

**Weiterentwicklung des  
MiniPET-Versuchs  
(Positronen-Emissions-Tomographie)  
im Fortgeschrittenen-Praktikum**

**Improvement of the  
MiniPET-experiment  
(positron-emission-tomography)  
in the advanced laboratory class**

**von  
Ole Djürko Hinrichs  
Bachelorarbeit in Physik**

**angefertigt im  
Institut für Kernphysik**

**vorgelegt der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der  
Westfälischen Wilhelms-Universität  
Münster**

**im Juli 2009**



Ich versichere, dass ich die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Erstprüfer: Prof. Dr. Chr. Weinheimer

Zweitprüfer: Prof. Dr. Joh. Wessels



# **Inhaltsverzeichnis**

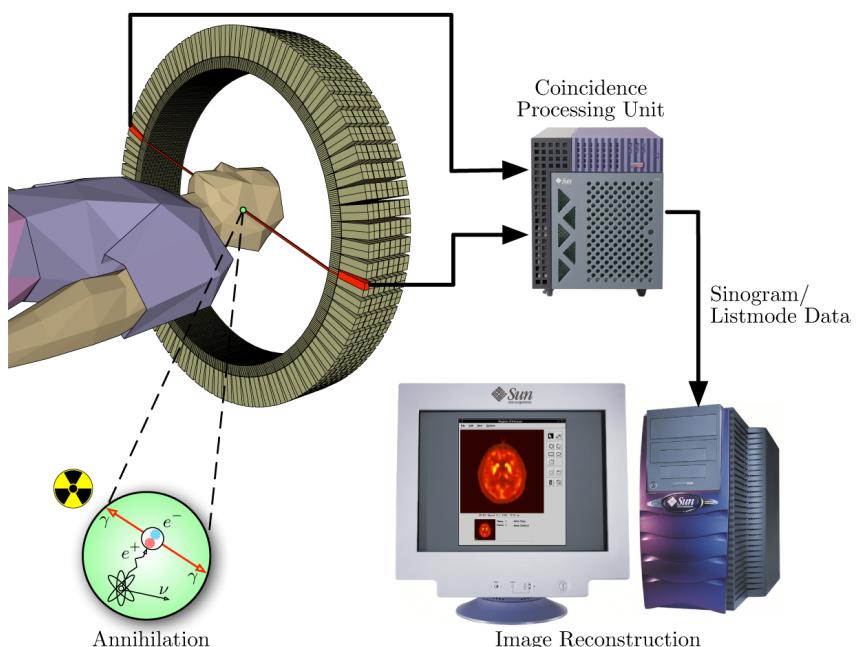
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Grundsätzlicher Aufbau eines PET-Systems	1
1.2 Aufbau der Arbeit	2
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Beta-Zerfall	3
2.2 Positronium	4
2.3 Wechselwirkung von Photonen mit Materie	5
2.3.1 Photoeffekt	5
2.3.2 Comptoneffekt	6
2.3.3 Paarbildung	7
<b>3 Experimenteller Aufbau</b>	<b>9</b>
3.1 Detektoren	9
3.1.1 Szintillatoren	10
3.1.2 Photomultiplier	11
3.2 Ausleseelektronik	13
3.3 Datenaufnahmesoftware	13
<b>4 Modifikation des mechanischen Aufbaus</b>	<b>15</b>
4.1 Früherer Aufbau	15
4.2 Neuer Aufbau	16
4.3 Vorteile	17
<b>5 Bildrekonstruktion</b>	<b>21</b>
5.1 Korrekturen der Rohdaten	21
5.1.1 Normierung	21
5.1.2 Abschwächungskorrektur	22
5.1.3 Streuungskorrektur	23
5.1.4 Korrektur der Zufallskoinzidenzen	23
5.1.5 Totzeitkorrektur	24
5.2 Realisierung der Korrekturen für den MiniPET Versuch	24
5.3 Datenspeicherung im Sinogrammstil	25
5.4 Rekonstruktion via Rücktransformation	26
5.5 Iterative Rekonstruktion	28

5.5.1	Der EM Algorithmus . . . . .	29
5.6	Vergleich der Verfahren . . . . .	30
5.6.1	Auflösungsvermögen zweier benachbarter Quellen . . . . .	31
5.6.2	Auflösungsvermögen am Rande der Messkammer . . . . .	40
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>45</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>47</b>
A.1	Impressionen während des Umbaus . . . . .	47

---

# 1 Einführung

## 1.1 Grundsätzlicher Aufbau eines PET-Systems



**Abbildung 1.1:** Prinzipielles Verarbeitungsschema eines Positionen-Emissions-Tomographen [Lan03].

Die Positronen-Emissions-Tomographie<sup>1</sup> (kurz PET) ist ein bildgebendes Verfahren, das in der Medizin genutzt wird, um genaue Aufnahmen bestimmter Regionen des Körpers zu erhalten. Hier findet man sie oft in Kombination mit anderen Verfahren, wie der Magnetresonantomographie und Computertomographie. Die Positronen-Emissions-Tomographie hat sich bei der Erkennung von Tumoren als sehr zuverlässig erwiesen. Der Patient muss eine mit radioaktiven Elementen versetzte Substanz, den so genannten Tracer, durch Injektion oder Inhalation zu sich nehmen. Diese wird dann dort im Körper eingebaut, wo die jeweilige Substanz gebraucht wird. Besteht der Tracer beispielsweise aus Zucker,

<sup>1</sup>von altgriechisch  $\tau\omega\mu\gamma$   $\hat{=}$  tome = „Schnitt“ und  $\gamma\rho\alpha\varphi\epsilon\nu$   $\hat{=}$  graphein = „schreiben“

wird dieser zu den Körperregionen transportiert, wo durch hohen Stoffwechsel viel Zucker umgesetzt wird. Genau das passiert auch in Tumorgewebe, so dass vornehmlich dort die radioaktiven Elemente eingebaut werden. Das beim radioaktiven  $\beta^+$ -Zerfall entstehende Positron wird mit einem Elektron annihielt<sup>2</sup> und erzeugt zwei entgegengesetzte Photonen mit einer Energie von  $511 \text{ keV}$ . Diese werden in koinzidenten<sup>3</sup> Ereignissen detektiert, d.h. die Strahlung trifft gleichzeitig zwei Detektoren, die meist in einem Detektorring um das zu untersuchende Objekt integriert sind. Die gemessene Zählrate von Koinzidenzen ist dann proportional zur Aktivität auf der Verbindungsleitung der beiden Detektoren. Die Rohdaten von den Detektoren werden in einem so genannten Sinogramm in Abhängigkeit von Polarkoordinaten  $(r, \phi)$  gespeichert. Danach folgt eine Rückrechnung auf die Verteilung der Radioaktivität, die somit lokalisiert werden kann (siehe Abbildung 1.1).

## 1.2 Aufbau der Arbeit

Kenntnisse über diese Technik sind auch besonders für den angehenden Physiker von Interesse. Daher wurde ein Positronen-Emissions-Tomograph in klein nachgebaut und in das Fortgeschrittenen Praktikum des Instituts für Kernphysik in Münster integriert. Es entstand der so genannte MiniPET-Versuch.

Ziel dieser Arbeit war es nun den vorhandenen Versuch weiterzuentwickeln und zu verbessern. Dabei wurden Techniken genutzt, die auch in den großen PET-Systemen der Medizin zum Einsatz kommen.

Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser Verbesserung vorgestellt. Hierbei ist die Arbeit wie folgt gegliedert:

Das erste Kapitel gibt eine kurze Einführung in das Thema mit Festlegung der Zielsetzung.

Im zweiten Kapitel folgt eine Beschreibung der physikalischen Grundlagen, die für das Verständnis von PET-Systemen notwendig sind.

Eine Beschreibung des Aufbaus mit den wichtigsten Bauteilen findet sich im dritten Kapitel.

Das vierte Kapitel gibt Aufschluss über die Modifikationen des mechanischen Aufbaus, die am MiniPET-Versuch des Fortgeschrittenenpraktikums vorgenommen wurden.

Kapitel fünf beschreibt alles, was mit der Bildrekonstruktion zu tun hat, wobei insbesondere ein Vergleich von der neu eingebauten Methode der iterativen Bildrekonstruktion mit den bisherigen gefilterten Rückprojektionsmethoden eine Rolle spielt.

Im sechsten Kapitel schließlich folgt eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse und ein Ausblick für zukünftige Veränderungen am Mini-PET Versuch.

---

<sup>2</sup>von lat. annihilare = „vernichten“

<sup>3</sup>von lat. con = mit; incidere = einfallen

---

## 2 Theoretische Grundlagen

Der physikalische Prozess, der bei der Positronen-Emissions-Tomographie ausgenutzt wird, ist die Annihilation eines Positrons mit einem Elektron, wobei hauptsächlich zwei Photonen mit einer Energie von  $511 \text{ keV}$  entstehen, die detektiert werden. Die Positronen kommen aus dem Beta-Zerfall, der nun zunächst beschrieben wird.

### 2.1 Beta-Zerfall

Den Beta-Zerfall kann man allgemein in drei verschiedene Prozesse unterteilen:

- $\beta^-$ -Zerfall:

Beim  $\beta^-$ -Zerfall wird ein Neutron  $n$  in ein Proton  $p$ , ein Elektron  $e^-$  und ein Elektron-Antineutrino  $\bar{\nu}_e$  umgewandelt.

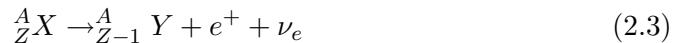


bzw. bei einer Reaktion im Atomkern lautet die Reaktionsgleichung:



- $\beta^+$ -Zerfall:

Durch den  $\beta^+$ -Zerfall wird hingegen ein Proton zu einem Neutron, während ein Positron und ein Elektronneutrino emittiert werden:



- Elektroneneinfang (engl. electron capture = EC):

Wie der Name es schon verrät, wird beim Elektroneneinfang ein Elektron  $e^-$  von einem Proton  $p$  eingefangen und reagiert zu einem Neutron  $n$  und einem Elektronneutrino  $\nu_e$ .



Aufgrund der Energieerhaltung sind der  $\beta^+$ -Zerfall und der Elektroneneinfang nur in einem Atomkernverband möglich. Der  $\beta^-$ -Zerfall hingegen geschieht auch bei freien Neutronen, da die Ruhemasse des Neutrons ( $939,6 \frac{\text{Mev}}{c^2}$ ) etwas größer ist als die des

Protons ( $938,3 \frac{MeV}{c^2}$ ). Diese Energiedifferenz muss beim  $\beta^+$ -Zerfall durch eine höhere Bindungsenergie des Endzustands ausgeglichen werden.

Nur der  $\beta^+$ -Zerfall ist für die Positronen-Emissions-Tomographie relevant.

Für die Messungen dieser Arbeit wurden  $^{22}\text{Na}$ -Quellen verwendet. Dieses Isotop hat zwei Zerfallsmöglichkeiten, die in Abb. 2.1 verdeutlicht sind:

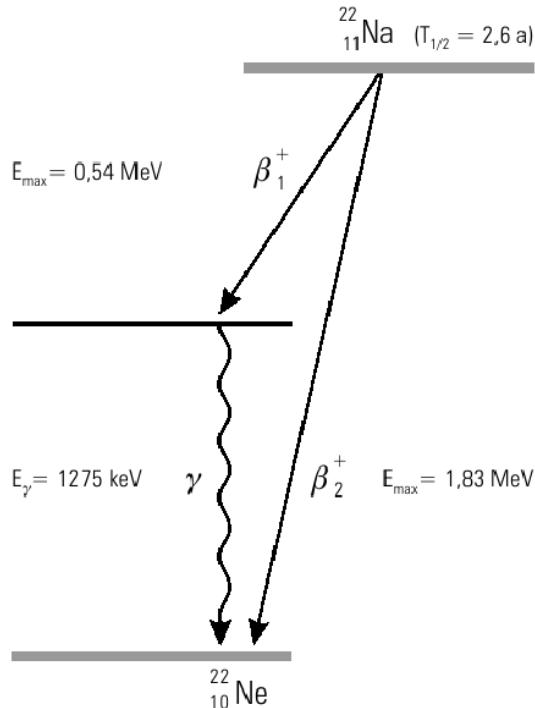


Abbildung 2.1: Zerfallsschema des Isotops  $^{22}\text{Na}$  [Dat09].

Das  $^{22}\text{Na}$  geht mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,9% [Dat09] durch  $\beta^+$ -Zerfall in einen angeregten Zustand des  $^{22}\text{Ne}$ -Isotops über und zerfällt anschließend durch Aussendung eines  $\gamma$ -Quants (mit der Energie 1275 keV) in dessen Grundzustand. Auch ein  $\beta^+$ -Zerfall direkt in diesen Grundzustand ist möglich, wenn auch mit einer viel geringeren Wahrscheinlichkeit.

## 2.2 Positronium

Die bei  $\beta^+$ -Zerfällen entstandenen Positronen geben durch inelastische Stöße mit dem umgebenden Material Energie ab und werden so weit abgebremst, dass diese thermalisiert sind. Dann kann ein Positron mit einem Elektron, wenn es nicht durch einen Stoß

---

sofort zerstrahlt, in einen gebundenen Zustand eintreten, der dem Wasserstoff ähnlich ist, dem so genannten Positronium. Hierbei bewegen sich aber das Positron und das Elektron aufgrund gleicher Massen um einen gemeinsamen Schwerpunkt in der Mitte. Da beide Teilchen Fermionen mit dem Spin  $\frac{1}{2}$  sind, ergibt sich der Gesamtspin des Systems zu 1 oder 0. Der erste Fall wird als Orthopositronium (Triplet) und der zweite als Parapositronium (Singulett) bezeichnet. Im Orthopositronium sind die Spins des Elektrons und des Positrons parallel ausgerichtet. Diesen Zustand kennzeichnet auch eine höhere Lebensdauer von  $140\text{ ns}$ , weil beim Zerfall mindestens drei, oder aber immer eine ungerade Anzahl an Photonen emittiert werden muss. Der Grund hierfür ist, dass Photonen als Bosonen einen ganzzahligen Spin besitzen und die Drehimpulserhaltung, respektive die Erhaltung des Gesamtspins, erfüllt sein muss.

Das Parapositronium ist der energetisch günstigere und damit häufigere Zustand von beiden. Dieses zerfällt bereits nach einer Lebensdauer von  $125\text{ ps}$  in eine gerade Anzahl an Photonen. Meistens werden zwei Photonen emittiert, die dann aufgrund der Impulserhaltung einen Winkel von  $180^\circ$  zueinander bilden und eine Energie von je  $511\text{ keV}$  besitzen, was der Ruhemasse von Elektron und Positron entspricht. Daher ist nur dieser Zustand für die Messung mit einem PET-Scanner von Bedeutung.

## 2.3 Wechselwirkung von Photonen mit Materie

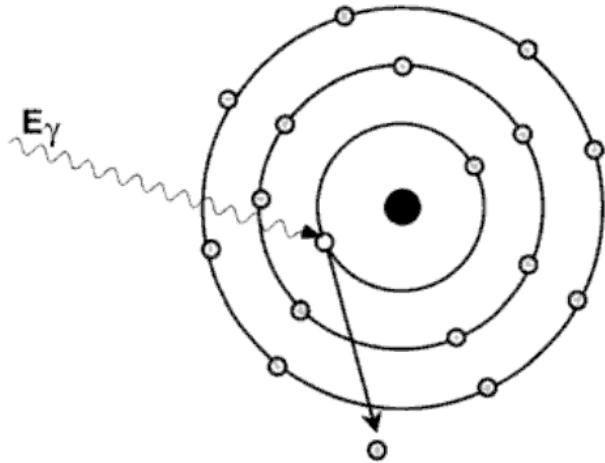
Wenn die bei der Annihilation entstandenen hochenergetischen Photonen auf das Detektormaterial treffen, gibt es hauptsächlich drei Prozesse, wodurch sie ihre Energie in dem Detektor deponieren:

### 2.3.1 Photoeffekt

Wenn ein Photon ein Elektron aus der Atomhülle herauslöst, so spricht man vom Photoeffekt. Das Photon wird hierbei vollständig absorbiert, d.h. es gibt seine gesamte Energie ab (siehe Abbildung 2.2). Während ein Teil seiner Energie für die Austrittsarbeit des Elektrons benötigt wird, steht der Rest dem Elektron als kinetische Energie zur Verfügung:

$$E_{kin} = E_\gamma - W_A \quad (2.5)$$

Wegen der Impulserhaltung kann dieser Effekt nur in Kernnähe stattfinden. Die Energie, die der Kern dabei aufnimmt, ist jedoch vernachlässigbar. Die Wahrscheinlichkeit für diese Wechselwirkung nimmt erheblich zu, je größer die Kernladungszahl des Materials ist, nämlich mit  $Z^5$ , sinkt jedoch, je mehr Energie das einfallende Photon hat.



**Abbildung 2.2:** Der **Photoeffekt** bewirkt eine vollständige Übertragung der Energie vom Photon auf ein Elektron der Atomhülle [PEVa03].

### 2.3.2 Comptoneffekt

Die Comptonstreuung ist die inelastische Streuung eines Photons an einem Elektron der Atomhülle. Wegen der hohen Energie des einfallenden Photons kann die Bindungsenergie aber vernachlässigt und dieses als quasi-freies Elektron angesehen werden. Das Photon gibt einen Teil seiner Energie an das Elektron ab, das dann die kinetische Energie  $E_e$  hat und mit einem Winkel  $\theta_C$  zur vorherigen Flugbahn des Photons herausgeschossen wird. Das Photon wird infolgedessen abgelenkt und hat dann eine verringerte Energie  $E_{\gamma'}$  (siehe Abb.2.3). Die Energie des Elektrons ist dann:

$$E_e = E_{\gamma} \left(1 - \frac{1}{1 + (E_{\gamma}/m_e c^2)(1 - \cos\theta)}\right) \quad (2.6)$$

Für  $\theta = 0^\circ$  ist  $E_{\gamma} = E_{\gamma'}$ , und somit  $E_e = 0$ , d.h. es gibt keinen Energieübertrag.

