

Diplomarbeit

**Aufbau und Untersuchungen eines
Systems zweier gekoppelter
Festkörper-Laser**

Bernd Forsmann
aus Lüdinghausen

Fachbereich Physik der Westfälischen
Wilhelms-Universität

Institut für Angewandte Physik
Münster

Juli 1997

Diplomarbeit

**Aufbau und Untersuchungen eines
Systems zweier gekoppelter
Festkörper-Laser**

Bernd Forsmann
aus Lüdinghausen

Fachbereich Physik der Westfälischen
Wilhelms-Universität

Institut für Angewandte Physik
Münster

Juli 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Modellierung des Systems	5
2.1 Gleichungen für den Einzellaser	5
2.1.1 Klasse-A-Laser	8
2.1.2 Klasse-C-Laser	8
2.1.3 Klasse-B-Laser	8
2.2 Modell gekoppelter Laser	11
2.2.1 Zwei identische Laser	13
2.3 Bisherige Ergebnisse	15
2.3.1 Numerische Resultate	15
2.3.2 Experimentelle Resultate	18
3 Aufbau des Experiments	21
3.1 Das Lasermaterial: Nd:YVO ₄	22
3.1.1 Vergleich Nd:YVO ₄ - Nd:YAG	24
3.1.2 'Up-conversion'-Effekte	24
3.2 Aufbau der Laser	26
3.2.1 Pumplaserseraufbau	26
3.2.2 Pumpstrahlformung und -teilung	28
3.2.3 Resonatoraufbau	30
3.3 Analyse-Aufbau	34
3.3.1 Frequenzdifferenz $\Delta\omega$	36
3.3.2 Interferenzbild	37
3.3.3 Zeitreihen	40
3.3.4 Laserabstand d	41
3.3.5 Optisches Spektrum	42
4 Lasercharakterisierung	45
4.1 Resonatorlängenbestimmung	45
4.2 Strahlradien	47
4.3 Pumpschwellen und Effizienz	52
4.4 Fokussierung der Pumpstrahlen	55

5	Laserdynamik	59
5.1	Bereich I	61
5.2	Bereich II	61
5.3	Bereich III	61
5.3.1	Phasenkohärenz bei 'Bursts'	62
5.3.2	Weitere Instabilitätsphänomene	64
5.4	Bereich IV	67
5.5	Vergleich Experiment - Bisherige Ergebnisse	67
6	Zusammenfassung und Ausblick	71
	Literaturverzeichnis	73

Kapitel 1

Einleitung

Die Grundlage zur Modellierung komplexer Systeme bilden seit vielen Jahren gekoppelte nichtlineare Elemente: Menschliche Gehirnfunktionen werden durch das Zusammenspiel vieler Neuronen simuliert, menschliche Biorhythmen durch das Vorhandensein von Pace-Maker-Zellen erklärt. Aber auch schon *ein Paar* gekoppelter nichtlinearer Oszillatoren kann ein reichhaltiges und komplexes Verhalten aufweisen. Dieses System ist in seinen unterschiedlichsten Realisierungsmöglichkeiten in Physik, Chemie und Biologie behandelt worden [KaSu80], [Winf90], [Bare85], [WSZO95].

Die vorliegende Arbeit beschreibt einen Aufbau in Form zweier lateral gekoppelter, optisch gepumpter Festkörperlaser. Ein ähnliches Lasersystem wird schon seit dem Jahre 1991 untersucht [FCRL93]. Auch neuere theoretische Arbeiten bestätigen die Aktualität dieses Systems [KuEr97]. Interessiert ist man an der Laserintensitätsdynamik wie auch an dem Verhalten der relativen Phase ϕ zwischen den beiden Laserfeldern. Es hat sich in dem erwähnten Experiment gezeigt, daß es Parameterbereiche gibt, in denen sich die beiden Oszillatoren mit einer Phasendifferenz $\phi = \pi$ synchronisieren, die Laser also gegenphasig schwingen. Bemerkenswerterweise existieren aber auch Parameterbereiche *mit* Synchronisation, in denen das Auftreten einer Intensitäts-Instabilität in Form von chaotischen Oszillationen zu beobachten ist.

Die in dem genannten Experiment variierten Parameter waren der laterale Laserabstand d und die Differenz $\Delta\omega$ der Schwingungsfrequenzen der Laser. Die Einstellung dieser Frequenzdifferenz hat sich dort als besonders schwierig erwiesen und so eine Deutung der Ergebnisse erschwert. Um dieses Problem zu vermeiden, soll hier ein im Vergleich zu dem erwähnten Experiment kompakterer Laserresonatoraufbau realisiert werden. Dazu wird ein anderes Lasermaterial gewählt. Das hier verwendete Neodym-dotierte Yttrium-Orthovanadat (Nd:YVO_4) bietet einige Vorteile gegenüber dem dort genutzten Neodym-dotierten Yttrium-Aluminium-Granat (Nd:YAG), die vornehmlich aus seinem höheren Absorptionskoeffizienten für Pumpstrahlung resultieren.

Es stellen sich nun folgende Fragen: Können die bisher aufgetretenen Phäno-

mene, insbesondere das der Intensitäts-Instabilität, auch in diesem System mit anderem Lasermaterial beobachtet werden? Wenn dies der Fall sein sollte, ist dann auch eine bessere Beherrschung des Parameters der Frequenzdifferenz $\Delta\omega$ möglich? Erst dann nämlich erscheint es auch möglich und sinnvoll, den Aufbau für die Untersuchung einer größeren Anzahl von gekoppelten Lasern zu erweitern. Ein in bezug auf die Beherrschung von Systemparametern stabiles realisiertes Zwei-Laser-System stellt eine notwendige Bedingung dar, um solche Experimente durchführen zu können.

Die hier vorgestellten Untersuchungen zielen nicht nur auf ein Verständnis der physikalischen Vorgänge im Sinne der Grundlagenforschung, sondern besitzen auch eine Relevanz für den Anwendungsbereich. Anordnungen von gekoppelten Lasern, ‘Laserarrays’, werden seit längerem zur Realisierung höherer Ausgangsleistungen benutzt. Maximale Leistung wird hierbei erreicht, wenn die Laser völlig kohärent ‘in Phase’ ($\phi = 0$) schwingen. Instabilitäten in der Intensität sind bei dieser Anwendung normalerweise unerwünscht. Die Dynamik von Halbleiterlaserarrays wird unter gewissen Umständen durch ähnliche Gleichungen beschrieben, die auch das Verhalten gekoppelter Festkörperlaser bestimmen. Die Untersuchung des Festkörperlasersystems könnte daher auch übertragbare Erkenntnisse für den Halbleiterbereich ergeben. Dabei ist es experimentell sehr vorteilhaft, daß sich die zeitliche Dynamik der Festkörperoszillatoren auf größeren Zeitskalen als bei Halbleiterlaserarrays abspielt und somit meßtechnisch besser zugänglich ist.

Ein weiterer Bezugspunkt zur technischen Anwendung ist durch das verstärkte Aufkommen von kompakten, laserdiodegepumpten Festkörperlasern gegeben. Hier seien vor allem die Micro-Chip-Laser genannt, deren Lasermedium aus einer dünnen Scheibe eines Materials mit hohem Absorptionskoeffizienten, wie z. B. in den letzten Jahren Nd:YVO₄, besteht. Das Ziel dieser Aufbausweise ist es, kompakte Single-Mode-Laser zu erzeugen. Durch Frequenzverdopplung gelingt es, die Laserstrahlung ins sichtbare Spektrum zu transformieren [SKYO91]. Eine mögliche Anwendung bestünde nun in einer matrixförmigen Anordnung von vielen Micro-Chip-Lasern, um ein Laserdisplay zu verwirklichen. Hier wäre es gerade erwünscht, daß keine Kopplungsphänomene auftreten. Das hier vorgestellte System mit einem Titan-Saphir-Laser als Pumplaser stellt einen solchen, leicht abgewandelten Micro-Chip-Laser dar. Die Dynamik der erwähnten Matrixanordnung ist in derselben Weise wie die des hier diskutierten Aufbaus beschreibbar, so daß die Ergebnisse der durchgeführten Untersuchung Relevanz für diese Anwendung hätten.

Eine Vorstellung des theoretischen Modells zu zwei gekoppelten Lasern erfolgt in Kapitel 2. Die Eigenschaften von Nd:YVO₄, der Aufbau der beiden Laser, sowie die Meßapparatur zur Charakterisierung des Systemverhaltens werden im Kapitel 3 beschrieben. Experimentelle Ergebnisse zu Laserparametern, die bei der folgenden Untersuchung der Systemdynamik nicht variiert werden, sind in Kapitel 4 aufgeführt. Die Untersuchungen zur Dynamik der beiden Oszillatoren in Abhängigkeit der Parameter Laserabstand d und Laserfrequenzdifferenz $\Delta\omega$ werden in Kapitel 5 dargestellt.

Kapitel 2

Modellierung des Systems

An dieser Stelle wird eine theoretische Beschreibungsmöglichkeit für zwei gekoppelte einmodige Laser gegeben. Dazu dient zunächst eine Skizze der Herleitung von einfachen, grundlegenden Gleichungen (den Maxwell-Bloch-Gleichungen) eines einzelnen einmodigen Lasers. Die experimentell erzeugten Laser gehören zu den Klasse-B-Lasern, was eine Vereinfachung der mathematischen Ausdrücke nach sich zieht. Die Klasse-B-Gleichungen bilden die Grundlage für das Modell gekoppelter Oszillatoren. Abschließend werden theoretische Erwartungen und experimentelle Erkenntnisse, die sich aus dem Modell und dessen Realisierung bis zu dieser Arbeit ergeben haben, erörtert.

2.1 Gleichungen für den Einzellaser

Hier soll die Herleitung für die Beschreibungsgleichungen eines einmodigen Lasers skizziert werden. Ausgangspunkt sind die klassischen Maxwell-Gleichungen für das elektrische Feld \mathbf{E} , die magnetische Induktion \mathbf{B} , das Magnetfeld \mathbf{H} , die Stromdichte \mathbf{j} und die dielektrische Verschiebung \mathbf{D}

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}} \quad (2.2)$$

Es sollen im folgenden nur elektromagnetische Phänomene in einem zumindest teilweise leitfähigen, nicht-magnetischen Medium betrachtet werden. Dementsprechend ergeben sich die Materialgleichungen zu

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (2.5)$$

mit der elektrischen Dielektrizitätskonstanten ϵ_0 , der Polarisation \mathbf{P} , der elektrischen Leitfähigkeit σ und der magnetischen Influenzkonstante μ_0 .

Aus den Maxwellgleichungen ergibt sich nach einigen mathematischen Umformungen die Wellengleichung für das elektrische Feld \mathbf{E} :

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \ddot{\mathbf{E}} + \sigma \varepsilon_0 \dot{\mathbf{E}} = \mu_0 \ddot{\mathbf{P}} \quad (2.6)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit $c = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$. Die Polarisierung wirkt als Erzeugungs- und Antriebsterm für das elektrische Feld.

Die Randbedingungen eines Laserresonators bewirken, daß in ihm nur bestimmte elektrische Feldverteilungen, die definierte Frequenzen ω_c besitzen, schwingen können. Da sich die Betrachtung auf einen einmodigen Laser beschränkt, wird angenommen, daß nur eine Feldverteilung angeregt ist. Der Einfachheit halber soll diese Feldverteilung die Form ebener Wellen haben. Dies macht den folgenden Ansatz für das elektrische Feld \mathbf{E} und die Polarisierung \mathbf{P} in einem Resonator, der sich in z -Richtung erstreckt, sinnvoll:

$$E(z, t) = \frac{1}{2} (E(z, t) e^{i(k_0 z - \omega_c t)} + c.c.) \quad (2.7)$$

$$P(z, t) = \rho \frac{i}{2} (P(z, t) e^{i(k_0 z - \omega_c t)} - c.c.) \quad (2.8)$$

mit dem Wellenvektor $k_0 = c/\omega_c$ und der Teilchendichte ρ des aktiven Mediums im Resonator. Die Größen E und P stellen die nur langsam gegenüber der Periode der optischen Schwingungen variierenden komplexen Einhüllenden dar.

Wie die makroskopische Größe P mit den mikroskopischen Größen des aktiven Lasermediums verknüpft ist, und wie diese mit dem elektrischen Feld E wechselwirken, soll im weiteren dargelegt werden. Dazu wird von einem atomaren Zwei-Niveau-System ausgegangen. Der Laserübergang, mit einer energetischen Differenz $\hbar \omega_a$, soll homogen verbreitert sein. Die Betrachtung der Vorgänge erfolgt nun in quantenmechanischer Weise.

Ausgangspunkt ist hier die Schrödinger-Gleichung für den Atomzustand Ψ :

$$H\Psi = i\hbar \dot{\Psi} \quad (2.9)$$

mit dem Hamiltonoperator

$$H = H_0 - \mu_E E \quad (2.10)$$

Dieser besteht aus dem Atomoperator H_0 und dem Wechselwirkungsoperator zwischen Feld und Atom $-\mu_E E$, wobei μ_E die Projektion des elektrischen Dipoloperators auf die Polarisationsrichtung des elektrischen Feldes kennzeichnet.

Die Polarisierung P ist proportional zum Erwartungswert des Operators μ_E :

$$P = \rho \hbar \Psi j \mu_E j \Psi i \quad (2.11)$$

Mit Hilfe der Schrödingergleichung und der Ansätze für P und E ((2.7), (2.8)), ergibt sich eine Evolutionsgleichung für die Einhüllende der Polarisation zu:

$$\dot{P} = -i(\omega_a - \omega_c)P - 2\frac{j\mu^2}{\hbar}DEe^{i\omega_ct} \quad (2.12)$$

mit dem Dipolmatrixelement

$$\hbar\psi_1 j \mu_E j \psi_2 i = \hbar\psi_2 j \mu_E j \psi_1 i^* \quad \mu \quad (2.13)$$

mit den Atomzuständen ψ_1 und ψ_2 .

Es erscheint in dem Ausdruck für \dot{P} die unbekannte Größe der normierten Inversion D . Für sie ergibt sich ebenfalls mit Hilfe der Schrödingergleichung die Bewegungsgleichung

$$\dot{D} = \frac{1}{\hbar} (P^*e^{-i\omega_ct} + Pe^{i\omega_ct}) E \quad (2.14)$$

Diesen Ausdrücken für \dot{P} und \dot{D} fehlt es noch an den phänomenologisch bekannten Dämpfungstermen $-\gamma_{\perp}P$ und $-\gamma_{\parallel}D$. Bei der Gleichung für die Inversion kommt noch ein Term $\gamma_{\parallel}D_0$ hinzu, der den Aufbau von Inversion durch äußere Pumpprozesse berücksichtigt. Nach Einsetzen des Ansatzes für das elektrische Feld E (Gleichung (2.7)) vereinfachen sich die Evolutionsgleichungen durch eine Näherung, der ‘Rotating Wave Approximation’, weiter:

$$\dot{P} = -\gamma_{\perp}P - i(\omega_a - \omega_c)P - \frac{j\mu^2}{\hbar}DE \quad (2.15)$$

$$\dot{D} = -\gamma_{\parallel}(D - D_0) + \frac{1}{2\hbar}(P^*E + PE^*) \quad (2.16)$$

Die Wellengleichung kann mit Hilfe der Ansätze für das elektrische Feld (Gleichung (2.7)), für die Polarisation (Gleichung (2.8)) und der Näherung der ‘Slowly Varying Envelope Approximation’ vereinfacht werden:

$$\dot{E} = -kE - \frac{\rho\omega_c}{2\epsilon_0}P \quad (2.17)$$

mit der Dämpfungskonstanten $k = \sigma/(2\epsilon_0)$.

Im weiteren soll die Verbreiterung des homogenen Laserübergangs sehr viel größer als die Verstimmung $\omega_a - \omega_c$ sein. In diesem Fall kann dann $\omega_a = \omega_c$ gesetzt werden; es liegt Resonanz vor.

Zusammengefaßt erhält man also drei gekoppelte Differentialgleichungen erster Ordnung für die zwei komplexen Größen E , P und für die reellen Größe D :

$$\dot{E} = -kE - \frac{\rho\omega_c}{2\epsilon_0}P \quad (2.18)$$

$$\dot{P} = -\gamma_{\perp}P - \frac{j\mu^2}{\hbar}ED \quad (2.19)$$

$$\dot{D} = -\gamma_{\parallel}(D - D_0) + \frac{1}{2\hbar}(EP^* + E^*P) \quad (2.20)$$

Diese letzten Ausdrücke sind eine Möglichkeit der Formulierung des Maxwell-Bloch-Gleichungssystems. Es stellt das einfachste Modell zur allgemeinen Beschreibung eines einmodigen Lasers durch die drei physikalischen Größen der Einhüllenden des elektrischen Feldes E und der Polarisation P , sowie der Besetzungsinvolution D dar.

Es sei erwähnt, daß die Maxwell-Bloch-Gleichungen formal gleichwertig mit den sogenannten Haken-Lorenz-Gleichungen sind, die unter bestimmten Parameterbedingungen chaotisches Verhalten als Lösungen besitzen.

Die Größe der Zeitskalen auf denen sich die Dämpfungskonstanten γ_{\perp} , γ_{\parallel} und k bewegen, bestimmt nun das zeitliche Verhalten eines Lasers. Aufbauend auf den Größenrelationen der Dämpfungszeitkonstanten läßt sich ein Klassifizierungssystem für Laser finden, daß im folgenden vorgestellt wird.

2.1.1 Klasse-A-Laser

Hier gelten die Relationen $\gamma_{\perp} = \gamma_{\parallel} = k$. Polarisation und Inversion besitzen große Dämpfungskonstanten verglichen mit dem elektrischen Feld. Sie folgen dem Feld adiabatisch, das heißt mehr oder weniger ohne Verzögerung. Sie nehmen durch den Momentanwert der Feldstärke bestimmte, stationäre Werte an. Formal-mathematisch führt dies darauf, daß die zeitlichen Ableitungen dieser Größen gleich null gesetzt werden können. Diese ‘adiabatische Elimination’ läßt nur *eine* zeitliche Evolutionsgleichung für das elektrische Feld übrig. Für das dynamische Verhalten des Lasers folgt daraus, daß die Intensität einen konstanten Wert besitzt. Ein solches System besitzt also nur einen Fixpunkt als Attraktor des Phasenraums.

Vertreter dieser Klasse sind die meisten Gas-Laser, wie der Argon-Ionen-Laser oder der Helium-Neon-Laser, sowie Farbstofflaser.

2.1.2 Klasse-C-Laser

Hier besitzen die Dämpfungskonstanten ungefähr die gleichen Größenordnungen: $\gamma_{\perp} = \gamma_{\parallel} = k$. Keine der Gleichungen kann eliminiert werden. In diesem Fall kann es unter Erfüllung bestimmter Bedingungen zu chaotischem Verhalten kommen. Diese Bedingungen bei einem Laser zu verwirklichen, ist praktisch nur schwer möglich, gelang aber bei einem Ammoniak-Laser, der auf einer Wellenlänge von 81,5 μm oszillierte [WKEC85].

2.1.3 Klasse-B-Laser

Hier ist $\gamma_{\perp} = k > \gamma_{\parallel}$. In diesem Fall kann nur die Polarisation adiabatisch eliminiert werden. Es ergeben sich zwei Gleichungen für das elektrische Feld und die Inversion. Der Phasenraum dieser Systeme kann grundsätzlich neben Fixpunkt-

ten auch Grenzzyklen enthalten. Die Grenzzyklen würden auf ein periodisches Oszillieren der Laserintensität führen, treten praktisch aber nie auf.

