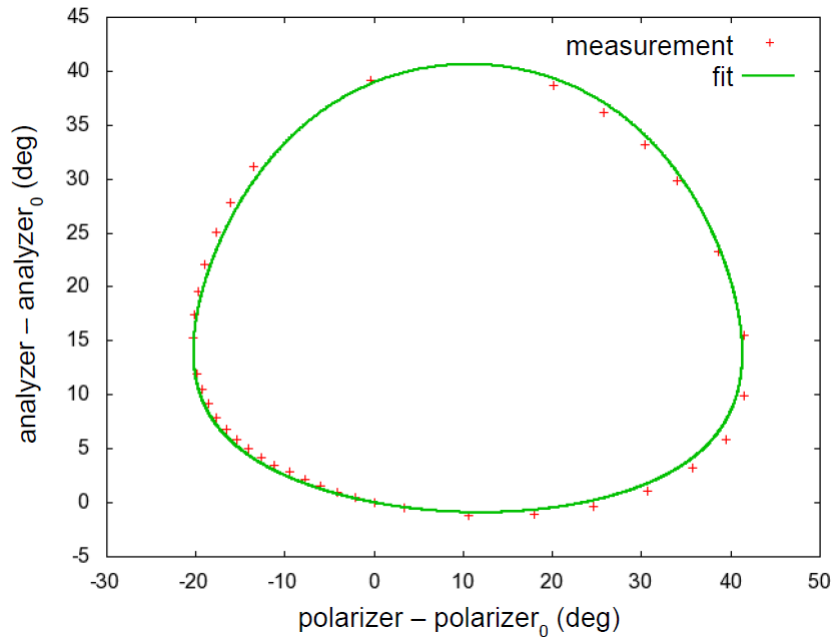


Abbildung 7.5.: **Kalibrations-Kurve mit zwei Spiegeln**; Das reduzierte χ^2 beträgt 46,70.

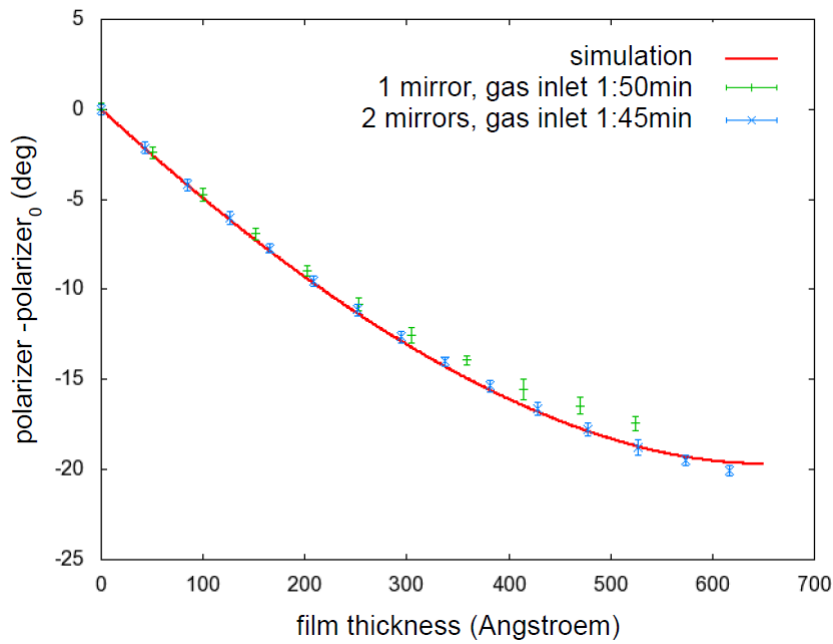


Abbildung 7.6.: **Messungen mit festem Analysator mit einem und zwei Spiegeln**; Die rote Kurve stellt den Anfangsbereich der Abbildung 7.1 dar.

7.4. Bestimmung der Schichtdicke

Bisher stand eine zweite, konventionelle Form der Ellipsometrie zur Verfügung, welche die Schichtdickeninformation lieferte. Ist dies nicht mehr der Fall, ist man also ange-

wiesen, von der Polarisatorstellung direkt auf die Schichtdicke umrechnen zu können. Dazu wurde der Anfangsbereich der Abbildung 7.1 im Schichtdickenintervall $[0; 650]$ Angström invertiert und mit der Funktion

$$d(P) = a \cdot \sqrt{P - b} + cP + e \quad (7.1)$$

gefittet. Diese Funktion ergibt sich aus den folgenden Überlegungen:

1. Bis zu einer Polarisatorstellung von etwa -14° erinnert der Verlauf der Simulation an eine an der P-Achse gespiegelten und verschobenen Wurzelfunktion. Daraus ergibt sich der Term $a \cdot \sqrt{P - b} + e$.
2. Ab Polarisatorstellungen von -14° verläuft die Simulation nahezu linear weiter. Dies begründet den linearen Term $c \cdot P$.

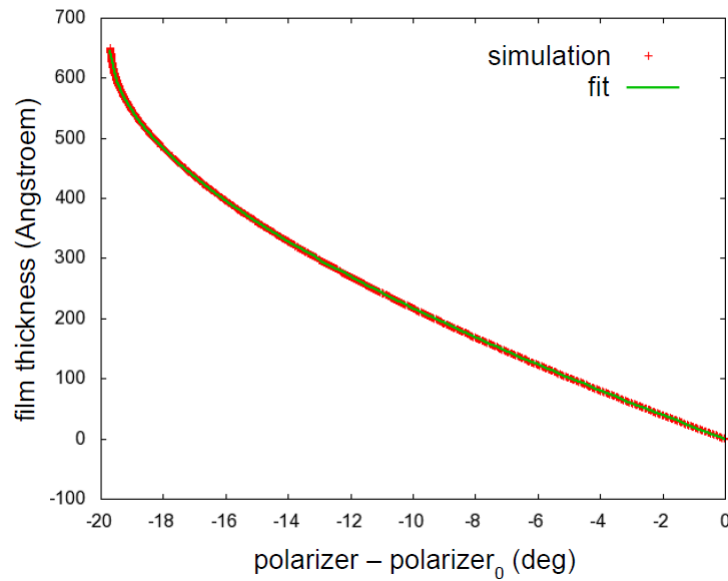


Abbildung 7.7.: **Simulation und Fit**; Die Simulation wurde mit Gleichung 7.1 gefittet. Die Schrittweite der Simulation beträgt 1 Angström, die Genauigkeit der berechneten Polarisatorposition $0,05^\circ$.

Der Fit mit obiger Funktion lieferte die folgenden Werte:

$$\begin{aligned} a &= (-121,996 \pm 0,09662) \frac{\text{Ang.}}{\text{deg}^{1/2}} \\ b &= (-19,6923 \pm 0,0003647) \text{ deg} \\ c &= (-5,59324 \pm 0,01847) \frac{\text{Ang.}}{\text{deg}} \\ e &= (541,104 \pm 0,471) \text{ Ang.} \end{aligned}$$

Berechnet man nun mit dieser Funktion die Schichtdicken, erhält man für die Messung mit einem Spiegel bzw. zwei Spiegeln die in den Tabellen 7.1 und 7.2 angegebenen Werte. Sie sind dort direkt mit jenen Werten aus der Kalibrationskurve vergleichbar.

Ungeachtet der Fehler korrelieren die Schichtdicken aus Kalibrationskurve und Fit für

$d_{Kali}(\text{Ang.})$	$d_{fit}(\text{Ang.})$	$\Delta d(\text{Ang.})$
0	-0,27	2,57
50	47,42	2,62
100	96,14	2,77
151	143,60	2,68
202	190,95	2,71
253	238,06	3,17
305	285,66	3,54
359	326,32	2,69
414	379,24	4,46
470	413,86	4,25
524	455,34	4,31

Tabelle 7.1.: **Vergleich der Schichtdicken für die Messung mit einem Spiegel;**
Gezeigt sind die Schichtdicken aus der Kalibrationskurve d_{Kali} und die berechneten Werten aus dem Fit an die Simulation d_{fit} .

$d_{Kali}(\text{Ang.})$	$d_{fit}(\text{Ang.})$	$\Delta d(\text{Ang.})$
0	-0,27	2,47
43	42,02	2,56
85	83,89	2,71
126	123,21	2,90
166	162,45	2,53
209	205,22	2,81
251	246,36	2,98
293	287,58	3,09
337	328,59	2,77
382	373,32	3,25
428	420,35	3,69
477	470,96	4,30
527	528,41	5,35
574	598,57	6,47

Tabelle 7.2.: **Vergleich der Schichtdicken für die Messung mit zwei Spiegeln;**
Gezeigt sind die Schichtdicken aus der Kalibrationskurve d_{Kali} und die berechneten Werten aus dem Fit an die Simulation d_{fit} .

die Messung mit zwei Spiegeln sehr gut. Für die Messung mit einem Spiegel hingegen beobachtet man die erwartete Abweichung. Die in Gleichung 7.1 gegebene Fitfunktion

ist also für dünne Schichtdicken eine anwendbare Methode um Polarisatorstellungen in Schichtdicken umzurechnen.

8. Ellipsometrie mit rotierendem Polarisator und Kompensator

8.1. Simulationen für unterschiedliche Parameter

Die erzwungene Detektion des am HOPG reflektierten Lichtes nahe des Substrats erfordert, dass der Analysator aus Platzgründen fest montiert sein muss. Eine Möglichkeit unter dieser Bedingung Schichtdicken zu bestimmen wurde bereits in Kapitel 7 beschrieben. Diese Variante bot allerdings nur Messungen für sehr dünne Schichten und die zugehörigen Simulationen mussten mit Brechungsindizes aus bisherigen Messungen und einem theoretischen Einfallswinkel durchgeführt werden. Eine denkbare Alternative stellt die Möglichkeit dar, anstelle des Analysators den Kompensator als rotierendes Element zu montieren. Für die zuvor gefundenen Fitparameter (siehe Abschnitt 6.3) ist der Verlauf der beiden möglichen Minima für unterschiedliche Schichtdicken im Intervall $d \in [0; 2590]$ Angström in Abbildung 8.1 gezeigt. Die Schrittweite beträgt 10 Angström.

Das Verhalten der (P,C)-Kurve soll betrachtet werden, indem der Einfallswinkel α sowie die Parameter n_1 , k_1 , n_2 , k_2 und der Winkel A des Analysators geringfügig variiert werden. Mit steigender Schichtdicke werden die gezeigten (P,C)-Kurven im Gegenuhrzeigersinn durchlaufen¹. Die folgenden Aussagen gelten für relative Winkelpositionen von Polarisator und Kompensator:

- **Einfallswinkel; α**
Mit größerem Einfallswinkel vergrößert sich die gesamte Kurve (siehe Abbildung 8.2).
- **Brechungsindex des Film; n_1**
Mit Zunahme des Brechungsindizes wird die Kurve größer (siehe Abbildung 8.3).
- **Brechungsindex des Films; k_1**
Ist der Imaginärteil des Brechungsindizes des Films Null, entsteht eine geschlossene Kurve. Für $k_1 < 0$ spiraliert die Kurve nach aussen, für $k_1 > 0$ nach innen (siehe Abbildung 8.4).
- **Brechungsindex des Substrats; n_2**
Eine Abnahme des Realteils des Brechungsindizes führt zu einer Streckung der Kurve (siehe Abbildung 8.5).
- **Brechungsindex des Substrats; k_2**
Eine Zunahme des Imaginärteils des Brechungsindizes des Substrats macht sich ebenfalls in einer Streckung der Kurve bemerkbar (siehe Abbildung 8.6).

¹Für die Auswirkungen des Kurvenverhaltens bei Variation der Parameter wird nur das untere der in Abbildung 8.1 dargestellten Minima betrachtet.

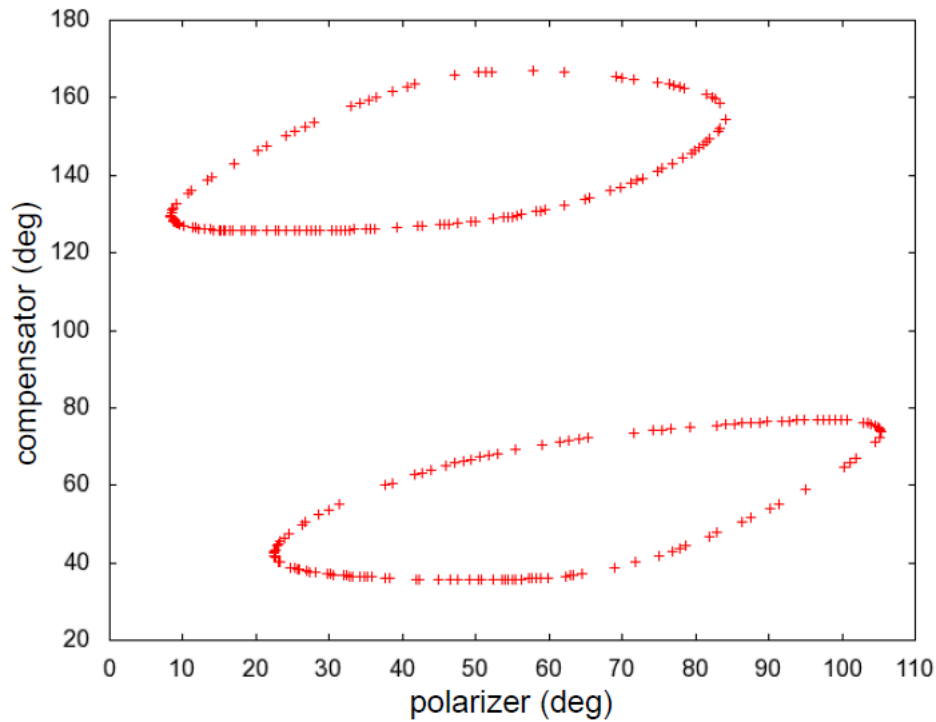


Abbildung 8.1.: **Simulation des Verlaufs der Minima für (P,C)-Ellipsometrie;** Es zeigen sich zwei absolute Minima, die jeweils mit steigender Schichtdicke eine geschlossene Kurve beschreiben. Es wurde bei einem theoretischen Einfallswinkel von 60° simuliert. Die Brechungsindizes betragen $n_1 = 1,41$ für den Kryptonfilm, $n_2 = 2,61$ für den Realteil und $k_2 = -1,55$ für den Imaginärteil des Substrats. Der Winkel des Analysators beträgt 30° .

- **Winkel des Analysators; A**

Nimmt der Winkel des Analysators zu, schlägt sich dies in der Größe und in einer leichten Verkipfung der Kurve um den den Punkt $(P,C) = (0^\circ, 0^\circ)$ nieder (siehe Abbildung 8.7).

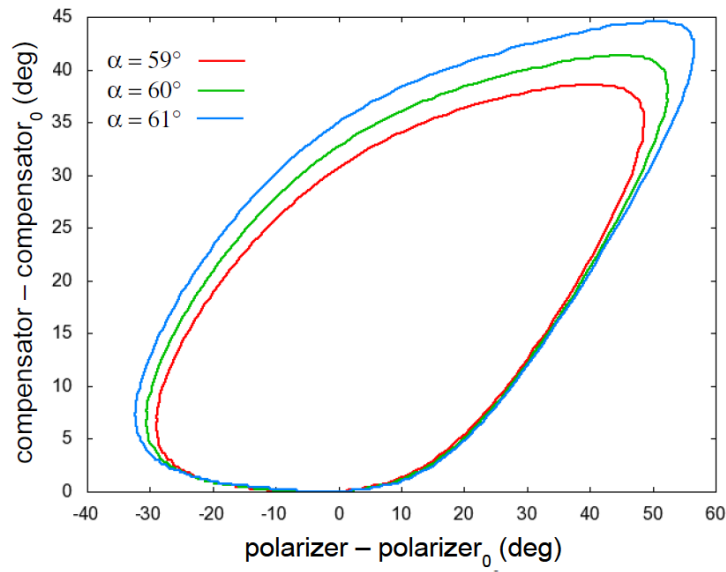


Abbildung 8.2.: **Variation des Einfallswinkels α** ; Die Kurve vergrößert sich mit zunehmendem Einfallswinkel.