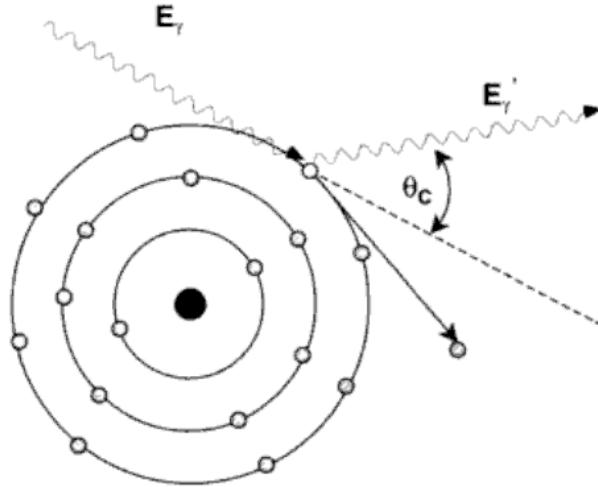
Für  $\theta = 180^\circ$  wird die Energie des Elektrons maximal:

$$E_e^{max} = E_{\gamma} \left(1 - \frac{1}{1 + 2E_{\gamma}/m_e c^2}\right) \quad (2.7)$$

Die Energie ist also nur vom Ablenkwinkel und der Energie des einfallenden Photons  $E_{\gamma}$  abhängig. Die Wahrscheinlichkeit der Comptonstreuung nimmt proportional mit der Kernladungszahl  $Z$  des streuenden Atoms zu.

### 2.3.3 Paarbildung

---



**Abbildung 2.3:** Beim **Comptoneffekt** wird nur ein Teil der Energie des Photons auf das Elektron der Atomhülle übertragen [PEVa03].

### 2.3.3 Paarbildung

Wenn Photonen mehr als die zweifache Ruhemasse des Elektrons an Energie haben, kann es zum dritten Effekt kommen: der Paarbildung. Hierbei bildet das Photon ein Elektron-Positron-Paar. Die Ruhemasse dieses Teilchen-Antiteilchen Paars ist dann genau  $1,022 \text{ MeV}$ , entsprechend der Summe der Einzelmassen. Hatte das Photon eine größere Energie, so verteilt sich die restliche Energie gleichmäßig auf die kinetische Energie des Elektrons und des Positrons.

$$E_\gamma - 2m_e c^2 = E_{e^-} + E_{e^+} \quad (2.8)$$

Dieser Effekt findet nur im Coulombfeld des Kerns statt, welcher der dritte Partner bei der Impulserhaltung ist. Das Elektron rekombiniert in der Materie, während das Positron, nach Abbremsung in Materie wiederum ein Positronium mit einem Elektron aus der Umgebung bilden kann. Für die weiteren Experimente mit  $^{22}\text{Na}$  ist diese Wechselwirkung für die durch den Übergang des Neons in den Grundzustand erzeugten Photonen möglich, da diese eine Energie von  $1275 \text{ keV}$  besitzen. Die Wahrscheinlichkeit der Paarbildung wächst proportional zu  $Z^2$ .

Abbildung 2.5 zeigt die Absorptionskoeffizienten für die drei Wechselwirkungsprozesse in Aluminium und Blei. Man erkennt, dass für Photonen mit einer Energie von  $511 \text{ keV}$  in Materialien mit niedriger Kernladungszahl, wie in dem Beispiel Aluminium, der Comptoneffekt überwiegt. In Materialien mit höherer Kernladungszahl, hier wurde Blei als Beispiel herangezogen, ist für solche Photonen der Photoeffekt der vorherrschende Prozess.

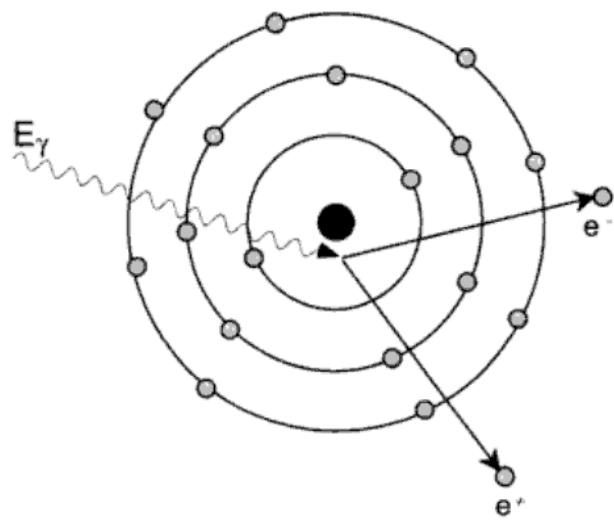


Abbildung 2.4: Darstellung der **Paarbildung** [PEVa03].

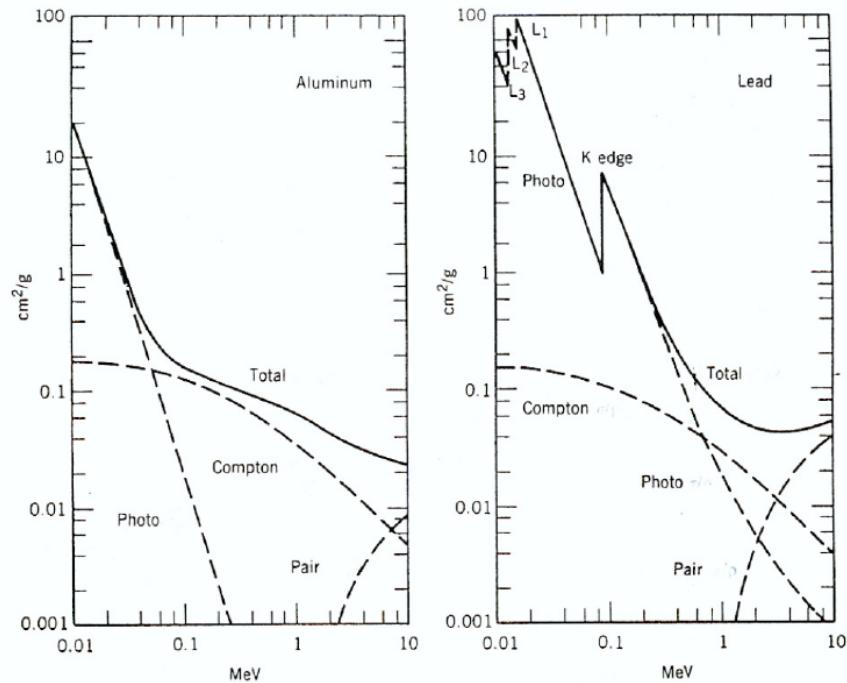


Abbildung 2.5: **Absorptionskoeffizienten** in Aluminium und Blei [HS08].

---

# 3 Experimenteller Aufbau

## 3.1 Detektoren

Für die Wahl des geeignetesten Detektors sind hauptsächlich folgende Charakteristika ausschlaggebend: die mittlere freie Weglänge für  $511 \text{ keV}$  Photonen und die Energieauflösung des Detektors.

Die mittlere freie Weglänge des Detektors legt die durchschnittliche Strecke fest, die das Photon zurücklegt bevor es mit dem Detektormaterial wechselwirkt. Diese hängt von der Dichte und der Kernladungszahl des Detektormaterials ab.

Gasdetektoren haben aufgrund der geringen Dichte ihres Füllgases eine große mittlere freie Weglänge für Photonen mit einer Energie von  $511 \text{ keV}$  und eine geringe Energieauflösung. Daher wird diese Art von Detektoren selten für PET-Systeme verwendet. Die Halbleiterdetektoren besitzen zwar eine sehr gute Energieauflösung, doch auch ihre mittlere freie Weglänge für die besagten Photonen ist hoch. Infolgedessen sind anorganische Szintillationsdetektoren in der PET-Technologie am weitesten verbreitet. Denn bei ihnen ist aufgrund der hohen Kernladungszahl und Dichte ihres Materials die niedrigste freie Weglänge zu finden. Ebenso ist ihre Energieauflösung für Messungen mit PET-Scannern ausreichend, wenn auch nicht so gut wie die der Halbleiterdetektoren.

Das hohe Absorptionsvermögen bei niedriger mittlerer freier Weglänge führt auch zu einer hohen Effizienz, Photonen mit einer Energie von  $511 \text{ keV}$  zu detektieren. Denn je mehr Photonenpaare detektiert werden, desto besser wird das Signal-Rausch-Verhältnis. Außerdem spielt auch die Zeitauflösung eine wichtige Rolle, um koinzidente Ereignisse effektiv von zufälligen Koinzidenzen zu trennen.

Ein PET-Scanner enthält in der Regel einen Ring von Detektoren, mit deren Hilfe gleichzeitig auftreffende Ereignisse nachgewiesen werden sollen. Denn treffen zwei  $511 \text{ keV}$  Photonen gleichzeitig auf zwei Detektoren, so nimmt man an, dass diese denselben Ursprung haben, der irgendwo auf der Verbindungslinie der beiden Detektoren liegt. Aus den oben diskutierten Gründen sind hierfür Szintillatoren aus anorganischem Material zweckmäßig. In dem MiniPET für diese Arbeit wurde Bismutgermanat ( $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ ), kurz BGO, verwendet.

Die Aufgabe der Detektion ist es, die Energie zu messen, die das Photon im Detektor deponiert. Typischerweise wandeln Szintillatoren mit einem integrierten Photomultiplier

die deponierte Energie in ein elektrisches Signal um. Das Integral über dieses Signal ist dann zur gesamten deponierten Energie proportional.

Kleinere Fluktuationen im Energiespektrum werden hauptsächlich durch statistische Fluktuationen im Umwandlungsprozess von deponierter Energie in ein messbares Signal hervorgerufen. Hierbei gibt es statistische Schwankungen in der Anzahl produzierter optischer Photonen und in der Lichtsammlung.

Monoenergetische Photonen, die z.B. über den Photoeffekt vollständig im Detektor absorbiert wurden, erzeugen einen Peak im Energiespektrum. Die Energieauflösung wird durch die Breite dieses Peaks bei halber Höhe, dem so genannten Full Width at Half Maximum (FWHM) definiert.

### 3.1.1 Szintillatoren

Scintillator	Density (g/cc)	Light output (photons per 511 keV)	Decay time (ns)	Index of refraction	Linear attenuation at 511 keV (cm <sup>-1</sup> )	Ratio between photoelectric and Compton
Sodium iodide [NaI(Tl)]	3.67	19400	230	1.85	0.34	0.22
Bismuth Germanate (BGO)	7.13	4200	300	2.15	0.96	0.78
Lutetium Oxyorthosilicate (LSO:Ce)	7.40	~13000	~47	1.82	0.88	0.52
Gadolinium Oxyorthosilicate (GSO:Ce)	6.71	~4600	~56	1.85	0.70	0.35
Barium Fluoride (BaF <sub>2</sub> )	4.89	700, 4900	0.6, 630	1.56	0.45	0.24
Yttrium Aluminum Perovskite (YAP:Ce)	5.37	~9200	~27	1.95	0.46	0.05

**Abbildung 3.1:** Eigenschaften verschiedener Szintillatormaterialien, die für die Detektion von Photonen mit einer Energie von 511 keV verwendet werden [CD06].

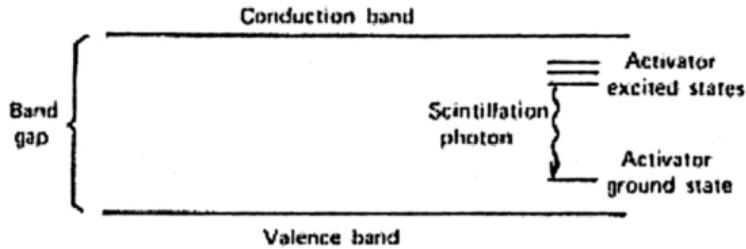
Das Material für Szintillatoren kann aus organischen oder anorganischen Verbindungen bestehen, muss aber transparent sein. Denn es emittiert Licht typischerweise im sichtbaren Bereich, nachdem ein hochenergetisches Photon erfasst wurde und es seine Energie dort deponiert hat. Die emittierte Lichtmenge ist proportional zur deponierten Energiemenge.

Für den Einsatz in PET-Systemen sollten die Szintillatoren aus dichtem Material mit einer hohen Kernladungszahl bestehen, um möglichst viele 511 keV Photon zur Energieabgabe zu bewegen. Aufgrund dessen fällt die Wahl auf anorganische Szintillatoren. Es handelt sich dabei um dotierte Kristalle. In der Bandstruktur werden durch die Dotierung zusätzliche Zustände zwischen Valenz- und Leitungsband geschaffen (siehe

### 3.1.2 Photomultiplier

---

Abbildung 3.2). Trifft ein hochenergetisches Photon auf den Szintillator, kann es Elektronen aus dem Valenz- in das Leitungsband befördern und erzeugt somit Elektronen-Loch-Paare. Die erzeugten Elektronen können dann zum Aktivatorzentrum wandern und dort über die Aktivatorzustände in mehreren Stufen wieder in den Grundzustand im Valenzband fallen, wobei sie jeweils nur einen Teil der Energie als Licht im sichtbaren Bereich abgegeben, d.h. elektromagnetische Strahlung, die langwelliger als die eintreffende ist, entsteht.



**Abbildung 3.2:** In der Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband des Szintillators werden durch Dotierung Aktivatorzustände geschaffen [Kno00].

Da bei der Positronen-Emissions-Tomographie Koinzidenzen zweier Photonen gemessen werden sollen, muss natürlich genau erfasst werden können, wann ein Photon vom Detektor gemessen wird. Ein schneller Szintillator mit kurzen Anstiegs- und Abfallzeiten des erzeugten Lichtpulses ist daher von Vorteil.

Für eine gute Energieauflösung des Szintillators ist eine hohe Lichtausbeute vorteilhaft, da so statistische Schwankungen weniger Gewicht erhalten.

Abbildung 3.1 gibt einen Überblick über gängige anorganische Szintillationsmaterialien.

### 3.1.2 Photomultiplier

Die meisten PET Scanner benutzen Photomultiplier, um das Szintillationslicht in ein elektrisches Signal umzuwandeln. Die von dem Szintillator erzeugten Photonen laufen durch das Eingangsfenster und treffen auf die Photoschicht eines Photomultipliers. Dort entstehen durch den Photoeffekt Elektronen, die von der Photokathode zu einzelnen Dynoden beschleunigt werden (siehe Abbildung 3.3). Die Photokathode besteht aus einer dünnen Materialschicht, aus der leicht Elektronen herausgelöst werden können, während die Dynoden dünne Metallbleche sind. Wenn die bei der Photokathode entstandenen Elektronen auf die Dynoden auftreffen, lösen diese Sekundärelektronen aus, so dass man durch Hintereinanderschaltung mehrerer Dynoden eine hohe Elektronenvervielfachung erreicht bis alle Elektronen auf der Anode auftreffen. Dort erhält man dann ein messbares Ladungssignal.

Man erhält nach Integration und Kalibration des Signals die Energie. Die Vorteile von Photomultipliern sind ihre hohe Verstärkung, und die daraus resultierenden hohen Pul-

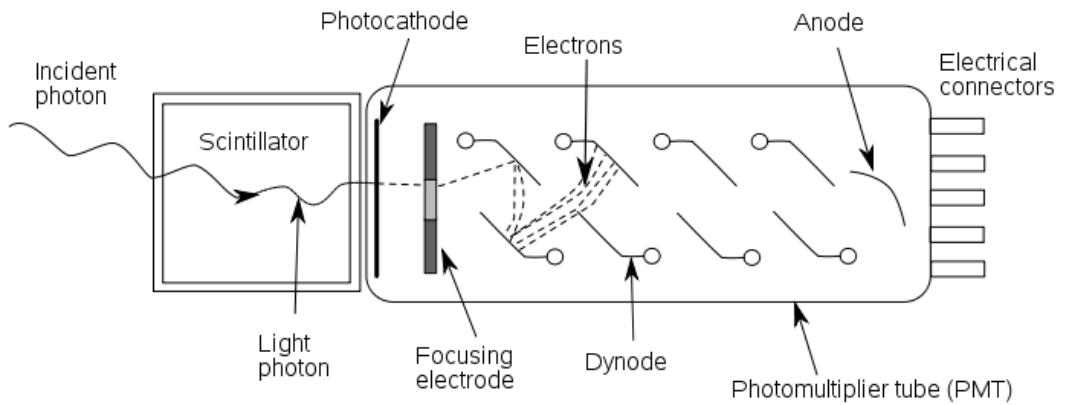


Abbildung 3.3: Funktionsweise eines Photomultipliers

se, ihre Stabilität und schnelle Ansprechzeit.

Abbildung 3.4 zeigt ein Anschauungsmodell des verwandten Photomultipliers, bei dem die vor Außenlicht schützende Abdeckungsschicht entfernt wurde. Beim MiniPET Versuch wird der Typ XP2972 der Firma Philips verwendet, wobei dieser mit einer negativen Hochspannung von 1400 V betrieben wird, die von zwei VME Modulen des Typs VHS40 der Firma ISEG geliefert wird.