Die Beschreibungsgleichungen lauten:

$$\dot{E} = \left(-k + \frac{\rho\omega_c j\mu^2}{2\varepsilon_0\hbar\gamma_\perp} D \right) E \quad (2.21)$$

$$\dot{D} = -\gamma_\parallel (D - D_0) + \frac{j\mu^2}{\hbar^2\gamma_\perp} jE^2 D \quad (2.22)$$

Integriert man das Betragsquadrat der elektrischen Feldstärke über den Laserresonator und betrachtet man die resultierende Energie in Einheiten von $\hbar\omega_c$, so erhält man eine Ratengleichung für die Photonenzahl n . Wird nun noch die Inversion mit dem Volumen der Laserkavität multipliziert, und ersetzt man die auftretenden Ausdrücke mit dem elektrischen Feld durch Terme mit der Photonenzahl, folgt daraus eine zweite Ratengleichung für die Besetzungszahldifferenz N zwischen oberem und unterem Laserzustand. Diese beiden Ausdrücke sind als *die ‘Ratengleichungen’* in der Laserphysik bekannt. Sie besitzen die Form:

$$\dot{n} = -2kn + K nN \quad (2.23)$$

$$\dot{N} = -\gamma_\parallel (N - N_0) - 2K nN \quad (2.24)$$

Die Ratengleichungen können nicht als Grundlage zur Modellierung gekoppelter Laser dienen, falls man an der Phasendynamik des elektrischen Feldes interessiert ist, da in ihnen, durch die Herleitung bedingt, jegliche Phaseninformation eliminiert wurde.

Um die Gleichungen (2.21) und (2.22) in eine numerisch besser behandelbare Form zu bringen, werden einige Transformationen durchgeführt. Dazu sollen im folgenden die Verluste und Gewinne für das elektrische Feld pro Resonatorumlauf betrachtet werden. Man zieht die Resonatorumlaufzeit τ_c aus der rechten Seite der Gleichung (2.34):

$$\dot{E} = \tau_c^{-1} (-\alpha + G) E \quad (2.25)$$

mit dem Verlustkoeffizienten pro Umlauf $\alpha = k/\tau_c$ und der Verstärkung

$$G = \tau_c \frac{\rho\omega_c j\mu^2}{2\varepsilon_0\hbar\gamma_\perp} D = aD$$

Ersetzen von D durch G in (2.22) ergibt (unter Nutzung des Zusammenhangs $\tau_f^{-1} = \gamma_\parallel$ für die Lebensdauer des oberen Laserniveaus):

$$\dot{G} = \tau_f^{-1} \left(p - G - \frac{jE^2}{jE_0^2} G \right) \quad (2.26)$$

mit dem Pumpkoeffizienten $p = aD_0$. In dieser Gleichung wurde eine Normierungskonstante für die elektrische Feldstärke eingefügt, die den Ausdruck vereinfachen soll. Dazu wird folgende Überlegung angestellt: Die Inversion besitzt zwei Verlustmechanismen.

1. Spontane Emission aus dem oberen Laserniveau mit der Rate γ_{\parallel} .

2. Induzierte Emission mit der Rate $\frac{|\mu|^2}{\hbar^2 \gamma_{\perp}} J E^2$.

Der Betrag der Normierungsfeldstärke bestimmt sich nun aus der Forderung, daß bei ihr die Verlustraten gleich groß sein sollen, zu:

$$E_0 = \sqrt{\gamma_{\parallel} \left(\frac{J \mu^2}{\hbar^2 \gamma_{\perp}} \right)^{-1}} \quad (2.27)$$

Hiermit folgt:

$$\dot{G} = \tau_f^{-1} (p - G - G J E' f) \quad (2.28)$$

mit der normierten Feldstärke $E' = E/E_0$.

In der weiter unten folgenden Diskussion für gekoppelte Laser wird es sich als nützlich erweisen, die Feldstärke zu transformieren mit:

$$E = E' e^{i(\omega_c - \omega_0)} = E' e^{i\omega} \quad (2.29)$$

ω stellt die Verstimmung der Lasermodenfrequenz zu einer willkürlich gewählten Frequenz ω_0 dar. Dies macht den Vergleich von Frequenzdifferenzen bei mehreren Lasern, die auf unterschiedlichen Frequenzen ω_c schwingen, mit Hilfe einer solchen Referenzfrequenz einfacher. Die Gleichung für E lautet dann:

$$\dot{E} = \tau_c^{-1} (G - \alpha) E + i\omega E \quad (2.30)$$

Die Ausdrücke für die zeitliche Entwicklung von E und G werden im folgenden als Klasse-B-Lasergleichungen bezeichnet.

Die erhaltenen Gleichungen gelten in ihrer jetzigen Form noch nicht für Halbleiterlaser. Bei der Herleitung der Lasergleichungen ist von einem atomaren Medium ausgegangen worden. Diese Annahme ist bei Halbleiterlasern nicht zu rechtfertigen. Es ist eine Modifizierung der Klasse-B-Gleichungen notwendig. Ergebnis dieser Modifikation ist das Einfügen des 'Linewidth Enhancement'-Faktors α_{le} in die Gleichung für \dot{E} :

$$\dot{E} = \tau_c^{-1} (1 - i\alpha_{le}) (G - \alpha) E + i\omega E \quad (2.31)$$

$$\dot{G} = \tau_f^{-1} (p - G - G J E' f) \quad (2.32)$$

Diese Gleichungen können nun das Verhalten von Halbleiterlasern angenähert beschreiben.

Zur Klasse B gehören neben den Halbleiterlasern, viele Festkörperlaser (wie Nd:YAG- und Nd:YVO₄-Laser) und der Titan-Saphir-Laser. Diese Laser zeigen im kontinuierlichen Betrieb eine transiente Instabilität gegenüber Fluktuationen in der Pumpleistung oder gegenüber mechanischen Störungen. Dies wird im folgenden Unterabschnitt untersucht.

Relaxationsschwingungen

Eine lineare Stabilitätsanalyse der Klasse-B-Gleichungen (oder auch der Raten-gleichungen) liefert folgende Erkenntnisse: Die elektrische Feldamplitude und demnach die Intensität führt nach Störungen des Systems Schwingungen mit einem exponentiellen Abfall um den Gleichgewichtswert aus. Es treten die sogenannten Relaxationsschwingungen auf. Für die Relaxationsfrequenz ω_{rel} ergibt sich nach [Sieg76]:

$$\omega_{rel} = \sqrt{\left(\frac{P_{in}}{P_0} - 1\right) \frac{2\alpha}{\tau_f \tau_c}} \quad (2.33)$$

Das Symbol P_{in} steht für die Pumpleistung, P_0 für die Schwelleistung des Festkörper-lasers. Obige Formel gilt nur unter der Voraussetzung, daß τ_f sehr viel größer als α/τ_c ist. Diese Beziehung verschafft einem so durch Messung der Relaxations-frequenzen bei Variation der Pumpleistung die Möglichkeit, auf Größen wie die Laserschwelle und Verluste zu schließen.

2.2 Modell gekoppelter Laser

Basierend auf den Klasse-B-Gleichungen soll hier ein Beschreibungsmodell für zwei gekoppelte Laser angegeben werden. Die Kopplung soll einzig in einem räumlichen Überlappen der Laserfelder bestehen. Die angestrebte Experimen-talsituation wird durch die Abbildung 2.1 veranschaulicht. Sie zeigt schematisch die durch Pumpstrahlen erzeugte Verstärkungsverteilung und die daraus resul-tierenden Laserfelder der beiden Laser im aktiven Medium.

Einzig durch das Überschneiden der elektro-magnetischen Laserfelder soll eine Kopplung der beiden Laser zustandekommen. Es soll *keine* Überlappung der Inversionen beziehungsweise Verstärkungsgebiete vorliegen. Dies bedingt ei-ne entsprechend kleine Wahl der Radien der Pumpstrahlen. Die beiden Laser werden weiterhin durch jeweils zwei Gleichungen für das elektrische Feld und die Verstärkung beschrieben. Durch die Kopplung sind nun aber die Klasse-B-Gleichungen für die elektrischen Felder E_i der einzelnen Laser um einen Term κE_j mit dem Kopplungskoeffizienten κ zu ergänzen:

$$\dot{E}_1 = \tau_c^{-1} [(G_1 - \alpha_1)E_1 - \kappa E_2] + i\omega_1 E_1 \quad (2.34)$$

$$\dot{G}_1 = \tau_f^{-1} (p_1 - G_1 - G_1 j E_1^2) \quad (2.35)$$

$$\dot{E}_2 = \tau_c^{-1} [(G_2 - \alpha_2)E_2 - \kappa E_1] + i\omega_2 E_2 \quad (2.36)$$

$$\dot{G}_2 = \tau_f^{-1} (p_2 - G_2 - G_2 j E_2^2) \quad (2.37)$$

Die Indizierung der Koeffizienten berücksichtigt die mögliche Verschiedenheit der Laser. Die Größen ω_1 und ω_2 bezeichnen die Verstimmung der einzelnen Laser zu einer willkürlich gewählten Bezugsfrequenz.

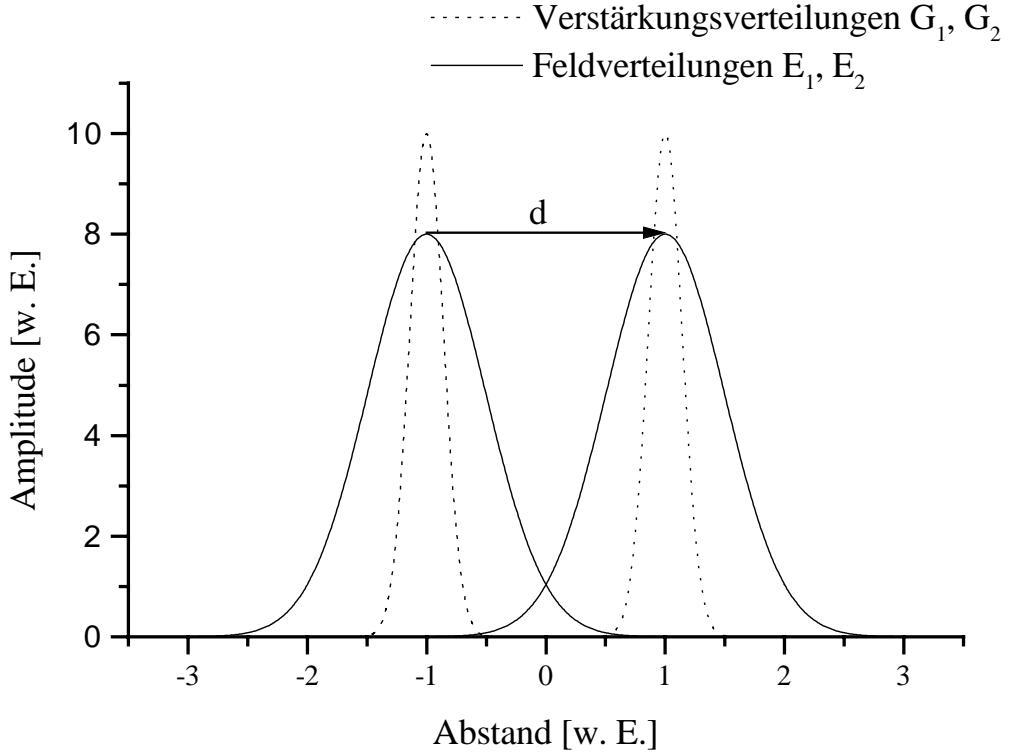


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Verstärkungs- und Feldverteilungen.

Als Maß für die Stärke der Kopplung bietet sich das Integral des Skalarprodukts der elektrischen Felder über die zur Ausbreitungsrichtung transversale Ebene an. Wesentliche Beiträge zum Integral wird nur der Überlappbereich erbringen. Der transversale Teil der Laserfelder sei durch ein Gaußsches Strahlprofil mit konstanter Phasenfront beschreibbar:

$$\mathbf{E}'_i(x, y, t) = \frac{E_i(t)}{\pi w} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right), \quad i = 1, 2 \quad (2.38)$$

mit der Größe w als Strahlradius. Das Integral des Produkts der durch den Abstand d getrennten Gaußverteilungen über die transversale Ebene ergibt dann

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}'_1(x + d, y, t) \cdot \mathbf{E}'_2^*(x, y, t) dx dy = \frac{E_1(t) E_2^*(t)}{2\pi w} \exp\left(-\frac{d^2}{2w^2}\right) \quad (2.39)$$

Diese Größe muß nun noch normiert werden, um den Kopplungskoeffizienten κ zu ergeben. Dazu wird gefordert, daß κ den Betrag 1 besitzt bei einem Abstand von $d = 0$, also bei einer vollständigen Überlagerung der Strahlen. Somit folgt

für den Betrag des Koeffizienten:

$$j\kappa j = \exp\left(-\frac{d^2}{2w^2}\right) \quad (2.40)$$

Die Frage, wie das Vorzeichen zu wählen ist, kann mit dieser Vorgehensweise nicht geklärt werden. Das Vorzeichen ist den experimentellen Resultaten so anzupassen, daß das Modell mit dem Experiment konsistente Ergebnisse liefert (Aus solchen experimentellen Ergebnissen folgt, daß κ mit einem positives Vorzeichen versehen werden muß). Ebenso stellt sich die Frage, ob die Größe κ nicht auch einen imaginären Anteil besitzen kann. Dies würde bedeuten, daß ein Teil der elektrischen Felder energieerhaltend in das jeweils andere überkoppeln würde. Veranschaulicht man sich die physikalischen Kopplungsmechanismen, so sollte dieser Imaginärteil sehr viel kleiner als der reelle sein. Er wird also vernachlässigt. Durch die phänomenologische Wahl des Kopplungskoeffizienten ist natürlich die ‘a priori’-Aussagekraft der Gleichungen nicht mehr gegeben. Die Situation ist vom theoretischen Standpunkt her unbefriedigend, da eine Ableitung der Kopplungskoeffizienten aus ‘höheren Prinzipien’ Ziel sein sollte. Dazu wird nicht von den Maxwell-Bloch-Gleichungen ausgegangen, sondern die Wellengleichungen für das elektrische Feld und die Materialgleichungen für die Polarisation und Inversion in ihrer vollen Form als raum-zeitliche Differentialgleichungen unter den Randbedingungen eines Laserresonators gelöst. Die Lösungen beinhalten die Kopplung als inherentes Ergebnis ohne weitere Annahmen [OzLa95]. Das Ergebnis dieser Rechnungen ist, daß $j\kappa j$ im wesentlichen die gleiche Form wie beim phänomenologischen Vorgehen besitzt, und sich ein positives Vorzeichen ergibt.

2.2.1 Zwei identische Laser

Die Klasse-B-Gleichungen (2.34) und (2.36) für die elektrischen Felder können in Gleichungen für die Intensitäten $I_i = jE_i j^2$ und Phasen ϕ_i zerlegt werden. Der Vollständigkeit halber werden im folgenden die Ausdrücke für die Verstärkungen G_i weiter mitaufgeführt:

$$\dot{I}_1 = \frac{2}{\tau_c} \left[(G_1 - \alpha_1)I_1 - \kappa\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_2 - \phi_1) \right] \quad (2.41)$$

$$\dot{\phi}_1 = \omega_1 + \frac{1}{\tau_c} \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} \kappa \sin(\phi_2 - \phi_1) \quad (2.42)$$

$$\dot{G}_1 = \frac{1}{\tau_f} (p_1 - G_1 - G_1 I_1) \quad (2.43)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{2}{\tau_c} \left[(G_2 - \alpha_2)I_2 - \kappa\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \right] \quad (2.44)$$

$$\dot{\phi}_2 = \omega_2 + \frac{1}{\tau_c} \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \kappa \sin(\phi_1 - \phi_2) \quad (2.45)$$

$$\dot{G}_2 = \frac{1}{\tau_f} (p_2 - G_2 - G_2 I_2) \quad (2.46)$$

Diese Gleichungen lassen sich unter der Annahme gleicher Parameter p_i und α_i weiter vereinfachen zu

$$\dot{I} = \frac{2}{\tau_c} [(G - \alpha)I - \kappa I \cos \phi] \quad (2.47)$$

$$\dot{G} = \frac{1}{\tau_f} (p - G - GI) \quad (2.48)$$

$$\dot{\phi} = \Delta\omega + \frac{2}{\tau_c} \kappa \sin \phi \quad (2.49)$$

für die nun identischen Laserintensitäten I und Verstärkungen G , sowie für die Phasendifferenz $\phi = \phi_2 - \phi_1$.

Der Ausdruck (2.49) für die Phasendifferenz ϕ ist als Adler-Gleichung bekannt. Sie ist alternativ darstellbar mit Hilfe eines Potentials für ϕ

$$V(\phi) = -\Delta\omega \phi + \frac{2}{\tau_c} \kappa \cos \phi \quad (2.50)$$

in der Form

$$\dot{\phi} = -\frac{dV(\phi)}{d\phi} \quad (2.51)$$

Die Lösungstypen dieser Gleichung in Abhängigkeit von der Relation $\tau_c \Delta\omega$ zu 2κ lassen sich nun als überdämpfte Bewegung eines Teilchens in dem Potential V deuten. Die Graphik 2.2 veranschaulicht dies. Es sind drei Fälle zu unterscheiden:

1. $\tau_c \Delta\omega = 2\kappa$: Das Potential besitzt ausgeprägte Minima bei Werten von $\phi = \pi$ und Vielfachen von π . Dies bedeutet eine vollständige Synchronisation der Oszillatoren in Gegenphase.
2. $\tau_c \Delta\omega > 2\kappa$: Das Potential besitzt nur noch schwach ausgeprägte Minima bei Werten von $\phi = \pi$ und dessen Vielfachen. Bei einem rein deterministischen System, wie dem hier diskutierten, ändert dies nichts an dem Synchronisationsverhalten. Betrachtet man aber nun den Einfluß von Fluktuationen, wie sie in realen, dissipativen Systemen immer zwangsläufig auftreten, so werden durch diese Störungen Sprünge in der Phase von einem Minimum in benachbarte initiiert. Es kommt also zu Phasenfluktuationen.
3. $\tau_c \Delta\omega < 2\kappa$: Das Potential ist durch keinerlei Minimum gekennzeichnet. Die Phase nimmt stetig zu; die Laser sind völlig phasenunkorreliert.

Bei Unterschreiten der kritischen Bedingung für die Differenzfrequenz

$$\Delta\omega_{krit} = \frac{2\kappa}{\tau_c} \quad (2.52)$$

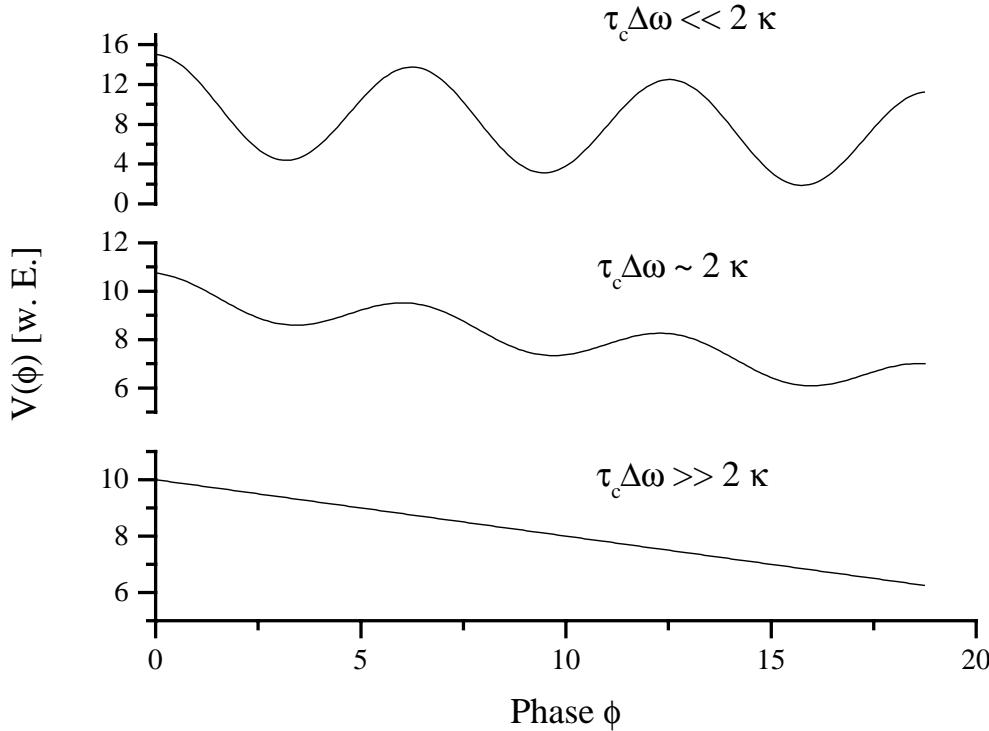


Abbildung 2.2: Verhalten von ϕ in Abhängigkeit der Größenrelation $\tau_c \Delta\omega$ zu 2κ .

sollte es also zu Phasensynchronisation kommen.