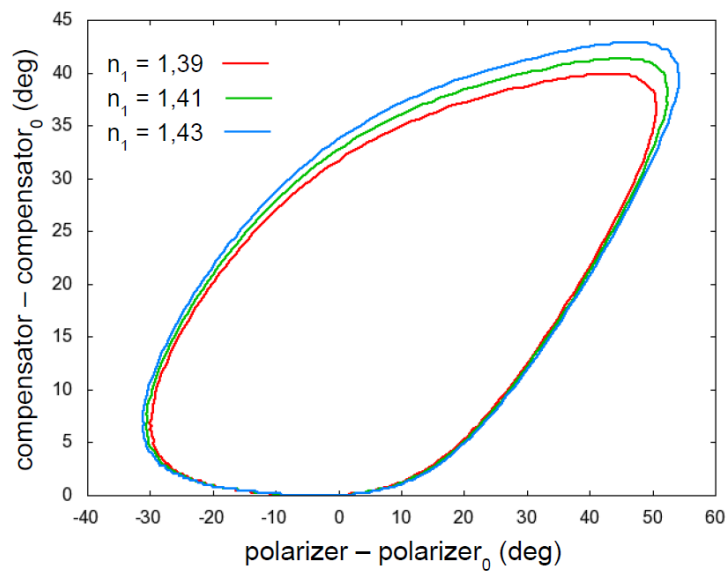


Abbildung 8.3.: **Variation des Brechungsindex n_1 des Films**; Mit dem Brechungsindex wächst auch die Kurve.

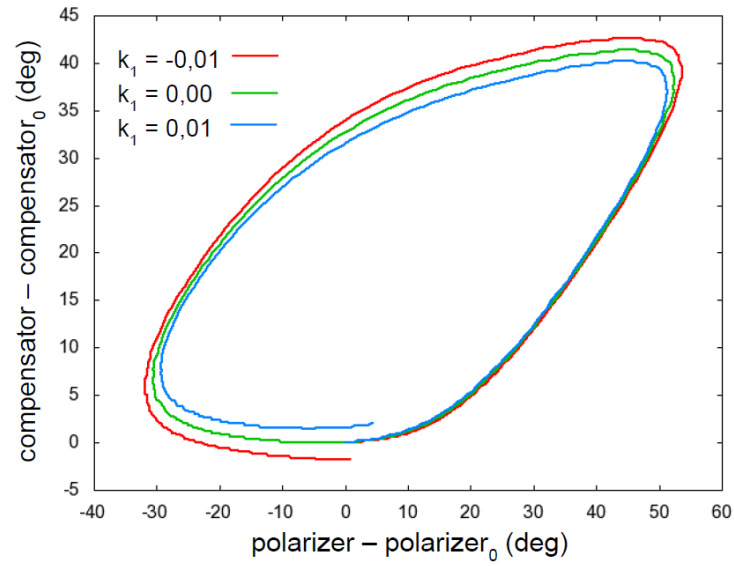


Abbildung 8.4.: **Variation des Brechungsindex k_1 des Films**; Nur für einen trivialen Imaginärteil entsteht eine geschlossene Kurve, Für negative Werte von k_1 ist die (P,C)-Kurve nach aussen geöffnet, für positive Werte nach innen.

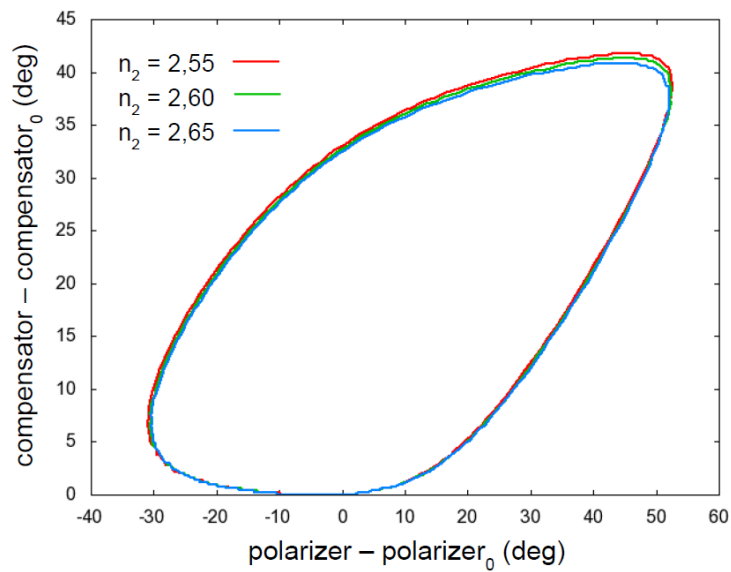


Abbildung 8.5.: **Variation des Brechungsindex n_2 des Substrats**; Je kleiner der Realteil des Brechungsindex n_2 wird, desto stärker wird die Kurve gestreckt.

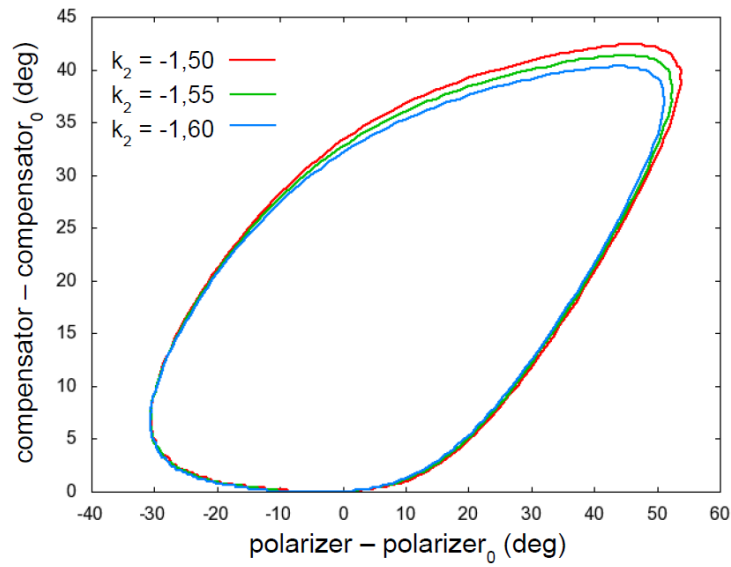


Abbildung 8.6.: **Variation des Brechungsindex k_2 des Substrats**; Wird der Imaginärteil des Brechungsindex des Substrats größer, führt dies zu einer Streckung der Kurve.

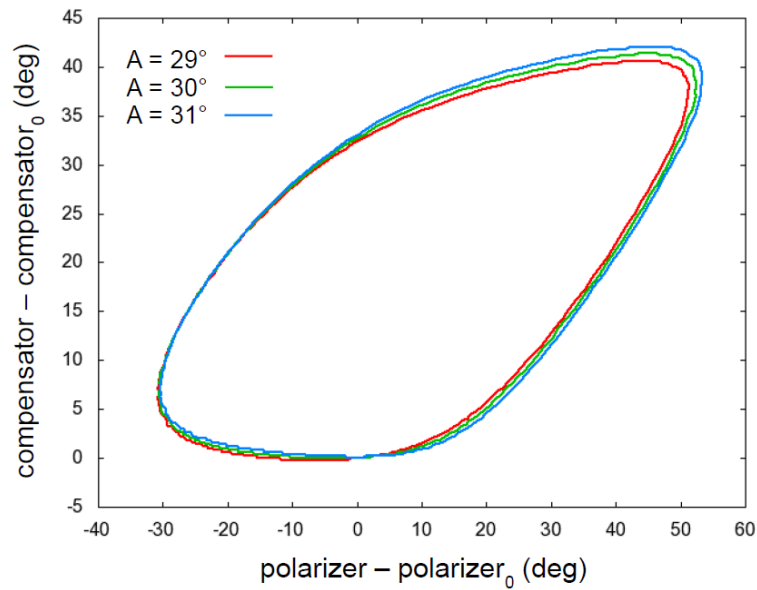


Abbildung 8.7.: **Variation des Analysatorwinkels**; Wird der Winkel A des Analysator größer, kippt die Kurve geringfügig. Ausserdem ändert sich ihre Größe.

Die Simulationen, insbesondere Abbildung 8.1, lassen den Schluss zu, dass es möglich ist, mit dieser Konfiguration eine Referenzkurve zu messen.

Die Mathematik dahinter verbirgt jedoch eine Schwierigkeit. Dazu sei nochmals Formel 5.42 betrachtet:

$$\rho_S = -\tan(A) \frac{\tan(C) + \rho_C \tan(P - C)}{1 - \rho_C \tan(C) \tan(P - C)}.$$

Das in Abschnitt 5.6 genannte Additionstheorem $\frac{1-i \tan(\theta)}{1+i \tan(\theta)} = e^{-2i\theta}$ lässt sich aufgrund der Tatsache, dass nun auch der C variabel ist, nicht anwenden. Für die Nutzung des Additionstheorems ist eine feste Stellung des Kompensators bei $\pm \frac{\pi}{4}$ erforderlich. Einen möglichen Ausweg bietet die Parameterdarstellung:

Bei ρ_S handelt es sich um eine komplexe Zahl. Sie lässt sich also durch ihren Betrag und ihre Phase darstellen. Auf diesem Wege erhält man die Darstellung von ρ_S in Polarkoordinaten zu

$$\rho_S = \alpha e^{i\beta}. \quad (8.1)$$

Es zeigt sich dann eine zu Gleichung 5.44 sehr ähnliche Darstellung. Mit umfangreichen Erweiterungen des Programms „*elli.cpp*“ sollte es also möglich sein Ellipsometriedaten der in diesem Kapitel vorgestellten Messmethode auszuwerten².

8.2. Auswertung der (P,C)-Ellipsometriedaten

Da die (P,C)-Ellipsometrie sich anders verhält und die entstehende Kurvenform nicht mit denen der (P,A)-Ellipsometrie vergleichbar sind, kann für die Auswertung nicht das Programm *elli.cpp* ohne entsprechende Erweiterungen herangezogen werden. Da die Grundgleichung der Ellipsometrie eine komplexe Zahl ist, kann man sie in ihrer Polardarstellung schreiben als

$$\rho_S = -\tan(A) \frac{\tan(C) - i \cdot \tan(P - C)}{1 + i \cdot \tan(C) \tan(P - C)} = \begin{cases} \tan(A) e^{2i(P+\pi/4)} & \text{für (P,A)-Ellipsometrie, } C = -\frac{\pi}{4} \\ \alpha e^{i\beta} & \in \mathbb{C} \text{ gilt immer.} \end{cases} \quad (8.2)$$

Schon Gleichung 5.44 für (P,A)-Ellipsometrie ist eine Polardarstellung von ρ_S , man kann also Pseudo-Koordinaten (\tilde{P}, \tilde{A}) definieren, indem man

$$\beta = 2(\tilde{P} + \frac{\pi}{4}) \quad (8.3)$$

$$\alpha = \tan(\tilde{A}) \quad (8.4)$$

identifiziert. Man erhält also

$$\tilde{P} = \frac{\beta}{2} - \frac{\pi}{4} \quad (8.5)$$

$$\tilde{A} = \arctan(\alpha). \quad (8.6)$$

²Das Programm ist aktuell in der Entstehungsphase. In Abschnitt 8.2 werden die vorläufigen Ergebnisse gezeigt.

Die beiden Werte geben darüber Auskunft, welche Werte die (P,A)-Ellipsometrie bei gegebener Schichtdicke liefern würde. Für die Umrechnung in Pseudo-Koordinaten \tilde{P} , \tilde{A} wurde das Programm *umrechnung.cpp* geschrieben. Es liest die (P,C)-Werte ein (dafür wird eine Datei mit Namen „P-C-file.dat“ verlangt) und gibt die Werte (\tilde{P}, \tilde{A}) in einer neuen Datei mit Namen „PC_data_file.dat“ aus. Um das Programm auf seine Funktionsfähigkeit zu überprüfen, wurden die simulierten (P,C)-Daten in Pseudo-Koordinaten umgerechnet und mit dem Programm *elli.cpp* ausgewertet. Hier zeigte sich zunächst eine Kurve, wie man sie von der (P,A)-Ellipsometrie erwartet.

Da bei den Simulationen die Schichtdicke, sowie Einfallswinkel und Brechungsindizes vorgegeben wurden, können diese nach der Auswertung mit den erhaltenen Fitparametern verglichen werden. Das Ergebnis dieser Überprüfung ist graphisch in Abbildung 8.8 gezeigt. Eine Gegenüberstellung der vorgegebenen Parameter und die resultierenden Fitparameter sind in Tabelle 8.1 gezeigt. Die Werte für die Schichtdicke streuen um

Größe	vorgegebener Wert in der Simulation	Resultat aus dem Fit
Schrittweite (Angström)	10	$9,99 \pm 1,75$
Einfallswinkel (deg)	60	$60,00 \pm 0,05$
n_1	1,41	$1,410 \pm 0,005$
n_2	2,61	$2,610 \pm 0,005$
k_2	-1,55	$-1,550 \pm 0,005$

Tabelle 8.1.: **Gegenüberstellung von vorgegebenen Parametern der Simulation und deren Reproduktion mit der Fitroutine;** Es wurden der Einfallswinkel, die Schrittweite der Schichtdicke, sowie die Brechungsindizes von Substrat und Kr-Film vorgegeben. Die zweite Spalte zeigt die vorgegebenen Werte, die letzte Spalte die Ergebnisse aus dem Fit mit dem Programm *elli.cpp* an die Pseudo-Koordinaten (\tilde{P}, \tilde{A}) . Der angegebene Fehler der Schichtdicke ist die Standardabweichung.

9,99 Angström mit einer Standardabweichung von 1,75 Angström. Die gefitteten Schichtdicken sind Gauss-verteilt, wie Abbildung 8.9 zeigt. Sämtliche Werte werden sehr gut reproduziert. Damit ist das Programm „*umrechnung.cpp*“ tauglich für die Auswertung der (P,C)-Ellipsometrie.

8.3. Experimentelle Ergebnisse - Messungen ohne Spiegel

In diesem Abschnitt werden die Messungen der (P,C)-Ellipsometrie ohne Hinzunahme von Spiegeln besprochen. Es handelt sich bei der (P,C)-Ellipsometrie um eine neuartige Variante, daher schien es sinnvoll auch ohne Spiegel Messungen durchzuführen um Erfahrungen zu sammeln und das grundsätzliche Verhalten der (P,C)-Ellipsometrie zu studieren.

Da die beiden Kurven des simulierten Minimumverlaufs nicht dieselbe Form haben,

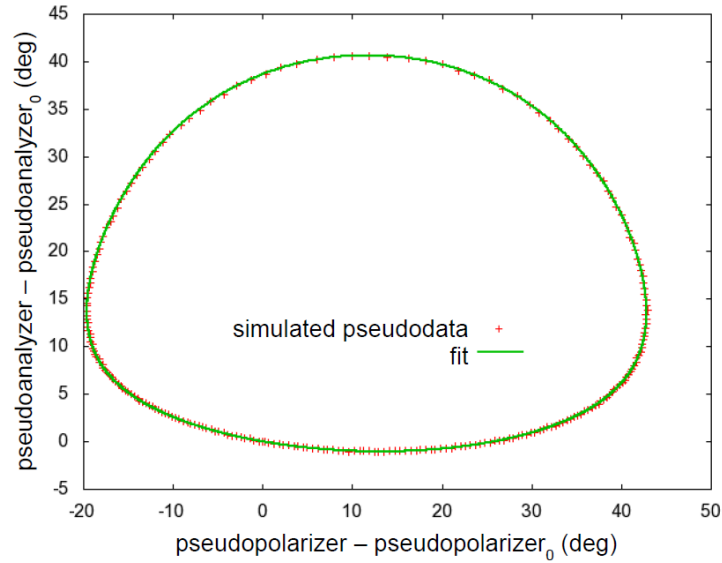


Abbildung 8.8.: **Fit an die Pseudo-Koordinaten** (\tilde{P}, \tilde{A}); Die Pseudo-Koordinaten wurden aus der Simulation mit dem Programm „*umrechnung.cpp*“ berechnet. Die vorgegebenen und die aus dem Fit resultierenden Parameter entnehme man Tabelle 8.1.