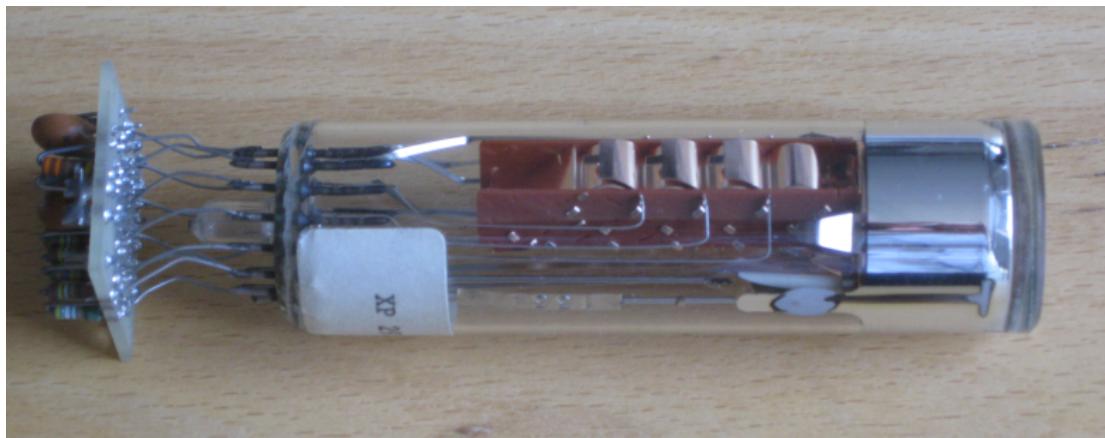
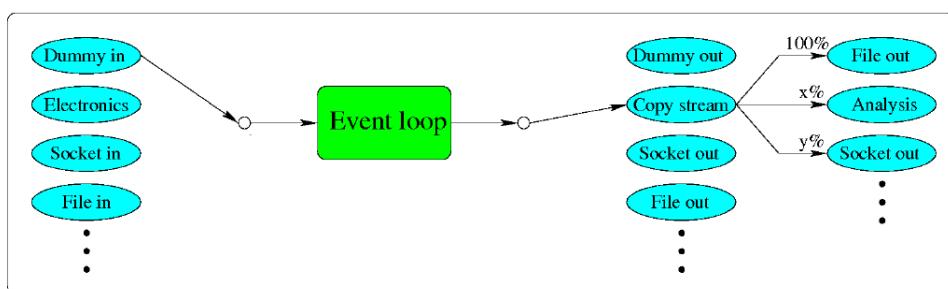


Abbildung 3.4: Verwandtes Photomultipliermodell

## 3.2 Ausleseelektronik

Die elektrischen Signale, die vom Photomultiplier erzeugt werden, werden zunächst mit einem Verstärker geglättet und verstärkt, so dass diese mit einem FADC (Flash Analog Digital Converter) des Typs SIS3301 der Firma Struck Innovative Systeme verarbeitet werden können. Der FADC tastet dann die analogen Signale in sehr kurzen Zeitabständen ständig ab und wandelt sie in digitale um. Außerdem wird neben der Signalhöhe der elektrischen Pulse auch deren Signalverlauf abgetastet und digitalisiert.

### 3.3 Datenaufnahmesoftware



**Abbildung 3.5:** Datenströme in der DAQ Software [HS08].

Die digitalen Signale können nun durch ein VME-PCI Interface (SIS1100/SIS3100), das vergleichbar zum PCI-Bussystems eines PCs ist, zur Datenverarbeitung im PC weitergeleitet werden. Dort verarbeitet ein am Kernfysisch Versneller Instituut (KVI) Groningen, NL, entwickeltes Softwarepaket die Datenströme. Mit diesem ist es möglich für den Dateneingang entweder von der Messelektronik, aus einer Datei oder einer Netzwerkverbindung die Daten zu fordern. Diese können dann für die Weiterverarbeitung wiederum in einer Datei gespeichert oder direkt analysiert werden (siehe Abbildung 3.5). Die Datenaufnahmesoftware wird über eine graphische Java-Oberfläche (FPPGUI, siehe Abbildung 3.6) gesteuert, die auch über eine Netzwerkverbindung von einem anderen PC ansprechbar ist.

Die aufgenommenen Messdaten können dann direkt von dem Programm Roody [roo09a] analysiert werden. Dieses Programm bietet auch schon gleich Korrekturen und verschiedene Bildrekonstruktionsmethoden zur Auswahl an und kann die erstellten Koinzidenzmatrizen, Sinogramme und Spektren anzeigen (siehe Abbildung 3.7).

<sup>1</sup> Roody basiert auf dem am CERN entwickelten Programm ROOT [roo09b]. Dieses In-

<sup>1</sup>Europäische Organisation für Kernforschung (die Abkürzung CERN leitet sich vom früheren franz. Namen Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire ab).

### 3.3 Datenaufnahmesoftware

terface, was am TRIUMF<sup>2</sup> entwickelt wurde, ist für den MiniPET Versuch um PET Rekonstruktionsmethoden und Visualisierungen erweitert worden.

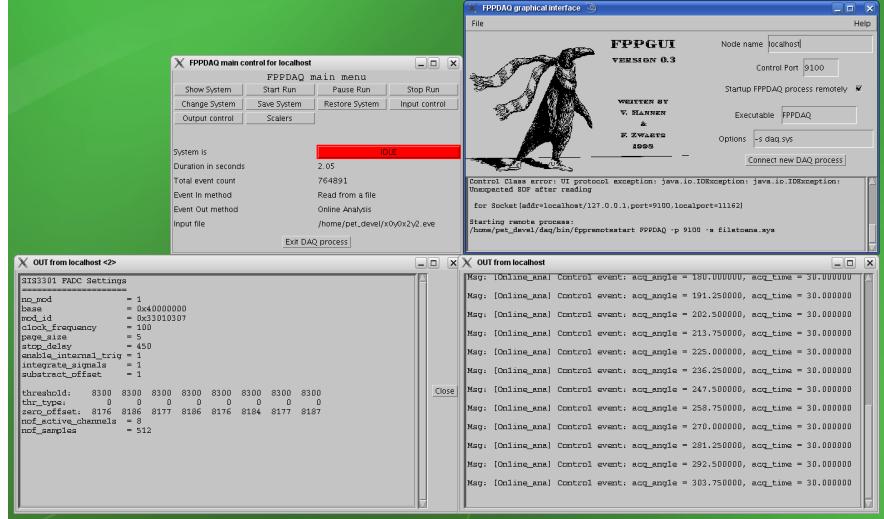


Abbildung 3.6: Programm zur Datenaufnahme FPPGUI

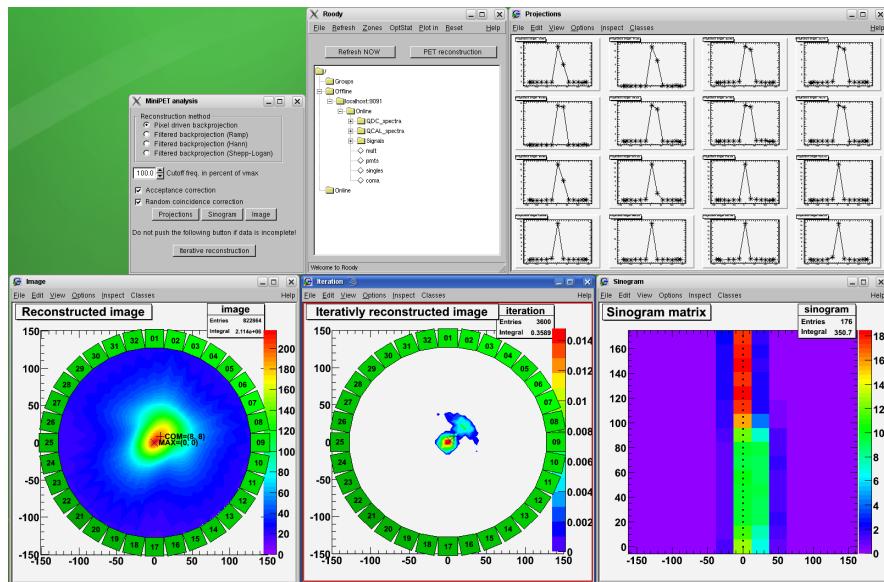


Abbildung 3.7: Roody: Programm zur Analyse und Visualisierung

<sup>2</sup>(Abkürzung für Tri University Meson Facility) ist ein Teilchenbeschleuniger auf dem Campus der University of British Columbia (UBC) in Vancouver, British Columbia (Kanada).

---

## 4 Modifikation des mechanischen Aufbaus

### 4.1 Früherer Aufbau

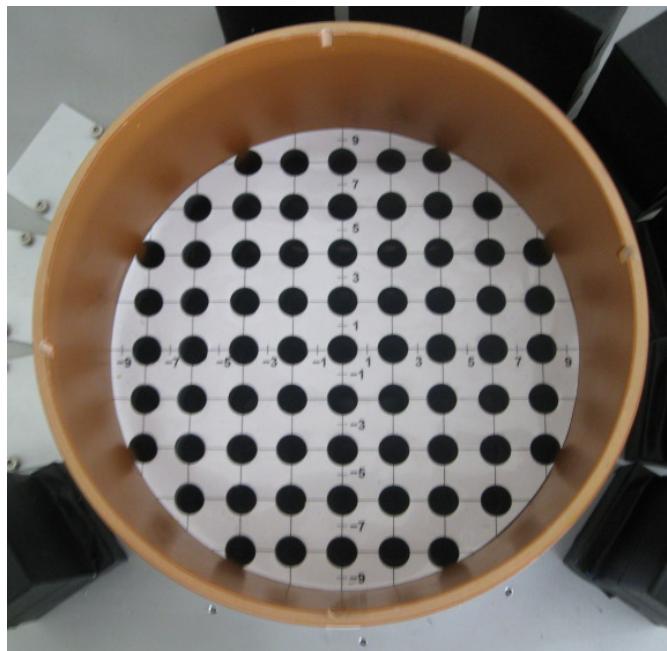


Abbildung 4.1: Der ehemalige Aufbau des MiniPETs [HS08].

Der frühere Aufbau des MiniPET Versuchs bestand aus zwei gegenüberstehenden Detektorblöcken (siehe Abbildung 4.1). Jeder Block wurde aus vier Detektoren gebildet, die auf einer Kreisbahn angeordnet waren. In der Mitte befand sich eine runde Messkammer. Diese war dabei drehbar gelagert und enthielt im Inneren ein Koordinatensystem mit Steckplätzen für Stabquellen. Durch entsprechende Markierungen waren die

Abstände der Steckplätze von der Mitte der Messkammer entlang zweier zueinander senkrecht orientierter Achsen ablesbar. In diesem Koordinatensystem waren die Steckplätze für die Stabquellen allerdings nur auf geraden Koordinaten positioniert (siehe Abb.4.2). Auf der Messkammer selbst war eine Winkelskala angebracht, auf der die Winkel von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  in  $11,25^\circ$  Schritten aufgetragen waren.

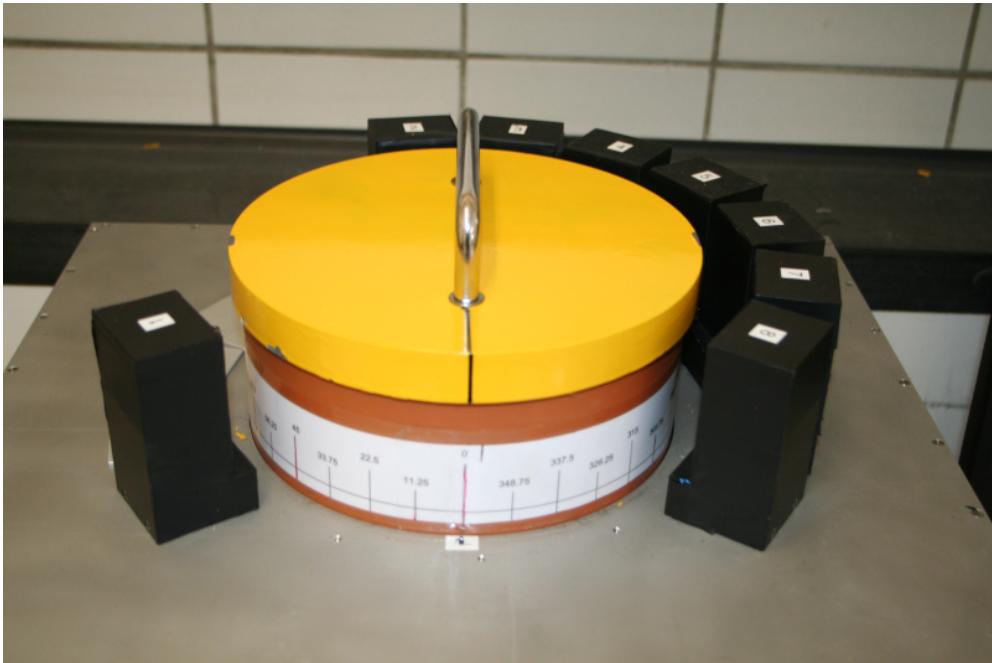
Um nun einen Ring von 32 Detektoren zu simulieren, wurden 15 Einzelmessungen durchgeführt, zwischen denen die Messkammer relativ zu den Detektoren um die Winkel  $0^\circ$  bis einschließlich  $168,75^\circ$  in  $11,25^\circ$  Schritten gedreht wurde.



**Abbildung 4.2:** Die Messkammer des MiniPETs mit integriertem Koordinatensystem.

## 4.2 Neuer Aufbau

Für den neuen Aufbau wurden drei Detektoren eines Blockes zum gegenüberliegenden Block verschoben, so dass eine Anordnung von einem Detektor gegenüber sieben Detektoren entstand. Die Winkelskala auf der Messkammer wurde durch die Winkel  $191,25^\circ$  bis  $348,75^\circ$  ergänzt, wobei wiederum  $11,25^\circ$  Schritte die Skalenabstände bilden. Für die Simulation eines Ringes mit 32 Detektoren sind nun 22 Schritte notwendig, um die vollständigste Koinzidenzmatrix zu erhalten, die mit diesem Aufbau möglich ist. Hierfür sind die Winkel  $0^\circ$ ;  $11,25^\circ$ ;  $45^\circ$ ; und  $101,25^\circ$  bis  $303,75^\circ$  (in  $11,25^\circ$ -Schritten) zu vermessen.



**Abbildung 4.3:** Der neue Aufbau des MiniPETs.

### 4.3 Vorteile

Die neue Anordnung der Detektoren beim MiniPET hat nun gegenüber der alten zwei ausschlaggebende Vorteile:

Zum einen ist nun die Erstellung einer vollständigeren Koinzidenzmatrix möglich. In dieser sind die gemessenen Aktivitäten aller Detektorpaare des simulierten 32-Detektorringes eingetragen. Beim früheren Aufbau gab es bei allen erstellten Matrizen zwei Diagonalen, in denen Werte für die Aktivitäten fehlten, wie in der Abbildung 4.4 zu erkennen. Dieses war dadurch bedingt, dass manche Detektorkombinationen bei der Drehung nicht möglich waren. So war es nicht möglich die Detektorkombinationen  $N_1$  und  $N_2 = N_1 + 8$  oder  $N_1$  und  $N_2 = N_1 + 24$  gleichzeitig zu vermessen. Denn wenn der Detektor  $N_2$  durch die Drehung erreicht wurde, war Detektor  $N_1$  bereits nicht mehr für die Messung verfügbar. Daher war beispielsweise eine gleichzeitige Messung mit den Detektoren 1 und 8 (2 und 9, etc.) oder 1 und 25 (2 und 26, etc.) auch durch beliebige Drehung der Messkammer nicht möglich.

Bei der neuen Anordnung können diese fehlenden Diagonalen mit Messdaten gefüllt werden.

Trotzdem bleibt wie auch schon bei der früheren Anordnung jedes zweite Matrixelement leer. Denn die Detektoren stehen nicht direkt nebeneinander, sondern es ist immer mindestens eine Detektorlänge Abstand zwischen zwei benachbarten Detektoren vor-

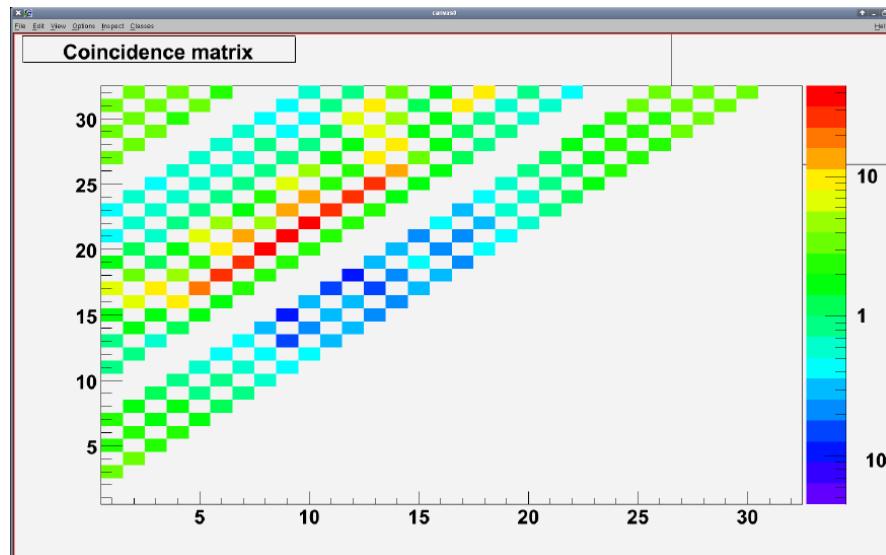


Abbildung 4.4: Eine Koinzidenzmatrix, die durch eine Messung mit dem früheren Aufbau erstellt wurde [HS08].