Im nächsten Abschnitt werden nun numerische und experimentelle Ergebnisse zu dem hier behandelten Modell gekoppelter Laser vorgestellt.

2.3 Bisherige Ergebnisse

Es wird hier über Ergebnisse referiert, die in ihrer experimentellen Form am Georgia Institute of Technology in der Arbeitsgruppe von Prof. R. Roy entstanden sind; numerische und theoretische Resultate ergaben sich aus der Zusammenarbeit mit weiteren Wissenschaftlern zustande ([FCRL93], [TMRE97]).

2.3.1 Numerische Resultate

Numerische Simulationen der Gleichungen (2.34) bis (2.37) in Abhängigkeit der Parameter Laserabstand d und Frequenzverstimmung $\Delta\omega$ wurden durchgeführt. Aus dem Laserabstand d bestimmt sich κ unter Kenntnis des Strahlradius r direkt nach der Beziehung (2.40). Um einen besseren Bezug zu dem dort auch experi-

mentell realisierten Zwei-Laser-System zu erhalten, wurde nicht von identischen Lasern ausgegangen. Man wählte leicht unterschiedliche Pumpparameter p_i . Die genauen Parameterwerte lauten $p_1 = 0,053$, $p_2 = 0,051$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,04$ und $r = 225 \mu\text{m}$. Abbildung 2.3 zeigt die Ergebnisse in Form eines Schemas des durch d und $\Delta\omega$ aufgespannten Parameterraums.

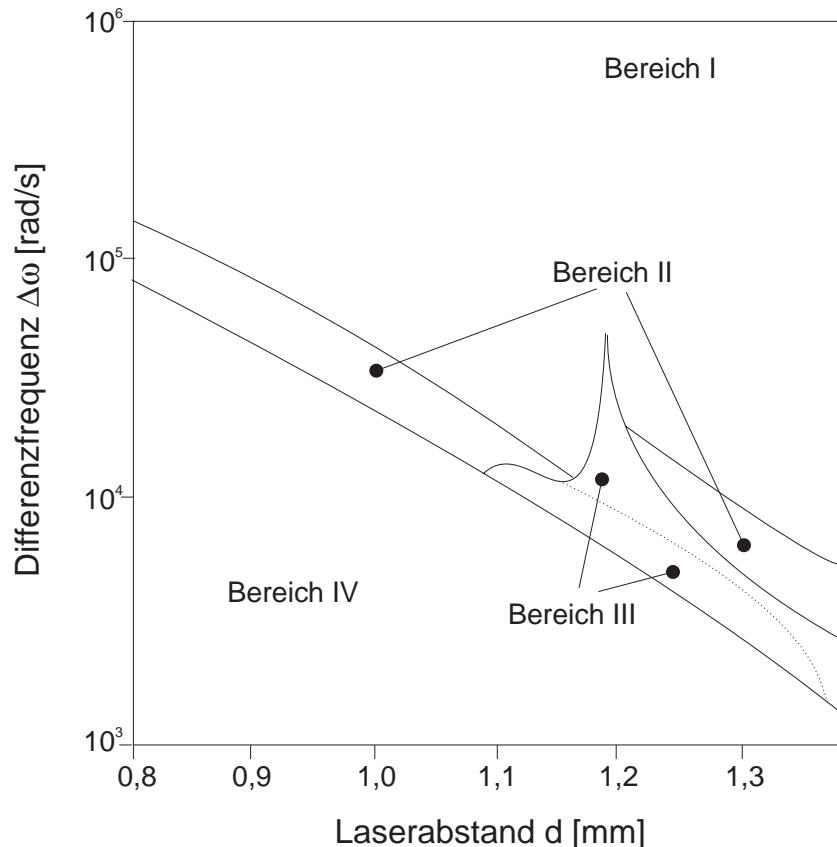


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Parameterraums $d - \Delta\omega$.

Der Parameterraum lässt sich in vier Bereiche unterteilen, in denen qualitativ unterschiedliches Systemverhalten auftritt:

Bereich I

Die Oszillatoren zeigen keinerlei Phasensynchronisation. Sie verhalten sich wie zwei unabhängige Laser, die mit einer konstanten Intensität strahlen. Dies entspricht dem 3. Fall der oben diskutierten Adlergleichung.

Bereich II

Es treten Synchronisationsphänomene auf. Es kommt aber nicht zu einem konstanten Einrasten der Phasen; mit abnehmender Frequenzdifferenz wird die Phasenkohärenz stärker. Der Bereich II ist als ein intermediärer Übergang zwischen Bereich I und IV anzusehen. Mit zunehmendem Abstand d wird die Frequenz, bei der Synchronisationseffekte auftreten, kleiner.

Bereich III

Dieser Bereich ist durch ein definiertes Abstands- und Frequenzdifferenzintervall bestimmt. In ihm kommt es neben Phasensynchronisationseffekten zu einer Instabilität in den Amplituden E_i der Laserfelder. Die Amplituden zeigen *synchrone* chaotische Oszillationen, wobei die Phasenkorrelation der Laserfelder nicht verlorengeht.

Der Bereich III ist in zwei Gebiete eingeteilt, die durch eine gestrichelte Linie getrennt sind. In dem oberen Gebiet ist bei den chaotischen Oszillationen keine vollständige Phasenkohärenz gegeben. Außerdem sind die Amplituden der Schwingungen kleiner als im unteren Gebiet. Dort kommt es zu einer vollständigen Phasensynchronisation. Allgemein kann im Bereich III gesagt werden, daß die Amplitude der chaotischen Oszillationen mit kleinerer Frequenzdifferenz zunimmt.

Bereich IV

Es herrscht vollständige Phasensynchronisation mit konstanten Amplituden der Felder E_i . Es findet sich der 1. Fall der Adlergleichung wieder. Auch hier, wie im Bereich II, wird mit zunehmendem Abstand d der Laser die Grenzfrequenz, bei der noch komplette Phasenkohärenz vorliegt, kleiner.

Ein Hinweis für das Auftreten der Intensitätsinstabilität ist in den Gleichungen (2.47)-(2.49) zu finden. Die Gleichungen in dieser Form beschreiben neben der Situation zweier gekoppelter identischer Laser auch einen Klasse-B-Laser mit variablen Verlusten. Unter der kritischen Bedingung (2.52) sind die Gleichungen mit einer Frequenz

$$\omega_{mod} = \sqrt{\Delta\omega^2 - \Delta\omega_{krit}^2} \quad (2.53)$$

moduliert. Es kann zur Entstehung subharmonischer Resonanzen zwischen Relaxationsschwingungen der Laser und der Verlustmodulation kommen. Hier soll nicht näher darauf eingegangen werden. Diskussionen dazu finden sich in [EBM87] und [Schw88].

2.3.2 Experimentelle Resultate

Die in dem experimentell realisierten 2-Laser-System erzeugten Laserstrahlen besaßen Radien mit einer Größe von $w \approx 200 \mu\text{m}$. Ihr Abstand konnte in einem Intervall von 0,5 mm bis 3 mm eingestellt werden. Die Pumpleistung lag 33 % über den Laserschwellen. Relaxationsschwingungen besaßen Frequenzen in der Größenordnung von 100 KHz.

Die folgenden, sich qualitativ unterscheidenden Verhaltenstypen konnten beobachtet werden:

Bei großen Abständen ($d > 1,2 \text{ mm}$) zeigten die Laser völlige Phasenunkorriertheit. Ihre Intensitäten waren stabil und zeigten keine Oszillationen.

Kleine Abstände ($d < 0,8 \text{ mm}$) führten auf völlig phaseneingerastete Laser mit ebenfalls stabilen Amplituden.

Mittlere Abstände ($0,8 \text{ mm} < d < 1,2 \text{ mm}$) und Frequenzen, die auf Werte kleiner als 5 MHz abgeschätzt werden konnten, kennzeichneten einen Bereich, in dem es zu Instabilitäten der Intensität kam. Die Zeitreihen der Intensität bestanden aus kurzen, starken Oszillationen die durch Zeitbereiche mit konstantem Wert abgelöst wurden (Abbildung 2.4). Es konnte eine hohe Phasenkohärenz in den Zeiträumen der chaotischen Ausbrüche nachgewiesen werden.

Ein besonderes experimentelles Problem ergab sich aus den sehr großen Fluktuationen der Frequenzdifferenz $\Delta\omega$. Es waren keine genaueren Angaben als die genannte Obergrenze von 5 MHz zu der Grenzfrequenz möglich, bei der die Instabilität einsetzt, da die Differenzfrequenz in einem Bereich von 0 bis 10 MHz auf kurzer Zeitskala (kleiner als 0,1 s) schwankte. Diese führten das System immer wieder aus dem Bereich III heraus. Die Konsequenz war, daß nur sehr kurze chaotische Ausbrüche (maximal 50 Oszillationen) registriert werden konnten. In solchen kurzen Zeiträumen (verglichen mit der Schwingungsperiode) lassen sich nur begrenzt quantitative Aussagen über das Systemverhalten machen.

Die experimentellen Zeitreihen konnten durch numerische Simulation der Gleichungen (2.34) bis (2.37) unter Berücksichtigung von Rauschen approximiert werden, wie in Abbildung 2.5 zu sehen ist.



Kapitel 3

Aufbau des Experiments

Das in Kapitel 2 vorgestellte Modell beschreibt zwei gekoppelte Laser, die jeweils einmodig schwingen. Ziel des experimentellen Aufbaus ist es daher, zwei möglichst gleiche, parallele, optisch gepumpte Laser in einem Festkörperkristall zu erzeugen, die sowohl transversal als auch longitudinal einmodig sein sollen. Es darf also jeweils nur eine Grundmode TEM_{00} , die eine Gaußsche Feldverteilung besitzt, anschwingen. Über die Polarisation der Laser wird keine Aussage im Modell gemacht. Sinnvoll ist es aber sicher, gleiche Polarisation der Laser zu erreichen.

Das hier gewählte Lasermaterial, Neodym-dotiertes Yttrium-Orthovanadat (Nd:YVO_4), zählt zu einer ganzen Reihe von Kristallen, die, mit einer Dotierung Seltene-Erden-Ionen versehen, als aktive Medien in optisch gepumpten Festkörperlasern Verwendung finden. Insbesondere Neodym-dotierte Wirkskristalle, deren prominentester und bisher wichtigster Vertreter der Yttrium-Aluminium-Granat (Nd:YAG) ist, erfreuen sich als Quellen für Strahlung mit einer Wellenlänge um $1 \mu\text{m}$ und $1,3 \mu\text{m}$ großer Beliebtheit. Der hohe Absorptionskoeffizient für Pumpstrahlung und der große Wirkungsquerschnitt für die Laseremission des Nd:YVO_4 gegenüber Nd:YAG war ausschlaggebend für die Wahl des aktiven Mediums. Er macht einen Resonatoraufbau mit sehr kurzer Länge im Bereich von Millimetern möglich, wie dies schon technisch in Form der Micro-Chip-Laser umgesetzt wurde, die insbesondere als Single-Mode-Laser konzipiert sind. Der aus der kurzen Länge resultierende große longitudinale Modenabstand lässt hoffen, daß die obige Forderung nach Einmodigkeit auch hier ohne weitere Elemente im Resonator zu verwirklichen ist. Die speziellen Eigenschaften des Orthovanadats werden im ersten Abschnitt vorgestellt.

Der daraus folgende 5-2(i5-2(i8v)23cE79(e)-8(42ho)6(he)-469(-7(ue))-9(rsc)11(hn2(ei)-12(n)0(sb-7(ue)r)-349(wescs)L

Tabelle 3.1: Materialeigenschaften von Nd:YVO₄ nach [CASIX].

Nd:YVO ₄	
(Dotierung 1,1 Atom-% Neodym, Kristall parallel zur a-Achse geschnitten)	
Wellenlänge der Laserübergänge	1064 nm (sowie 1342 nm)
Verbreiterung der Übergänge	homogen (bei Raumtemperatur)
Brechungsindices n_a	1,9721 (808 nm); 1,9573 (1064 nm)
n_c	2,1858 (808 nm); 2,1652 (1064 nm)
Therm.-Opt. Koeffizienten dn_a/dT	$8,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
dn_c/dT	$3,0 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Wärmeleitfähigkeit c_a	0,0510 W cm/K
c_c	0,0523 W cm/K
Wirkungsquerschnitt σ der stimulierten Emission bei 1064 nm	$25 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$
Lebensdauer des oberen Laserniveaus τ_f	90 ms 50 ms (2 At.-% Nd-Dotierung!)
Maximaler Absorptionskoeffizient α (bei 808 nm)	$31,4 \text{ cm}^{-1}$ $72,4 \text{ cm}^{-1}$ (2 At.-% Nd-Dotierung!)
Quantenkonversionskoeffizient η_q	0,79 bzw. 0,95 (nach [PeSc95] u. dort enth. Ref.)
Verstärkungsbandbreite bei 1064 nm	257 GHz
Kristallverluste bei 1064 nm	$0,02 \text{ cm}^{-1}$
Polarisation der emittierten Laserstrahlung	π -polarisiert (parallel zur c-Achse)

schung dieser Frequenzdifferenz, die neben dem Abstand den zweiten wichtigen Laserdynamik-Parameter darstellt, hat der Aufbau ebenso zu gewährleisten.

Abschließend folgt die Darstellung der Analyse-Apparaturen. Diese müssen die Erfassung von Größen wie Laserintensitäten, Oszillationsfrequenzdifferenzen, Abstände der Laser und Interferenzbilder leisten können.

3.1 Das Lasermaterial: Nd:YVO₄

Neodym-dotiertes Yttrium-Orthovanadat gehört zur Klasse der optisch einachsigen Kristalle. Diese besitzen zwei bevorzugte Ausrichtungssachsen, mit denen unterschiedliche Materialgrößen verbunden sind. Die wichtigsten Materialdaten kann man der Tabelle 3.1 entnehmen. Die Kristallachsen werden hier mit den Buchstaben a und c gekennzeichnet.

Der im Experiment verwendete Kristall ist ebenfalls parallel zur a-Achse geschnitten, besitzt aber eine Dotierung von 3,0 Atom-% Neodym. Materialdaten zu

dieser Konstellation zu finden, hat sich als sehr schwierig herausgestellt. Relevante Unterschiede zu den oben angegebenen Größen sollten aber nur im maximalen Absorptionskoeffizienten und in der Lebensdauer des oberen Laserniveaus (siehe Abschnitt 3.1.2) bestehen. Abbildung 3.1 zeigt ein Absorptionsspektrum von Nd:YVO₄ mit 3,0 Atom-% Neodym-Dotierung.

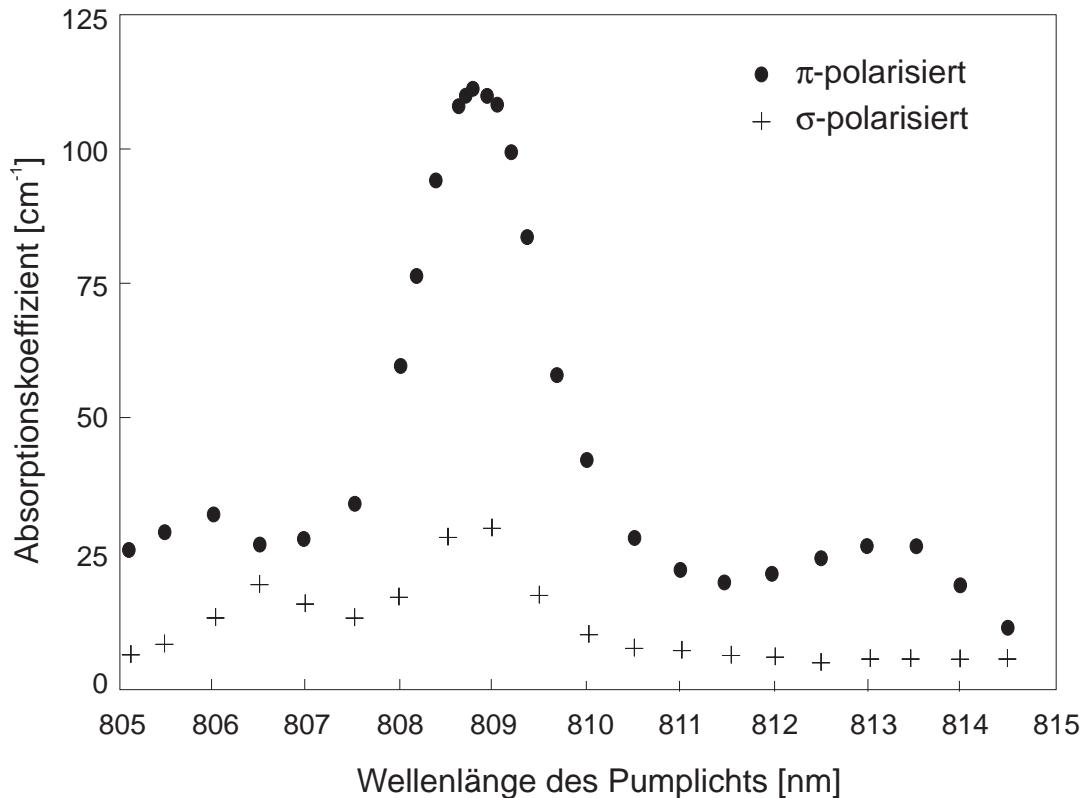


Abbildung 3.1: Absorptionsspektrum von mit 3,0 Atom-% Neodym-dotiertem Nd:YVO₄ nach [KB90].

Die Absorption von Pumpstrahlung im Bereich um 808 nm ist stark von deren Polarisationsorientierung bezüglich der c-Achse des Nd:YVO₄-Kristalls abhängig. Stärkste Absorption findet sich für π -polarisiertes Licht (parallele Orientierung zur c-Achse) bei einer Wellenlänge von $\lambda = 808,7$ nm mit einem Absorptionskoeffizienten von $\alpha = 111 \text{ cm}^{-1}$ (dies bedeutet eine 98,8% starke Absorption von Pumpstrahlung auf einer Länge von 0,4 mm). Das Absorptionsmaximum für σ -polarisierte Strahlung (senkrechte Orientierung zur c-Achse) findet sich ebenfalls bei $\lambda = 808,7$ nm. Die Absorptionskoeffizienten für σ -Licht sind aber generell sehr viel kleiner.

3.1.1 Vergleich Nd:YVO₄ - Nd:YAG

Einer der gewichtigsten Vorteile, den Nd:YVO₄ gegenüber Nd:YAG besitzt, ist sicherlich der sehr viel größere Absorptionskoeffizient α für die Pumpstrahlung. Dieser Koeffizient beträgt für 1,1 Atom-% Neodym-dotiertes Nd:YAG 8,0 cm⁻¹, für gleich stark dotiertes Yttrium-Orthovandat 32,4 cm⁻¹. Für das hier verwendete dreiprozentig dotierte Nd:YVO₄ nimmt er den Wert von 111 cm⁻¹ an. Solch eine große Dotierung ist bei Nd:YAG technisch gar nicht möglich, da zu starke kristallinterne Spannungen auftreten.