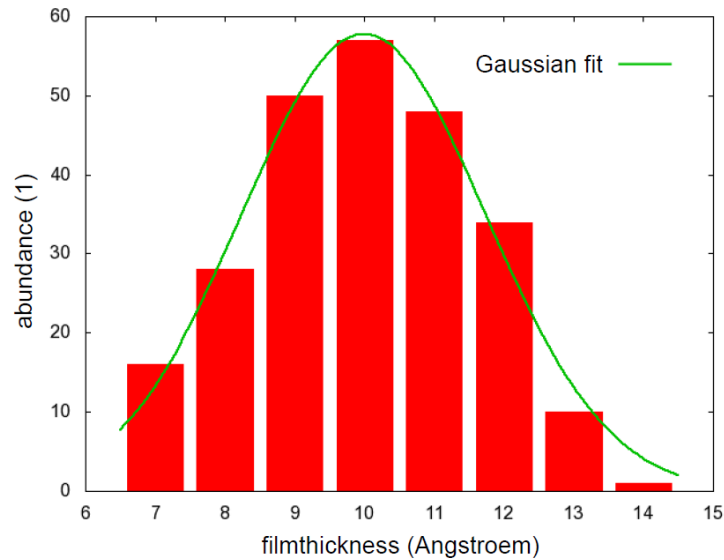


Abbildung 8.9.: **Histogramm der Schichtdickenverteilung**; für den Fit an die Pseudo-Koordinaten der simulierten (P,C)-Werte. Die mittlere Schichtdicke beträgt 9,99 Angström bei einer Standardabweichung von 1,75 Angström. Für die zugrunde liegende Simulation wurden 10 Angström-Schritte gewählt.

wurden für die Messungen ohne Spiegel und mit einem Spiegel beide Kurven vermessen. Für die Messung mit 2 Spiegeln wurde nur die Untere in Abbildung 8.1 liegende Kurve vermessen. Auf diese Weise konnte sicher gestellt werden, dass eine Kurve zu jeder Spiegelkonfiguration zur Verfügung stand und immer die miteinander korrespondierenden Kurven verglichen werden konnten. Entsprechend wird für die Auswertung jeweils die untere Kurve betrachtet. Bevor die eigentliche Schichtdickenmessungen beginnen konnten, wurde nach einem absoluten Intensitätsminimum gesucht, wie dies schon in Abschnitt 6.2 beschrieben wurde. Das Ergebnis dieser Rastersuche ist in Abbildung 8.10 dargestellt. Die beiden gefundenen Minima sind bei $(P_{01}, C_{01}) = (24^\circ, 132^\circ)$

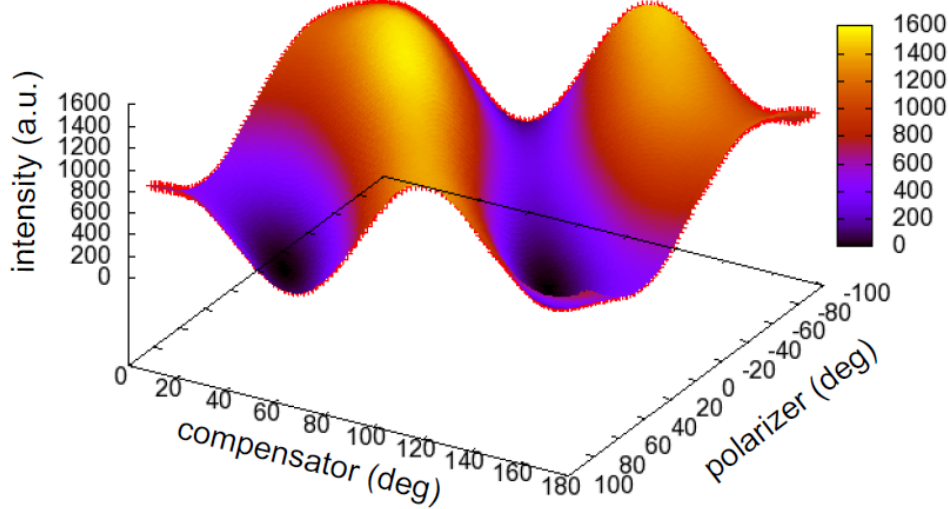


Abbildung 8.10.: **Intensitätsverlauf für Ellipsometrie mit rotierendem Polarisator und Kompensator**; Auch bei dieser Variante der Ellipsometrie zeichnen sich zwei Minima ab, sie liegen bei $(P_{01}, C_{01}) = (24^\circ, 132^\circ)$ und $(P_{02}, C_{02}) = (62^\circ, 48^\circ)$. Der Fehler beträgt $\pm 1^\circ$. Der Analysator stand bei 30° . Insgesamt fällt auf, dass die Minima wesentlich schwächer ausgeprägt sind und deutlich in die Länge gezogen sind. Man vergleiche dazu Abbildung 6.4.

und $(P_{02}, C_{02}) = (62^\circ, 48^\circ)$ lokalisiert. Durch die Schrittweite der Rastersuche von 2° ergibt sich ein Fehler von $\pm 1^\circ$ für die Genauigkeit ihrer Lage.

Betrachtet man die Form eines dieser Minima, fällt im Vergleich zu Abbildung 6.4 auf, dass es deutlich in die Länge gezogen ist. Zudem zeichnen sich die Minima nicht so deutlich gegeneinander ab. Ausserdem hinzu kommt, dass sich ein Minimum diagonal über die P-C-Ebene erstreckt. Diese Charakteristika führen dazu, dass die Minimumssuche in einer Ellipsometriemessung sehr viele Iterationen benötigt um ein Intensitätsminimum mit hinreichender Genauigkeit lokalisieren zu können.

Da nur zwei Rotationstische zur Verfügung standen und einer bereits für die Bewegung des Polarisators verbaut war, wurde für den Analysator eine feste Montierung gebaut (siehe Abbildungen A.1 und A.2 im Anhang). Damit wurde der zweite Rotationstisch

für den Kompensator frei. Der Halter des Analysators besitzt zur Aufnahme von M4-Schrauben drei Löcher mit einem Durchmesser von $4,5\text{mm}^3$. Daraus ergibt sich eine mögliche Verdrehung des Analysators um $\pm 0,75^\circ$.

Auch für diese Messungen konnte das Programm “*elli_for_remote.vi*“ verwendet werden. Um die Simulation in Abbildung 8.1 besser überprüfen zu können, wurden zwei Messungen durchgeführt. Dazu dienten jeweils eines der in Abbildung 8.10 dargestellten Minima als Startwertepaare. Da mit den bisherigen Einstellungen des automatisierten Gaseinlasses gute Erfahrungen gemacht wurden, wurden diese unverändert übernommen. Die Ergebnisse dieser Messungen sind zusammen mit der Simulation in den Abbildungen 8.11 und 8.12 gezeigt. Die in diesen beiden Abbildungen gezeigten Messkurven

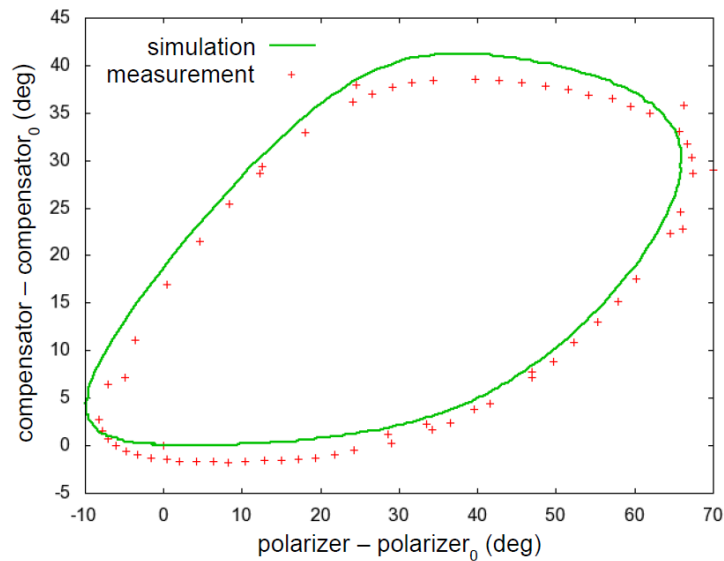


Abbildung 8.11.: **Messung und Simulation**; Gezeigt ist die obere Minimumskurve der Simulation (durchgezogene Linie) aus Abbildung 8.1 zusammen mit den Messwerten die ohne Spiegel aufgenommen wurden. Mit zunehmender Schichtdicke wird die Kurve im Uhrzeigersinn durchlaufen.

zeigen einen zum Teil unstetigen Verlauf. Dies ist auf die Abbruchbedingung der iterativen Minimumssuche zurückzuführen. Sie lag bei $0,1^\circ$, was für (P,C)-Ellipsometrie zu grob erscheint. Der Grund dafür liegt in den weniger stark ausgeprägten Minima, wie sie in Abbildung 8.10 zu sehen sind. Diese Beobachtung führte dazu, dass die Abbruchbedingung von $0,1^\circ$ auf $0,05^\circ$ reduziert und zusätzlich die maximale Anzahl von Iterationen auf 14 erhöht wurde⁴. Eine Ellipsometriemessung dauerte damit ca. 25 Minuten⁵.

³Dies ist üblich nach DIN 974-1.

⁴Für die (P,A)-Ellipsometrie haben typischerweise 8 Iterationen ausgereicht um die Abbruchbedingung zu erfüllen.

⁵Die Dauer hängt auch von der Anzahl der Schritte der ersten, groben Fits und der Schrittzahl der iterativen Minimumssuche ab. Mit Sichtwinkeln für den groben Fit von 35° bis 50° und einer Schrittweite von 1° , Startwinkeln für die Iteration von 20° und Sichtwinkelverhältnissen 0,85 wurden gute Erfahrungen gemacht.

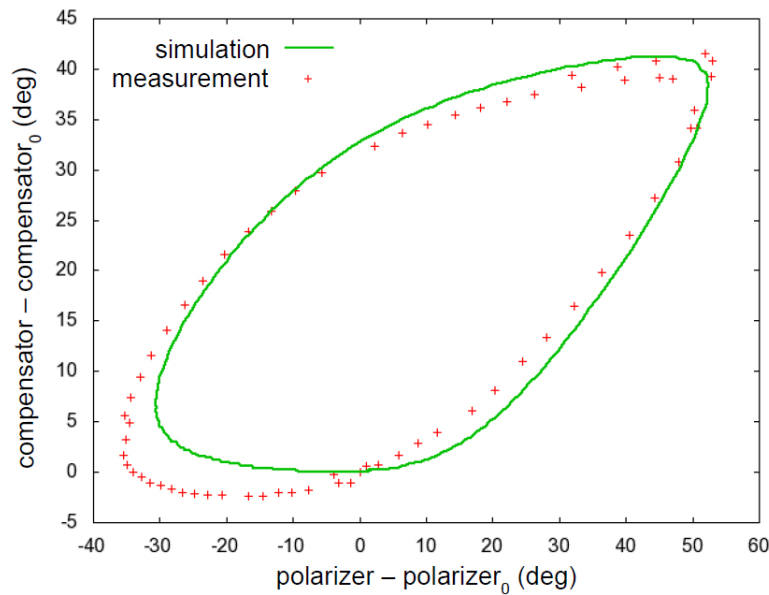


Abbildung 8.12.: **Messung und Simulation**; Die Simulation zeigt die untere Minimumskurve der Abbildung 8.1. Die durchgezogene Kurve beschreibt den Verlauf der Simulation. Es befand sich kein Spiegel im Strahlengang. Mit zunehmender Schichtdicke verläuft die Kurve gegen den Uhrzeigersinn.

Nach Anwendung des Programms *umrechnung.cpp* und folgendem Fit mit durch das Programm *elli.cpp* erhält man die Parameter

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	$1,650 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	$2,740 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	$-2,250 \pm 0,005$
mittlere Schichtdicke:	$28,85 \pm 4,86$ Ang.

Als Fehler der Schichtdicke ist die Standardabweichung angegeben. Da manchmal die Ellipsometrie das Signal zum Start einer Messung nicht erkennt, wurden bei der Bestimmung der mittleren Schichtdicke nur solche Werte berücksichtigt, bei denen sicher gesagt werden konnte, dass es sich um zwei nacheinander aufgefrorene Schichten handelt.

Die Abbildung 8.13 zeigt die Kurve der Pseudokoordinaten und den Fit. Die Kurve ist bedeutend größer als jene der (P,A)-Ellipsometrie. Dies liegt insbesondere an deutlich größeren Imaginärteil des Brechungsindizes des Substrats. Er wurde hier zu $-2,250 \pm 0,005$ gefunden, während die (P,A)-Ellipsometrie diesen bei $-1,560 \pm 0,005$ (für die Messung mit einem Spiegel) bzw. $-1,550 \pm 0,005$ (für die Messung mit zwei Spiegeln) fand.

8.4. Messungen mit einem Spiegel

Verwendet man einen Spiegel, liegen die beiden absoluten Minima bei $(P_{01}, C_{01}) = (114^\circ, 36^\circ)$ und $(P_{02}, C_{02}) = (138^\circ, 126^\circ)$. Der Fehler beträgt $\pm 1^\circ$. Es wurden auch

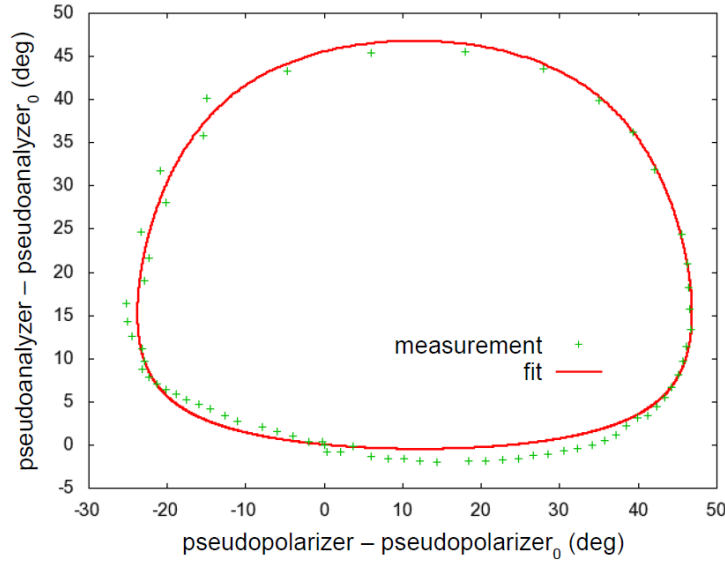


Abbildung 8.13.: **Fit an die Pseudokoordinaten der (P,C)-Ellipsometrie**; für die Messung ohne Spiegel. Die Pseudokoordinaten korrespondieren mit den in Abbildung 8.12 gezeigten (P,C)-Messwerten.

hier beide Minima als Startwertepaar verwendet. Die beiden so entstandenen Messungen zeigen die Abbildungen 8.14 und 8.15. In beiden Abbildungen sind Simulation und Messung um 180° gegeneinander gedreht. Dieser Effekt ist erneut auf den Phasensprung von π der s-polarisierten Komponente zurück zu führen. Betrachtet man Gleichung 5.12, führt der Phasensprung um π gerade dazu, dass aus ursprünglich rechtszirkular - polarisiertem Licht nach der Reflexion linkszirkular-polarisiertes Licht wird (und umgekehrt). Vergleicht man die Auswirkungen des Spiegels zwischen (P,A)- und (P,C)-Ellipsometrie, sind sie hier zunächst ungleich größer: Die in Abschnitt 6.2 gezeigten Ergebnisse (insbesondere Abbildung 6.5) weisen lediglich eine geringe Verkippung gegenüber dem Fit auf.