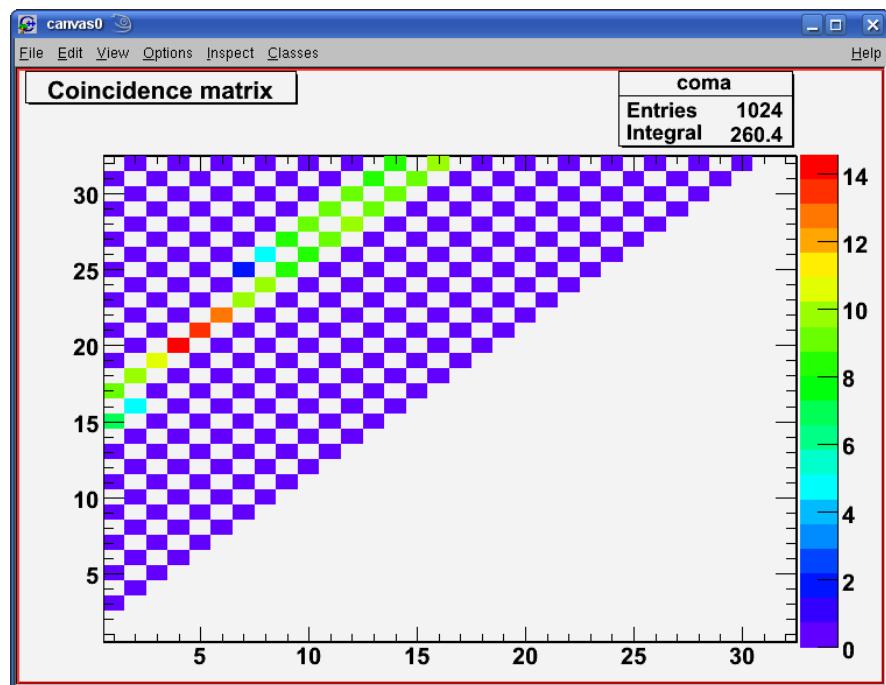


Abbildung 4.5: Eine vollständige Koinzidenzmatrix, die durch eine Messung mit dem modifizierten Aufbau gefüllt wurde.

---

handen. So kann während einer Messung bei einem bestimmten Winkel nur entweder eine Kombination von geraden Detektornummern (z.b. 2, 4, 6 etc.) oder von ungeraden Detektornummern (1, 3, 5 etc.) realisiert werden (siehe Abb.4.5).

Ein weiterer Vorteil des neuen Aufbaus besteht in der Möglichkeit der neuen Anordnung, ein weiteres Experiment zu realisieren; nämlich einen Versuch zur Comptonstreuung. Hierfür würde eine Quelle hochenergetischer Photonen vor dem alleine stehenden Detektor plaziert werden, so dass an diesem die emittierten Photonen eine Comptonstreuung erfahren und von den hinteren sieben Detektoren erfasst werden könnten. Dann könnten verschiedene Parameter, wie die Energie der gestreuten Photonen und ihr Auftreffort und somit der Streuungswinkel, bestimmt und überprüft werden.



---

# 5 Bildrekonstruktion

Abhandlungen zur Bildrekonstruktion sind in den Werken [Sah05] und [CD06] ausführlich dargelegt. Hier wird nur auf die für den MiniPET Versuch wichtigen Punkte eingegangen.

## 5.1 Korrekturen der Rohdaten

Um ein möglichst wahrheitsgetreues Bild der Aktivitätsverteilung zu erhalten, müssen einige Korrekturen an den Rohdaten vorgenommen werden.

### 5.1.1 Normierung

Aufgrund von Schwankungen in der Ausbeute von Photomultipliern, des Ortes des Detektors im Block, der physikalischen Variationen des Detektors selbst und der Elektronik existieren immer gewisse Ungleichmäßigkeiten der einzelnen Bauteile. Dieses hat unterschiedliche Detektoreffizienzen zur Folge und macht die Rohdaten der einzelnen Detektoren ungleichmäßig.

Um diesen Effekt zu korrigieren, nutzt man die Methode der Normierung. Man setzt bei dieser Methode alle Detektorpaare einer punktförmigen, in alle Richtungen gleichmäßig abstrahlenden Punktquelle aus, die in der Mitte aller Detektoren steht. Für eine angemessene statistische Genauigkeit wird die Messung für die Normierung mehrere Stunden durchgeführt. Mit den Daten der Messung wird für jedes Paar einzeln ein Normierungsfaktor  $F_i$  berechnet:

$$F_i = \frac{A_{mean}}{A_i} \quad (5.1)$$

wobei  $A_{mean}$  die durchschnittliche Anzahl der Koinzidenzen für alle Detektorpaare und  $A_i$  die Anzahl der i-ten Verbindungsleitung zwischen den Detektorpaaren ist.

Der Normierungsfaktor  $F_i$  wird dann folgendermaßen auf die gemessenen Koinzidenzen angewendet:

$$N_{norm,i} = N_i * F_i \quad (5.2)$$

Hier ist  $N_i$  die gemessene Anzahl der Koinzidenzen und  $N_{norm,i}$  die normierte Anzahl der gezählten Koinzidenzen des i-ten Detektorpaars.

### 5.1.2 Abschwächungskorrektur

Die entstandene Annihilationsstrahlung wird beim Weg durch Materie abgeschwächt. Dieses führt zu einer Entfernung von Photonen in einer bestimmten Verbindungsline zwischen zwei Detektoren. Die Abschwächung der Strahlung kann durch direkte Messung, ein mathematisches Modell oder durch beides berichtigt werden. Ohne eine Abschwächungskorrektur scheint die zentrale Position innerhalb der Materie eine geringere Aktivität zu haben, als weiter außen, da die Strahlung mehr Material passieren muss um zum Detektor zu gelangen.

Angenommen eine Punktquelle befindet sich an einer unbekannten Stelle  $x$  in einem gleichmäßig abschwächenden Medium mit dem Abschwächungskoeffizienten  $\mu$ . Mit der Dicke des Objekts  $D$  ergibt sich die Wahrscheinlichkeit  $P_1$ , dass das erste Annihilationsphoton das Objekt verlassen kann, zu:

$$P_1 = \frac{I(x)}{I(0)} = e^{-\mu x} \quad (5.3)$$

Hierbei ist  $I(x)$  die Strahlungsintensität der Quelle mit umgebendem Medium und  $I(0)$  die Intensität ohne ein umgebendes Medium.

Für das zweite Annihilationsphoton gilt der Zusammenhang:

$$P_2 = \frac{I(D-x)}{I(0)} = e^{-\mu(D-x)} \quad (5.4)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Photonen das Objekt verlassen ist dann das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten:

$$P = P_1 * P_2 = e^{-\mu(x)} * e^{-\mu((D-x))} = e^{-\mu D} \quad (5.5)$$

Man sieht, dass die Abschwächung der Strahlung vom Ort unabhängig ist und nur von der Dicke des Objekts auf der Verbindungsline zwischen zwei Detektoren und dem Abschwächungskoeffizienten  $\mu$  abhängt.

Der Korrekturfaktor der Abschwächung  $a_{i,j}$ , der auf die Daten des Detektorpaars  $i$  und  $j$  angewendet wird, lautet dann:

$$a_{i,j} = e^{\mu D_{i,j}} = \frac{I(0)}{I(D_{i,j})} \quad (5.6)$$

Man bestimmt die Abschwächungskorrektur oft durch direkte Messung, wobei eine Quelle außerhalb des Objekts auf der Verbindungsline zwischen zwei Detektoren platziert wird. Dann kann die Abschwächung durch das Gewebe mit den dahinter liegenden Detektoren direkt gemessen werden. Hierbei wird entweder ein Ring von Quellen um das Objekt gelegt, oder es wird eine rotierende Quelle verwendet. Dieser so genannte Transmissionsscan, der  $I(D)$  liefert, wird dann mit einem Leerscan, aus dem sich  $I(0)$  ergibt und bei dem kein Objekt im Scanner vorhanden ist, verglichen. Die Abschwächungskorrekturfaktoren ergeben sich dann aus dem Verhältnis von  $I(D)$  zu  $I(0)$ .

### 5.1.3 Streuungskorrektur

Es besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass die Annihilationsstrahlung eine Comptonstreuung erfährt, wenn sie das umgebende Gewebe passiert. Viele der gestreuten Photonen bewegen sich relativ geradeaus weiter ohne erheblich an Energie zu verlieren. Fallen sie in das Energiefenster des Detektors, können sie von einem Detektorpaar im Zeitfenster für Koinzidenzen detektiert werden. Wenn nun nur Photonen mit einer Energie von 511 keV detektiert werden könnten, würden die gestreuten Ereignisse eliminiert werden, da sie nach der Streuung eine geringere Energie besitzen. Aber dieses würde eine sehr gute Energieauflösung des Detektors erfordern. Die meisten BGO Szintillationsdetektoren haben aber nur eine Energieauflösung von 20% bis 25%[CD06], was die Unterscheidung von wahren und gestreuten Ereignissen erschwert.

Die gestreute Strahlung vergrößert das Hintergrundrauschen und verschlechtert den Bildkontrast. Ihr Einfluss wächst mit der Dichte und Dicke des Gewebes, der Aktivität der Probe und der Größe des Energiefensters des PET Systems. Das Signal-Rausch-Verhältnis bleibt aber bei erhöhter Aktivität gleich, weil sowohl wahre als auch gestreute Ereignisse mit der Aktivität wachsen.

Die genauesten Methoden zur Streuungskorrektur basieren auf Simulationen. Hier wird die Streuung nach der ersten Rekonstruktion der Daten ohne Streuungskorrektur abgeschätzt. Die erstellten Bilder werden zusammen mit einer Abschwächungskarte für die Anfangsabschätzung der Quellen benutzt. Die Streuung wird dann mithilfe verschiedener Modelle simuliert.

### 5.1.4 Korrektur der Zufallskoinzidenzen

Die Zählrate der Koinzidenzen enthält neben den wahren, auch noch zufällige Koinzidenzen. Diese erscheinen, wenn zwei 511 keV Photonen, die nicht aus derselben Annihilation stammen, sondern an zwei verschiedenen Orten entstanden sind, von einem Detektorpaar im Zeitfenster für Koinzidenzen gemessen werden. Diese Ereignisse haben keine örtliche Information, sie sind über das ganze Sichtfeld verteilt. Wenn keine Korrektur hierfür angewandt wird, führt dieses zu einer Erhöhung des Hintergrundrauschen und somit Verschlechterung des Bildkontrastes. Moderne PET Systeme berechnen die Korrektur der Zufallskoinzidenzen in Echtzeit, so dass der Benutzer davon nichts merkt. Die Korrektur der Zufallskoinzidenzen wird insbesondere auf jeden Detektor einzeln angewendet. Da ein wahres Ereignis nicht von einem zufälligen zu unterscheiden ist, wird für die Korrektur eine Poissonstatistik angenommen.

Die Anzahl der gemessenen zufälligen Koinzidenzen eines Detektorpaars  $i,j$  ergibt sich aus

$$N_{i,j,random} = 2\tau N_i N_j \quad (5.7)$$

$\tau$  ist hier das Zeitfenster des Systems, innerhalb dessen zwei Messsignale als koinzident bezeichnet werden, und  $N_i$  und  $N_j$  die Anzahl der gemessenen Ereignisse der zwei zur vermessenen Verbindungsleitung gehörigen Detektoren i und j.

Die Anzahl der Zufallsereignisse wird von der Anzahl der mit diesem Detektorpaar gemessenen Koinzidenzen  $N_{i,j}$  abgezogen:

$$N_{i,j,true} = N_{i,j} - N_{i,j,random} \quad (5.8)$$

### 5.1.5 Totzeitkorrektur

Trifft ein 511 keV Photon auf den Detektor und wird im Kristall absorbiert, so werden Lichtphotonen erzeugt, die zur Photokathode des Photomultipliers weitergeleitet werden. Dieser erzeugt daraus einen Ladungspuls, der verstärkt und anschließend digitalisiert wird.

Die Zeit, die dieser beschriebene Prozess benötigt, wird Totzeit genannt. In dieser Zeit ist das Detektionssystem nicht in der Lage ein zweites Ereignis nachzuweisen, welches folglich auch nicht gemessen wird. Mit zunehmender Zählrate gewinnt die Totzeit des Messsystems an Bedeutung und ist außerdem von PET-System zu PET-System unterschiedlich. Der Verlust der nicht gezählten Ereignisse kann durch die Benutzung von Detektoren mit kürzerer Abklingzeit und schnellerer elektronischer Komponenten verkleinert werden.

Die eigentliche Korrektur aber besteht darin, dass man empirische Vermessungen von bekannten Aktivitäten als Funktion von ansteigenden Aktivitätskonzentrationen macht. Aus diesen Daten wird die Totzeit berechnet und eine Korrektur angewendet, um den Totzeitverlust auszugleichen.

Üblicherweise wird die Totzeit durch zwei mathematische Modelle beschrieben: das paralysierbare Totzeitmodell:

$$R_{meas} = R_{true} * \exp(-R_{true} t_{dead}) \quad (5.9)$$

und das nicht paralysierbare Totzeitmodell:

$$R_{meas} = \frac{R_{true}}{1 + R_{true} t_{dead}} \quad (5.10)$$

Hier ist  $R_{meas}$  die gemessene Zählrate,  $R_{true}$  die wahre Zählrate und  $t_{dead}$  die Totzeit sind.

## 5.2 Realisierung der Korrekturen für den MiniPET Versuch

Da im MiniPET Versuch des Fortgeschrittenenpraktikums die zu untersuchende Quelle noch von keinem Material umgeben ist, spielen die Abschwächungs- und Streuungskorrektur keine Rolle und sind daher noch nicht implementiert. Die Korrektur der zufälligen Koinzidenzen wurde im Rahmen dieser Arbeit realisiert und verbessert den Bildkontrast. Für die zukünftige Weiterentwicklung sind die Implementierung der Normierung und der Totzeitkorrektur denkbar und notwendig.

---

### 5.3 Datenspeicherung im Sinogrammstil

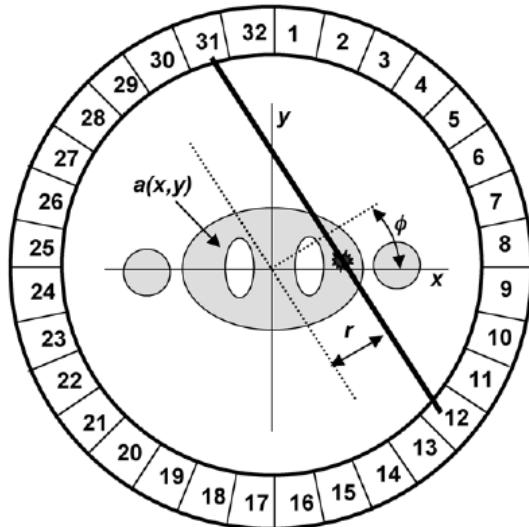
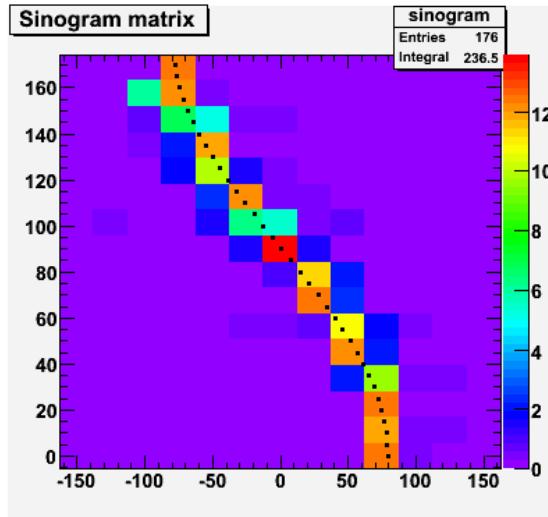


Abbildung 5.1: Erstellung eines Sinogramms [CD06]

Zur Verarbeitung der Rohdaten aus dem Messprozess werden diese als Histogramm in eine 2-D Matrix abgelegt. Jedes Element der Matrix gibt die aufgenommenen Koinzidenzen eines bestimmten Detektorpaars (d.h. alle Ereignisse, die auf der Verbindungsgeraden zwischen beiden Detektoren stattgefunden haben) an. Im Sinogramm steht nun jede Zeile für die Projektion der Aktivität bei einem bestimmten Winkel  $\phi$ . Für die Zuordnung der Daten von der Aktivität am Ort  $(x,y)$  zu den Elementen in der Matrix  $(r, \phi)$  gilt die Beziehung:

$$r = x \cos(\phi) + y \sin(\phi) \quad (5.11)$$

Die 2-D Matrix, die sich daraus ergibt, heißt Sinogramm (siehe Abbildung 5.1). Denn eine Punktquelle am Ort  $(x,y)$  zeichnet einen sinusförmigen Weg in der Matrix, wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist.



**Abbildung 5.2:** Beispiel des Sinogramms einer Punktquelle bei Position  $x = 80$  und  $y = 0$  unter Rody

## 5.4 Rekonstruktion via Rücktransformation

Die Bildrekonstruktion hat die Aufgabe hochwertige, quantitativ genaue Abbildungen der Aktivitätsverteilung des gescannten Bereichs zu liefern. Hierfür nutzt man mathematische Algorithmen der Computertomographie. Die Rekonstruktion ist nötig, da die Rohdaten den Ort des Ereignisses nur auf eine Linie über dem Objekt eingrenzen. Außerdem müssen die Daten vom Objekt angemessen gesampelt sein. Daher bestehen PET Scanner häufig aus einem Detektorring, der das Objekt vollständig umgibt.