Konsequenz aus den großen Absorptionskoeffizienten für das Orthovandat ist die Möglichkeit, sehr kurze Laserresonatoren bauen zu können: Das aktive Medium benötigt nur eine kleine Dicke, um die Pumpstrahlung zum größten Teil zu absorbieren. Der longitudinale Modenabstand $\Delta\nu$ (bzw. der Freie Spektralbereich (FSR)) bestimmt sich nach der Beziehung

$$\Delta\nu = \frac{c}{2l} \quad (3.1)$$

mit der optischen Länge l des Resonators. Diese Länge l beträgt im hier vorgestellten Experiment typischerweise um die 1,7 mm. Daraus ergibt sich ein Modenabstand von $\Delta\nu = 88$ GHz. Dies ist in Beziehung zu der Verstärkungsbandbreite des Laserüberganges von 257 GHz zu setzen. Man sieht, daß drei Moden anschwingen können. Dennoch sollte die Monomodigkeit der Laser bei nicht zu hohen Pumpleistungen und günstiger Lage der Moden im Verstärkungsbereich ohne weitere Elemente innerhalb des Resonators zu erreichen sein.

Ein weiterer Vorteil des Nd:YVO₄ liegt in der linearen Polarisation der emittierten Laserstrahlung begründet. Der Laser schwingt also nicht auf zwei orthogonalen Polarisationsmoden. Dies Verhalten erklärt sich aus der Anisotropie des Orthovanadat-Kristalls. In einem Laser mit isotropen Nd:YAG als aktivem Medium muß dagegen in den Resonator ein polarisationsempfindliches und -bestimmendes Element eingebaut werden, um die gewünschte Polarisationsselektion zu erreichen.

3.1.2 ‘Up-conversion’-Effekte

Bei der Bestrahlung des Kristalls mit Pumplicht konnten Fluoreszenzen im grünen und orangen Spektralbereich festgestellt werden. Dieses Phänomen, das Auftreten von Strahlung, die energiereicher als die Pumpstrahlung ist, wird als ‘Up-conversion’ bezeichnet. Die Intensität nimmt mit höherer Pumpleistung bzw. mit stärkerer Fokussierung der Pumpstrahlen zu. Diese Aussagen haben rein qualitativen Charakter, da die Beobachtungen visuell mit Hilfe eines Gerad-Sicht-Prismas gemacht wurden. Ein entsprechend geeigneter Monochromator war nicht vorhanden. Die Ursache dieser Fluoreszenzen liegt in der hohen Dotierung von 3,0 Atom-Prozent Nd³⁺ des verwendeten Nd:YVO₄-Plättchens begründet [GMRM95]. Der

‘Up-conversion’-Effekt beruht in diesem Fall auf Energieaustauschprozessen zwischen benachbarten Neodym-Ionen. Bei anderen Lasermaterialien können andersartige ‘Up-conversion’-Mechanismen auftreten (siehe [PeSc95] und darin enthaltene Referenzen). Die Energieaustauschprozesse sollen hier am Beispiel eines 4-Niveau-Festkörper-Lasermaterials, das außerdem noch zwei energetisch höher liegende Anregungszustände besitzt, skizziert werden (siehe Abb. 3.2).

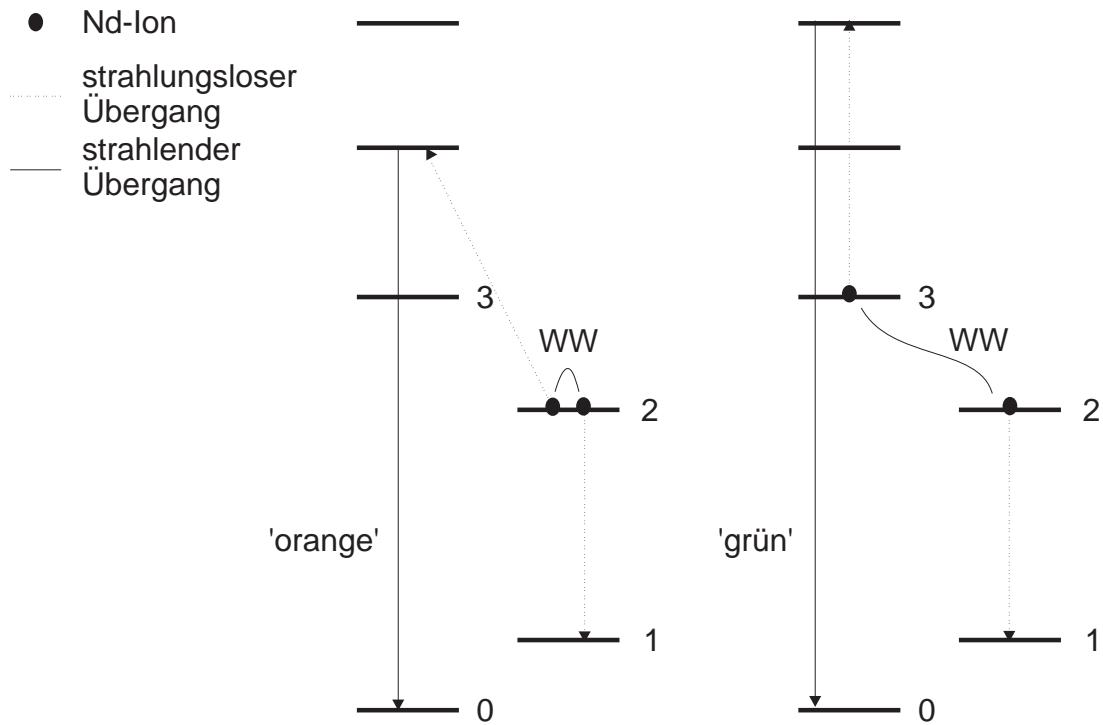


Abbildung 3.2: Darstellung der ‘Up-conversion’-Effekte in einem skizzierten Termschema für Nd:YVO₄.

Allgemein werden Ionen aus dem Grundzustand 0 durch Pumpstrahlung in den angeregten Zustand 3 versetzt. Aus diesen relaxieren sie strahlungslos (durch u. U. mehrmalige Phononenprozesse) über Zwischenzustände in den oberen Laserzustand 2. Unter Aussendung eines Laserphotons gehen sie normalerweise in Zustand 1 über, von dort über weitere Relaxationsprozesse in den Grundzustand. Austauschprozesse zwischen Ionen stellen nun eine Konkurrenz zum Laserübergang dar. Ein Ion in Zustand 2 wird zum Beispiel durch Wechselwirkung (WW) mit einem anderen, benachbarten Ion im selben Zustand ohne Abstrahlung eines Laserphotons in den Zustand 1 übergehen; dabei wird das andere Ion in einen noch höheren Zustand als dem Pumpzustand 3 angeregt. Dieses Ion kann nun über Emission eines energiereichen Photons direkt in den Grundzustand zurückkehren (linke Hälfte der Abbildung 3.2). Dieselbe Argumentation ist ebenso auf Ionenpaare anwendbar, die sich in Zustandskombinationen von 2 und 3 (rechte

Hälften der Abbildung 3.2) befinden, so daß spektral verschiedene ‘Up-conversion’-Photonen auftreten können.

Eine Vergrößerung der Pumpintensität hat eine höhere Wahrscheinlichkeit, daß sich zwei benachbarte Ionen in den Zuständen 2 oder 3 befinden, zur Folge. Die Nichtlinearität erklärt die Zunahme der Fluoreszenzen bei stärkerer Pumpfokussierung (bei Pumpleistungssteigerungen nimmt die Fluoreszenz linear zu). Die ‘Up-conversion’ stellt eine weitere Möglichkeit der Relaxation für den oberen Laserzustand zur Verfügung. Dies bedingt die Reduzierung der Lebensdauer dieses Zustands mit zunehmender Dotierung, wie dies an den Werten τ_f in Tabelle 3.1 zu erkennen ist. In Abschnitt 4.3 wird diese Zeitgröße für das hier verwendete Nd:YVO₄ mit 3,0 Atom-% Neodym-Dotierung unter den gegebenen Pumpintensitätsbedingungen ermittelt.

3.2 Aufbau der Laser

Abbildung 3.3 zeigt schematisch den experimentellen Aufbau zur Erzeugung der zwei Nd:YVO₄-Laser. Die einzelnen Stufen von der Pumplaserkaskade, der Pumpstrahlformung bis zu dem eigentlichen Laserresonator sollen im weiteren besprochen werden.

3.2.1 Pumplaseraufbau

Ein nicht-modenselektierter Ar⁺-Laser (Modell 2020-05 der Firma SPECTRA-PHYSICS) pumpt einen Titan-Saphir-Laser des Typs Titan-CW des Herstellers SCHWARTZ ELECTRO-OPTICS. Um einen möglichst guten Gaußstrahl als Pumpstrahl zu erhalten, wird der Argon-Ionen-Laser auf der Einstellung 9 der eingebauten Modenblende betrieben. Der Titan-Saphir-Laser besitzt bei einer Pumpleistung von 5 Watt einen Abstimmungsbereich von 700 nm bis 820 nm, der sich im wesentlichen durch die Reflektionsbeschichtungen der verwendeten Resonatorspiegel bestimmt. Der Resonator hat die Form eines gefalteten Fabry-Pérot-Resonators. Die Abstimmung erfolgt kontinuierlich über ein Lyot-Filter. Dabei wird die Wellenlänge so eingestellt, daß maximale Absorption im Nd:YVO₄ auftritt.

Die Linienbreite der Laserstrahlung beträgt 40 GHz. Weiterhin ist zu erwähnen, daß die Strahlung linear polarisiert ist (die genannten Werte für den Titan-Saphir-Laser sind Herstellerangaben nach [SEO]). Der emittierte Strahl dieses Lasers ist durch eine Strahlaille von $w_0^{TiSa} = 765 \mu\text{m}$ (Lage: 20 cm vom Auskoppelspiegel innerhalb des Resonators) und einer Strahldivergenz $\theta_{TiSa} = 3,34 \text{ mrad}$ bei der Wellenlänge $\lambda_{TiSa} = 808,7 \text{ nm}$ gekennzeichnet. Diese Daten wurden aus einer Anpassung an die Propagationfunktion für einen Gaußschen Strahl an 15 äquidistanten Stützstellen in 105-245 cm Entfernung vom Auskoppelspiegel, an denen die Strahlbreite bekannt war, ermittelt. Die Breite des Strahls an diesen Stellen

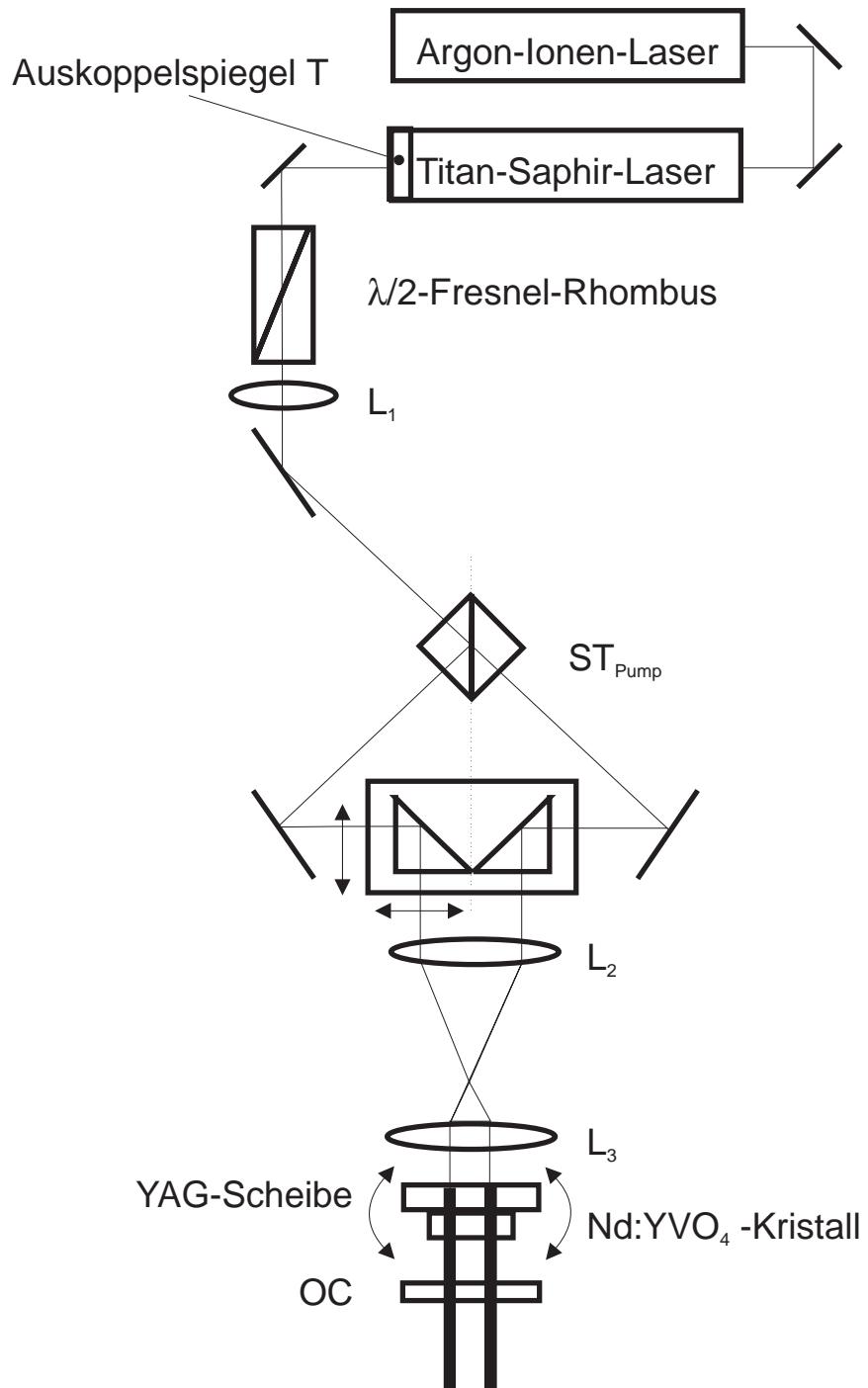


Abbildung 3.3: Schema des Laseraufbaus. Abstände $\overline{TL_1} = 132$ cm, $\overline{L_1L_2} = 48$ cm, $\overline{L_2L_3} = 60$ cm, Brennweiten der Linsen: $f_1 = 300$ mm, $f_2 = 100$ mm, $f_3 = 500$ mm.

ließ sich mit Hilfe eines mit einer $5 \mu\text{m}$ großen Lochblende versehenen Photodetektors bestimmen: Montiert auf einem schrittmotorgesteuerten Gleitschlitten, durchfuhr der Detektor den Strahl; sein Signal wurde an eine Gaußfunktion angepaßt.

3.2.2 Pumpstrahlformung und -teilung

Der vom Titan-Saphir-Laser emittierte Strahl kann nicht direkt zum Pumpen eines Lasers im Nd:YVO₄-Kristall verwendet werden, da sein Strahldurchmesser zu groß ist. Um die vom Modell geforderte Bedingung einer gegenüber der Breite des Laserfeldes nur geringen Ausdehnung der Verstärkungzone zu erfüllen, muß noch eine modenangepaßte Verkleinerung des Strahles durchgeführt werden. Gleichzeitig ist eine Aufteilung in zwei Strahlen zu bewerkstelligen.

Zunächst trifft der Titan-Saphir-Strahl auf einen rotationsfähigen $\lambda/2$ -Fresnel-Rhombus für das infrarote Spektrum. Dessen Wirkung ist eine Drehung der Polarisations-Ebene in Abhängigkeit vom Winkel, den die Polarisation der Strahlung mit einer der Achsen des doppelbrechenden Rhombus-Materials bildet. Der Rhombus dient dementsprechend zur Einstellung der Polarisationsebene bezüglich des Nd:YVO₄-Kristalls. Auch hier wird wie bei der Abstimmung des Titan-Saphir-Lasers die Einstellung so gewählt, daß ein Maximum an Pumpleistung im Kristall absorbiert wird.

Es folgt die Vorfokussierungslinse L₁ mit der Brennweite $f_1 = 300 \text{ mm}$, die zu einer Strahlaille von $w_0 = 93 \mu\text{m}$ in einer Entfernung von 31 cm von der Linse führt. Ein nützlicher Effekt ist es, daß die Strahlradien klein gehalten werden können, so daß es im weiteren Verlauf des Aufbaus nicht zu verstärkten Beugungseffekten an Kanten oder Öffnungen der optischen Komponenten kommt. Im anschließenden FTIR(Frustrated Total Inner Reflection)-Strahlteiler ST_{Pump} erfolgt die Aufspaltung in zwei gleich starke Pumpstrahlen. Das Teilungsverhältnis eines FTIR-Strahlteiler, dessen Hauptelement ein Prismenpaar ist, wird durch den Abstand der Prismen bestimmt. Dieser ist von der Stärke des Anpreßdrucks auf die Prismen abhängig, der durch eine Mikrometer-Schraube ausgeübt wird. Die gegebene mechanische Genauigkeit bei der Schraube lässt eine echte kontinuierliche Einstellung des Teilungsverhältnisses nicht zu. Abweichungen von der 1:1-Teilung konnten auf 3% vom Optimalwert begrenzt werden. Ein FTIR-Strahlteiler mit einem Piezo-Element, der eine höhere Einstellgenauigkeit des Teilungsverhältnisses erlauben würde, stand nicht zur Verfügung.

Der weitere Aufbau zielt auf eine Parallelisierung der zwei Strahlen. Dazu treffen sie auf zueinander spiegelsymmetrischen Wegen (Spiegelachse ist die FTIR-Strahlteilerachse) auf Spiegel, die die Strahlen auf einen ‘komplementären Reflektionskeil’ umlenken. Dieser Keil besteht aus zwei Prismen, die so aufgebaut sind, daß die Strahlen in die Prismen eindringen, an der Basiskante der Prismen eine Totalreflektion erfahren und danach parallel zueinander weiterlaufen. Die Symmetrieachse ist auch hier identisch mit der des Strahlteilers. Vorteile zu dem

alternativ denkbaren Aufbau mit Strahlteilern sind die folgenden Argumente:

Es ist die volle Nutzung der zur Verfügung stehenden Pumpleistung möglich. Es stellt sich auch nicht die Frage, wie im Falle von Strahlteilern, wie man die unerwünschten transmittierten bzw. reflektierten Strahlen rückkoppelfrei (Reflexionen!) aus dem Aufbau herausführt.

Die Positionierung der Strahlen symmetrisch zur Mitte des Laserkristalls ist ebenfalls durch Verschieben der Gesamtkonstruktion einfach machbar. Dies ist notwendig, um Asymmetrien bei den Nd:YVO₄-Lasern, die durch Randeffekte entstehen können, zu vermeiden.

Die unterschiedliche Änderung der Polarisationsebene der einzelnen Pumpstrahlen durch etwaige polarisationsempfindliche Strahlteiler entfällt.