Berücksichtigt man bei der Berechnung der Grundgleichung 5.42 einen Spiegel mittels einer Matrix

$$Z = \begin{pmatrix} r_{xx} & 0 \\ 0 & r_{yy} \end{pmatrix}, \quad (8.7)$$

erhält man letztendlich als Grundgleichung für Ellipsometrie mit einem Spiegel

$$\rho_S = -\tan(A) \frac{r_{xx} \tan(C) + r_{xx} \rho_C \tan(P - C)}{r_{yy} - r_{yy} \rho_C \tan(C) \tan(P - C)}. \quad (8.8)$$

Da für die relativen Koordianten P_{rel} und C_{rel} für Polarisator und Kompensator bei einer Drehung um 180°

$$-P_{rel} = -P - (-P_0) \quad \text{und} \quad -C_{rel} = -C - (-C_0) \quad (8.9)$$

gilt, müssen in 8.8 negative Werte eingesetzt werden. Dies ist letztendlich gleichbedeutend damit, dass auch die absoluten Werte ein negatives Vorzeichen besitzen. Das führt

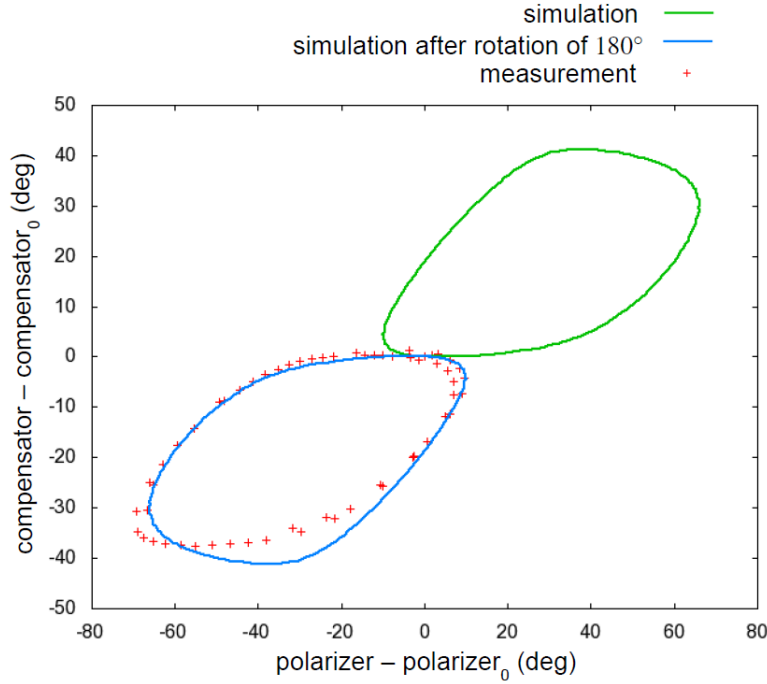


Abbildung 8.14.: **(P,C)-Ellipsometrie mit einem Spiegel**; Es handelt sich um die in Abbildung 8.1 obere Kurve. Simulation und Messung sind um 180° gegeneinander gedreht.

aufgrund der Eigenschaften der Tangensfunktion zu einem Vorzeichenwechsel von ρ_S . Da aber ρ_S auch durch die unveränderten Eigenschaften des Systems Vakuum-Film-Substrat gegeben ist, muss entweder r_{xx} oder r_{yy} für den Vorzeichenwechsel von ρ_S und damit von P und C verantwortlich sein. Eines der beiden Koeffizienten r_{xx} oder r_{yy} muss also negativ sein. Eine genauere Klassifikation der Spiegel ist ohne Kenntnis der Brechungsindizes der dielektrischen Schichten und deren Dicken nicht möglich.

Allgemein gilt für eine beliebige Anzahl von Spiegeln j

$$\rho_S = -\tan(A) \frac{r_{xx}^j \tan(C) + r_{xx}^j \rho_C \tan(P - C)}{r_{yy}^j - r_{yy}^j \rho_C \tan(C) \tan(P - C)}. \quad (8.10)$$

Nach Umrechnung der Messwerte in Pseudo-Koordinaten und anschließendem Fit erhält man die in Abbildung 8.16 gezeigte Kurve. Die daraus resultierenden Fitparameter und die mittlere aufgefrorene Schichtdicke betragen

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	$1,400 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	$2,740 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	$-1,630 \pm 0,005$
mittlere Schichtdicke:	$57,88 \pm 7,63$ Ang.

Der Fehler der mittleren Schichtdicke ist die Standardabweichung.

Es zeigt sich also, dass die beobachtete Drehung der Rohdaten gegenüber der Simulation

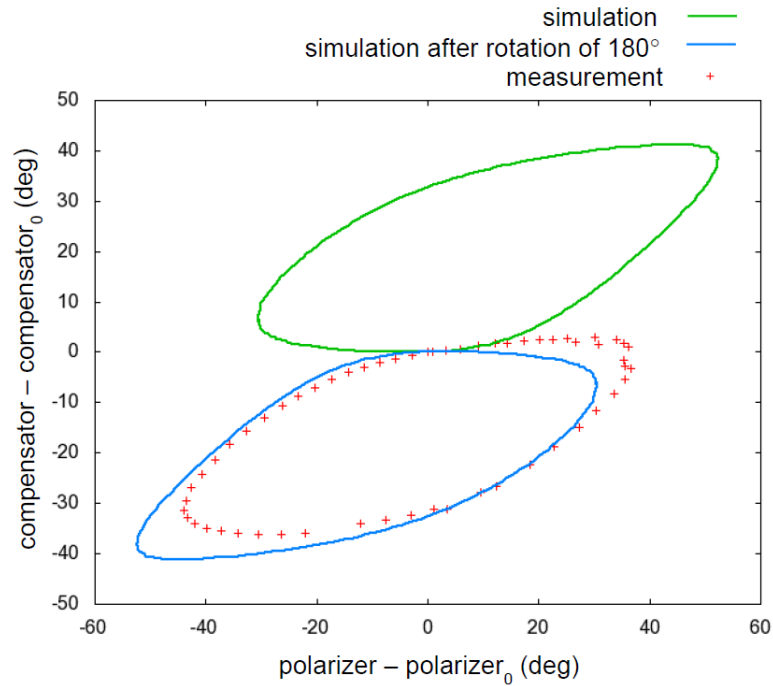


Abbildung 8.15.: **(P,C)-Ellipsometrie mit einem Spiegel**; Gezeigt in die untere Kurve der Abbildung 8.1. Simulation und Messung sind auch hier um 180° gegeneinander gedreht. Zudem zeigt sich ein geringer Versatz in Polarisator-Richtung.

letztendlich irrelevant ist, wenn man die Pseudo-Koordinaten betrachtet. Der Brechungsindex des Kryptons sowie die mittlere, aufgefrorene Schichtdicke stimmen gut mit den Ergebnissen der (P,A)-Ellipsometrie mit einem Spiegel überein. Die Brechungsindizes des Substrats weisen geringe Diskrepanzen auf.

8.5. Messungen mit zwei Spiegeln

Die absoluten Minima des Scans liegen bei einem Aufbau, der zwei Spiegel involviert bei $(P_{01}, C_{01}) = (36^\circ, 135^\circ)$ sowie bei $(P_{02}, C_{02}) = (54^\circ, 46^\circ)$. Die Fehler betragen $\pm 1^\circ$. Die Schichtdickenmessung ist zusammen mit der Simulation in Abbildung 8.17 gezeigt. Mit Verwendung eines zweiten Spiegels zeigen simulierte und gemessene Kurve dieselbe Orientierung auf. Dennoch zeigt sich nicht die erwartete Kongruenz zwischen Simulation und Messung, wie es in Abschnitt 6.3 schon beobachtet wurde. Statt dessen weisen Simulation und Messung einen Versatz von $\text{ca. } 23^\circ \approx \pi/8$ in Richtung des Polarisators auf. Diese rührt daher, dass beide Kurven unterschiedliche Startpositionen auf ihrem Umfang besitzen⁶. Dies lässt den Schluss zu, dass es sich bei diesem Winkel nicht um eine Invariante der Gleichung 5.42 handelt, sondern von den Spiegeln induziert wird.

⁶In Abbildung 8.17 sind relative Polarisator- und Kompensatorstellungen aufgetragen. Die Startpunkte beider Kurven liegen also bei $(P_0, C_0) = (0^\circ, 0^\circ)$.

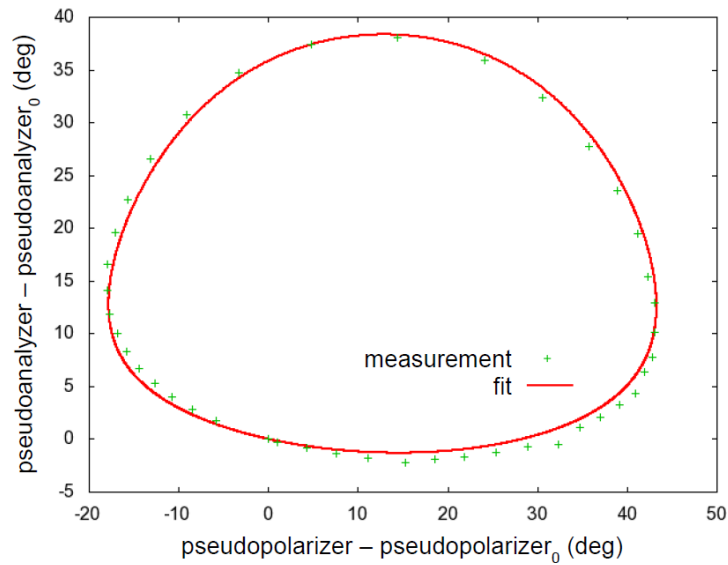


Abbildung 8.16.: **Fit an die Pseudokoordinaten der (P,C)-Ellipsometrie**; für die Messung mit Spiegel. Die Pseudokoordinaten korrespondieren mit den in Abbildung 8.12 gezeigten (P,C)-Messwerten.

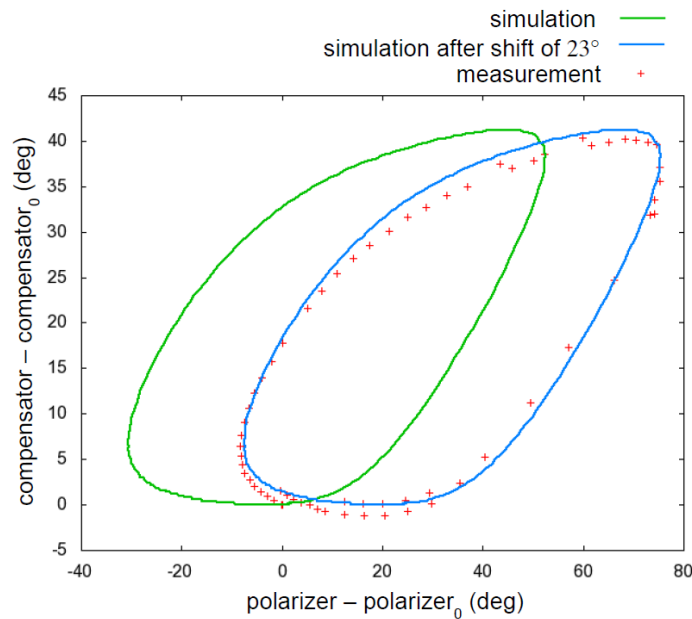


Abbildung 8.17.: **(P,C)-Ellipsometrie mit zwei Spiegel**; Gezeigt ist die untere Kurve der Abbildung 8.1. Simulation und Messung weisen einen Versatz gegeneinander auf. Eine Verschiebung der simulierten Kurve um 23° in Polarisatorrichtung kompensiert diesen Versatz sehr gut, wie die blaue Kurve zeigt.

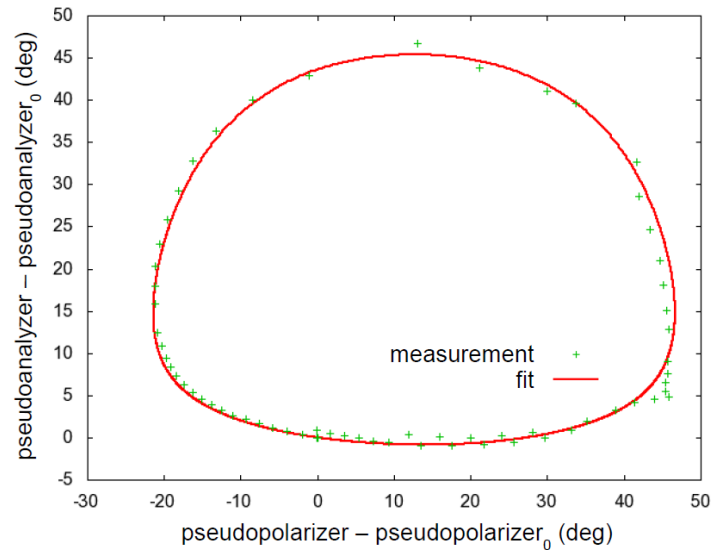


Abbildung 8.18.: **Fit an die Pseudokoordinaten der (P,C)-Ellipsometrie**; für die Messung mit zwei Spiegeln. Die Pseudokoordinaten korrespondieren mit den in Abbildung 8.12 gezeigten (P,C)-Messwerten.

Tatsächlich zeigt auch dieselbe Kurve unter Verwendung nur eines Spiegels einen geringen Versatz gegenüber der Simulation auf, wie Abbildung 8.15 zeigt. Dieser beträgt jedoch deutlich weniger als die Hälfte der hier beobachteten 23° .

Trägt man dagegen die Pseudo-Koordinaten auf, zeigt sich dieser Versatz nicht mehr. Sie sind zusammen mit dem Fit in Abbildung 8.18 dargestellt. Der Fit lieferte die Parameter

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	$1,550 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	$2,520 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	$-1,940 \pm 0,005$
mittlere Schichtdicke:	$30,06 \pm 7,05 \text{ Ang.}$

Der angegebene Fehler der mittleren Schichtdicke ist die Standardabweichung.

8.6. Fazit zur (P,C)-Ellipsometrie

Insgesamt fällt bei Betrachtung der Fitparameter auf, dass sie keine Konsistenz zeigen, auch im Vergleich zur (P,A)-Ellipsometrie. Auch hier musste der Einfallswinkel zu 60° für den Fit fixiert werden, da sonst unrealistische Werte das Resultat gewesen wären. Insbesondere der Imaginärteil des Brechungsindex des Substrats zeigt eine große Variation in Abhängigkeit von der Anzahl der Spiegel. Die erhaltenen Werte für die (P,C)-Ellipsometrie mit einem Spiegel zeigt zwar eine gute Übereinstimmung zu den Werten der (P,A)-Ellipsometrie, jedoch passt die mittlere Schichtdicke nicht mit den Messungen der (P,C)-Ellipsometrie ohne Spiegel und mit zwei Spiegeln zusammen.

Insgesamt scheint die (P,C)-Ellipsometrie keine zuverlässige Alternative darzustellen.