Wenn die Projektionsdaten als Sinogramm gespeichert wurden, kann man einen weit verbreiteten und einfachen Algorithmus zur Bildrekonstruktion anwenden, die pixel-orientierte Rückprojektion. Zunächst wird eine Rekonstruktionsmatrix von definierter Größe (bei PET-Scanner z.B. 128 x 128 Pixel [CD06]) gewählt. Die Umrechnung der kartesischen Koordinaten ( $x, y$ ) der Bildmatrix in die Polarkoordinaten Sinogramm-matrix geschieht mit der bekannten Gleichung 5.11. Für jeden Pixel ( $x, y$ ) und jeden Projektionswinkel ( $\phi$ ) wird die Sinogrammkoordinate  $r$  berechnet, die dem betrachteten Pixel die zugehörigen gezählten Ereignisse zuteilt. Wenn der berechnete Wert für  $r$  nicht genau auf eines der Sinogrammelmemente fällt, wird linear zwischen den angrenzenden Elementen interpoliert, um den Beitrag für den Pixel zu berechnen.

In diesem Algorithmus wird jeder Bildpixel einmal berechnet. Die Berechnung geht für jeden Pixel über alle Projektionswinkel. Dieser Zusammenhang kann folgendermaßen

---

beschrieben werden:

$$A'(x,y) = \frac{1}{N} * \sum_{n=1}^N s(r, \phi_n) = \frac{1}{N} * \sum_{n=1}^N s(x \cos(\phi_n) + y \sin(\phi_n, \phi_n)) \quad (5.12)$$

Hier ist  $N$  die Anzahl an verschiedenen Projektionswinkeln,  $s(r, \phi_n)$  die Anzahl an gemessenen Ereignissen im Sinogrammelement beim Winkel  $(\phi)$  und radialen Offset  $r$ , und  $A'(x,y)$  das rückprojizierte Bild.

Wenn alle Pixel errechnet und zusammengestellt wurden, hat man das rekonstruierte Bild.

Die einfache pixelorientierte Rückprojektion hat den Nachteil, dass auch gezählte Ereignisse außerhalb der Grenzen des Objekts angenommen werden, so dass sternförmige Artefakte entstehen und das Objekts im Bild verschmiert. Dieser Verschmierungseffekt lässt sich aufgrund der Abnahme der Aktivität mit dem Abstand  $r$  vom Objekt durch eine  $\frac{1}{r}$  Funktion beschreiben. Man kann sich dies als eine Art Übertragung einiger gezählter Ereignisse von dem betrachteten Pixel auf den benachbarten Pixel vorstellen. Diese Übertragung nimmt vom nahen zum fernsten Pixel ab. Der Verschmierungseffekt wird durch Anwendung von Filtern minimiert; die Methoden hierfür werden dann gefilterte Rückprojektionen genannt:

Das gemessene Linientintegral  $s(r, \phi_n)$  eines Sinogramms ist mit der Aktivitätsverteilung  $A(x, y)$  in dem Objekt durch die Fouriertransformation verbunden. Die Projektionsdaten, die im Ortsraum gebildet wurden, können im Hinblick auf die Fourierreihe im Frequenzraum als eine Summe von Sinuskurven verschiedener Amplituden, Raumfrequenzen und Phasenverschiebungen ausgedrückt werden. Die Umwandlung der Daten vom Orts- in den Frequenzraum wird Fouriertransformation genannt.

Bei der gefilterten Rückprojektion macht man sich die Fouriertransformation zu Nutze: Die Projektionsdaten in jedem Winkelement werden vom Orts- in den Frequenzraum überführt.

$$F(\nu_x, \nu_y) = \mathcal{F}[f(x, y)] \quad (5.13)$$

Die Fouriertransformierten  $F(\nu_x, \nu_y)$  aller Zeilen im Sinogramm werden addiert.

Als nächstes wird im Frequenzraum ein Filter  $H(\nu)$  zu allen Profildaten multipliziert:

$$F'(\nu) = H(\nu) * F(\nu) \quad (5.14)$$

Hier ist  $F'(\nu)$  die gefilterte Projektion, die durch das Produkt von  $H(\nu)$  und  $F(\nu)$  festgelegt ist.

Zum Schluss wird die Rücktransformation auf die gefilterte Projektion angewendet und die gefilterten Projektionsdaten werden wieder wie bei der einfachen Rückprojektion rückprojiziert.

Für den Filter  $H(\nu)$  hat man nun verschiedene Funktionen entwickelt, die für die Bildrekonstruktion in der Positronen-Emissions-Tomographie eingesetzt werden. Hier gibt es beispielsweise den Ramp-Filter. Dieser entfernt zwar die Verschmierungseffekte der einfachen pixelorientierten Rückprojektion, verstärkt aber die höheren Frequenzen und somit auch das Rauschen. Infolgedessen wurden andere Filter entwickelt, die dieses hochfrequente Rauschen unterdrücken und daher Tiefpassfilter genannt werden. Bis zu einer bestimmten Frequenz werden so nur die niedrigeren Frequenzen durchgelassen. Die Frequenz, ab der das Rauschen eliminiert wird, nennt man cut-off Frequenz. Wenn man die cut-off Frequenz erhöht, wird die räumliche Auflösung verbessert und bis zu einer gewissen Frequenz sind mehr Details im Bild erkennbar. Bei einem zu hohen Wert der cut-off Frequenz, kann die Detailliertheit durch Einbezug des Rauschens aber wieder schlechter werden. Daher gibt es für jeden Filter eine bestimmte optimale cut-off Frequenz, bei der das Rauschen abgeschnitten und die größte Detailtreue des Bildes gewährleistet wird.

## 5.5 Iterative Rekonstruktion

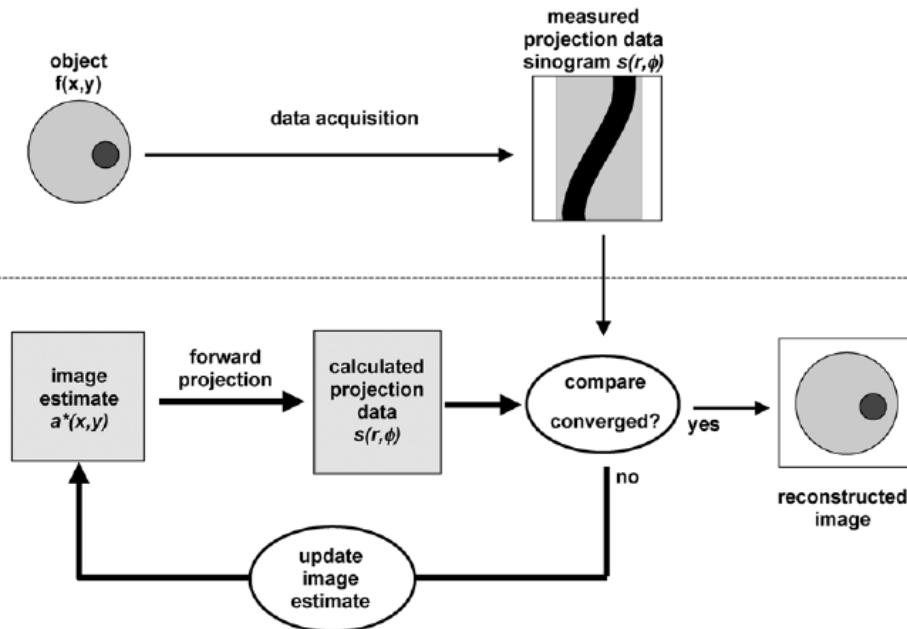


Abbildung 5.3: Veranschaulichung zur iterativen Rekonstruktion [CD06].

Eine neue Klasse von Rekonstruktionsmethoden hat die vorher beschriebenen weitest-

### 5.5.1 Der EM Algorithmus

---

gehend abgelöst. Die iterativen Rekonstruktionsmethoden<sup>1</sup> benötigen zwar wesentlich mehr Rechenaufwand, aber in Folge der schnell fortschreitenden Verbesserung der Rechenzeit, fanden sie allgemeine Verbreitung.

Aber wie funktioniert die iterative Rekonstruktion nun grundlegend?

Zunächst wird eine beliebige Annahme über die Verteilung  $A'(x,y)$ , gemacht, was häufig ein schwarzes oder graues Bild ist. Dann werden die Projektionsdaten für diese Startverteilung berechnet. Dieses wird mit der so genannten Vorprojektion erreicht. Die Vorprojektion verhält sich, wie der Name schon verrät, umgekehrt zur Rückprojektion und addiert alle Aktivitäten der Pixel, die auf der Verbindungsgeraden des betrachteten Detektorpaars liegen. Nach Abschluss dieser Aufsummierung wird der so erstellte Datensatz mit dem Datensatz der tatsächlichen Messung verglichen. Wenn diese nicht übereinstimmen (was sie beim Anfangsdatensatz sehr wahrscheinlich nicht tun werden), wird die Anfangsannahme modifiziert und die ganze Prozedur beginnt von neuem. Mit jedem Schritt wird sich das geschätzte Bild dem wahren Bild immer mehr anpassen, bis es der wahren Verteilung sehr nahe kommt (siehe Abbildung 5.3).

Es wurden viele verschiedene Arten von iterativen Algorithmen entwickelt. Sie unterscheiden sich hauptsächlich in der so genannten *cost function*. Diese berechnet das Maß des Unterschieds zwischen der geschätzten und der gemessenen Projektion und sollte deswegen im Laufe der Iterationsschritte minimal werden.

#### 5.5.1 Der EM Algorithmus

Die iterativen Rekonstruktionen mit der größten Verbreitung basieren auf maximum likelihood (ML, deutsch: größte Wahrscheinlichkeit) Methoden. Die Wahrscheinlichkeit ist ein allgemeines statistisches Maß, das maximiert wird, wenn der Unterschied zwischen der gemessenen und abgeschätzten Projektion minimiert wird. Der expectation-maximization (EM) Algorithmus benutzt für die Maximierung der Wahrscheinlichkeit ein Poisson Datenmodell. Das Modell betrachtet die Projektionsdaten wie eine Poissonverteilung, die durch die Zählstatistik in jedem Projektionspunkt bestimmt ist, und berücksichtigt infolgedessen das statistische Rauschen in den Daten.

Das Rekonstruktionsproblem kann geschrieben werden als:

$$s_j = \sum_i M_{i,j} a_i \quad (5.15)$$

wobei  $a_i$  die Aktivität eines Bildpixels  $i$  und  $s_j$  die Anzahl der gezählten Ereignisse eines Projektionselementes  $j$  ist.  $M_{i,j}$  ist eine große Matrix, welche die Wahrscheinlichkeit dafür liefert, dass Photonen, die in Pixel  $i$  emittiert wurden, im Projektionselement  $j$  detektiert werden. Die Matrix beinhaltet das Modell des Bildsystems und ist komplizierter als die einfache Vorprojektion.

Die Intensität eines Bildpixels  $a_i^{k+1}$  bei der Iteration  $k + 1$ , die von der abgeschätzten

---

<sup>1</sup> von lat. iter = „Schritt“ ; daher iterativ = „schrittweise“

Intensität  $a_i^k$  der vorhergehenden Iteration  $k$  und der gemessenen Ereignisse der Projektion  $p_j$  abhängt, berechnet sich folgendermaßen durch den ML-EM Algorithmus:

$$a_i^{k+1} = \frac{a_i^k}{\sum_i M_{i,j}} \sum_i \frac{M_{i,j} s_j}{\sum_i M_{i,j} a_i^k} \quad (5.16)$$

Das Bild ändert sich nicht mehr, wenn die abgeschätzten Projektionsdaten mit den gemessenen Projektionsdaten übereinstimmen, so dass

$$a_i^{k+1} = a_i^k \quad (5.17)$$

ist. Weil in den Daten Rauschen enthalten ist und unvermeidbare Abschätzungen in der Matrix vorliegen, wird dieses aber in der Praxis nicht exakt erreicht, so dass man eine Abbruchbedingung braucht (z.B.:  $|a_i^{k+1} - a_i^k| \leq \epsilon$ ).

Die iterativen Rekonstruktionsmethoden haben gegenüber den gefilterten viele Vorteile. Zunächst setzen sie den einfachen Abschätzungen durch Linienintegrale ein Modell entgegen, das die Wahrscheinlichkeit der Emission eines Photons an einem bestimmten Ort abschätzt, was zu einer besseren räumlichen Auflösung führt.

Darüber hinaus wird die Statistik jedes Detektorpaars berücksichtigt und dann je nach Qualität der Statistik gewichtet. Außerdem liefern iterative Methoden ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis, da diese u.a. die Daten nicht durch einen Filter schicken, der hochfrequente Komponenten wie auch das Rauschen betont. So kommen iterative Methoden mit viel geringerer Aktivität und Messzeit aus als die Methoden zur gefilterten Rückprojektion. Aber auch die iterativen Rekonstruktionsmethoden haben ihre Nachteile. Neben dem angesprochenen wesentlich höheren Rechenaufwand sind diese Methoden nichtlinear und daher ist ihr Verhalten schwer vorhersagbar. Zur Illustration dieser wichtigen Methode wurde der EM-Algorithmus im MiniPET-System implementiert. Der im MiniPET-Versuch verwendete EM-Algorithmus wurde von Thomas Kösters am Institut für Numerische und Angewandte Mathematik der Universität Münster entwickelt und als Programmcode zur Verfügung gestellt [Kö09].

## 5.6 Vergleich der Verfahren

Für den Vergleich der einzelnen Verfahren wurden mehrere Messungen mit jeweils zwei Punktquellen durchgeführt. Es wurden bei jedem Messdurchgang, wie in Kapitel 4. näher beschrieben, die Winkel  $0^\circ$ ,  $11,25^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $101,25^\circ$  bis  $303,75^\circ$  für jeweils 20 Sekunden gemessen. Für die iterative Rekonstruktionsmethode wurden jeweils 100 Iterationen durchlaufen. Eine höhere Anzahl an Iterationen ergab keine weitere Verbesserung der rekonstruierten Aktivitätsverteilung, und eine auf Konvergenzkriterien beruhende Abbruchbedingung ist in der jetzigen Version der Software nicht implementiert.

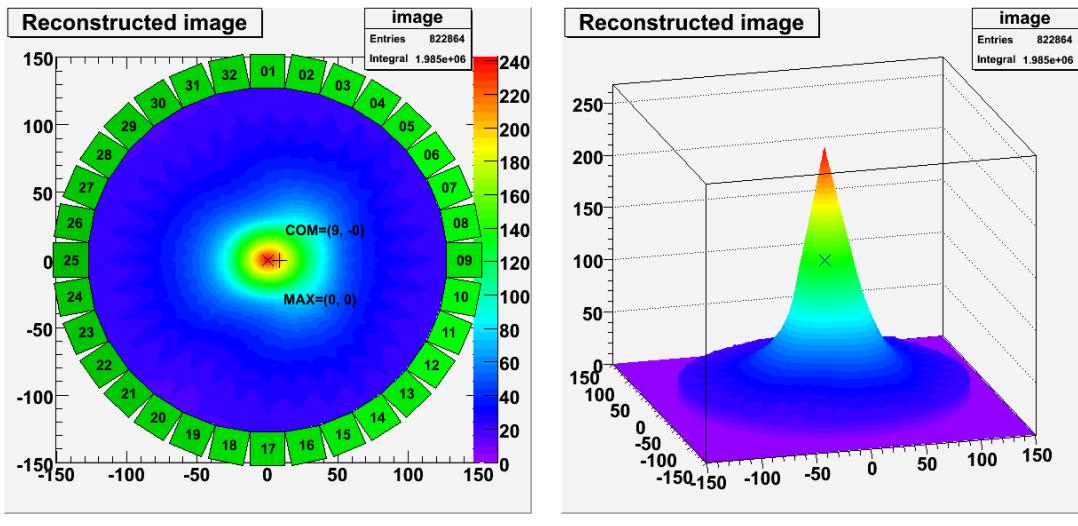
Für die auf den rekonstruierten Bildern identifizierten Maxima wurde mit ROOT eine Projektion auf die x- und y-Achse durchgeführt, die Daten exportiert und mit Gnuplot dargestellt und eine Gaußkurve darauf angepasst.

## 5.6.1 Auflösungsvermögen zweier benachbarter Quellen

### 5.6.1 Auflösungsvermögen zweier benachbarter Quellen

Zuerst soll festgestellt werden, wie weit zwei Quellen voneinander entfernt sein müssen, um sie auf dem rekonstruierten Bild noch als getrennt zu identifizieren. Die erste Quelle befindet sich beim ersten Messdurchgang an Position  $x = 0 \text{ mm}$  und  $y = 0 \text{ mm}$ , die zweite Quelle steht bei  $x = 20 \text{ mm}$  und  $y = 0 \text{ mm}$ . Hierbei haben die beiden Quellen nicht exakt die gleiche Aktivität, d.h. die erste Quelle strahlt stärker als die zweite; die Aktivität der zweiten Quelle beträgt  $98,7\% \pm 0,6\%$  der Aktivität der ersten. Für das Aktivitätsverhältnis wurden beide Quellen dem oben angegebenen Messverfahren unterzogen. Hierbei waren beide in der Mitte der Messkammer positioniert. Anschließend wurden die gezählten Ereignisse aller Detektoren für beide Quellen einzeln addiert und der Quotient daraus gebildet.

Auf allen rekonstruierten Bildern scheint die zentrale Quelle jedoch deutlich mehr Aktivität zu besitzen als die andere. Der Grund hierfür könnte im geometrischen Aufbau des Versuchs liegen. Im Zentrum des Detektorrings kreuzen sich mehr Verbindungslien zwischen Detektorpaaren, als in der direkten Nachbarschaft des Zentrums. Eine zentral positionierte Quelle erhält so eine größere Anzahl an Einträgen in der Koinzidenzmatrix.