Eine kritische experimentelle Größe ist die Parallelität der beiden Infrarotstrahlen. Um sie möglichst gut zu gewährleisten, wurde folgende Vorgehensweise beim Aufbau und Justierungsvorgang gewählt: Bevor man die Prismenhalterung in den Aufbau einführt, wird an ihren Platz eine Lochblende gestellt. Sie dient als gemeinsamer Treppunkt der in diesem Teil des Gesamtaufbaus gegenläufigen Strahlen. Die Kontralinearität hängt nun entscheidend von den Strahlenauf treffpunkten auf den Umlenkspiegeln ab. Diese müssen sich auf einer Linie, die orthogonal zu der Spiegelachse des Strahlteilers liegt, befinden, was eine entsprechend hohe Anforderung an die Spiegelpositionsgenauigkeit bedeutet. Das Einsetzen des Prismenkonstrukts erfolgt nun so, daß dessen Symmetrieachse mit der des FTIR-Teilers ST_{Pump} zusammenfällt. Feinkorrektur zur Lage dieser Achse lassen sich mit einem in dem Prismenaufbau integrierten Verschiebetisch, der Positionsänderungen in Richtungen der Umlenkspiegel-Verbindungsleitung zuläßt, bewerkstelligen. Diese Vorrichtung dient ebenso zur mittigen Positionierung der Pumpstrahlen im Laserkristall. Die Beherrschung des Abstandes der beiden nun parallelen Strahlen ist durch einen zweiten Verschiebetisch, der um 90° versetzt auf den ersten montiert wurde, möglich. Er läßt folgerichtig Translationen in Richtung der Symmetrieachse zu. Durch Verschieben ändert sich der Abstand der Auf treffpunkte der Pumpstrahlen auf die Basiskante der einzelnen Prismen, was zu einer Änderung des Abstandes der totalreflektierten Strahlen führt. Der Translationstisch ist mit einer Mikrometerschraube ausgestattet, die eine gute kontinuierliche Einstellung des Abstandes der Pumpstrahlen und somit der Nd:YVO₄-Laser zuläßt.

Der weitere Weg setzt sich aus einer Teleskopanordnung der zwei Linsen L₂ (f₂ = 500 mm), L₃ (f₃ = 100 mm) und dem Nd:YVO₄-Kristall zusammen. Die Projektion herunter auf ein Verhältnis von 1:5 führt zu einem jeweiligen Strahlfokus mit einem Radius von w₀ = 18,5 μm im Kristall in einer Entfernung von 13,1 cm hinter der Linse L₃. Damit verbunden ist eine Rayleigh-Länge von l_r = 1,25 mm. Der Wert der Strahltaillen ergibt sich aus einer Berechnung des

Modenanpassungssystems der Linsen L_3 , L_4 und L_5 mit den Gaußschen Strahlparametern des Titan-Saphir-Lasers. Experimentell wurde ein Wert von ungefähr $20 \mu\text{m}$ mit einem Fehler von $4 \mu\text{m}$ gefunden. Die Größe dieses Fehlers wird in Abschnitt 3.3.4 diskutiert. Die Größen der Radien der resultierenden Laserstrahlen lagen im Bereich von $100 \mu\text{m}$, so daß die Forderung des Modells für zwei gekoppelte Laser nach einer großen Feldausdehnung gegenüber der Inversionsverteilung als erfüllt betrachtet werden kann.

Für die Positionierung des Kristalls in der Ebene der Strahlfoki konnten die in Abschnitt 3.1.2 erwähnten Fluoreszenzen der ‘Up-Conversion’ genutzt werden. Die schärste Fokussierung des Pumplichts geht mit stärkster Fluoreszenz einher. Dieser Effekt kann mit dem Auge einfach nachvollzogen werden. Zur Feinpositionierung ist die Linse L_3 verschiebbar aufgebaut, so daß der Radius der Pumpstrahlen im Nd:YVO₄-Kristall variiert werden kann. Da diese Translationen nur klein gegenüber der Brennweite sind, wird die Wirkung des Teleskopaufbaus kaum eingeschränkt. Die resultierenden Abweichungen von der Parallelität der Pumpstrahlen können vernachlässigt werden.

3.2.3 Resonatoraufbau

Das 3 mm \times 3 mm große und 0,4 mm dicke Kristallplättchen ist auf eine undotierte YAG-Trägerscheibe mit einem Durchmesser von 9 mm und einer Stärke von 0,4 mm gekittet. Diese Scheibe liegt mit ihrem Randstreifen auf einem durchbohrten Messingblock auf, der als Wärmesenke dient. Neben dieser Funktion als Kontakt zum Kühlkörper, erfüllt der YAG-Kristall einen weiteren Zweck: Bei der Absorption der Pumpstrahlung durch das Neodym-dotierte Yttrium-Orthovanadat kommt es zu einer Erwärmung und damit verbunden zu mechanischen Spannungen. Die Folge ist eine Aufwölbung der Kristalloberfläche. Diese zieht eine unerwünscht starke Linsenwirkung nach sich. Ebenso ist es denkbar, daß die mechanischen Spannungen die Kristallstruktur beschädigen könnten. Die optisch inaktive YAG-Scheibe (im Sinne von nicht-absorbierend), die vor dem Absorptionsgebiet angebracht ist, verhindert diesen Effekt. Die Scheibe besitzt auf der Einfallssfläche (bezogen auf die Pumpstrahlen) eine Antireflex-Beschichtung für $\lambda = 808 \text{ nm}$, sowie eine hochreflektive Schicht für $\lambda = 1064 \text{ nm}$. (Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß diese Schicht für $\lambda = 532 \text{ nm}$ ebenfalls hochreflektiv ist für eventuelle Frequenzverdopplungsexperimente.) Die Außenfläche des Orthovanadats ist antireflex-beschichtet für $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Der Resonatoraufbau wird durch den planen Auskoppelspiegel OC mit einer Reflektivität $R = 95\%$ für letztgenannte Wellenlänge komplettiert.

Der leere Resonator (Nichtbeachtung des aktiven Mediums) besteht also aus zwei planen, verspiegelten Flächen. Ganz allgemein gilt für ein solchen plan-plan-Resonator, daß er Teil der Grenze zwischen stabilen und instabilen Resonatoren ist. Dies bedeutet, daß sich in ihm keine stationären Feldverteilungen (zumindest keine Moden mit endlicher Ausdehnung) ausbilden können. Eine Stabilisierung

erfährt der hier aufgebaute Resonator durch das Lasermedium Nd:YVO₄. Der Brechungsindex des Materials ist temperaturabhängig; er nimmt mit steigender Temperatur zu ($dn/dT > 0$, siehe Tabelle 3.1). Durch den Quanten-Defekt (Energiedifferenz zwischen absorbiertem Pump- und emittiertem Laserphoton) wird Wärme im Kristall freigesetzt und zwar entsprechend dem Intensitätsprofil des Pumpstrahls. Es baut sich ein Temperaturgradient auf, nämlich von größeren Temperaturen in der Mitte des Pumpstrahls zu kleineren im Kristallaußengrenzbereich. Begleitet wird dieser Temperaturgradient von einem Brechungsindexgradienten, der ‘thermischen Linse’, dessen Wirkung der einer Sammellinse entspricht. Abbildung 3.4 zeigt ein ‘Ersatzschaltbild’ für den realen Resonator mit den Pumpstrahlen.

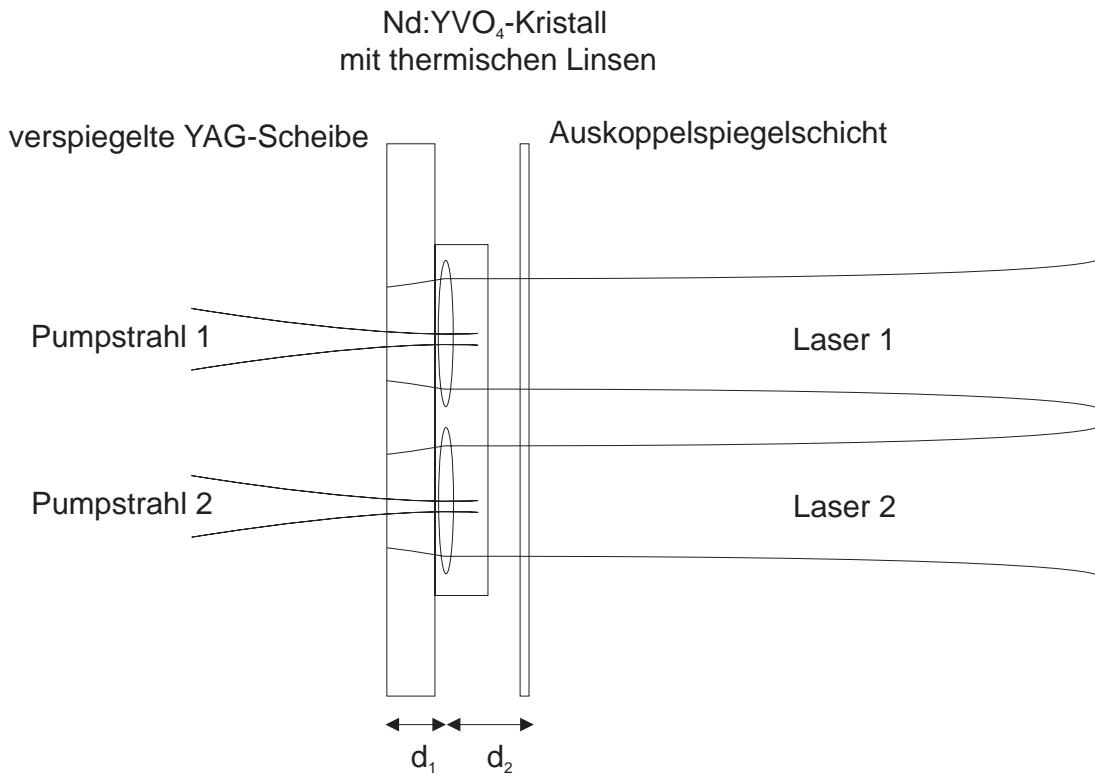


Abbildung 3.4: Darstellung des Resonators; die Dicken der YAG-Scheibe und des Laserkristalls sowie der Abstand des Kristalls zum Auskoppelspiegel sind maßstabsgetreu.

Im folgenden sollen Überlegungen zur Stabilität eines plan-plan-Resonators mit dünner interner Linse mit Brennweite f dargestellt werden. Dazu wird auf bekannte Ergebnisse zurückgegriffen, die mit Hilfe des ABCD-Matrix-Formalismus erhalten wurden [KoLi66]. In diesem Zusammenhang ist zu erwähnen, daß die in der Graphik eingezeichneten Distanzen m_1 und m_2 der Linse zu den Spiegelflächen nicht mit den realen Abständen identisch sind. Vielmehr ist m_1 aus

der Summe (Dicke der YAG-Scheibe / Brechungsindex von YAG) + (Länge vom rechten Nd:YVO₄-Kristallrand zur Linse / Brechungsindex von Nd:YVO₄) gegeben. Die Distanz m_2 ermittelt sich analog. Es handelt sich bei m_1 , m_2 nicht um optische Längen (reale Länge *mal* Brechungsindex).

Damit ein Resonator stabil ist, muß er das ‘ g -Kriterium’ erfüllen:

$$0 < g_1 \quad g_2 < 1 \quad (3.2)$$

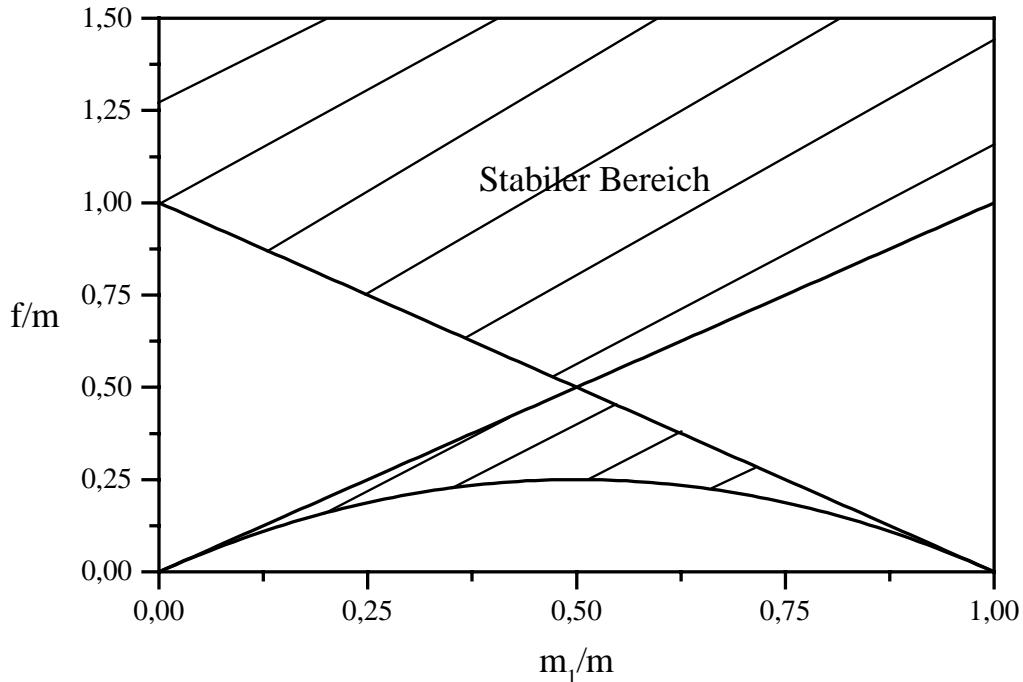


Abbildung 3.5: Stabilitätsdiagramm für den Resonator in der $f/m - m_1/m$ -Darstellung.

Die Argumentation zur Ausbildung von stabilen Resonatoren ist für jeden einzelnen der beiden Pumpstrahlen gültig. Es entstehen also zwei eigenständige, stabile Laserkavitäten. Dabei ist zu beachten, daß der Temperaturgradient nicht mehr, wie im Fall eines Lasers mit *einem* Pumpstrahl, radialsymmetrisch bezogen auf die Resonatorachse ist. Dies führt zu einer Verzerrung der Linsen, die die Stabilität der Einzelkavitäten besonders bei kleinen Pumpstrahlenabständen in Frage stellen kann.

Die kontrollierte und stabile Einstellung einer Frequenzdifferenz zwischen den beiden Laser, erzeugt durch relative Änderungen der beiden Resonatorenlängen zueinander, ist eine zentrale Anforderung an diesen Aufbau. Um kleine relative Längendifferenzen zwischen den Laserresonatoren zu erzeugen, ist der Messingkühlblock mit dem Kristallkonstrukt in einem 2-Punkt-Piezo-Spiegelhalter untergebracht. Dieser läßt fein abstimmmbare Verkippungen senkrecht zur Resonatorachse zu. Bei den Piezoelementen handelt es sich um die Typen P4059 der Firma OwiS. Die Steuerspannung wird über einen einstellbaren Spannungsteiler an die Piezos angelegt. Eine Regelung der tatsächlichen Längenänderung der Piezoelemente findet nicht statt. Die Elemente besitzen ein Ausdehnungsvermögen

von $5 \mu\text{m}$ bei einer Spannung von 500 V . Die Auflagepunkte befinden sich jeweils 6 cm von der jeweiligen Kippachse entfernt. Zur Steuerung der Piezoelemente stand eine einstellbare Hochspannungsversorgung von 300 V zur Verfügung. Die maximal mögliche Auslenkung beträgt demnach $3 \mu\text{m}$. Ausgehend von der Länge des Hebelarms (6 cm) berechnet sich hieraus eine Winkelverkippung der Halterung von $50 \mu\text{rad}$. Die relative Änderung der Resonatorlängen ergibt sich als Produkt aus Abstand d der Laser und der Winkelverkippung. Bei einem Laserabstand von $0,5 \text{ mm}$ sind so maximal 25 nm erreichbar. Die Umlauflänge des Resonators wird so um 50 nm vergrößert. Dies ist circa $1/21$ der Wellenlänge der Strahlung von 1064 nm . Eine Verschiebung um eine Wellenlänge ergibt eine Frequenzdifferenz in der Größe eines Freien Spektralbereichs von hier 88 GHz . Entsprechend kann man die Laser in diesem Beispielfall um maximal $4,2 \text{ GHz}$ gegeneinander verstimmen.

Der Abstand zwischen Kristalloberfläche und Auskoppelspiegel kann durch drei Mikrometerschrauben des Halters des Auskoppelspiegels von ungefähr $0,1 \text{ mm}$ bis zu einigen Millimetern eingestellt werden. Kleinere Werte als $0,1 \text{ mm}$ sind nicht zu erzielen, da der Kristall um circa diese $0,1 \text{ mm}$ nach hinten versetzt in dem Messingblock plaziert ist.

Vorteilhafter für die Stabilität ist es sicherlich, die Längendifferenzen für die einzelnen Laser durch Verkippungen des Auskoppelspiegels einzuführen. Man vermeidet damit etwaige Störungen, die sich durch das leichte relative Verkippen der Pumpstrahlen bezogen auf das aktive Medien bzw. auf die Resonatorachse ergeben können. Um eine gleichzeitige Möglichkeit zu definierten Änderungen des Abstandes Auskoppelspiegel – Laserkristall zu besitzen, müßte ein 3-Punkt-Piezo-Spiegelhalter genutzt werden, der aber nicht vorhanden war. Die denkbare Alternative, eine Änderung des Abstandes durch Verschieben der Kristallhalterung zu erreichen, verbietet sich aus praktischen Gründen, da dann immer eine Nachjustierung der Pumpstrahlfokussierung notwendig wäre.

3.3 Analyse-Aufbau

Dieser Abschnitt beschreibt die Analyse-Gerätschaften und -methoden, die zur Messung charakteristischer Größen des Systems zweier gekoppelter Laser nötig sind. Zur simultanen Aufnahme der relevanten Größen ist es notwendig, mehrmals die beiden Strahlen aufzuteilen. Dies geschieht durch dielektrische Strahlteilerplatten, einstellbare FTIR-Strahlteiler und Strahlteilerwürfel. Die Strahlteilerplatten sind als $1:1$ -Teiler ausgelegt, auf die die Strahlen unter einem Winkel von 45° treffen. Die Strahlteilerwürfel sind ebenfalls als $1:1$ -Teiler konstruiert. Die schematische Darstellung des Aufbaus zeigt Abbildung 3.6.