9. Analyse des Lichts bei kryogenen Temperaturen

9.1. Der neue Analysator

Da der in der Kryptonquelle zur Verfügung stehende Platz sehr gering ist, wurde nach einem flach bauenden Linearpolarisator gesucht, welcher als Analysator dient. Vielversprechend schien das Produkt „LPVISB050“ der Firma Thorlabs. Er besitzt serienmäßig einen Durchmesser von $(12,5_{-0,2})$ mm und eine Dicke von $(2,0 \pm 0,2)$ mm. Sein Extinktionsverhältnis liegt bei bis zu 100.000:1. Die Arbeitstemperaturen liegen laut Katalog [Tho09] zwischen -20° bis 120°C . Die polarisierenden Silber-Nanopartikel sind in einem Natrium-Silikatglas eingebettet. Bei telefonischer Rücksprache mit dem Hersteller wurde jedoch davon abgeraten diesen Polarisator bei Temperaturen von ca. 40K zu betreiben¹. Thorlabs bot aber an, diesen unlaminert, d.h. ohne Glassubstrate herzustellen². Andere Thorlabs-Kunden sollen diese Variante bei -80°C erfolgreich betrieben haben. Die Dicke beträgt nun $(0,28 \pm 0,05)$ mm.

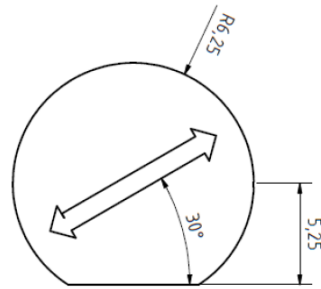
Auf Anfrage wurde eine Kante des Polarisators abgeschnitten, wie es in Abbildung 9.1 gezeigt ist. Diese liegt in einem Winkel von $30^\circ \pm 0,5^\circ$ zur Transmissionsrichtung. Diese Kante erfüllt einen doppelten Zweck: Sie dient einerseits als Markierung der Polarisationsrichtung und andererseits schützt sie den Analysator gegen Verdrehen, sofern er in einem entsprechend geformten Gehäuse platziert wird (vergleiche dazu Abbildung A.7). Der Fehler ist mit dem in Abschnitt 8.3 angegebenen Fehler von $0,75^\circ$ vergleichbar.

9.2. Design des neuen 40K-Schildes

Um den oben beschriebenen Analysator im Ultrahochvakuum montieren zu können wurde ein neues 40K-Schild aus Aluminium in der Feinmechanischen Werkstatt des Instituts angefertigt. Die technische Zeichnung dazu ist im Anhang, Abbildung A.7 gezeigt. Abbildung 9.2 zeigt dieses bereits fertig am Kaltfinger montiert. Es handelt sich dabei im wesentlichen um das alte 40K-Schild mit geringen Modifikationen. Im vorderen Bereich wurde ein Teil des Schildes unter einem Winkel von 60° abgeschnitten. Die Wandstärke wurde auf 7,5 mm erhöht um dem Analysator eine umlaufende Auflagefläche an dessen Rand bieten zu können. Dies wäre durch den Anschnitt sonst nicht gewährleistet. Der 12,5mm durchmessende Analysator ist in einer Vertiefung mit einem Durchmesser von 12,6 mm versenkt. Diese Vertiefung weist etwa dieselbe Form wie der Analysator auf

¹Tatsächlich werden solch niedrigen Temperaturen an der Kryptonquelle, wie sie zum Zeitpunkt der Messungen bestand nicht erreicht. Am KATRIN-Experiment wird dies anders sein.

²Das Natrium-Silikatglas mit den Silberpartikeln befindet sich sandwichartig angeordnet zwischen zwei Glassubstraten.



Arrow marks the
direction of transmission

Abbildung 9.1.: **CAD-Skizze des neuen Analysators**; der Anschnitt dient einem doppelten Zweck: Er dient als Markierung der Polarisationsrichtung sowie sichert er den Polarisator gegen Verdrehen.

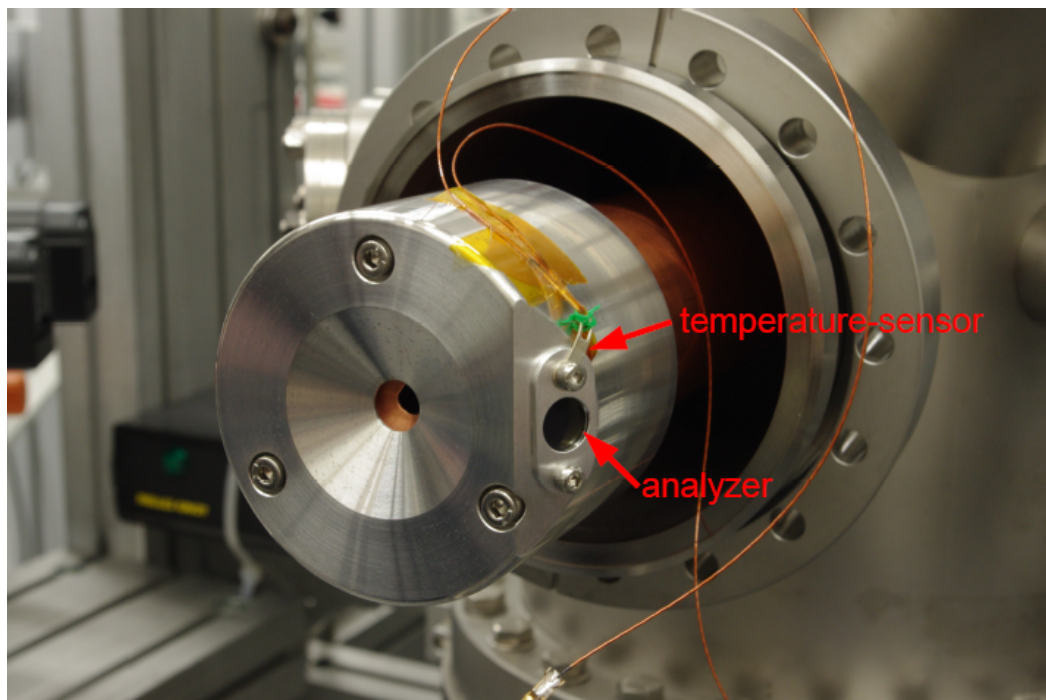


Abbildung 9.2.: **Das neue 40K-Schild mit Analysator und Temperatursensor**; Die freie Öffnung des analysators beträgt 10 mm. Direkt neben dem Analysator ist in einer kleinen Bohrung ein Temperatursensor untergebracht, der die Temperatur des Analysators misst. Der Analysator ist mit einem kleinen Blech am 40K-Schild fixiert. (Fotografie von Stephan Bauer)

um in verdrehsicher lagern zu können³. Zur Fixierung wird ein kleines Blech mit 10 mm Öffnung mittels zwei M3-Schrauben am 40K-Schild befestigt.

9.3. Messungen mit kaltem Analysator

Da für den Austausch des Kaltschildes die CKrS geöffnet werden musste, wurde für die folgenden Messungen ein Druck von $5 \cdot 10^{-10}$ mbar nicht mehr erreicht - er betrug nun $1,4 \cdot 10^{-9}$ mbar.

Um die Temperatur des Analysators dauerhaft überwachen zu können wurde unmittelbar neben diesem ein Temperatursensor verbaut. Seine genaue Position ist in Abbildung 9.2 sichtbar. Die von ihm gemessene Temperaturkurve, sowie die des Substrats sind in Abbildung 9.3 gezeigt. Das Substrat erreicht eine Endtemperatur von etwa 22 K, die

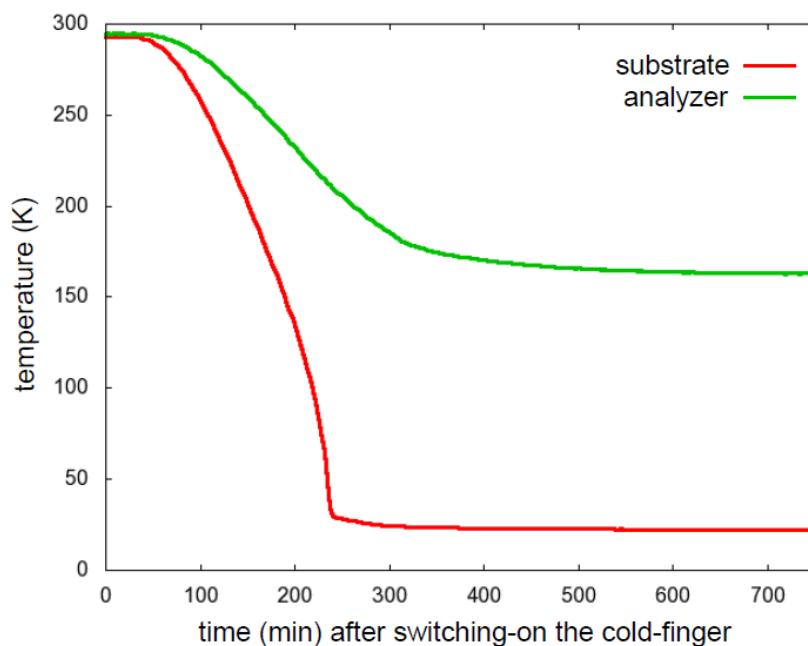


Abbildung 9.3.: **Temperaturverlauf des Analysators und des Substrats**; Die Zeitachse beginnt mit Einschalten des Kaltkopfes. Die größte Temperaturänderung erfährt der Analysator nach ca. 180 min nach Einschalten des Kaltkopfes. Hier beträgt die Steigung etwa 0,6 K/min. Die Endtemperatur beträgt ca. 163 K.

des Analysators beträgt ca. 163 K. Die größte Temperaturänderung erfährt der Analysator etwa 180 min nach Einschalten des Kaltkopfes. Die beträgt dort ca. 0,6 K/min. Da es lediglich um die Funktionstüchtigkeit des Analysators unter den dargestellten Bedingungen geht, wurde auf Messungen mit Spiegeln verzichtet.

Da eine Veränderung der Startwerte nicht ausgeschlossen werden konnte, wurde erneut

³Da erste Tests vermuten ließen, dass der Analysator verspannt in dieser Öffnung lag, wurde sie in der Höhe nachbearbeitet.

nach diesen gesucht. Der in Abbildung 9.4 gezeigte Intensitätsverlauf zeigt diese Messung. Die beiden gefundenen Minima weichen von denen in Abschnitt 8.3 um maximal

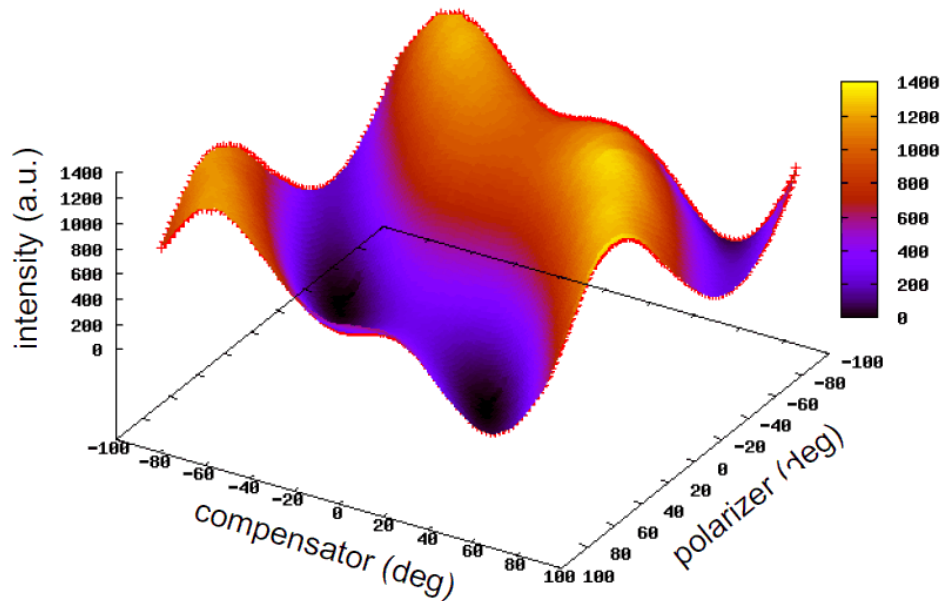


Abbildung 9.4.: **Intensitätsverlauf bei einer Analysatortemperatur von ca. 185 K;** Die beiden Minima liegen bei $(P_{01k}, C_{01k}) = (66^\circ, 46^\circ)$ und $(P_{02k}, C_{02k}) = (26^\circ, -44^\circ) \cong (26^\circ, 136^\circ)$. Die Fehler betragen aufgrund der Schrittweite $\pm 1^\circ$.

4° ab.

Die Messung bestand aus (P,C)- und P-Ellipsometrie. Beide wurden simultan durchgeführt, analog zu den Messungen in Kapitel 7. Bei diesen Messungen ging es darum die Funktionsweise des Analysators bei kryogenen Temperaturen zu überprüfen und gleichzeitig eine Schichtdicken-Kalibration für die P-Ellipsometrie zu erhalten (vergleiche Kapitel 7). Es genügte daher einen Teil der Kurve aufzunehmen.

Die Einstellungen des Gassystems lauteten

Ventilöffnung:	8V
Ventilöffnungsdauer:	3:00min.
Kr-Diffusionszeit:	15min.

Der Fit an die Pseudo-Koordinaten ist in Abbildung 9.5 gezeigt. Die resultierenden Fitparameter lauten

Brechungsindex des Kryptons, n_1 :	$1,330 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Realteil), n_2 :	$2,080 \pm 0,005$
Brechungsindex des HOPGs (Imaginärteil), k_2 :	$-0,850 \pm 0,005$
mittlere Schichtdicke:	$27,88 \pm 8,82$ Ang.

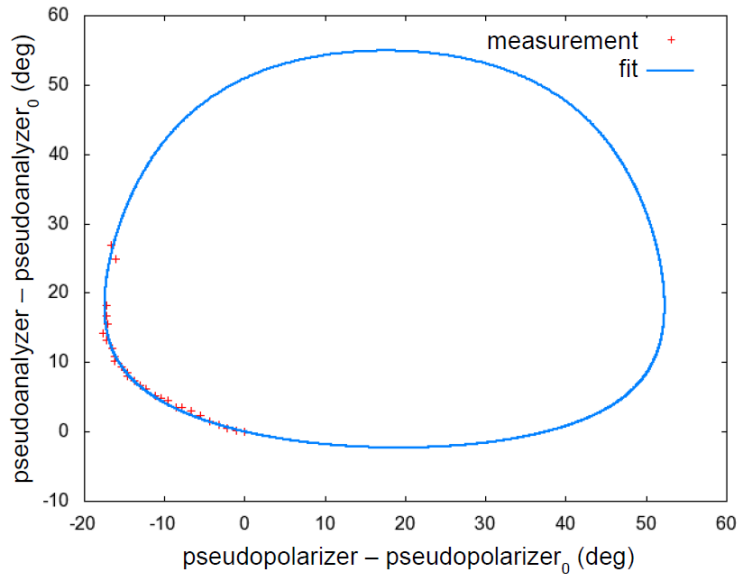


Abbildung 9.5.: **Fit an die Pseudo-Koordinaten der (P,C)-Ellipsoemtrie bei etwa 185 K**; Die resultierenden Parameter entnehme man dem Text.