**Abbildung 5.4:** Darstellungen der Quellen nach der pixelorientierten Rückprojektion; Quelle 1:  $(0/0)$ , Quelle 2:  $(20/0)$

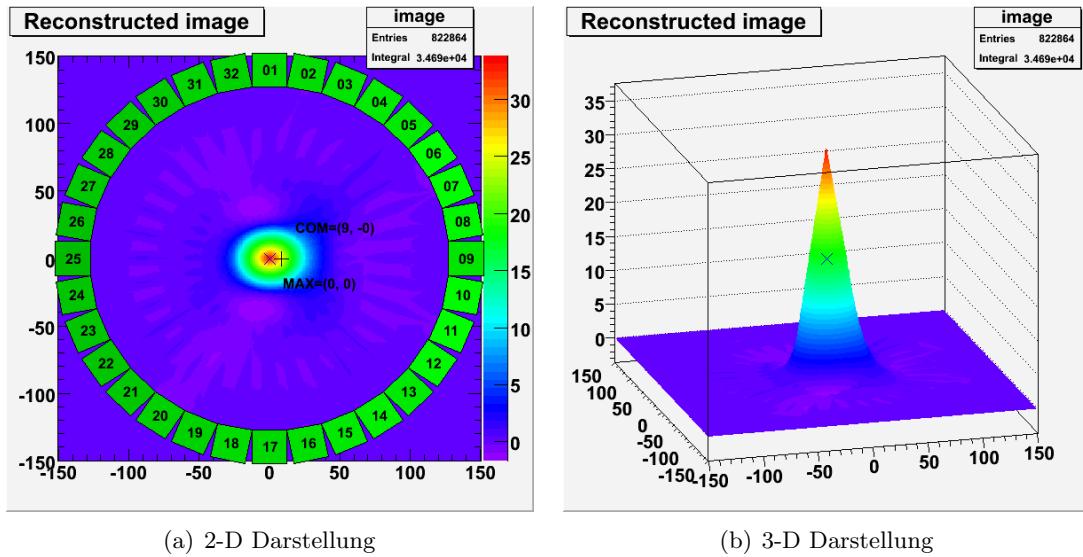


Abbildung 5.5: Darstellungen der Quellen mit Ramp-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)

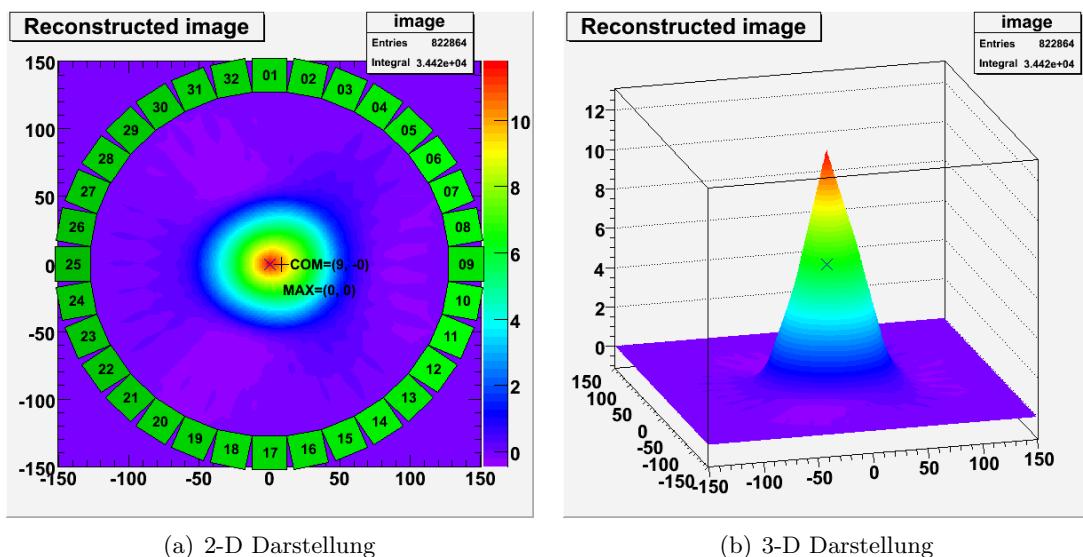
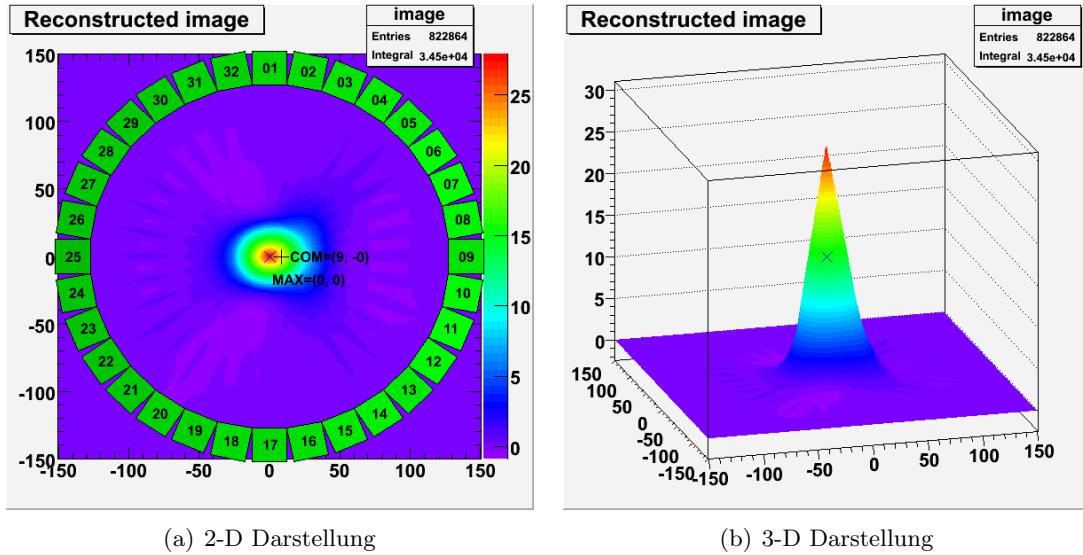


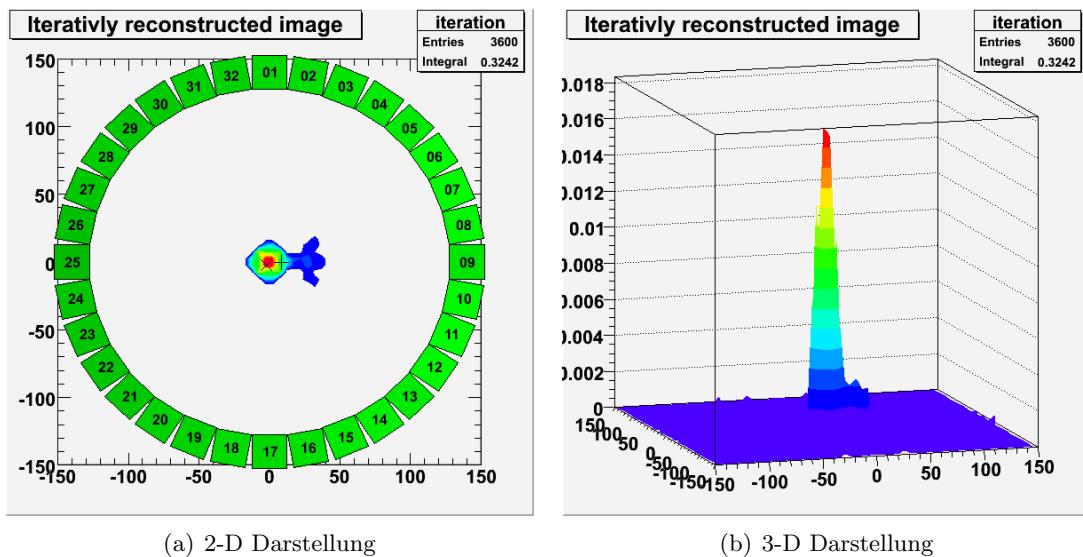
Abbildung 5.6: Darstellungen der Quellen mit Hann-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)

### 5.6.1 Auflösungsvermögen zweier benachbarter Quellen

---



**Abbildung 5.7:** Darstellungen der Quellen mit Shepp-Logan-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)



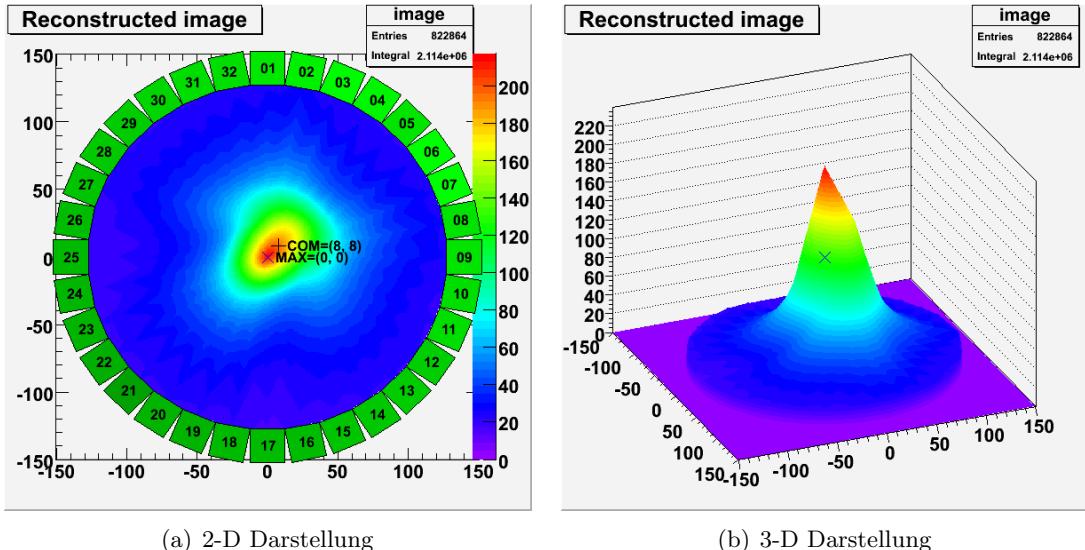
**Abbildung 5.8:** Darstellungen der Quellen durch die iterative Rekonstruktion; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)

Wie auf allen Rekonstruktionsbildern der verschiedenen Methoden erkennbar ist (Abbildungen 5.4 bis 5.8), können die beiden Quellen in einem Abstand von  $20 \text{ mm}$  noch nicht als zwei getrennte Quellen identifiziert werden. Vielmehr ist auf allen Bildern nur ein großes Maximum abgebildet. Auch mit der iterativen Methode ist ein zweites Maximum bei Position  $x = 20 \text{ mm}$  und  $y = 0 \text{ mm}$  hier noch nicht sichtbar. Die erste Quelle überstrahlt anscheinend die zweite in diesem dichten Abstand noch zu stark.

Beim nächsten Messdurchgang sind die beiden Quellen im Abstand  $\sqrt{800} \text{ mm} \approx 28,28 \text{ mm}$  an folgenden Positionen:

erste Quelle:  $x = 0 \text{ mm}; y = 0 \text{ mm}$

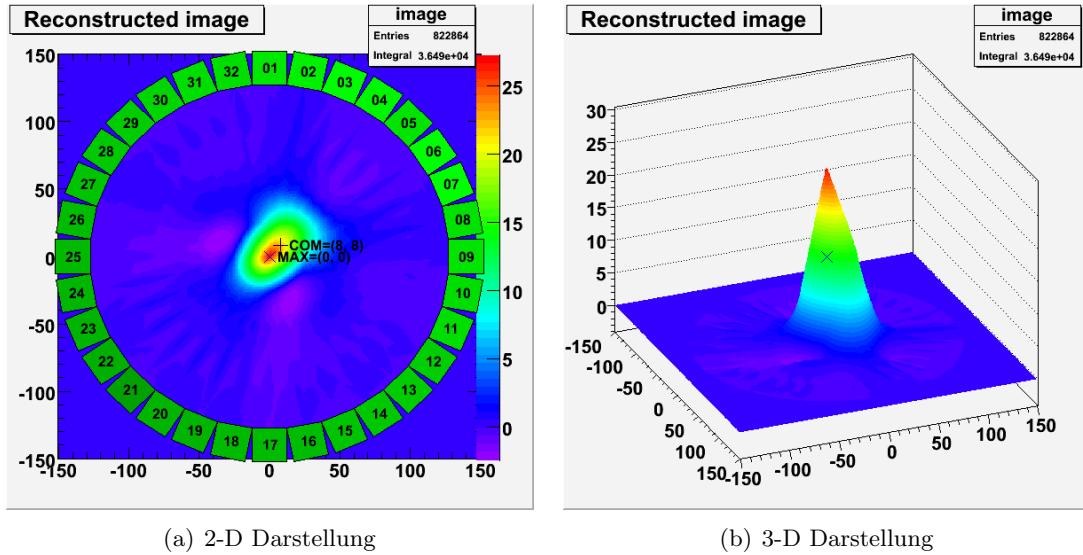
zweite Quelle:  $x = 20 \text{ mm}; y = 20 \text{ mm}$



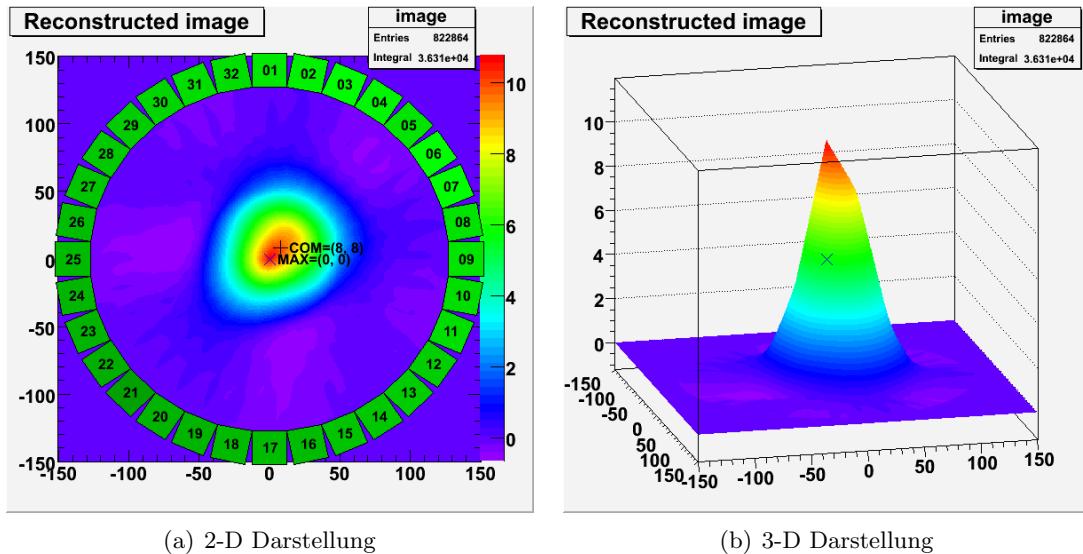
**Abbildung 5.9:** Darstellungen der Quellen nach der pixelorientierten Rückprojektion; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20)

### 5.6.1 Auflösungsvermögen zweier benachbarter Quellen

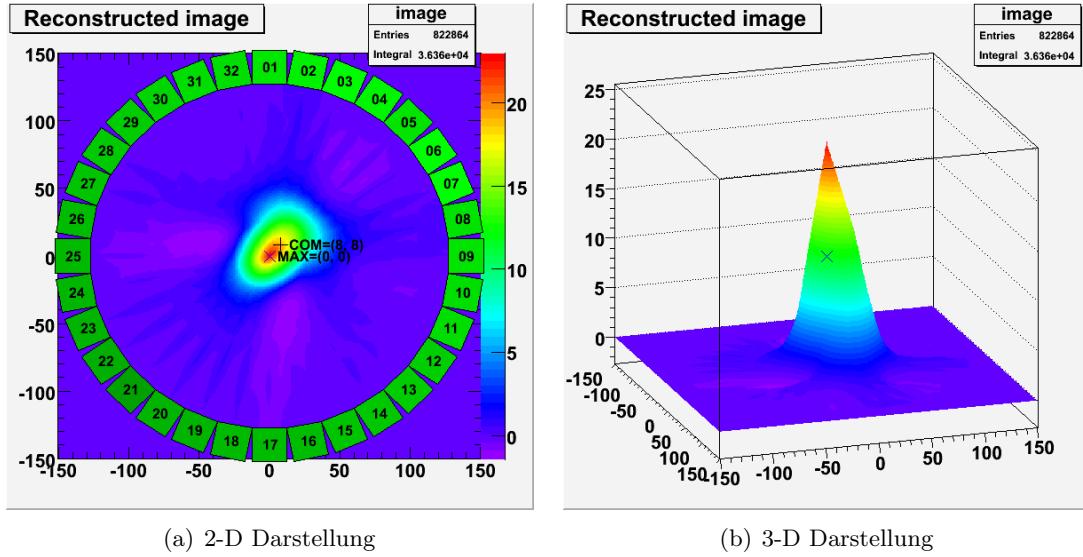
---



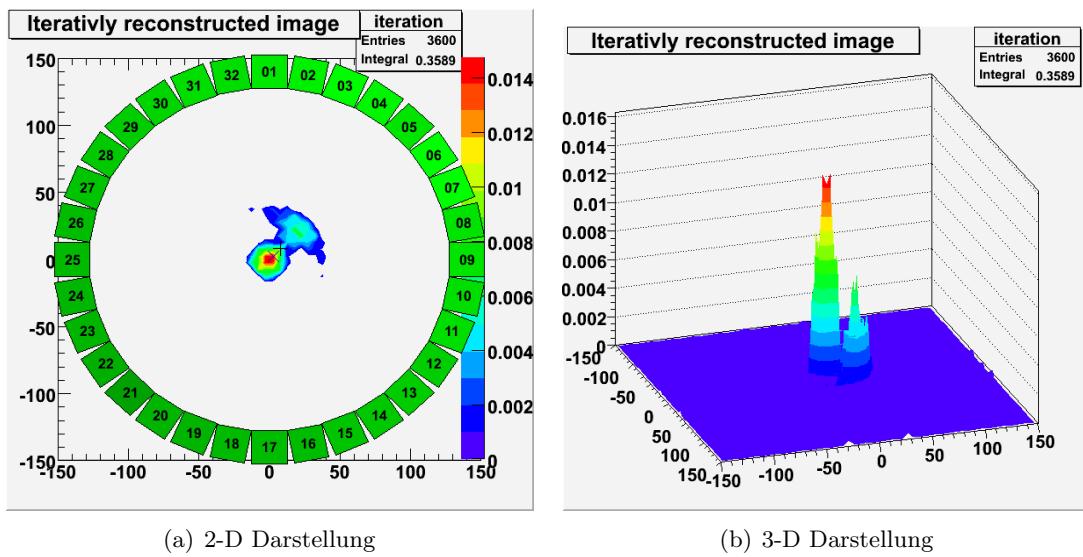
**Abbildung 5.10:** Darstellungen der Quellen mit Ramp-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20)