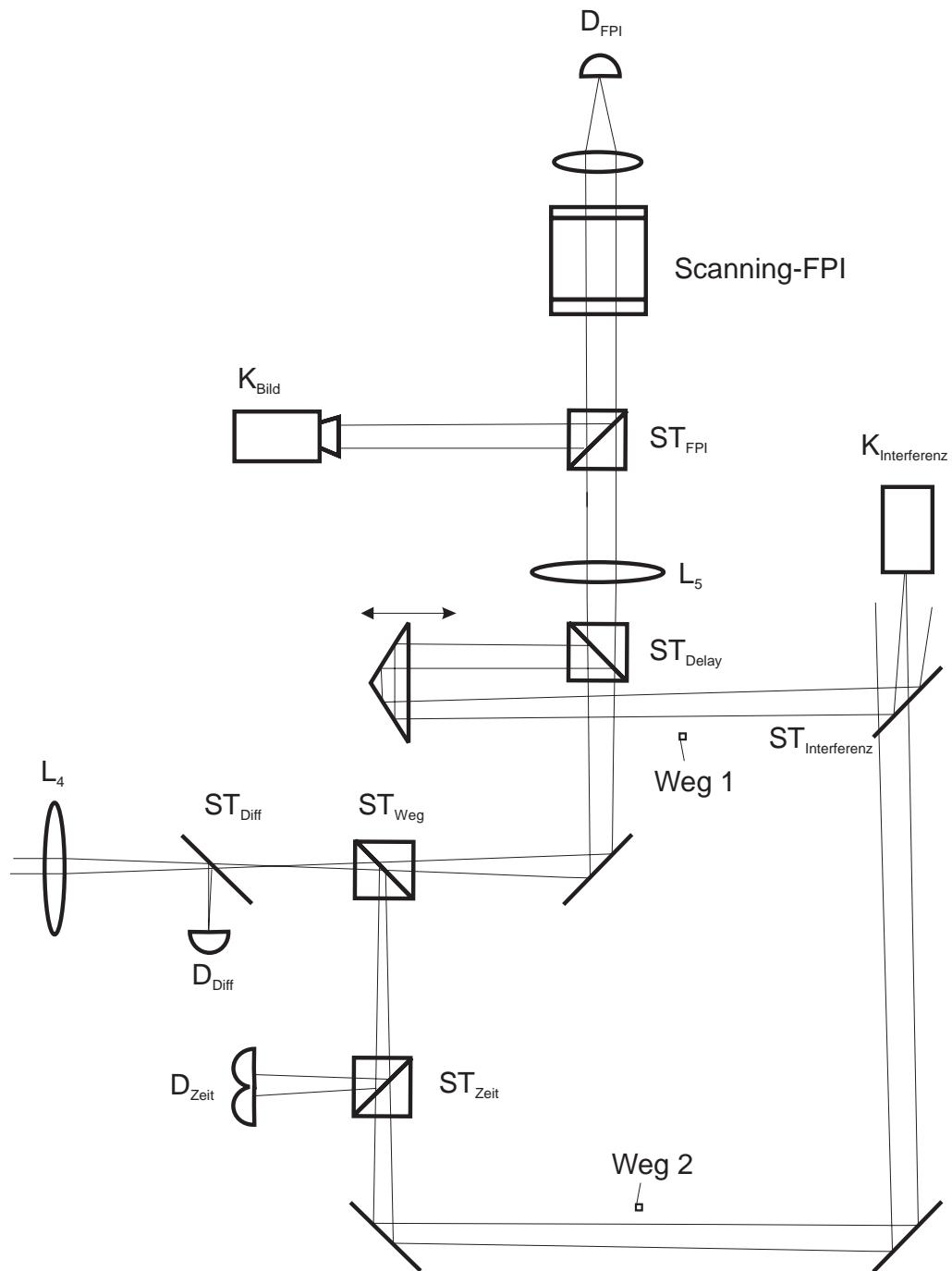


Abbildung 3.6: Skizze des Analyse-Aufbaus. Abstände $\overline{L_4 L_5} = 85$ cm, $\overline{L_5 K_{\text{Bild}}} = 75$ cm, $\overline{L_4 ST_{\text{Weg}}} = 41$ cm, $\overline{\text{Weg1}} - \overline{\text{Weg2}} = 81,5$ cm, Brennweiten der Linsen: $f_4 = 100$ mm, $f_4 = 750$ mm.

3.3.1 Frequenzdifferenz $\Delta\omega$

Um die Frequenzdifferenz $\Delta\omega$ zu bestimmen, ist es nötig, die Laserstrahlen zur Überlagerung auf einem Photodetektor zu bringen. Das Ausgangssignal des Detektors besteht aus dem zeitgemittelten Betragsquadrat der einfallenden Feldstärke. In diesem Fall setzt sich die Feldstärke aus den beiden Feldern E_1 und E_2 der Einzellaser zusammen, für die gelten soll:

$$E_i = A_i(t) \sin \omega_i t, \quad i = 1, 2 \quad (3.8)$$

mit den der zeitlich gegenüber der optischen Frequenz ω_i nur langsam variierenden komplexen Amplitude A_i . Die Intensität I ergibt sich mit Hilfe von trigonometrischen Additionstheoremen dann zu

$$\begin{aligned} I &= (E_1 + E_2) (E_1^* + E_2^*) \\ &= jA_1^2 \sin^2 \omega_1 t + (A_1 A_2^* + A_2 A_1^*) \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) + jA_2^2(t) \sin^2 \omega_2 t \\ &= \frac{1}{2} (jA_1^2 + jA_2^2 + (A_1 A_2^* + A_2 A_1^*) \cos(\omega_1 t - \omega_2 t) \\ &\quad - (A_1 A_2^* + A_2 A_1^*) \cos(\omega_1 t + \omega_2 t) \\ &\quad - jA_1^2 \cos 2\omega_1 t - jA_2^2 \cos 2\omega_2 t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Da die Grenzfrequenzen von Photodetektoren um viele Größenordnungen unter den optischen Frequenzen $\omega_1 + \omega_2$, $2\omega_1$ und $2\omega_2$ liegen, mitteln sich die Ausdrücke, die mit diesen Frequenzen oszillieren, zu null. Als Ausgangssignal des Detektors bleiben also die Intensitäten der beiden Einzellaser und eine Größe, die proportional zur Frequenzdifferenz der Laser ist. Die beschriebene Meßmethode wird wie folgt umgesetzt: Im Abstand ihrer Brennweite zum Orthovanadatkristall steht die Linse L_4 (Brennweite $f_4 = 100$ mm), die Teil einer Abbildungs-Teleskopanordnung ist, der im Abschnitt 3.3.4 diskutiert wird. Die Strahlteilerplatte ST_{Diff} erzeugt einen zweiten bildseitigen Brennpunkt außerhalb des weiteren Strahlenverlaufs. Der Photo-Detektor D_{Diff} steht in diesem Brennpunkt, so daß es zu einer Überlagerung der Strahlen auf dem lichtempfindlichen Halbleiter des Detektors kommt. Dessen Ausgangssignal wird durch den Spektrum-Analysator HM5006 der Firma HAMEG angezeigt. Sein maximaler Durchstimmbereich beträgt 500 MHz.

Die Relaxationsphänomene der Intensitäten der Nd:YVO₄-Laser werden durch diese Methode ebenso erfaßt. Aufgrund ihrer Größenordnung im Bereich von einigen MHz, bereitet die Messung dieser Frequenzen keine Schwierigkeiten. Mit Hilfe der Relaxationsschwingungen ist es möglich, die zwei Laser in ihren Parametern möglichst gut anzugeleichen. Eine Übereinstimmung der Frequenzen gilt als Zeichen der Gleichheit.

3.3.2 Interferenzbild

Ein Interferenzbild der beiden Laser dient dazu, auf die relative Phasendifferenz ϕ der Laserfelder zu schließen. Zur Erzeugung eines Interferenzbildes an einem definierten Ort geht man wie folgt vor: Die von ST_{Diff} transmittierten Strahlen treffen auf den FTIR-Strahlteiler ST_{Weg} , der im wesentlichen zwei Laufwege (Weg 1 und Weg 2 in Abbildung 3.6) bereit stellt. Dies ermöglicht im späteren Verlauf, die Laser unter einem *einstellbaren* kleinen Winkel zur Interferenz zu bringen. Im Weg 1 befindet sich ein weiterer Strahlteiler. Dieser FTIR-Teiler ST_{Zeit} lenkt Intensität auf Photo-Doppeldetektor D_{Zeit} , um Zeitreihen der Laserintensitäten aufzunehmen. Die Einzelheiten dazu werden weiter unten erläutert (siehe Abschnitt 3.3.3). Die durch ST_{Zeit} durchgelassenen Strahlen werden über zwei Spiegel auf die Strahlteilerplatte $ST_{Interferenz}$ reflektiert. Auf dieser Platte treffen sich die Wege 1 und 2 wieder. Im Weg 2 folgt auf ST_{Weg} der Strahlteilerwürfel ST_{Delay} . Der um 45° abgelenkte Bruchteil der Intensität fällt auf ein gleichschenkliges Prisma. Es ist beweglich aufgebaut, um die Angleichung der Längen der Wege 1 und 2 zu ermöglichen.

Unterschiedlich lange Wege würden zu einer Interferenz zweier unterschiedlich großer Gaußscher Feldverteilungen führen. Es käme zu keiner kompletten Auslöschung der Felder in den Minima des Streifenbildes. Außerdem würde bei Schwingungsfrequenzschwankungen der Laser eine Verschiebung des Streifenmusters auftreten, so daß das Interferenzbild nicht stationär wäre.

Die Strahlen dringen über die Basiskante in das Prisma ein und werden per zweimaliger Totalreflexion an den Schenkelkanten um 90° umgelenkt. Sie erreichen dann die oben erwähnte Teilerplatte $ST_{Interferenz}$. Der transmittierte Teil der auf dem Weg 1 laufenden Strahlen und der reflektierte Teil der Strahlen des Weges 2 treffen anschließend unter einem Winkel direkt auf den CCD-Chip (Diagonallänge: 1/2 Zoll) der Kamera $K_{Interferenz}$. Durch Verstellen der Spiegel im Weg 1 läßt sich die Größe dieses Winkels einstellen. Bei dem Kameramodul VC-100 handelt es sich um ein Produkt der Firma CONRAD. Es besitzt eine Auflösung von 512 Pixel (horizontal) – 582 Pixel (vertikal). Das Kamerabild wird durch den Frame-Grabber SNAPPY der Firma PLAY INC. digitalisiert und mit dazugehöriger Software in computergerechter Weise zur weiteren Untersuchung zur Verfügung gestellt.

Das Interferenzstreifenbild läßt sich als ein Gaußstrahl mit einer sinoidalen Modulation auffassen. Die Modulationsamplitude, die *Visibilität* V , ist gegeben durch:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},$$

wobei mit I_{max} bzw. I_{min} die Intensität eines Maximums bzw. eines dazu benachbarten Minimums des Interferenzstreifenbildes bezeichnet ist. Der Winkel zwischen den Laserstrahlen wird so eingestellt, daß die Streifenzahl 12 bis 18 beträgt. Die Ausrichtung der Streifen ist vertikal zur Kamera-Horizontalen gewählt. Das

von der Frame-Grabber-Software in Bitmap-Form zur Verfügung gestellte Bild wird von einem LABVIEW-Program weiterverarbeitet. Interaktiv erfolgt die Festlegung eines Bildausschnitts so, daß dort die Maxima-Intensitäten deutlich über dem Untergrundsignal liegen. Die Untergrundintensität wird ebenfalls interaktiv ermittelt. Die Bestimmung der Maxima und Minima erfolgt dann automatisch in diesem vertikal gemittelten Bildausschnitt. Nach Subtraktion der Untergrundintensität ergibt eine Mittelung über die nach der oben gegebenen Definition berechneten Werte den globalen Wert V der Visibilität.

Eine vollständige Phasenkohärenz wird durch die Visibilität $V = 1$ charakterisiert. Vollständig phasenunkorrelierte Laser verursachen ein nichtmoduliertes Interferenzbild, das heißt $V = 0$. Werte für V zwischen 0 und 1 entsprechen zeitlichen Fluktuationen der Phase über Zeiträume, die von den Zeitkonstanten der CCD-Kamera bzw. des weiterverarbeitenden Frame-Grabbers bestimmt sind. Daß der hier genannte Maximalwert für V von 1 (gleichbedeutend mit $I_{min} = 0$ für alle Minima) nur theoretischer Natur ist und vom Analyseaufbau technisch nicht zu erreichen war, zeigte der nachfolgend beschriebene Test. Durch Blockung einer der beiden Pumpstrahlen entstand nur ein Laserstrahl, der dann mit sich selber zur Interferenz gebracht wurde. Das Streifenbild zeigt Abbildung 3.7. Die Auswertung des gemittelten Bildausschnitts (Bild 3.8) ergab einen Wert von 0,80 für die Visibilität.

Dieser Abweichung von dem theoretischen Erwartungswert von 1 liegen mehrere Ursachen zugrunde:

Der CCD-Chip der Kamera ist mit einer dünnen Beschichtung versehen. Diese stellt für die einfallenden kohärenten Strahlen ein Etalon dar, durch das es zu Interferenzen der Einzelstrahlen auf dem Chip kommt. Deren Streifen liegen quer zu denen der Zweistrahlinterferenz und fallen somit auch in die Minima. Abbildung 3.9 zeigt diesen Effekt.

Ebenfalls ist in dem genannten Bild eine periodische Modulierung zu erkennen, die sich gleichmäßig über das gesamte Bild erstreckt. Diese dürfte auf elektronische Störungen (Kabelreflexionen, elektro-magnetische Einstreuungen) zurückzuführen sein und war nicht zu beheben.

Weiterhin ist im Bild 3.9 eine Beugungsringstruktur sichtbar. Diese wird durch die 1,5 cm große Öffnung der Objektivhalterung über dem CCD-Chip verursacht. Abhilfe wäre nur über eine starke Verkleinerung der Strahlradien erreichbar. Dadurch würde aber das Interferenzstreifenbild zu klein, so daß es zu Auflösungsproblemen beim CCD-Chip käme.

Anmerkung: Der im rechten mittleren Teil des Streifenmusters in einem Maximum vorhandene helle Fleck ist auf einen Defekt oder auf eine Verschmutzung des CCD-Chips zurückzuführen.

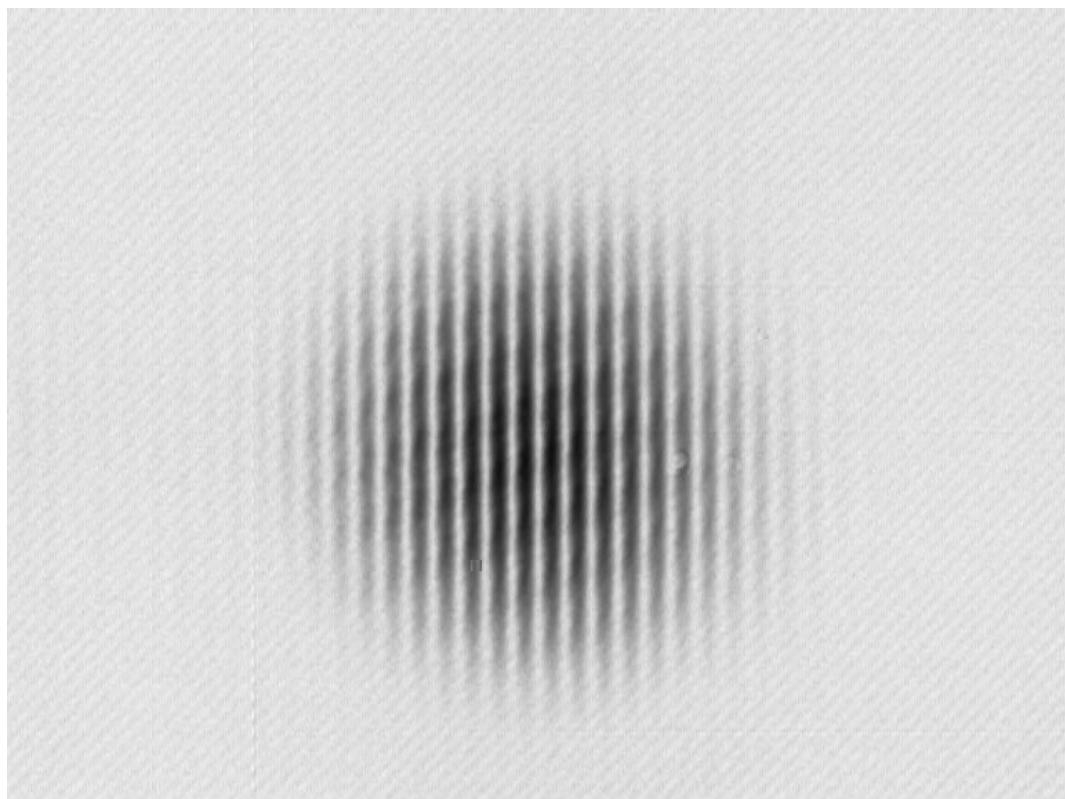


Abbildung 3.7: Interferenz eines einzelnen Strahls mit sich selber; die Visibiltät beträgt 0,80.

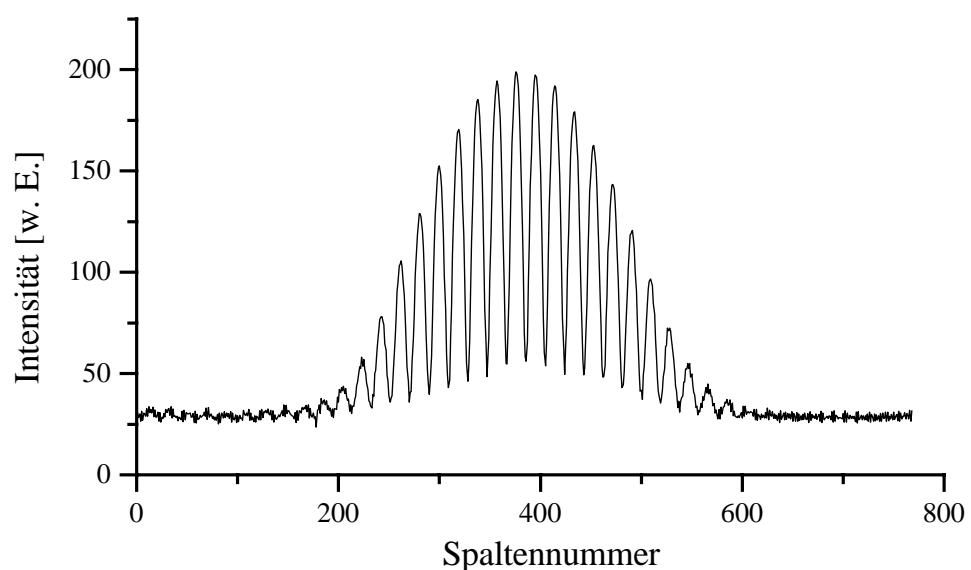


Abbildung 3.8: Mittelung über vertikalen Bildausschnitt des Bildes in Abbildung 3.7.

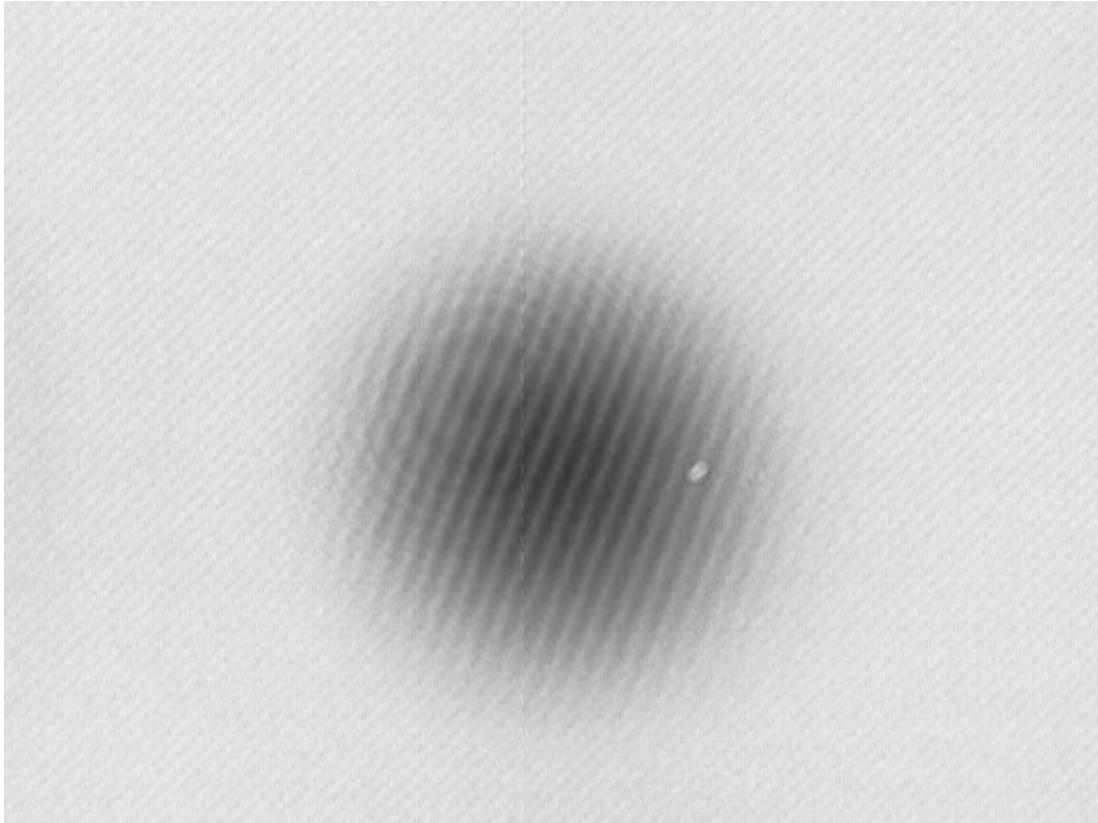


Abbildung 3.9: Interferenzstreifen hervorgerufen durch Interferenz eines Einzelstrahls an der CCD-Chip-Beschichtung.