Trotz der wesentlich längeren Gaseinlassdauer werden geringere Schichten aufgefroren, als bei einer Gaseinlassdauer von 1:45 min bei der (P,A)-Ellipsometrie mit zwei Spiegeln. Gleichzeitig stellte die (P,C)-Ellipsometrie die Kalibrationskurve für die P-Ellipsometrie dar. Das Resultat dieser Messung zeigt Abbildung 9.6. Ab einer Schichtdicke von etwa

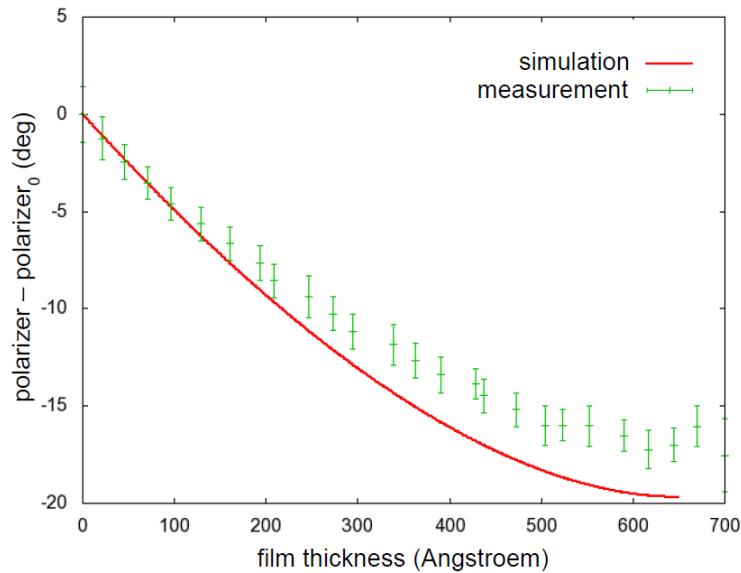


Abbildung 9.6.: **P-Ellipsometrie bei einer Analysatortemperatur von 185 K**; im Vergleich zur Simulation aus Kapitel 7

150 Angström folgen die Messwerte der Simulation nicht mehr. Ursprung dieser Diskrepanz sind die deutlich verschiedenen Brechungsindizes für das Substrat im Vergleich mit den von Anne Wegmann gefundenen Brechungsindizes.

10. Zusammenfassung und Ausblick

10.1. Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass Ellipsometrie über Spiegel möglich ist. Aufgrund des auftretenden Phasensprungs der s-polarisierten Komponente bezüglich der Einfallsebene gelingt dies mit einer geraden Anzahl von Spiegeln besser als mit einer ungeraden Anzahl von Spiegeln. Dabei konnten die von Anne Wegmann gefundenen Werte für die Brechungsindizes von Krypton und dem HOPG-Substrat in guter Übereinstimmung reproduziert werden (vergleiche dazu [Weg10]).

Da durch die Gegebenheiten des KATRIN-Experiments der Kaltkopf miniaturisiert werden muss, wird ein rotierender Analysator nicht mehr zur Verfügung stehen können. Er wird in einem festen Winkel zur Einfallsebene montiert werden, wie dies bei den Messungen in Kapitel 7 geschehen ist. Im Rahmen dieser Testmessungen betrug dieser Winkel 30° . Er bietet insbesondere für geringe Schichtdicken bei kleiner Änderung der Filmstärke eine relativ große Winkeländerung der Polarisatorstellung. Dieser Umstand erhöht die Auflösung für dünnen Filme. Wie bereits zuvor stimmten auch hier die Messungen mit zwei Spiegeln besser mit den Simulationen überein.

Alternativ dazu wurde eine Ellipsometrie-Variante betrachtet, welche anstelle des Analysators den Kompensator dreht um nach dem Intensitätsminimum zu suchen. Diese Methode bietet die Möglichkeit vor Ort in Karlsruhe eine Referenzkurve aufzunehmen. Daher ist es möglich die Brechungsindizes aus der Datenanalyse zu erhalten, während sie bei den Messungen der P-Ellipsometrie lediglich als Erfahrungswerte eingehen konnten. Auch hier zeigten die Auswirkungen nach Hinzufügen eines Spiegels in den Strahlengang - die Messkurven waren um 180° gedreht. Diese Beobachtung konnte geklärt werden, da der vom Spiegel induzierte Phasensprung aus (rechts-) linkszirkular polarisiertem Licht (links-) rechtszirkular polarisiertes Licht werden lässt. Durch die Definition von Pseudo-

Variante	(P,A)	
Konfiguration	1 Spiegel	2 Spiegel
n_1	$1,410 \pm 0,005$	$1,410 \pm 0,005$
n_2	$2,680 \pm 0,005$	$2,610 \pm 0,005$
k_2	$-1,560 \pm 0,005$	$-1,550 \pm 0,005$
\bar{d} (Angström)	$58,58 \pm 5,58$	$42,74 \pm 3,79$
$t_{einlass}$ (min:s)	2:00	1:45

Tabelle 10.1.: **Zusammenstellung der erhaltenen Brechungsindizes der (P,A)-Ellipsometrie**; bei unterschiedlichen Anzahlen von Spiegeln. In der ersten Spalte stehen \bar{d} für die mittlere Schichtdicke und $t_{einlass}$ für die Gaseinlassdauer.

Variante Konfiguration	(P,C)		
	kein Spiegel	1 Spiegel	2 Spiegel
n_1	$1,650 \pm 0,005$	$1,400 \pm 0,005$	$1,550 \pm 0,005$
n_2	$2,740 \pm 0,005$	$2,740 \pm 0,005$	$2,520 \pm 0,005$
k_2	$-2,250 \pm 0,005$	$-1,630 \pm 0,005$	$-1,94 \pm 0,005$
\bar{d} (Angström)	$28,85 \pm 4,86$	$57,86 \pm 7,63$	$30,06 \pm 7,05$
t_{einlass} (min:s)	1:45	2:00	1:45

Tabelle 10.2.: **Zusammenstellung der erhaltenen Brechungsindizes für (P,C)-Ellipsometrie**; bei verschiedenen Anzahlen von Spiegeln. In der ersten Spalte stehen \bar{d} für die mittlere Schichtdicke und t_{einlass} für die Gaseinlassdauer.

Koordinaten können die Daten der (P,C)-Ellipsometrie mit demselben Programm gefittet werden wie die (P,A)-Ellipsometrie. Obwohl der Test mit zuvor simulierten Daten die vorgegebenen Parameter reproduziert, können die experimentellen Daten nicht vollständig überzeugen. Die Messung mit einem Spiegel zeigt die beste Übereinstimmung mit den Daten der (P,A)-Ellipsometrie mit Spiegeln hinsichtlich der Fitparameter, sowie der mittleren aufgefrorenen Schichtdicke. Die anderen (P,C)-Messungen zeigen bezüglich der mittleren Schichtdicken keine Übereinstimmung zu der (P,A)-Messung mit zwei Spiegeln. Es ist daher fraglich, ob die (P,C)-Ellipsometrie eine sinnvolle Alternative darstellt.

Die Ellipsometriemessungen mit kaltem Analysator werfen weiterhin Fragen auf bezüglich der gefundenen Schichtdicken und gefitteten Brechungsindizes, die im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr geklärt werden können. Jedoch konnte die Frage geklärt werden, ob Ellipsometrie bei kryogenen Temperaturen möglich ist.

10.2. Ausblick - Ellipsometrie an der neuen CKrS

Die bereits in der Motivation (Kapitel 2) dieser Arbeit dargelegten Punkte 1 bis 4 führten zu einem Konzept des Kaltkopfes, welches die Abbildung 10.1 zeigt. Zwecks Platzersparnis verläuft der Laser zwischen den beiden Kälteschilden und wird unterhalb des HOPG-Substrats von einem dielektrischen Spiegel auf dasselbe reflektiert. Die Abmessungen des Spiegels wurden mit 12,5 mm im Durchmesser und 6,35 mm Dicke angesetzt¹. Der dielektrische, polarisationserhaltende Spiegel für einen Einfallswinkel von 15° wäre eine Sonderanfertigung.

Der Winkel zwischen einlaufenden und reflektierten Strahl beträgt im Kreuzungspunkt 30°. Der Einfallswinkel des Strahls zur Substratnormalen beträgt somit 60°. Nach der Reflexion am HOPG kreuzt der reflektierte Strahl den einfallenden Strahl und trifft daraufhin auf den Analysator, gefolgt vom Detektor.

Die Breite des Kaltkopfes, wie er in Abbildung 10.1 gezeigt ist, beträgt 52 mm, da das äussere Kälteschild hohlzylinderförmig ist. Würde also die Mitte des Substrats mit dem Rand des Flussschlauchs zusammenfallen, bliebe noch ein Sicherheitsabstand von 26 mm

¹Es handelt sich hierbei um typische Abmessungen kommerziell erhältlicher Spiegel.

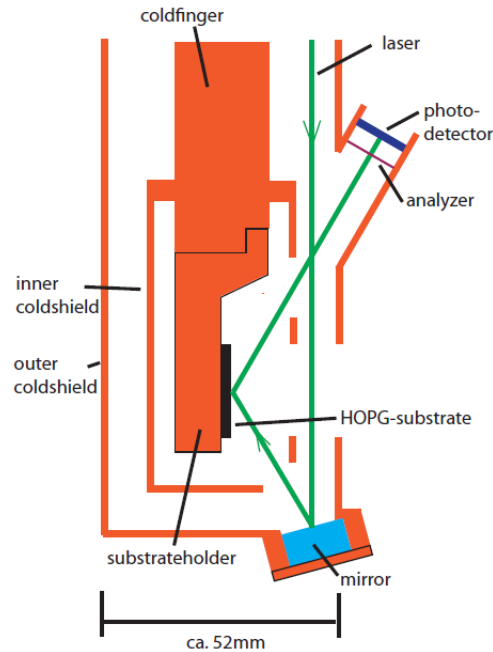


Abbildung 10.1.: **Vorschlag für das Design des neuen Kaltkopfes;** Der Ellipsometrielaser (grün) wird zwischen dem inneren und äußeren Kälteschilden geführt. Er verläuft zunächst parallel zur Oberfläche des Substrats und wird von einem dielektrischen Spiegel (Durchmesser: 12,0 5mm; Dicke: ca. 6 mm) auf das Substrat gelenkt. Der Winkel zwischen ein- und ausfallendem Strahl beträgt 30° . Das HOPG-Substrat wurde in der Darstellung mit 20 mm Kantenlänge angenommen. Der reflektierte Strahl wird auf den Analysator gelenkt, nachdem er den einfallenden Laserstrahl kreuzt und wird dann detektiert. Der Substrathalter ist separat in Abbildung 10.2 gezeigt.

zwischen der Innenseite des Flansches und der Aussenseite des äusseren Kälteschildes, bei einem CF250-Flansch und einem maximalen Radius des Flussschlauches von 73mm. Substrat- und Detektornormale müssen antiparallel zueinander ausgerichtet sein, ansonsten würde nicht die gesamte Fläche des Substrats effektiv genutzt. Um dies zu gewährleisten, kann der Substrathalter nicht weiter auf den Kühlfinger aufgeschraubt werden. Stattdessen wurde eine neue Variante konzipiert. Sie ist in Abbildung 10.2 gezeigt. Am oberen Ende des Halters befindet sich eine kleine Nase, welche ihr Gegenstück am Kaltfinger findet. Die Befestigung am Kaltfinger geschieht dann mit einer Schraube, welche von unten durch den gesamten Substrathalter in ein im Kaltfinger angebrachtes Gewinde mündet.

Die kondensierte Kryptonquelle lässt in ihrem derzeitigen Zustand nicht zu das Verhalten von dielektrischen Spiegeln bei kryogenen Temperaturen zu testen, da die Positionierungen der Fenster und Flansche nicht entsprechend ist. Es bleibt also noch zu testen, wie sich die Spiegel bei niedrigen Temperaturen verhalten.

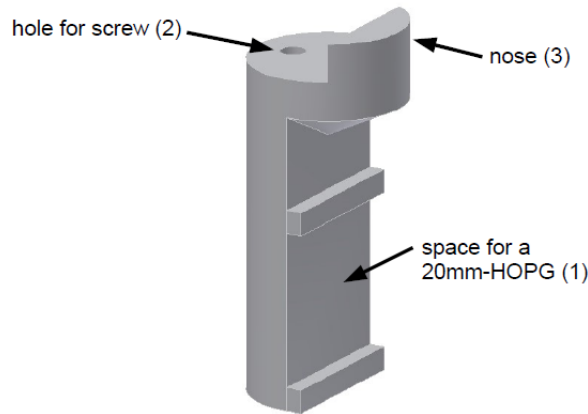


Abbildung 10.2.: **Vorschlag für den Substrathalter**; Der gezeigte Substrathalter wurde für die Aufnahme eines HOPG-Substrats mit 20 mm Kantenlänge dimensioniert (1). Der gesamte Halter wird mit einer Schraube am Kaltfinger befestigt. Sie führt von unten durch den gesamten Halter (2) und endet in einem im Kaltkopf angebrachten Gewinde. Um ein Verdrehen des Substrathalters zu vermeiden, wurde am oberen Ende ein kleiner Vorsprung (3) angebracht. Mit diesem kann unter Verwendung von nur einer Schraube gewährleistet werden, dass Substrat- und Detektornormale antiparallel zu einander ausgerichtet sind.

10.3. Strahlengang ausserhalb der CPS

In Abbildung 10.3 werden zwei Möglichkeiten aufgezeigt, wie der Strahlengang vor Einkopplung in die CPS verlaufen könnte. Welcher der beiden Varianten zu wählen ist hängt vom Platzangebot oberhalb der hängend montierten CKrS und damit von der Bauhöhe der Kryptonquelle selber ab. Die Polarisationssektion des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Ellipsometrie-Aufbaus besitzt eine Länge von 92 cm. Aus zwei Gründen sollte die in Abbildung 10.3 gezeigte Variante (a) gewählt werden:

1. Aktuell wird eine schwenkbare Kryptonquelle diskutiert, welche transversal zum Flussschlauch den denselben scant. Die Polarisationssektion müsste auch diese Schwenkbewegung vollführen. Befindet sich nun das Substrat im Randbereich des Flussschlauchs, steht die optische Bank nicht senkrecht. Die auftretenden Kräfte können dafür sorgen, dass die optische Bank leicht aus ihrer Ruhelage kippt und das Eintrittsfenster nicht mehr senkrecht getroffen wird.
2. Die Variante (a) ist auf zwei Spiegel angewiesen. Wie die Ergebnisse dieser Arbeit gezeigt haben, sind die Diskrepanzen zur Theorie deutlich kleiner als bei Verwendung eines Spiegels. Die Schichtdickenbestimmung könnte also wesentlich genauer durchgeführt werden.

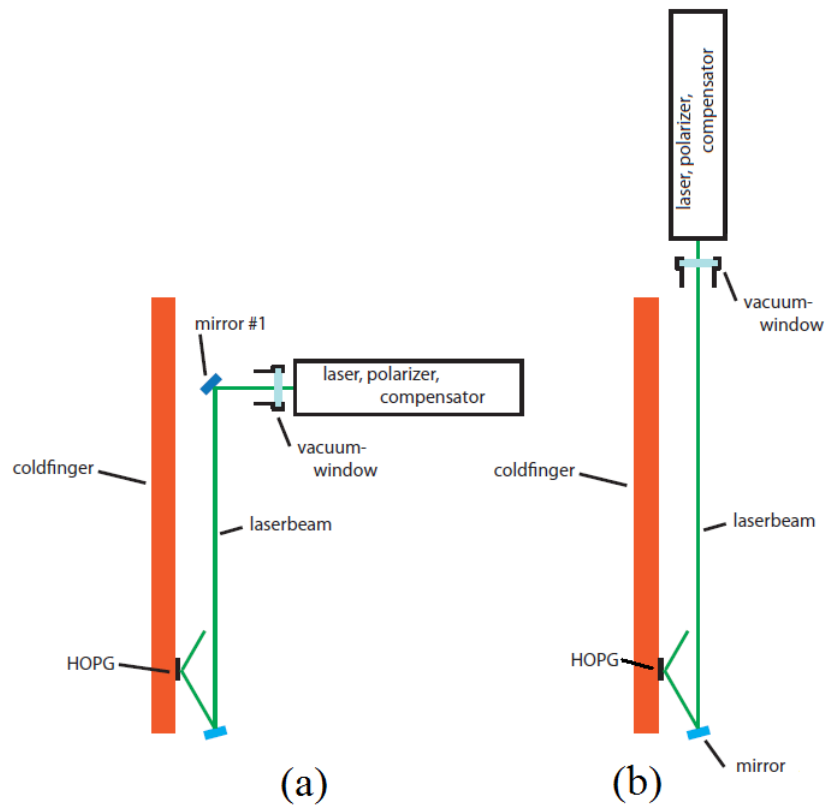


Abbildung 10.3.: **Mögliche Varianten für die Ellipsometrie über Spiegel**; Die linke Abbildung (a) zeigt den möglichen Aufbau für den Fall, dass über der CKrS nicht genügend Platz bis zur Hallendecke ist um Laser, Polarisator und Kompensator dort zu platzieren - die Ellipsometrie wäre nur über zwei Spiegel möglich. Die rechte Abbildung (b) zeigt den gegenteiligen Fall. Es würde ein Spiegel genügen um den Laser zum Substrat zu führen.