**Abbildung 5.11:** Darstellungen der Quellen mit Hann-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20)



**Abbildung 5.12:** Darstellungen der Quellen mit Shepp-Logan-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20)

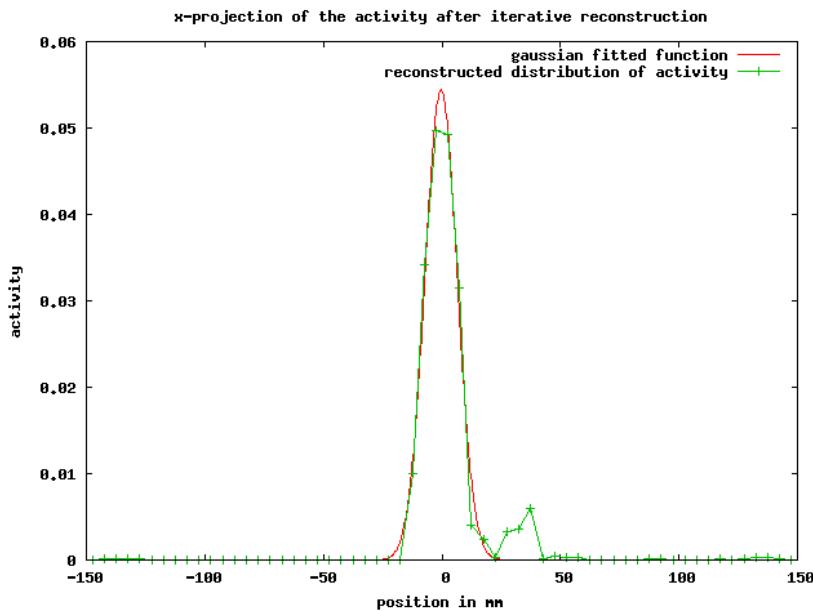


**Abbildung 5.13:** Darstellungen der Quellen durch die iterative Rekonstruktion; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20)

### 5.6.1 Auflösungsvermögen zweier benachbarter Quellen

---

Bei den Rekonstruktionen mit gefilterter und pixelorientierter Rückprojektion (Abbildungen 5.9 bis 5.12) ist das erste erkennbare Maximum im Vergleich zur ersten Messung nur ein wenig breiter und verschmierter geworden. Das zweite Maximum, das eigentlich bei (20,20) liegen müsste, ist nicht als Peak herausgebildet. Im Gegensatz dazu erkennt man dieses Maximum im iterativen Rekonstruktionsbild deutlich (siehe Abbildung 5.13). Hier kann nun eine Projektion auf die x- und y-Achse jeweils im Bereich der beiden Maxima durchgeführt werden:



**Abbildung 5.14:** Projektion der Aktivität der ersten Stabquelle (0/0) auf die x-Achse im Bereich  $y = 0 \text{ mm}$

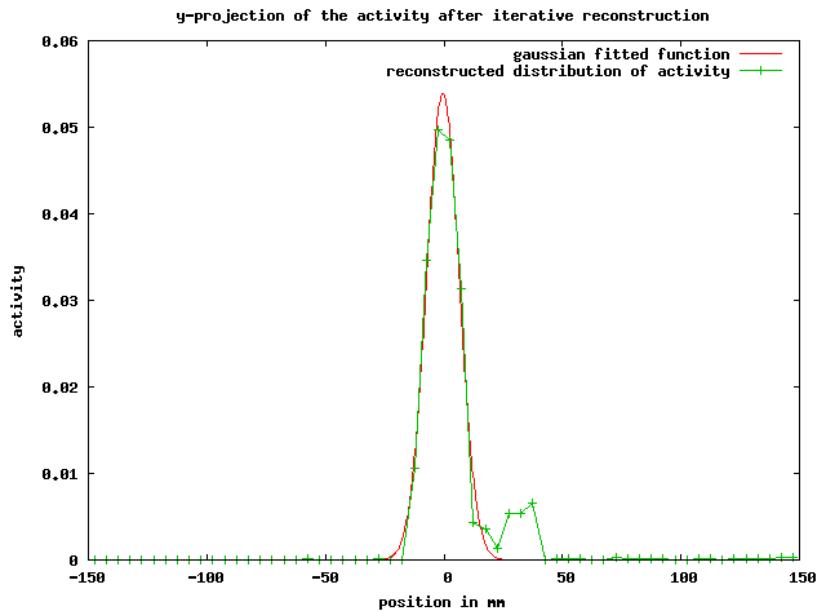


Abbildung 5.15: Projektion der Aktivität der ersten Stabquelle (0/0) auf die y-Achse im Bereich  $x = 0 \text{ mm}$

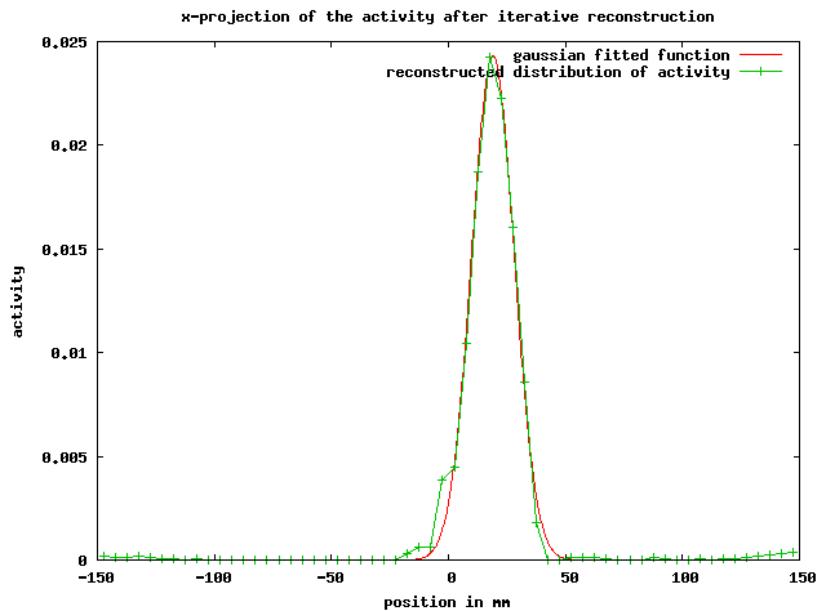
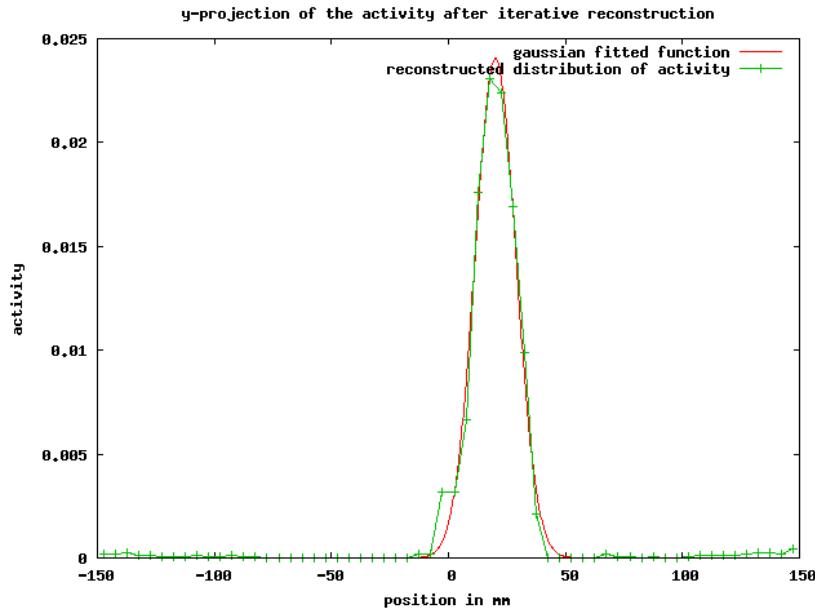


Abbildung 5.16: Projektion der Aktivität der zweiten Stabquelle (20/20) auf die x-Achse im Bereich  $y = 20 \text{ mm}$

### 5.6.1 Auflösungsvermögen zweier benachbarter Quellen

---



**Abbildung 5.17:** Projektion der Aktivität der zweiten Stabquelle (20/20) auf die y-Achse im Bereich  $x = 20 \text{ mm}$

**Tabelle 5.1:** Durch Gnuplot errechnete Werte für iterative Rekonstruktion

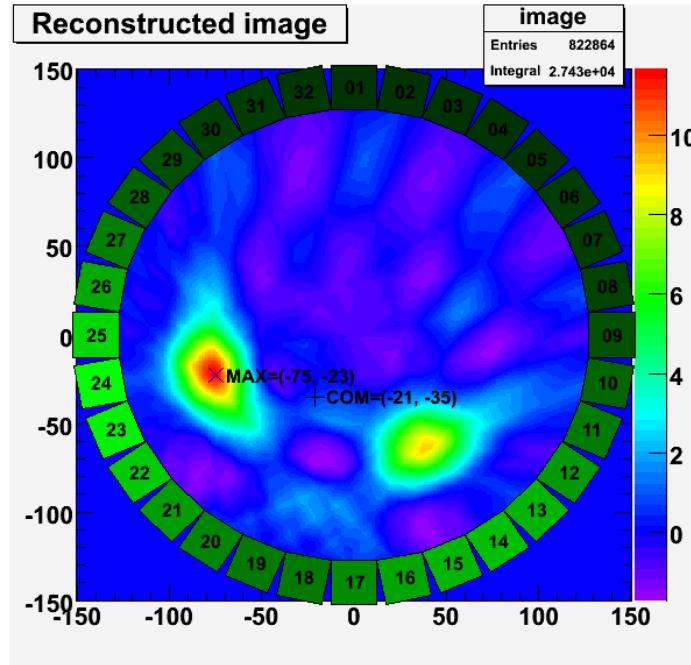
	mean	asymptotic standard error for mean	$\sigma$	asymptotic standard error for $\sigma$
x1	-0,37		$\pm 0,16$	6,79
y1	-0,44		$\pm 0,19$	6,89
x2	19,00		$\pm 0,12$	9,09
y2	20,11		$\pm 0,15$	8,70

Die durch Gnuplot errechneten Werte für die Maxima (mean) ( $-0,37 \pm 0,16/-0,44 \pm 0,19$ ) und ( $19,00 \pm 0,12/20,11 \pm 0,15$ ) stimmen recht gut mit den tatsächlichen Positionen der Stabquellen (0/0) und (20/20) überein. D.h. ab einem Abstand von  $\sqrt{800} \text{ mm} \approx 28,28 \text{ mm}$  können die Stabquellen durch die iterative Rekonstruktionsmethode schon als getrennt identifiziert und deren Positionen bestimmt werden.

### 5.6.2 Auflösungsvermögen am Rande der Messkammer

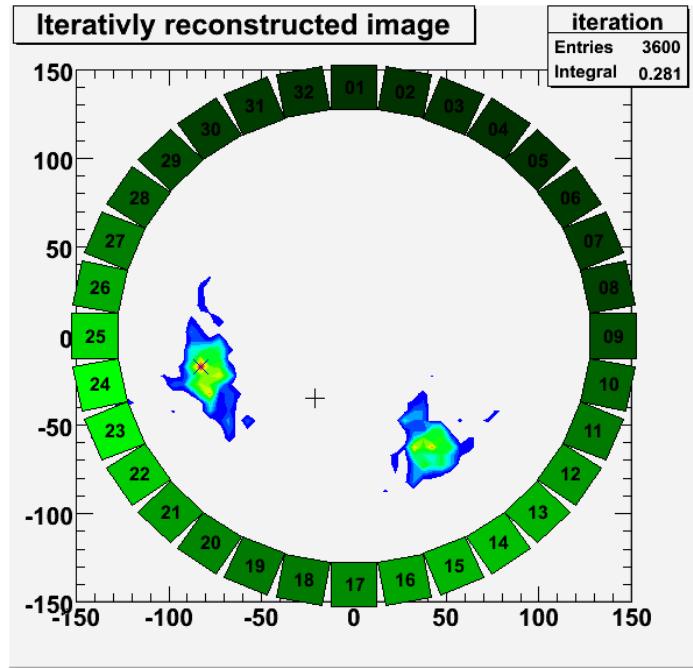
Als nächstes wurde das Auflösungsvermögen in den Randbereichen der Messkammer überprüft. Hierbei waren die Quellen an den Positionen  $x = -80 \text{ mm}$ ;  $y = -20 \text{ mm}$  bzw.  $x = 40 \text{ mm}$ ;  $y = -60 \text{ mm}$  aufgestellt.

Zum Vergleich mit der neu verfügbaren Methode der iterativen Rekonstruktion wurden stellvertretend für die Rückprojektionen die Messdaten und Bilder der gefilterten Rückprojektion mit Shepp-Logan-Filter herangezogen, welche aufgrund der scharfen Maxima auf den rekonstruierten Bildern die besten Resultate erwarten lassen (siehe Abbildung 5.18).



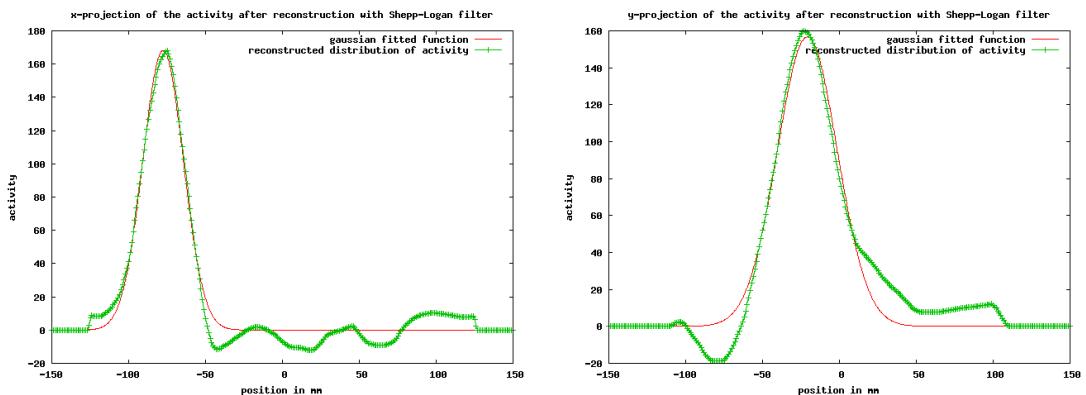
**Abbildung 5.18:** Das rekonstruierte Bild mit Shepp-Logan-Filter; Quelle 1:  $(-80 / -20)$ , Quelle 2:  $(40 / -60)$

### 5.6.2 Auflösungsvermögen am Rande der Messkammer



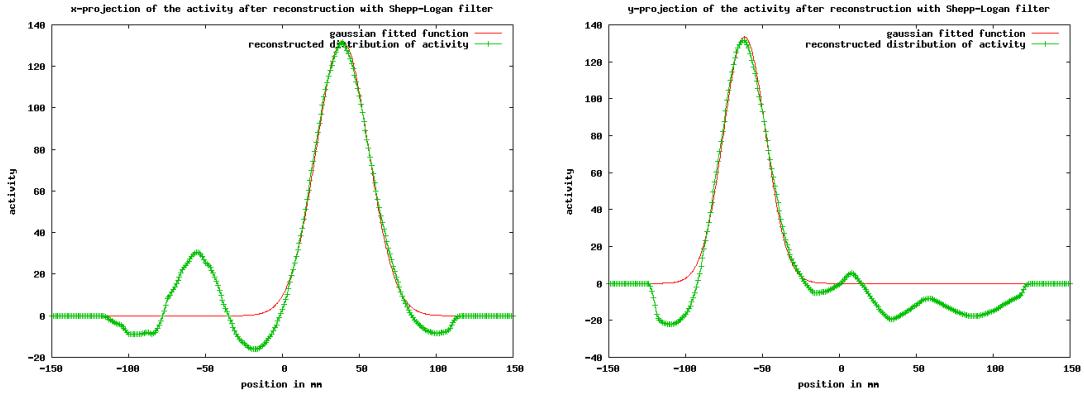
**Abbildung 5.19:** Das durch die iterative Methode rekonstruierte Bild; Quelle 1:  $(-80/ -20)$ , Quelle 2:  $(40/ -60)$