Den technischen Problemen wird dadurch Rechnung getragen, daß nun gemessene Visibilitäten im Bereich 0,75 bis 0,80 als Zeichen für vollständiger Phasenkohärenz gelten.

3.3.3 Zeitreihen

Der Doppeldetektor D_{Zeit} ist in der Lage, die Zeitreihen der einzelnen Laserintensitäten simultan zu erfassen. Aufgrund der Divergenz der Strahlen in diesem Bereich des Analyse-Aufbaus ist beim Verstellen des Laserabstandes d ein Verschieben der Strahlen auf den Detektorelementen zu beobachten. Eine Nachjustierung durch kleine Drehungen des Strahlteilers ST_{Zeit} ist notwendig. Dieser Effekt führt dazu, daß keine Aussagen über die absoluten Intensitäten im Vergleich der beiden Laser zueinander gemacht werden können. Auch die scheinbar unterschiedlich ausgefallenen Verstärkungselektroniken für die einzelnen Detektorelemente tragen hierzu bei. Dies ist besonders problematisch bei dem Vergleich von Amplituden von chaotischen Signalen des Lasersystems. Eine Normierung

der Werte hilft hier weiter. Dies soll in Kapitel 5 näher erläutert werden. Die Aufnahme der Signale erfolgt mit einem 2-Kanal-Oszilloskop vom Typ LECROY 9400, das eine Zeitauflösung von 10 ns und eine Speichertiefe von bis zu 25000 Punkten besitzt.

3.3.4 Laserabstand d

Eine direkte Messung der Abstände der Laser im Kristall ist praktisch nicht durchführbar, da man zum Orthovandat-Plättchen einfach aufgrund der Größe der Spiegelhalterungen und der kurzen Resonatorlänge keinen Zugang hat. Zur Abstandsmessung wird ein Teleskop aufgebaut, das die Laserfeldverteilungen im Nd:YVO₄-Kristall abbilden soll. Weiterer Vorteil dieser Meßmethode ist die Möglichkeit, die relativ kleinen Werte des Abstandes (Größenordnung < 1 mm) durch die Wahl des Vergrößerungsfaktors des Telekops in besser meßbare zu transformieren. Ebenso wie Abstände, sind auch im Prinzip Strahlradien bestimmbar.

Im Transmissions-Strahlgang des Würfels ST_{Delay} wird die Linse L₅ mit der Brennweite f₅ = 750 mm im Abstand f₄ + f₅ zur Linse L₄ positioniert. Dieses Teleskop bringt eine Vergrößerung um den Faktor f₅/f₄ = 7,5 des Abbildes des Nd:YVO₄-Kristalls, welches mit der Kamera K_{Bild} betrachtet wird. Es handelt sich um ein zweites Kamera-Modul VC-100, diesmal aber mit aufgesetztem Objektiv, daß eine Brennweite von f = 4,7 mm und eine Blendenzahl von 1,8 besitzt. Es soll mit Hilfe dieses Aufbaus ein reelles Bild der Laserstrahlen erzeugt werden. Dazu treffen die beiden Strahlen nach Durchlaufen von Graufiltern zur Abschwächung auf eine dünne Streuscheibe. Direkt dahinter ist ein Maßstab (200 Skalenteile pro 1 mm) befestigt, auf den die Kamera scharf gestellt wird. Unter Berücksichtigung des Vergrößerungsfaktors kann auf den Abstand der beiden Laser im Lasermedium geschlossen werden. Zur Abstandsbestimmung wird das Kamerabild des Maßstabs auf einen Monitor gegeben. Dort wird mittels eines Stiftes der Maßstab auf der Bildröhre nachgezeichnet. Dieses Vorgehen ist nötig, da der Maßstab aufgrund der nur schwachen Ausleuchtung (Graufilter) während der Messungen nicht sichtbar erscheint. Während des Experiments können dann die vergrößerten Abstände der Schwerpunkte der Laserfelder direkt vom Kameramonitor abgelesen werden.

Die Radienbestimmung eines Gaußschen Strahls hat anders zu erfolgen. Dazu wird das Bild der Kamera durch den Frame-Grabber SNAPPY digitalisiert, und eine Mittelung über einen vertikalen Bildausschnitt, der das Strahlprofil enthält, einer Gaußfunktion angepaßt. Die so errechnete Bildbreite des Strahls ist nun noch mit einer realen Längenskalierung zu versehen. Diese gewinnt man aus einer Analyse des Bildes des Maßstabes. Aufgrund der kleinen Blendenzahl des Kameraobjektives kommt es an den Rändern des Maßstabbildes zu Verzerrungen (siehe Bild 3.10). Diese stellen eine mögliche Quelle für Fehler in der Skalierung der Radien dar.

Mögliche Fehler in der Abbildung sind vor allem darauf zurückzuführen, daß

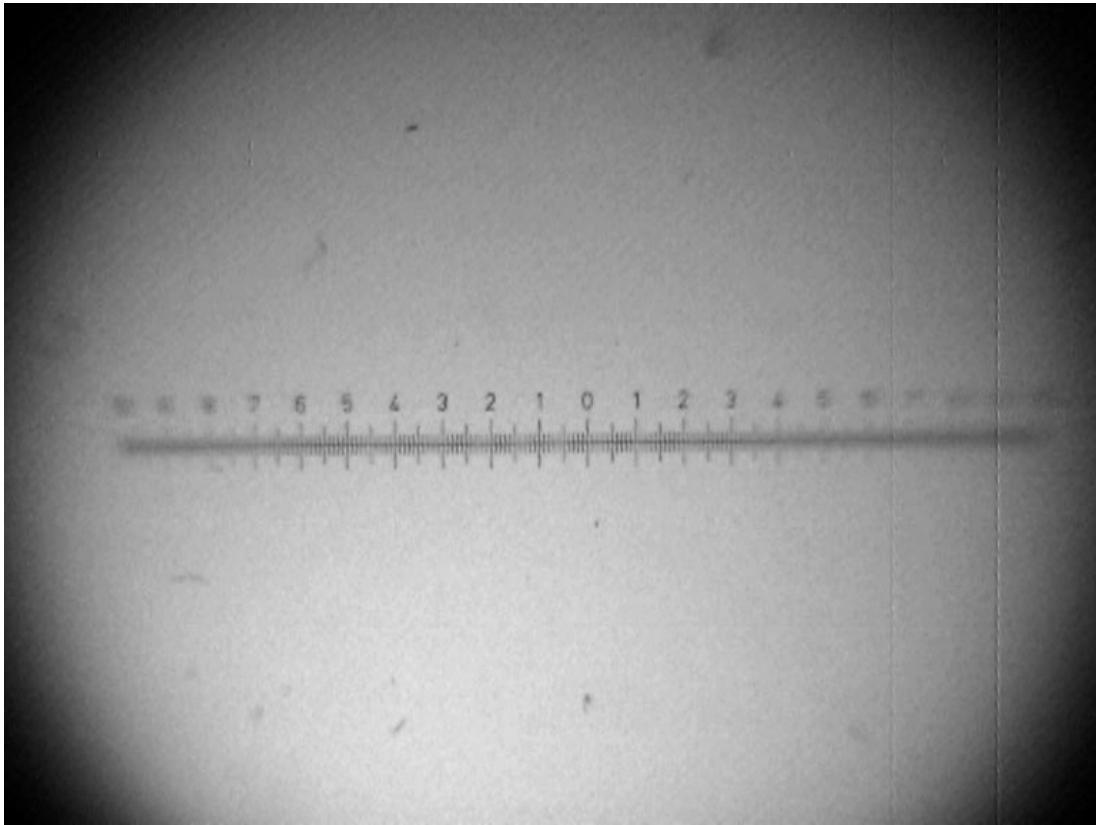


Abbildung 3.10: Kamerabild des Maßstabes.

die Linse L_4 nicht im richtigen Abstand zum Laserkristall steht. Befindet sich dieser nicht im Brennpunkt der Linse, so kommt es zu einer Verlagerung der bildseitigen Abbildungsebene bezogen auf die Kristallposition. Resultat ist dann eine scheinbare Vergrößerung der Strahlradien. Mit dem oben diskutierten Problem der Skalierung ergeben sich Fehler, die bis zu 20% der Absolutgröße der Radien ausmachen können. Der Laserabstand sollte keine Veränderung erfahren, da die Pumpstrahlen parallel sind und sich demnach die Schwerpunkte der Laserfeldverteilungen nicht verschieben.

Auch der Pumplaserradius kann bestimmt werden. Dazu wird die Wellenlänge des Titan-Saphir-Lasers so weit aus dem Absorptionsbereich des Nd:YVO₄ verstimmt, daß die Pumpstrahlung transmittiert wird, und das oben beschriebene Meßverfahren angewendet werden kann.

3.3.5 Optisches Spektrum

Die Gültigkeit des in Kapitel 2 beschriebenen Modells basiert darauf, daß man es mit zwei einmodig schwingenden Lasern zu tun hat. Zur Überwachung der Ein-

modigkeit wurde deshalb ein Scanning-Fabry-Pérot-Interferometer in den Aufbau eingefügt.

Zwischen Linse L_5 und Kamera K_{Bild} befindet sich der Strahlteilerwürfel ST_{FPI} . Er stellt einen weiteren Strahlweg zur Verfügung, in dem sich das Scanning-Fabry-Pérot-Interferometer befindet. Dessen Transmissionssignale der Einzelstrahlen werden mit Hilfe einer Linse auf den Photodetektor D_{FPI} fokussiert. Diese Maßnahme macht den Einbau eines weiteren Doppel-Photodetektors unnötig, da das Detektorsignal gleichzeitig die Spektren beider Laser enthält. Zur Darstellung des Signals wird ein Oszilloskop HP 54602B des Herstellers HEWLETT-PACKARD verwendet.

Kapitel 4

Lasercharakterisierung

In diesem Kapitel wird das Verhalten der Laser bei Veränderungen von Parametern, die sich auf beide Oszillatoren gleich auswirken und bei der Untersuchung der Laserdynamik nicht variiert werden, untersucht. Darunter fallen Variationen der Pumpleistungen, der Resonatorlänge und der Größe der Pumpstrahlen im Orthovanadat-Kristall.

Da die Länge des Resonators nicht durch direkte Messung zu ermitteln war, wird im ersten Abschnitt eine Methode vorgestellt, die indirekt auf diese Größe führt. Darauf folgt die Untersuchung des Zusammenhangs der Strahlradien mit der Resonatorlänge l und der Pumpleistung P_{in} . Andere charakteristische Lasergrößen, wie die Pumpschwelle P_0 und die Effizienz η , werden im weiteren in Abhängigkeit von l und P_{in} bestimmt. Mit den festgestellten Abhängigkeiten und Meßwerten kann dann die hier noch unbekannte Lebenszeit τ_f des oberen Laserniveaus von Nd:YVO₄ ermittelt werden. Der Einfluß der Pumpstrahlfokussierung auf Schwellen und Relaxationsfrequenz wird abschließend betrachtet und als Kriterium für die stärkste Pumpfokussierung genutzt.

4.1 Resonatorlängenbestimmung

Aufgrund der geringen Länge des Resonators war es nicht möglich, diese Größe direkt zu messen. Der Abstand zwischen Nd:YVO₄-Kristalloberfläche und Auskopplspiegel konnte per visueller Untersuchung auf unter einem Millimeter geschätzt werden. Unter dem Aspekt einer möglichen Beschädigung der Beschichtungen der Oberflächen verbot sich daher der Einsatz von Schieblehren oder sonstigen Feinmeßwerkzeugen. Das hier verwendete Meßverfahren benutzt die Möglichkeit, die Resonatorlänge definiert um bestimmte Längen zu vergrößern beziehungsweise zu verkleinern. Weitere Voraussetzung ist das Anschwingen mindestens zweier longitudinaler Moden in den Infrarot-Lasern. (Da auch die Länge des hier verwendeten Fabry-Pérot-Interferometers nicht bestimmbar war [ähnlich wie beim Laserresonator war der Spiegelabstand zu klein], konnte die Länge des Resona-

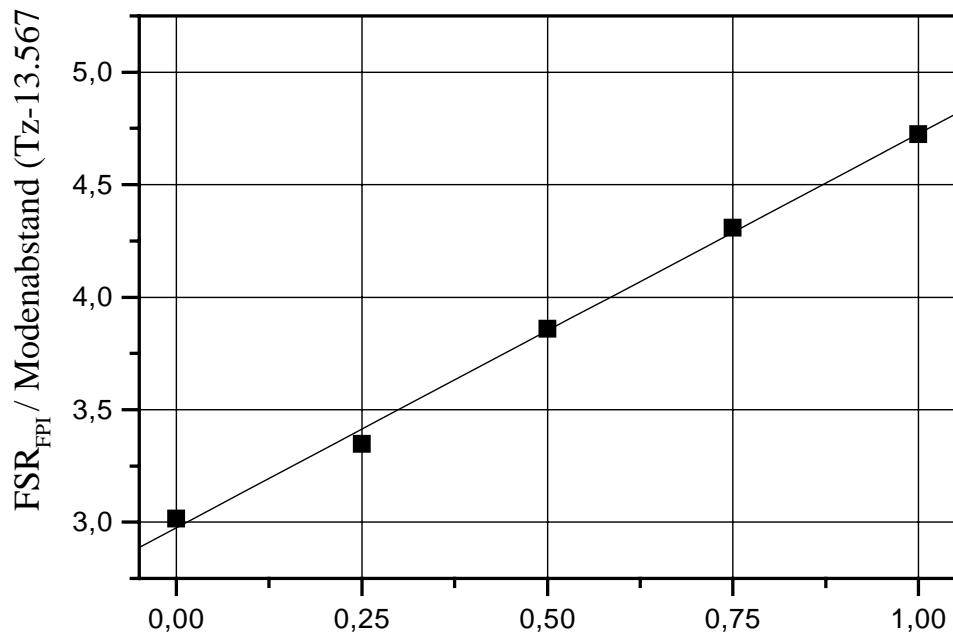
tors nicht über die direkte Messung des Modenabstands im Vergleich zum Freien Spektralbereich des Interferometers ermittelt werden.)

Der Frequenzabstand von zwei Moden in einem FPI-artigen Resonator ist durch

$$\Delta\nu = \frac{c}{2l} \quad (4.1)$$

gegeben, wobei l die optische Länge des Laserresonators darstellt. Gleiches gilt natürlich auch für ein passives FPI.

b-0-0eidh430(u)10(n)10g.a414]TJflΩ72-]



pagationslänge von 58,5 cm mit der Kamera beobachtet. Dazu verwendete man, wie bei dem Abbildungsaufbau, eine Streuscheibe und einen Maßstab als Längenreferenz, der in der objektseitigen Abbildungsebene der Kamera positioniert war. Bei diesem Abstand von 58,5 cm vom Kristall besitzen die Strahlen einen Durchmesser von ungefähr 4 mm, was zu einer guten Ausleuchtung des CCD-Chips führt. Hierdurch sollten die Fehler bei der Strahlradiusbestimmung relativ klein sein. Zur Intensitätsregulierung befand sich ein FTIR-Strahlteiler im Propagationsweg.

Der Zusammenhang zwischen Strahltailli w_0 im Kristall und dem gemessenen Radius w im Abstand b ist:

$$w(b) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{b}{l_r}\right)^2} \quad (4.3)$$

mit der Rayleighlänge $l_r = (\pi w_0^2)/\lambda$. Die Strahltailli konnte durch Vorabmessungen mit dem Abbildungsaufbau auf Werte um die 100 μm abgeschätzt werden. Die Rayleighlänge von Strahlen mit einer Taille $w_0 = 100 \mu\text{m}$ beträgt 2,96 cm. Dies ist sehr viel kleiner als der Abstand b , so daß die 1 im Wurzelausdruck vernachlässigt werden kann. Die Strahlradien ergeben sich dann zu

$$w(b) = \frac{\lambda b}{\pi w_0} \quad (4.4)$$

Es sollten also mit kleiner werdenden Strahltaillen im Kristall größer werdende Strahlradien im Abstand von 58,5 cm zu beobachten sein. Nach Gleichung (3.7) ist bekannt, daß die Strahltaillen bei gleicher thermischer Linse mit Brennweite f (äquivalent mit gleicher Pumpleistung) mit der vierten Wurzel der modifizierten Länge m , wie sie in Abschnitt 3.2.3 definiert ist, zunehmen. Einsetzen von (3.7) in den letzten Ausdruck für $w(b)$ ergibt:

$$w(b) = \frac{\rho \lambda}{\pi f^4 m} \quad (4.5)$$

Zur optischen Länge $l_0 = 1,70 \text{ mm}$ gehört ein Wert von $m_0 = 0,61 \text{ mm}$. Die durchgeführten vier relativen Resonatorlängenänderungen um jeweils 0,25 mm bestehen im Vergrößern des Luftspaltes zwischen Kristall und Auskoppelspiegel. Da der Brechungsindex von Luft einen Wert von ungefähr 1 besitzt, vergrößert sich auch die modifizierte Länge m um jeweils 0,25 mm. Abbildung 4.2 zeigt die gemessenen Radien in Abhängigkeit der relativen Veränderung Δm . Bei eingestellter Resonatorlänge wurden Messungen der Radien der beiden Laser bei vier verschiedenen Gesamtpumpleistungen P durchgeführt. Bei der Pumpleistung 100 mW konnte nur bei der unveränderten und bei einer um 0,25 mm vergrößerten Resonatorlänge ein Laserbetrieb erreicht werden. Die in den Graphiken eingezeichneten Kurven sind nach der Beziehung (4.5) erhaltene Anpassungswerte

mit der Brennweite f der thermischen Linse als Parameter. Die Fehler für die Strahlradien, die sich aus den Gaußanpassungen der Strahlprofile ergeben, lagen im Bereich von 1%. Die Unterschiede in den Radien der zwei Laser bei gleichen Versuchsbedingungen sind ebenfalls sehr klein, so daß Fehler graphisch nicht darstellbar waren.