A. Anhang

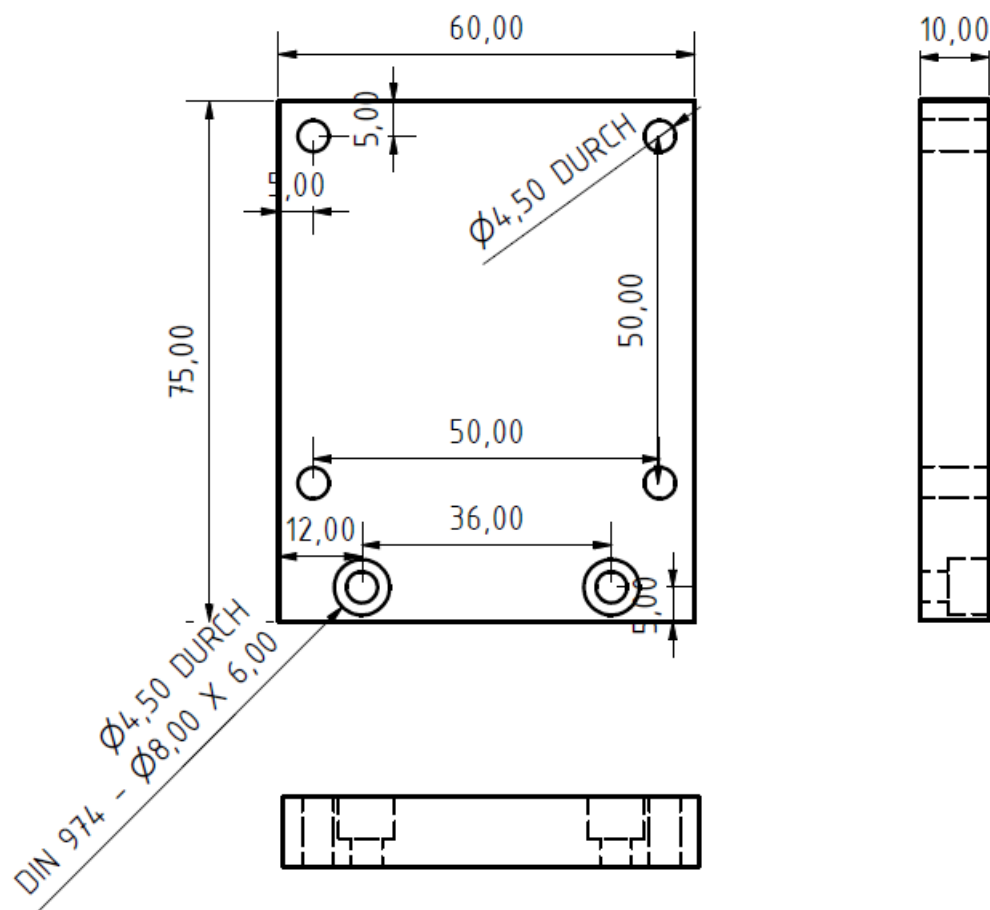


Abbildung A.1.: **Analysatormontierung für die (P,C)-Ellipsometrie I**; Der Halter ist zweiteilig konzipiert. Die obige Abbildung zeigt die Basisplatte.

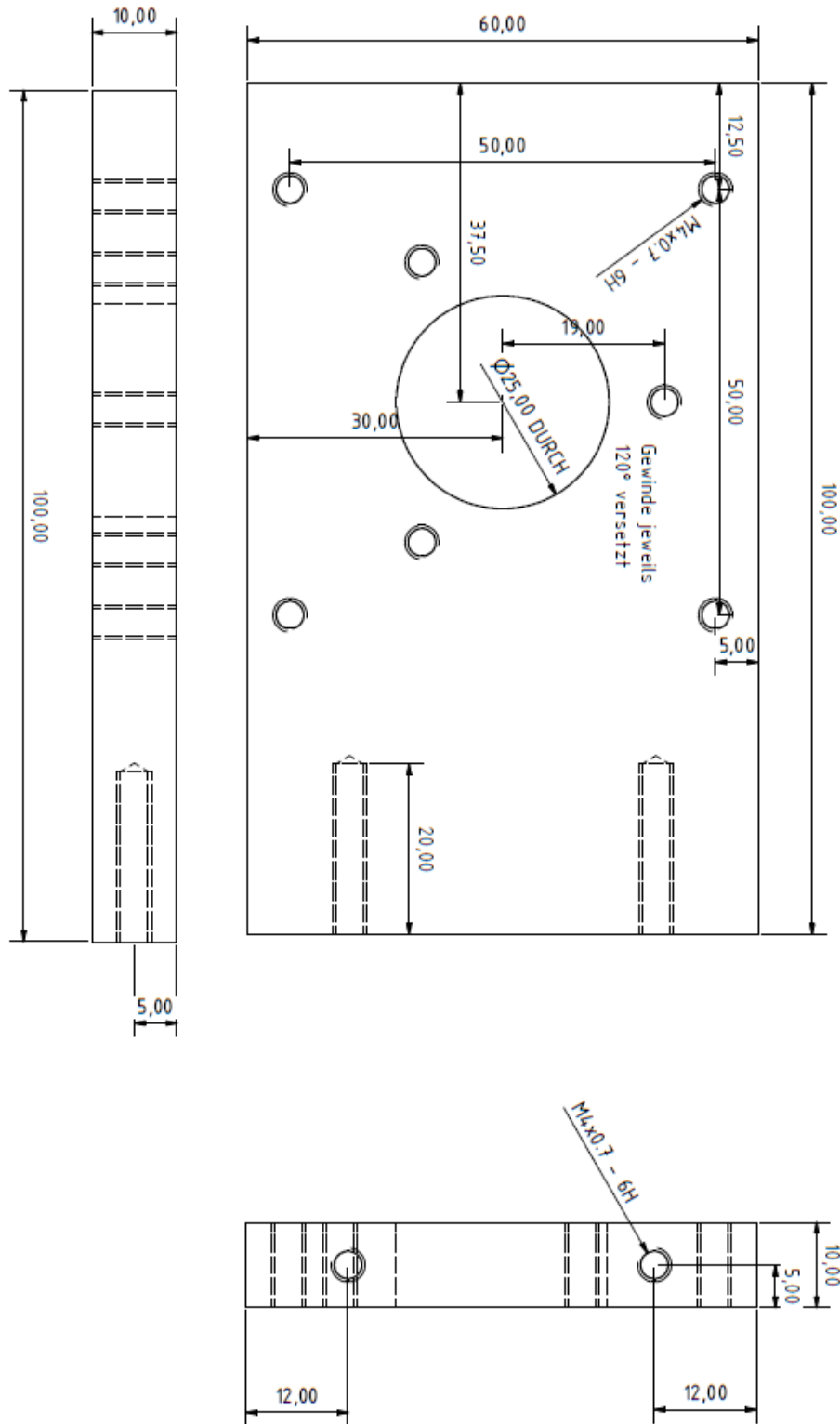


Abbildung A.2.: **Analysatormontierung für die (P,C)-Ellipsometrie II**; Die Abbildung zeigt den zweiten, senkrechten Teil der Montierung. Auf der einen Seite kann ein Analysator, auf der anderen Seite der Detektor befestigt werden.

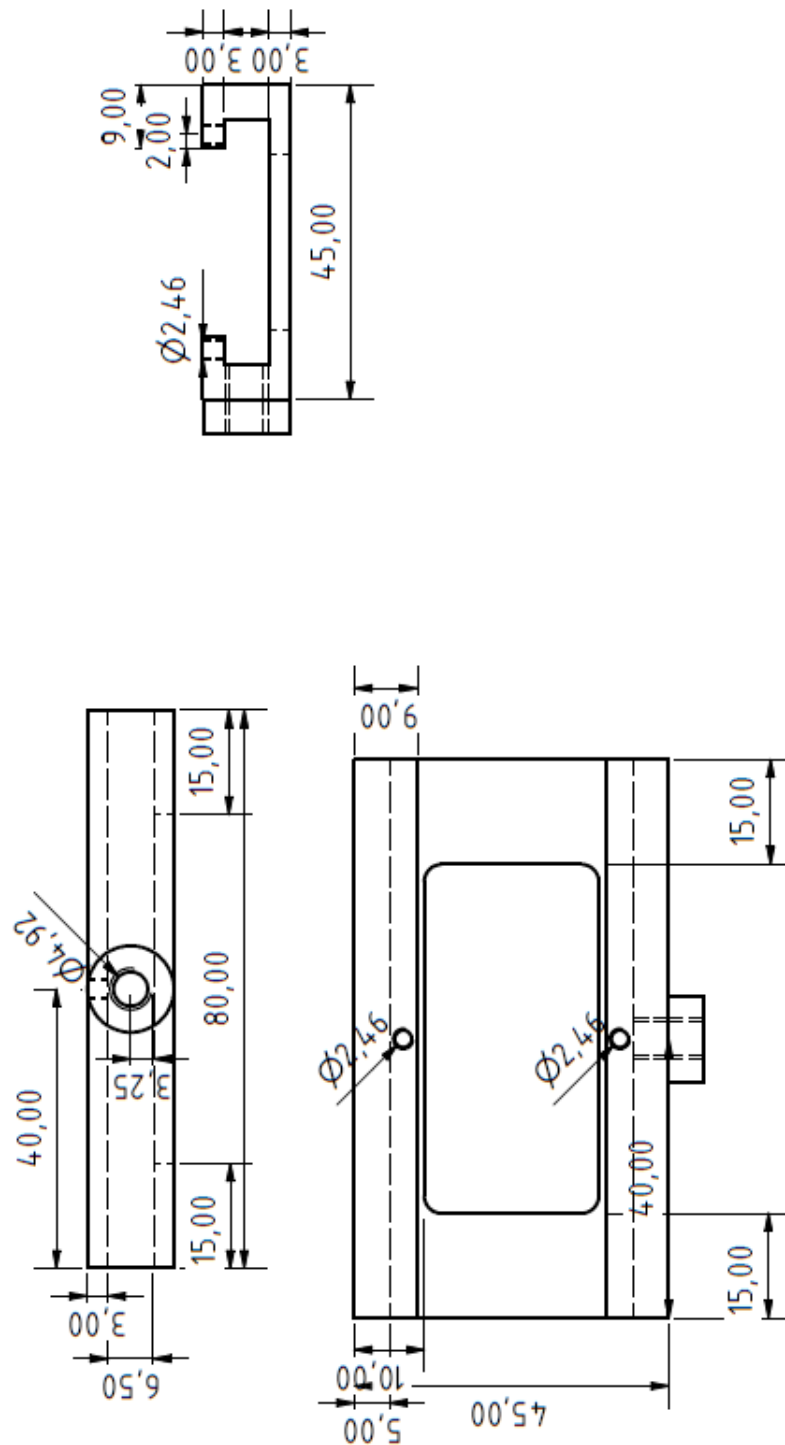


Abbildung A.3.: **Filterschlitten I - Führung** für den Neutraldichtefilter; Die Führung nimmt den Filterschlitten (Abbildung A.4) auf. Der Schlitten kann an einer beliebigen Stelle fixiert werden.

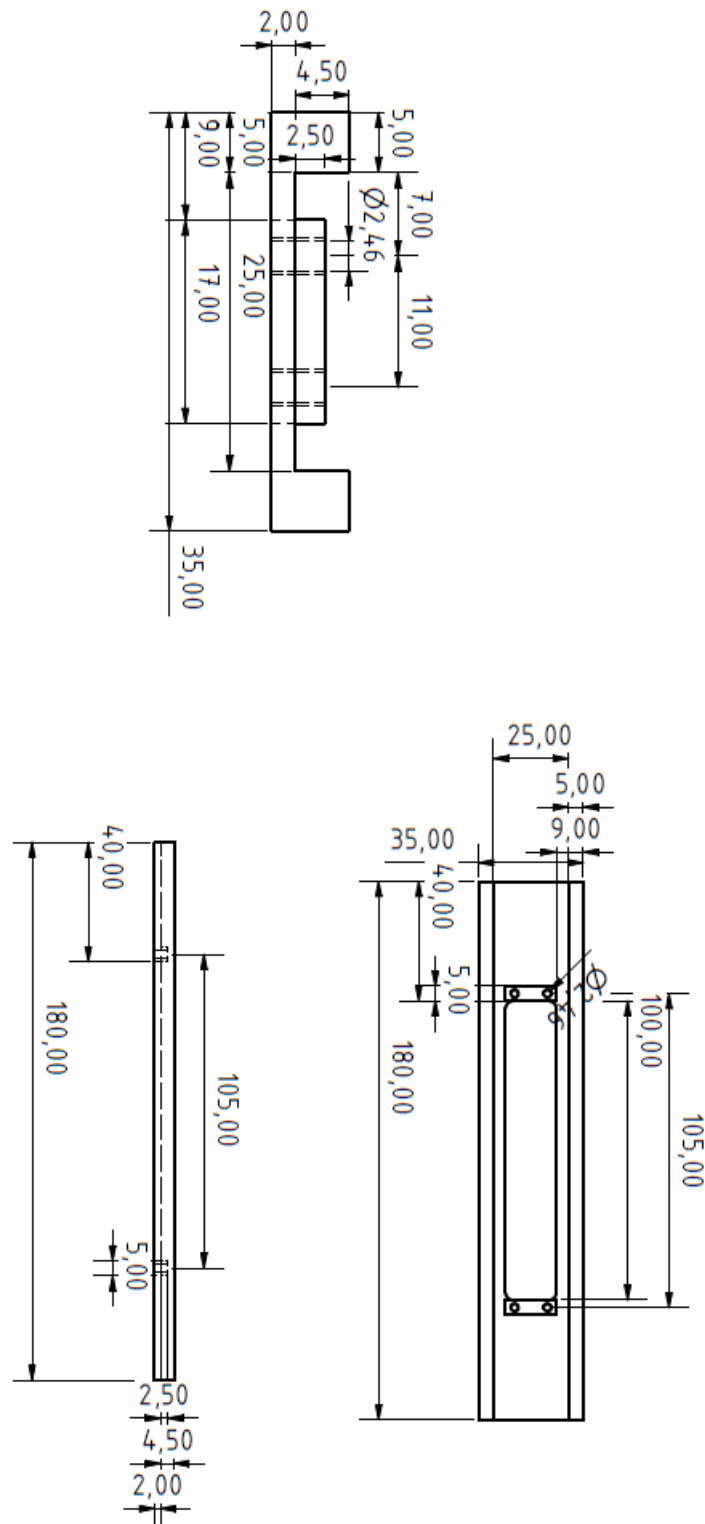


Abbildung A.4.: **Filterschlitten II - Schlitten für den Neutraldichtefilter**; Das abgebildete Teil nimmt den Filter auf und wird mit zwei Krallen (Abbildung A.5) fixiert. Der Schlitten wird von der Führung in Abbildung A.3 aufgenommen und darin geführt.