Die Bereiche um die beiden Maxima wurden wiederum auf die x- und y-Achse projiziert und per Gnuplot eine Gaußkurve auf die Aktivitätsverteilung angepasst (siehe Abbildungen 5.20 bis 5.23):



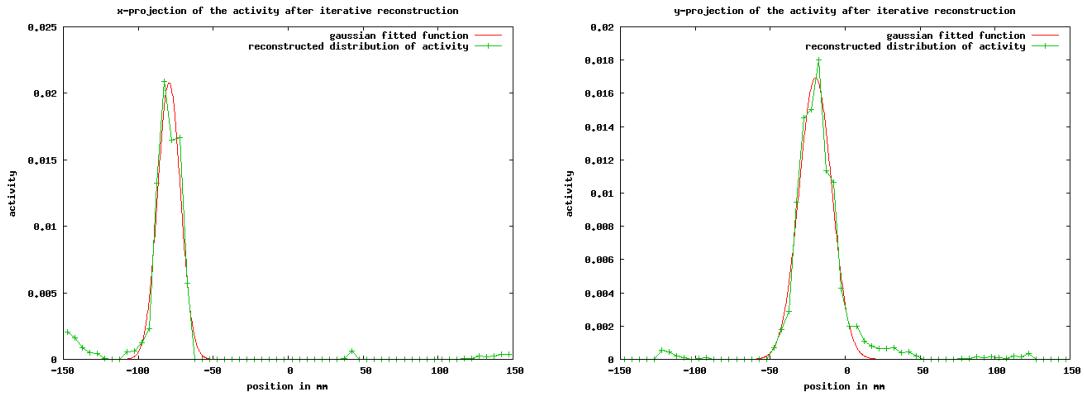
(a) Projektion auf die x-Achse im Bereich  $y = -20 \text{ mm}$  (b) Projektion auf die y-Achse im Bereich  $x = -80 \text{ mm}$

**Abbildung 5.20:** Projektion der Aktivität der ersten Stabquelle  $(-80/ -20)$  mit Shepp-Logan-Filter



(a) Projektion auf die x-Achse im Bereich  $y = -60 \text{ mm}$  (b) Projektion auf die y-Achse im Bereich  $x = 40 \text{ mm}$

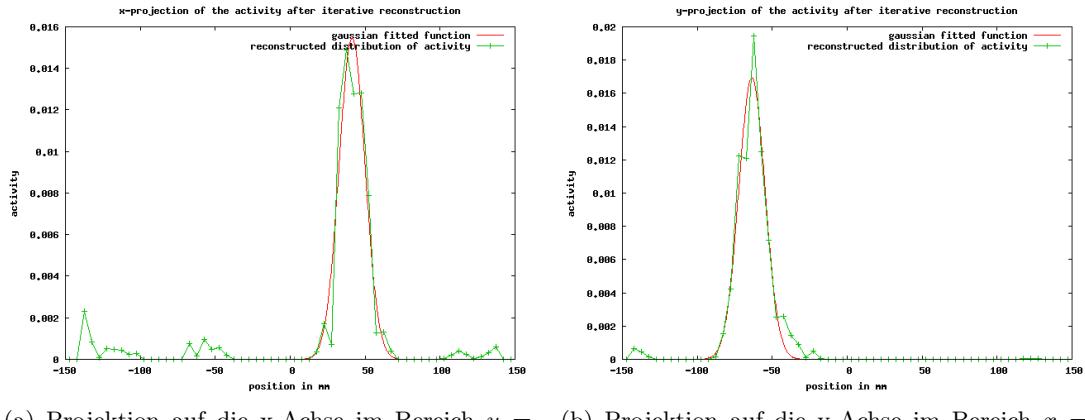
**Abbildung 5.21:** Projektion der Aktivität der zweiten Stabquelle (40/ -60) mit Shepp-Logan-Filter



(a) Projektion auf die x-Achse im Bereich  $y = -20 \text{ mm}$  (b) Projektion auf die y-Achse im Bereich  $x = -80 \text{ mm}$

**Abbildung 5.22:** Projektion der Aktivität der ersten Stabquelle (-80/-20) nach der iterativen Rekonstruktion

### 5.6.2 Auflösungsvermögen am Rande der Messkammer



**Abbildung 5.23:** Projektion der Aktivität der zweiten Stabquelle (40 / -60) nach der iterativen Rekonstruktion

Die durch Gnuplot ermittelten Werte für das Maximum der Gaußkurve (mean) und die Standardabweichung ( $\sigma$ ) wurden für alle Graphen in folgende Tabelle (5.2) eingetragen:

**Tabelle 5.2:** Durch Gnuplot errechnete Werte für die Rekonstruktion mit Shepp-Logan-Filter und die iterative Rekonstruktion

Shepp-Logan					
	mean	asymptotic standard error for mean	$\sigma$	asymptotic standard error for $\sigma$	
x1	-77,61		$\pm 0,15$	13,19	$\pm 0,15$
y1	-20,85		$\pm 0,28$	19,53	$\pm 0,28$
x2	39,04		$\pm 0,32$	17,06	$\pm 0,32$
y2	-61,68		$\pm 0,31$	13,79	$\pm 0,31$

Iterative					
	mean	asymptotic standard error for mean	$\sigma$	asymptotic standard error for $\sigma$	
x1	-79,47		$\pm 0,28$	7,59	$\pm 0,28$
y1	-19,83		$\pm 0,30$	10,95	$\pm 0,30$
x2	41,26		$\pm 0,39$	8,64	$\pm 0,39$
y2	-63,59		$\pm 0,30$	8,74	$\pm 0,30$

Die mit Gnuplot ermittelten Werte für die Maxima zeigen, dass die iterative Methode diese genauer bestimmen kann. Lediglich der y-Wert für das zweite Maximum weicht mit  $-63,59 \text{ mm} \pm 0,30 \text{ mm}$  3,59 mm vom realen Wert  $-60 \text{ mm}$  ab. Des Weiteren zeugt der kleinere Wert für die Standardabweichung der iterativen Methode  $\sigma$  von einer geringeren Streuung um das Maximum (mean) der Gaußkurve.



---

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Wie in den vorherigen Abschnitten der Arbeit ersichtlich wurde, haben die durchgeführten Modifizierungen des MiniPETs zu Verbesserungen in der Bildrekonstruktion geführt. Der mechanische Umbau des Systems sorgt dabei für einen vollständigeren Datensatz. Die Korrektur der Zufallskoinzidenzen ist eine sinnvolle Ergänzung zur Datenanalyse, die in keinem PET-System fehlen sollte und daher der Vervollständigung des Systems dient.

Den größten Beitrag in der Verbesserung der Datenanalyse und damit genaueren Bestimmung der Quellpositionen liefert die neue Bildrekonstruktion durch die iterative Methode. Diese ist besonders zur Illustration moderner Rekonstruktionsmethoden im Fortgeschrittenenpraktikum gut geeignet. Man kann nun das Prinzip und die besseren Ergebnisse dieser Methoden anschaulich demonstrieren.

In Zukunft sollten weitere Verbesserungen am MiniPET Experiment erfolgen. So könnte beispielsweise ein Motor zum automatischen Einstellen der Winkel eingebaut werden, der über die Software auf dem PC gesteuert wird.

Außerdem kann die angesprochene Erweiterung zu einem Versuch, der die Comptonstreuung untersucht, realisiert werden.

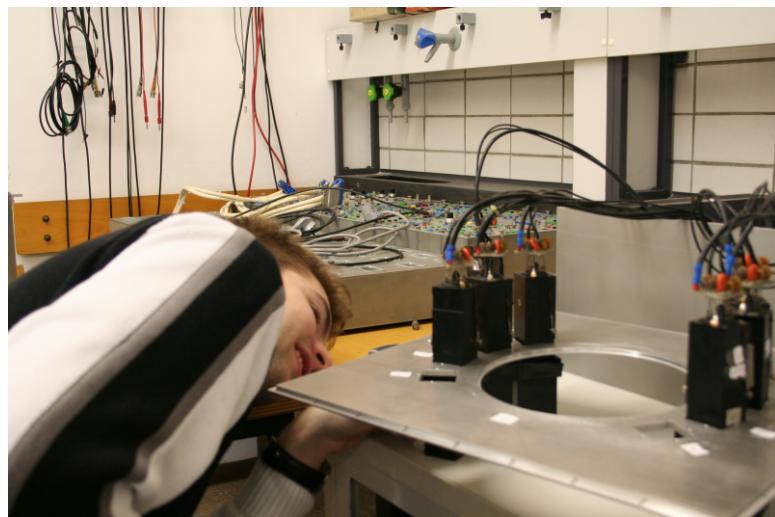
Darüber hinaus könnte eine Ergänzung des Versuchs erfolgen. Z.B. könnte man die Stabquellen in verschiedenen dichten Materialien platzieren, um die Auswirkungen von Abschwächung und Streuung und die damit verbundenen Korrekturen zu untersuchen.

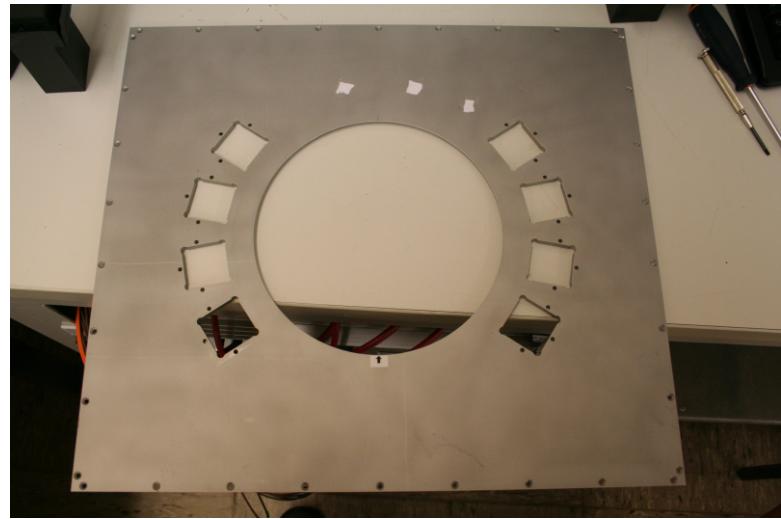


---

# A Anhang

## A.1 Impressionen während des Umbaus





# Abbildungsverzeichnis

1.1	Prinzipielles Verarbeitungsschema eines Positronen-Emissions-Tomographen	1
2.1	Zerfallsschema des Isotops $^{22}\text{Na}$	4
2.2	Photoeffekt	6
2.3	Comptoneffekt	7
2.4	Paarbildung	8
2.5	Absorptionskoeffizienten in Aluminium und Blei	8
3.1	Eigenschaften verschiedener Szintillatormaterialien	10
3.2	Aktivatorzustände zwischen Valenz- und Leitungsband eines Szintillators	11
3.3	Funktionsweise eines Photomultipliers	12
3.4	Verwandtes Photomultipliermodell	12
3.5	Datenströme in der DAQ Software	13
3.6	Programm zur Datenaufnahme FPPGUI	14
3.7	Roody: Programm zur Analyse und Visualisierung	14
4.1	Ehemaliger Aufbau des MiniPETs	15
4.2	Messkammer des MiniPETs	16
4.3	Neuer Aufbau des MiniPETs	17
4.4	Koinzidenzmatrix des früheren Aufbaus	18
4.5	Koinzidenzmatrix des neuen Aufbaus	18
5.1	Sinogrammerstellung	25
5.2	Beispiel des Sinogramms einer Punktquelle	26
5.3	Veranschaulichung zur iterativen Rekonstruktion	28
5.4	Darstellungen der Quellen nach der pixelorientierten Rückprojektion; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)	31
5.5	Darstellungen der Quellen mit Ramp-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)	32
5.6	Darstellungen der Quellen mit Hann-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)	32
5.7	Darstellungen der Quellen mit Shepp-Logan-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)	33
5.8	Darstellungen der Quellen durch die iterative Rekonstruktion; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/0)	33

5.9	Darstellungen der Quellen nach der pixelorientierten Rückprojektion; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20) . . . . .	34
5.10	Darstellungen der Quellen mit Ramp-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20) . . . . .	35
5.11	Darstellungen der Quellen mit Hann-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20) . . . . .	35
5.12	Darstellungen der Quellen mit Shepp-Logan-Filter; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20) . . . . .	36
5.13	Darstellungen der Quellen durch die iterative Rekonstruktion; Quelle 1: (0/0), Quelle 2: (20/20) . . . . .	36
5.14	Projektion der Aktivität der ersten Stabquelle (0/0) auf die x-Achse im Bereich $y = 0 \text{ mm}$ . . . . .	37
5.15	Projektion der Aktivität der ersten Stabquelle (0/0) auf die y-Achse im Bereich $x = 0 \text{ mm}$ . . . . .	38
5.16	Projektion der Aktivität der zweiten Stabquelle (20/20) auf die x-Achse im Bereich $y = 20 \text{ mm}$ . . . . .	38
5.17	Projektion der Aktivität der zweiten Stabquelle (20/20) auf die y-Achse im Bereich $x = 20 \text{ mm}$ . . . . .	39
5.18	Das rekonstruierte Bild mit Shepp-Logan-Filter; Quelle 1: (-80/ - 20), Quelle 2: (40/ - 60) . . . . .	40
5.19	Das durch die iterative Methode rekonstruierte Bild; Quelle 1: (-80/ - 20), Quelle 2: (40/ - 60) . . . . .	41
5.20	Projektion der Aktivität der ersten Stabquelle (-80/ - 20) mit Shepp- Logan-Filter . . . . .	41
5.21	Projektion der Aktivität der zweiten Stabquelle (40/ - 60) mit Shepp- Logan-Filter . . . . .	42
5.22	Projektion der Aktivität der ersten Stabquelle (-80/ - 20) nach der iterativen Rekonstruktion . . . . .	42
5.23	Projektion der Aktivität der zweiten Stabquelle (40/ - 60) nach der ite- rativen Rekonstruktion . . . . .	43

## Literaturverzeichnis

- [CD06] Simon R. Cherry and Magnus Dahlbom. *PET: Physics, Instrumentation and Scanners (Michael E. Phelps, Hrsg.)*. Springer Verlag, New York, 2006.
- [Dat09] National Nuclear Data Center (NNDC): NuDat 2 Database, 2009. <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2>.
- [HL94] H. Malcolm Hundson and Richard S. Larkin. Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. *IEEE TRANSACTIONS ON MEDICAL IMAGING*, 20(Y), 1994.
- [HS08] V.M. Hannen and S. Streubel. *MiniPET - Ein Demonstrationsversuch zur Positronen-Emissions-Tomographie*. WWU Münster, Institut für Kernphysik, 2008.
- [Kno00] G.F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Wiley, New York, 2000.
- [Kö09] T. Kösters. Computercode emrecon. Institut für Numerische und Angewandte Mathematik der Universität Münster, 2009.
- [Lan03] J. Langner. Development of a parallel computing optimized head movement correction method in positron emission tomography. Master's thesis, University of Applied Sciences Dresden and Research Center Dresden-Rossendorf, 2003.
- [PEVa03] Hrsg. Peter E. Valk...[et al.]. *Positron Emission Tomography: Basic Science and Clinical Practice*. Springer Verlag, 2003.
- [Roh87] K.-H. Rohe. *Elektronik für Physiker*. Teubner Studienbücher, 1987.
- [roo09a] Roody website. <http://daq-plone.triumf.ca/SR/ROODY>, 13/07/2009.
- [roo09b] ROOT Development. <http://root.cern.ch/>, 13/07/2009.
- [Sah05] Gopal B. Saha. *Basics of PET Imaging: Physics, Chemistry, and Regulations*. Springer Verlag, 2005.
- [VSK85] Y. Vardi, L.A. Shepp, and L Kaufman. A statistical model for positron emission tomography. *Journal of the American Statistical Association*, 80(389):8–20, 1985.

- [WA04] Miles N. Wernick and John N. Aarsvold. *Emission Tomography: The Fundamentals of PET and SPECT*. Academic Press, 2004.
- [WHW04] K. Wienhard, R. Wagner, and W.-D. Heiss. *PET Grundlagen und Anwendungen der Positronen-Emissions-Tomographie*. Springer Verlag, 2004.

## **Danksagung**

Zum Schluss bedanke ich mich bei allen, die mich bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben.

Besonders danke ich Dr. Volker Hennen, der mich während der Bachelorarbeit betreute, mir dabei oft wertvolle Hilfe entgegenbrachte und immer mit Rat und Tat zur Seite stand.

Dann gilt mein Dank Prof. Dr. Chr. Weinheimer für die freundliche Aufnahme in die Arbeitsgruppe und die angebotene Bachelorarbeit.

Gerade in der Anfangsphase wurde ich umfangreich von Sebastian Streubel unterstützt, der mir dadurch den Einstieg in diese Arbeit erheblich erleichterte. Dafür danke ich ihm besonders.

Außerdem bin ich Michael Zacher zu Dank verpflichtet, der mir wertvolle Tipps zu Software und weiteren Problemen gab.

Natürlich danke ich Andreas Sprenger für die stetige Motivation, aber auch für die nötigen Kaffeepausen.

Darüber hinaus danke ich der gesamten Arbeitsgruppe Weinheimer für das freundliche Umfeld und die gute Arbeitsgrundlage, die dadurch geschaffen wurde.

Nicht zuletzt danke ich meinen Eltern, die mir dieses Studium ermöglicht haben und mir immer Rückhalt boten. Meinem Vater danke ich besonders für die sorgfältige Korrekturlesung meiner Arbeit.