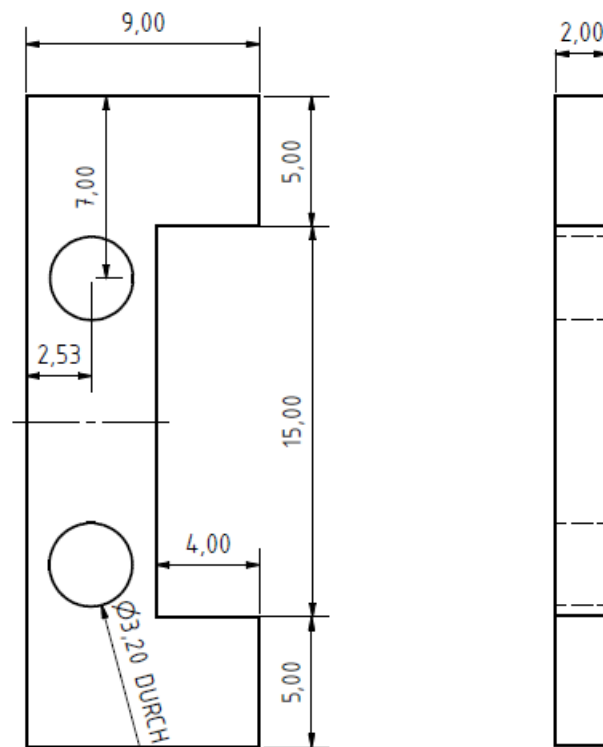


Abbildung A.5.: **Filterschlitten III - Kralle zur Befestigung des Neutralsdichtefilters**; Es werden zwei dieser Krallen benötigt, um den Filter sicher zu halten. Ihre Form ergibt sich durch die Forderung den Filter über seine gesamte Länge verwenden zu können, da er entlang seiner Längsachse einen Transmissionsgradienten aufweist.

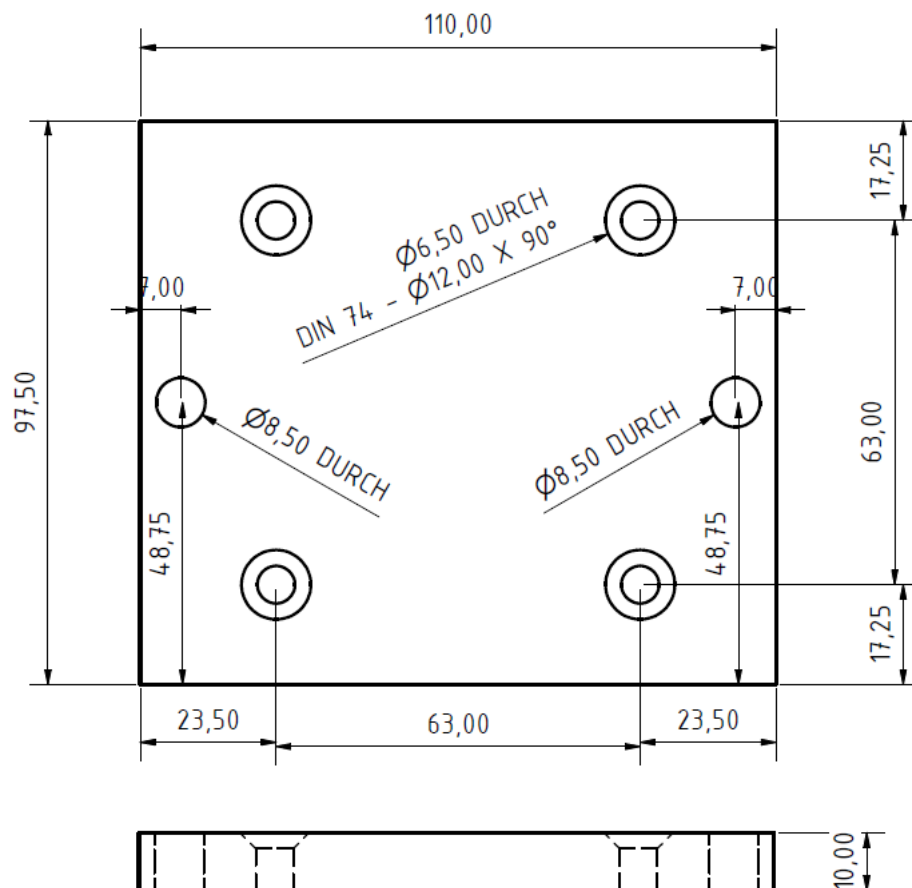


Abbildung A.6.: **Endplatte für optische Bänke**; Die Endplatte dient dazu an der optischen Bank ein Kanya-Profil als Standbein anzubringen.

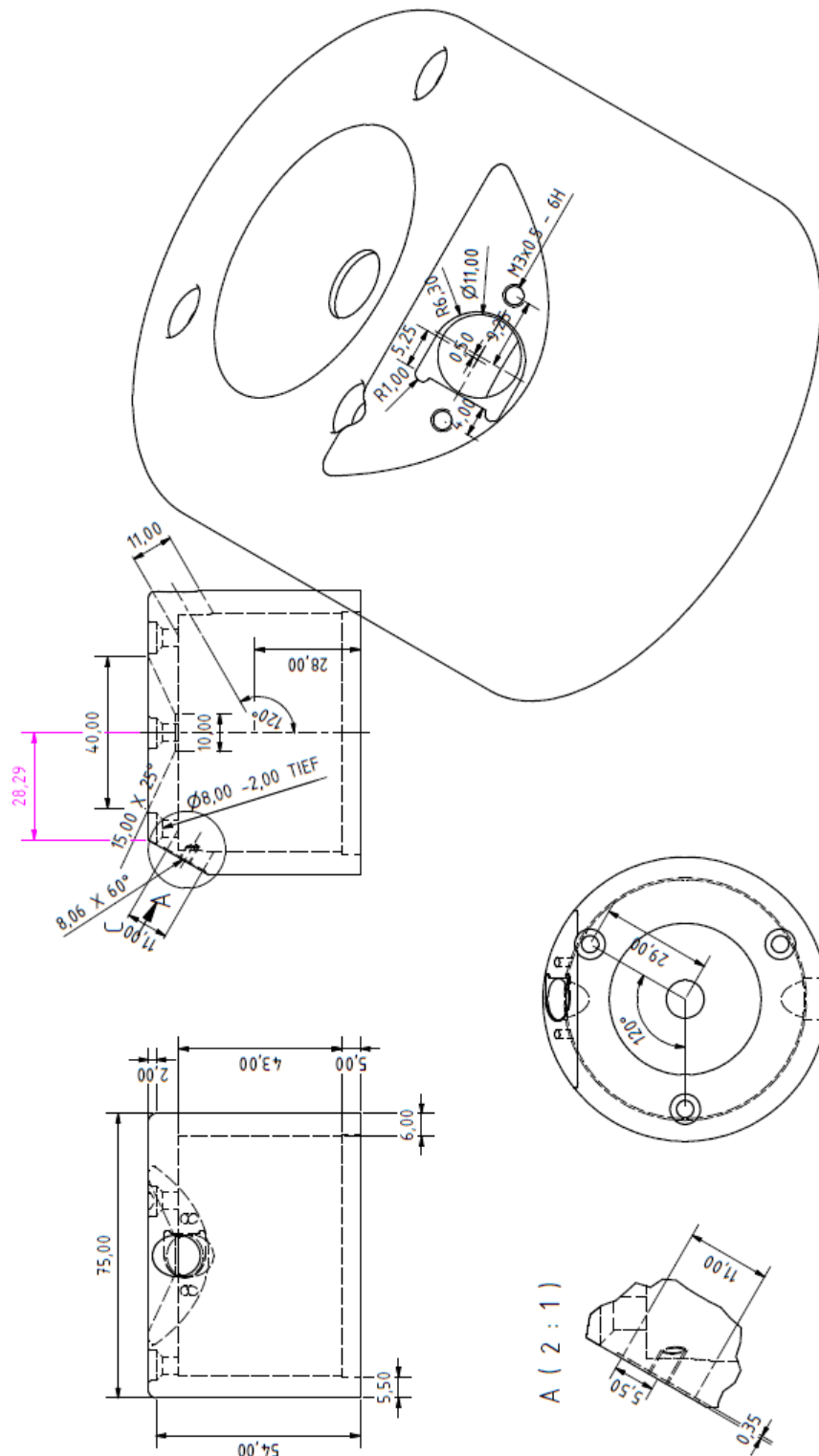


Abbildung A.7.: **Äusseres Kaltschild I**; Die Kappe basiert auf einer alten Version. Die Wandstärke wurde erhöht um dem Analysator eine umlaufende Auflagefläche zu bieten. Die in Abbildung A.8 gezeigte Deckplatte schließt den Analysator in seinem Fach sicher ein.

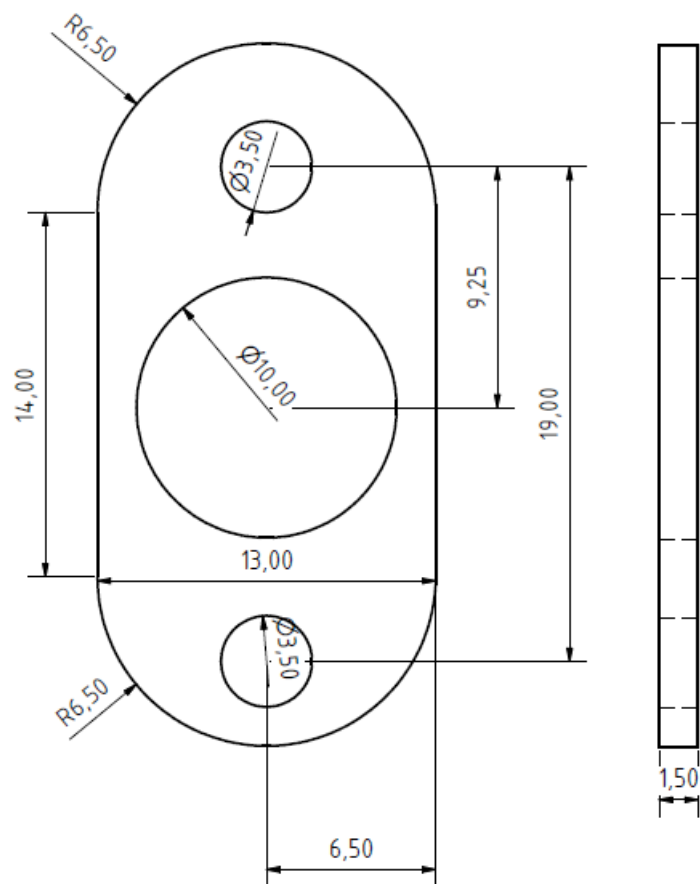


Abbildung A.8.: **Äusseres Kaltschild II - Deckplatte für das äussere Kaltschild;**
Sie wird mittels zweier M3-Schrauben direkt vor dem Analysator an der Kappe befestigt und sichert ihn so gegen Herausfallen.

Eigenständigkeitserklärung

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst habe. Sämtliche Hilfsmittel, Quellen und Zitate wurden kenntlich gemacht.

Datum,

Unterschrift

Literaturverzeichnis

- [Alt03] C. Weinheimer: Laboratory Limits on Neutrino Masses, in: G. Altarelli, K. Winter (Hrsg.), Neutrino Mass, Springer-Verlag, 2003
- [Azz87] R. M. A. Azzam und N. M. Bashara: Ellipsometry and polarized light, Elsevier-North Holland Library, 1987
- [Ber04] Bergmann-Schäfer; Lehrbuch der Experimentalphysik Bd.3 - Optik, 10. Auflage, de Gruyter-Verlag, 2004
- [Ber05] Bergmann-Schäfer; Lehrbuch der Experimentalphysik Bd.6 - Festkörper, 2. Auflage, de Gruyter-Verlag, 2005
- [Bet08] K. Bethge, G. Walter, B. Wiedemann: Kernphysik, 3. Auflage, Springer-Verlag, 2008
- [Cha14] J. Chadwick: Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 16, 1914, 383
- [Dem04] W. Demtröder: Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik, 3. Auflage, Springer-Verlag, 2004
- [Dem09] W. Demtröder: Experimentalphysik 4 - Kern-, Teilchen-, und Astrophysik, 3. Auflage, Springer-Verlag,
- [FZK] Forschungszentrum Karlsruhe, download unter http://www.fzk.de/fzk/idcplg?IdcService=FZK&node=News&document=ID_056189, Stand: 01.2011
- [Hec09] E. Hecht: Optik, 3. Auflage, Oldenbourg-Verlag, 2009
- [Hil11] B. Hillen: Dissertation, in Vorbereitung, voraussichtlich 2011
- [Hug08] K. Hugenberg (jetzt Bokeloh): Design of the electrode system for the KATRIN main spectrometer, Diplomarbeit, WWU Münster, 2008
- [KAT04] The KATRIN-Collaboration: KATRIN-Design-Report 2004, FZK Scientific Report 7090
- [Kra05] C. Kraus, B. Bornschein, L. Bornschein, J. Bonn, B. Flatt, A. Kovalik, B. Ostrick, E.W. Otten, J.P. Schall, T. Thümmler, C. Weinheimer: Eur. Phys. J. C40, 2005
- [Lob03] V.M. Lobashev: The search for the neutrino mass by direct method in the tritium beta-decay and perspectives of study it in the project KATRIN, Nucl. Phys. A719 C153-C160, 2003

- [Mey85] K. von Meyenn (Hrsg.): Wolfgang Pauli, Wissenschaftlicher Briefwechsel mit Bohr, Einstein, Heisenberg u.a., Band II: 1930-1939, Springer-Verlag, 1985
- [Nol02] W. Nolting: Grundkurs Theoretische Physik 3, 6. Auflage, Springer-Verlag, 2002
- [Obe10a] L. Oberauer, M. Wurm: Astrophysik mit Neutrinos, Teil 1: Rätselhafte Neutrinos von der Sonne, Stern und Weltraum 2/2010
- [Obe10b] L. Oberauer, M. Wurm: Astrophysik mit Neutrinos, Teil 2: Spektroskopie der solaren Neutrinos, Stern und Weltraum 3/2010
- [Ost09] B. Ostrick: Eine kondensierte $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle für das KATRIN-Experiment, Dissertation, WWU Münster, 2009
- [Pic92] A. Picard et al., Z. Phys. A342, 1992, 71-78
- [Pov09] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche: Teilchen und Kerne, 8. Auflage, Springer-Verlag, 2009
- [Rei59] F. Reines, C.L. Cowan: Phys. Rev. 113, 1959, 273
- [Sah08] Saleh, Teich: Grundlagen der Photonik, 2. Auflage, Wiley-VCH, 2008
- [Sch97] N. Schmitz: Neutrinophysik, Teubner-Verlag, 1997
- [Sch11] T. Schäfer: Aufbau eines automatisierten Gassystems für die kondensierte $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle des KATRIN Experiments, WWU Münster, 2011
- [SPI] Homepage der Firma SPI supplies, <http://www.2spi.com/catalog/new/hopgsub.php>, Stand: 02.2011
- [Ste07] M. Steidl: Specifications - KATRIN focal plane detector, 2007 (zu finden im BSCW)
- [Tho09] Thorlabs-Katalog, 2009
- [Val09] K. Valerius: Spectrometer-related background processes and their suppression in the KATRIN experiment, Dissertation, WWU Münster, 2009
- [Vol89] U.G. Volkmann, K. Knorr: Ellipsometric study of krypton physisorbed on graphite, Surface Science 221, 379-393, 1989
- [Weg10] Anne Wegmann: Laser-Ellipsometry für die kondensierte $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Konversionselektronenquelle des KATRIN-Experiments, Diplomarbeit, WWU Münster, 2010
- [Wei07] C. Weinheimer: Kern- und Teilchenphysik II, Vorlesung im Sommersemester 2007, WWU Münster
- [Wei10] C. Weinheimer: Neutrino- und Astroteilchenphysik, Vorlesung im Wintersemester 2010/11, WWU Münster
- [Wik01] Wikipedia, http://de.wikipedia.org/wiki/Supernova_1987A

-
- [Zac09] Michael Zacher: Electromagnetic design and field emission studies for the inner electrodesystem of the KATRIN main spectrometer, Diplomarbeit, WWU Münster, 2009
- [Zub04] K. Zuber: Neutrino Physics, Institut of Physics, 2004