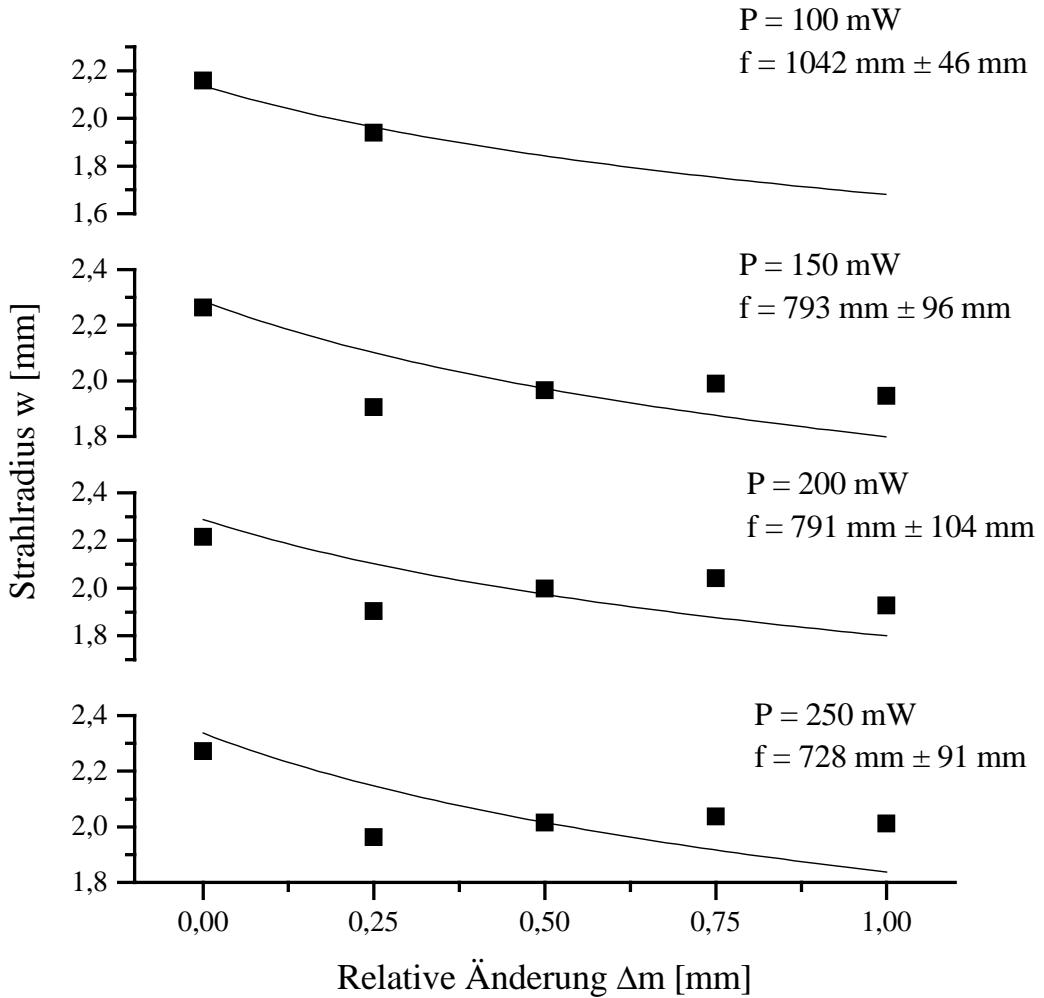


Abbildung 4.2: Strahlradien w in Abhängigkeit der relativen Längenänderung Δm bei verschiedenen Pumpleistungen P mit Anpassungskurven, mit der Brennweite f der thermischen Linse als Parameter, nach Beziehung (4.5).

Die Größenordnung der Radien von 2 mm im Abstand von 58,5 cm paßt zu Strahltaillen $w_0 = 100 \mu\text{m}$. Die Meßwerte zeigen allerdings nicht den erwar-

teten monotonen Abfall mit $1/\rho_m$. Vielmehr scheint ein lokales Minimum für die modifizierte Resonatorlänge von 0,86 mm, und ein lokales Maximum für eine Länge von 1,36 mm im Verlauf der Strahlradien zu existieren. Sollten keine systematischen Fehler bei der Messung der Radien bei bestimmten Längen aufgetreten sein, kann dieses Verhalten im Rahmen der bisher vorgestellten Beziehungen nicht verstanden werden. Die aus den Approximationen gewonnenen Werte für die Brennweite f liegen im Bereich von 700 mm bis 1050 mm, also in der richtigen abgeschätzten Größenordnung. Die Brennweiten werden mit zunehmender Pumpleistung kleiner. Das entspricht der Erwartung: Mit mehr Pumpleistung wird mehr Wärme im Kristall freigesetzt, so daß sich eine verstärkte, durch die Wärme induzierte Linsenwirkung ergeben sollte. Der allgemeine Zusammenhang zwischen eingestrahlter Leistung und der Brennweite der thermischen Linse war nicht bekannt. Wie aus der schon erwähnten Gleichung (3.7) zu ersehen ist, nimmt die Strahltaille mit zunehmender Brennweite zu ($w_0 \propto \rho_m^4 f$). Dementsprechend sollte also eine Vergrößerung der gemessenen Radien mit zunehmender Pumpleistung bei gleichem Abstand stattfinden. Bild 4.3 zeigt die graphische Darstellung der Strahlradien w in Abhängigkeit der Pumpleistung P bei den fünf verschiedenen Resonatorlängen.

Die Meßwerte streuen stark; es ist keine monotone Zunahme der Strahlradien mit zunehmender Pumpleistung zu erkennen. Allerdings zeigt sich bei allen Graphiken eine Tendenz zu größer werdenden Radien. Tabelle 4.2 zeigt die Werte für die Strahltaille w_0 für verschiedene Resonatorlängen im Kristall. Es handelt sich dabei um eine Mittelung der nach Beziehung (4.4) errechneten Werte der einzelnen Graphen der Abbildung 4.3.

Tabelle 4.2: Laserstrahltaillen w_0 im Kristall bei verschiedenen Resonatorlängen m .

Länge m [mm]	Strahltaille w_0 [μm]
0,61	89,0
0,86	102,8
1,11	99,5
1,36	98,0
1,61	101,0

Aufgrund der Streuungen ist zu vermuten, daß die Meßmethode oder der Meßaufbau zu große Fehler und Abweichungen verursachte. Die in der Tabelle 4.2 aufgeführten Werte sind demnach eher als Angaben zur Größenordnung zu verstehen. Ursachen für diese Fehler können vielfältiger Natur sein: Zum einen könnte die Kamera mit ihrem Objektiv mit kleiner Blendenzahl nicht zur Abbildung der relativ großen Radien geeignet sein. Andererseits könnte das untersuchte System an sich diese Fluktuationen aufgewiesen haben, beispielsweise durch zum Meßzeitpunkt vorhandene mechanische Störungen im Aufbau zur Führung der

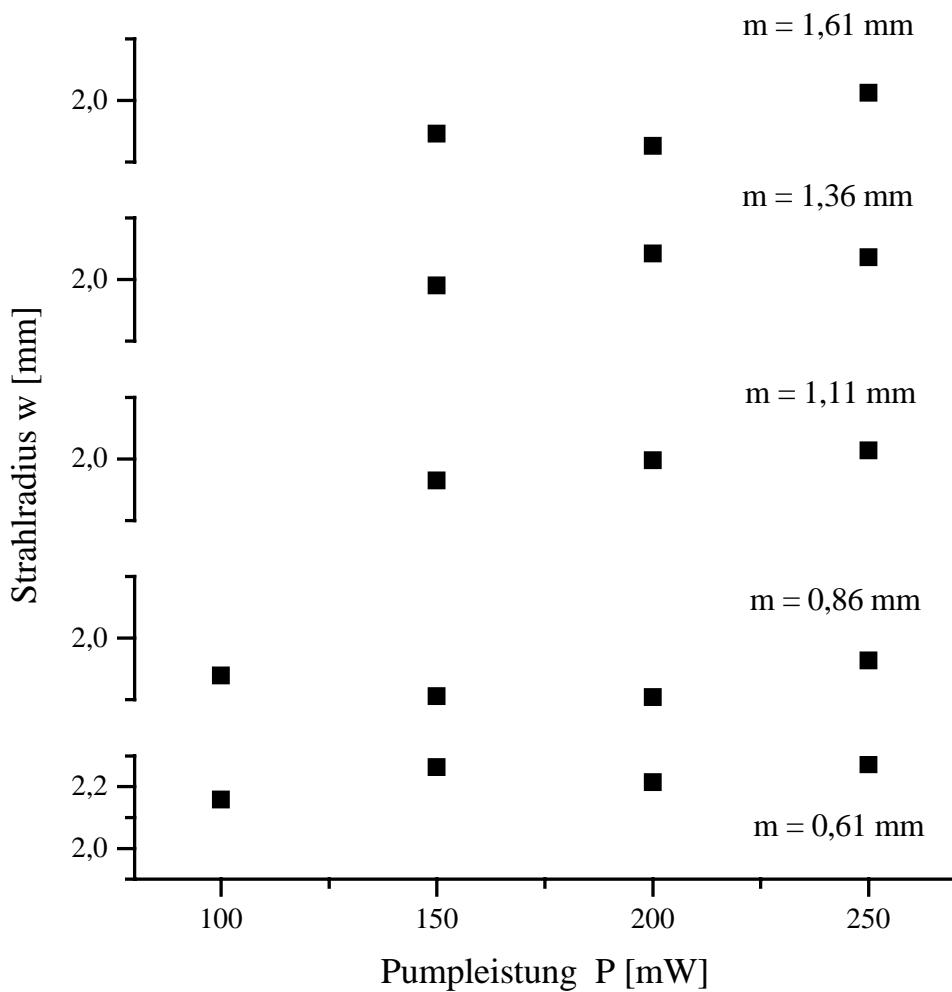


Abbildung 4.3: Strahlradien w in Abhängigkeit der Pumpleistung P bei fünf verschiedenen Resonatorlängen m .

Pumpstrahlen bzw. im Laserresonatoraufbau oder durch größere Fluktuationen in der Pumpleistung. Da solche System-Effekte bei anderen Messungen nicht beobachtet wurden, scheint das Problem aber eher auf die Meßmethode bzw. -geräte zurückzuführen zu sein.

4.3 Pumpschwellen und Effizienz

Der Einfluß der Resonatorlänge auf die Laserpumpschwellen und die Lasereffizienz ist Gegenstand der folgenden Betrachtungen. Mit Hilfe der Meßwerte für diese Größen gelingt es, auf die Lebensdauer τ_f des oberen Laserniveaus zu schließen.

Nach [PeSc95] ist die differentielle Lasereffizienz durch

$$\eta = \eta_q \frac{\nu_{laser}}{\nu_{pump}} \frac{T}{\delta} \quad (4.6)$$

gegeben, mit dem Quantenwirkungsgrad η_q , den Frequenzen ν der Laser- und Pumpstrahlung, der Transmission T des Auskoppelspiegels (hier 5 %) und den Gesamtverlusten δ . Aus Messungen zur Gesamtausgangsleistung der beiden Laser in Abhängigkeit der Gesamtpumpleistung bei 5 verschiedenen Resonatorlängen l (siehe Bild 4.4) lassen sich durch lineare Anpassungen die Effizienzen wie auch die Pumpschwellen bestimmen (Tabelle 4.3). Die gemessenen Werte zeigen eine gute statistische Verteilung, so daß Fehler in der Anpassung gering bleiben.

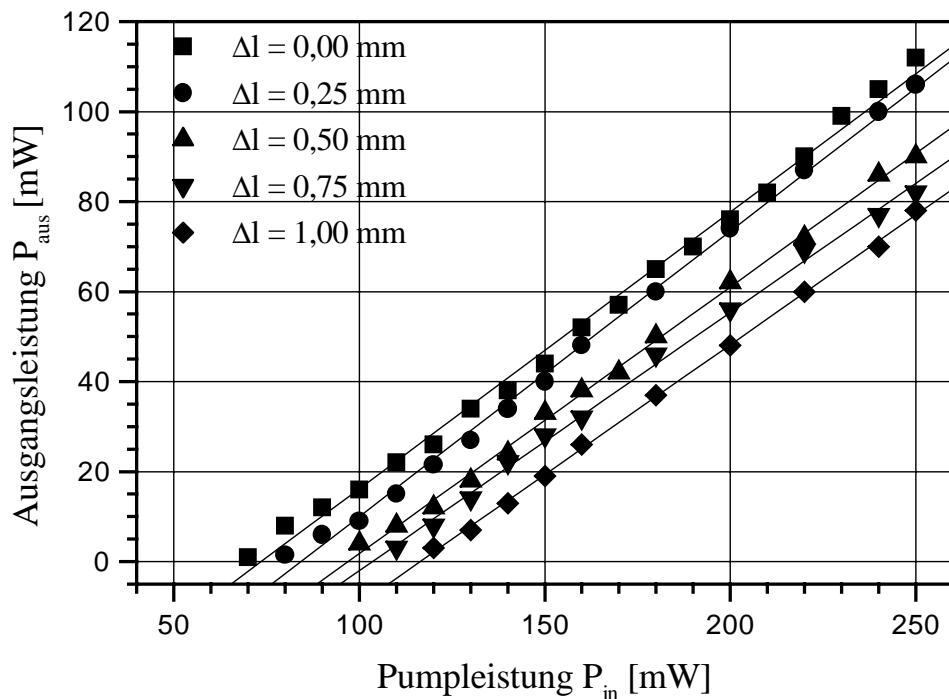


Abbildung 4.4: Laserleistung gegen Pumpleistung bei verschiedenen Resonatorlängen (Laserabstand $d = 0,533$ mm).

Tabelle 4.3: Anpassungswerte für Effizienz η und Pumpschwelle P_0 aus Messungen zur Ausgangsleistung der beiden Nd:YVO₄-Laser.

Längenänderung l [mm]	Gesamtpumpschwelle P_0 [mW]	Effizienz η [%]
1,70	73,6	61,5
1,95	84,3	63,5
2,20	97,0	59,3
2,45	103,5	57,4
2,70	116,4	57,7

Die hohen Absolutwerte der Effizienz η von circa 0,6 zeigen, daß es gelungen ist, die Laser so aufzubauen, daß außer den Auskoppelverlusten keine größeren weiteren Verluste auftreten. Die maximal erreichbare Effizienz ist durch das Verhältnis der Pumpphotonen-Energie zur Laserphotonen-Energie gegeben. Es besitzt den Wert von 0,76. Die Werte für die Effizienz zeigen eine nur schwache Abhängigkeit von der Resonatorlänge. Unter Kenntnis des Quantenwirkungsgrads η_q lassen sich nach Gleichung (4.6) die noch unbekannten Gesamtverluste berechnen. Da der Wert für η_q in der Literatur umstritten zu sein scheint (Angaben für η_q (Tabelle 3.1): 0,79 bzw. 0,95) ist nur eine Abschätzung möglich. Die obere Schranke ist für den ungünstigsten Fall der geringsten gemessenen Effizienz ($\eta = 0,57$) und einem Quantenwirkungsgrad von $\eta_q = 1$ durch 6,67 % gegeben. Man erkennt, daß der größte Teil der Verluste aus der Transmission T des Auskoppelspiegels von 5 % besteht. Umgekehrt ist auch eine untere Schranke für η_q durch den Fall $\eta = 0,57$ und $\delta = T$ mit einem Wert von 0,75 angebbar. Eine Variation der Resonatorlänge kann also nur eine kleine relative Zunahme in den Gesamtverlusten bewirken. Dies ist verständlich: Eine mögliche Zunahme könnte nur in vermehrten Beugungsverlusten der Strahlen bestehen. Bei dem Verhältnis der Größenordnungen der Spiegelflächen (Durchmesser der YAG-Scheibe 9 mm), bzw. der Kristallfläche (3 mm × 3 mm) zu den Strahlradien ($w = 100 \mu\text{m}$) sollten Änderungen der relativ kleinen Resonatorlänge von 1,70 mm um bis zu einem Millimeter kaum eine Rolle spielen.

Im weiteren soll mit Hilfe der Pumpschwelle P_0 die Lebensdauer τ_f des oberen Laserniveaus von Nd:YVO₄ ermittelt werden. Nach [PeSc95] ist die Schwellpumpleistung durch

$$P_0 = \frac{\pi (\hbar \nu_{pump}) (w_{0,pump}^2 + w_0^2)}{2\sigma \eta_q \tau_f} \frac{\delta}{2} \quad (4.7)$$

mit der Pumpphoton-Energie $\hbar \nu_{pump}$, der Strahltaille des Pumpstrahls im Laserkristall $w_{0,pump}$, der Taille des Laserstrahls w_0 und dem Wirkungsquerschnitt σ der stimulierten Emission des Laserübergangs bestimmt. Einsetzen der Beziehung

(4.6) für η_q ergibt dann:

$$P_0 = \frac{\pi (\hbar \nu_{pump})}{2\sigma\eta\tau_f} \frac{(w_{0,pump}^2 + w_0^2)}{2} \frac{T}{2} \quad (4.8)$$

Eine Vergrößerung der Resonatorlänge l führt zu einer größeren Strahltaille w_0 , wie im vorherigen Abschnitt diskutiert. Somit sollten sich höhere Schwellen bei längeren Resonatoren ergeben, wie dies aus der Tabelle 4.3 abgelesen werden kann.

Mit dem konstanten Pumpstrahlradius $w_{0,pump} = 20 \mu\text{m}$ sind alle Größen bekannt, bis auf die genauen Werte für die Laserstrahltaillen w_0 , um τ_f berechnen zu können. Mit der durch die Ergebnisse des vorhergehenden Abschnitts begründbaren Annahme, daß w_0 bei einer modifizierten Resonatorlänge von $m = 0,86 \text{ mm}$ einen Wert von $100 \mu\text{m}$ annimmt (bei einer Brennweite $f = 1000 \text{ mm}$ der thermischen Linse), können mit der Beziehung (3.7) die weiteren Radien bei den anderen Längen m berechnet werden. Mit diesen Werten ist dann eine Berechnung von τ_f möglich. (Es ist zu beachten, daß sich die gemessenen Pumpschwellen P_0 aus der Summe der Schwellen der Einzellaser zusammensetzen; für die Rechnungen ist demnach der halbe Wert von P_0 zu nehmen.) Die ermittelten Werte für die Strahltaillen w_0 in Abhängigkeit der modifizierten Resonatorlänge m sowie die sich ergebenden Lebensdauern τ_f sind in der Tabelle 4.4 angegeben.

Tabelle 4.4: Berechnete Laserstrahltaillen w_0 bei verschiedenen Resonatorlängen m und daraus nach Beziehung (4.8) berechnete Lebenszeiten τ_f .

Länge m [mm]	Strahltaille w_0 [μm]	Lebenszeit τ_f [μm]
0,61	91,8	11,72
0,86	100,0	12,08
1,11	106,6	11,86
1,36	112,2	12,28
1,61	117,0	11,84

Die nur kleinen Abweichungen in den Werten für die Lebenszeit zeigen, daß der Zusammenhang zwischen Strahltaille und Resonatorlänge durch Beziehung (3.7) richtig beschrieben wird. Da der absolute Wert von τ_f bei dieser Berechnungsme thode stark von dem Anfangsschätzwert für w_0 abhängt, muß noch die Richtigkeit dieser Annahme überprüft werden. Dazu bedient man sich des Zusammenhangs zwischen Relaxationskreisfrequenzen ω_{rel} und anderen Laserparametern, der hier nochmals aufgeführt wird:

$$\omega_{rel} = \sqrt{\frac{P - P_0}{P_0} \frac{\delta}{\tau_c \tau_f}} \quad (4.9)$$

mit der Resonatorumlaufzeit τ_c . Ersetzt man die Pumpschwelle P_0 im Nenner des ersten Faktors unter der Wurzel mit dem Ausdruck (4.7), so erhält man:

$$\omega_{rel} = \sqrt{(P - P_0) \frac{4\sigma\eta_q}{\pi\hbar\nu_{pump} (w_{0,pump}^2 + w_0^2) \tau_c}} \quad (4.10)$$

Betrachtet man nun die differentielle Steigung des quadrierten Ausdrucks bezüglich der Pumpleistung P :

$$\frac{d\omega_{rel}^2}{dP} = \frac{4\sigma\eta_q}{\pi\hbar\nu_{pump} (w_{0,pump}^2 + w_0^2) \tau_c} \quad (4.11)$$

so sieht man, daß dieser Ausdruck nicht mehr von der Lebensdauer τ_f , sondern nur noch von der Strahltaille w_0 bestimmt wird.

Simultan wurden zu den oben dargestellten Messungen der Ausgangsleistungen auch die Relaxationsfrequenzen aufgenommen. Diese sind mit ihren Anpassungskurven in Abbildung 4.5 gezeigt. Die Steigungen der quadrierten Anpassungskurven lassen sich nun mit denen nach der Beziehung (4.11) berechneten vergleichen (unter Berücksichtigung der Tatsache, daß mit der in der Formel auftreten Größe ω_{rel} Kreisfrequenzen gemeint sind). Dabei ist eine sehr gute Übereinstimmung festzustellen, mit geringen Abweichungen im Bereich von einigen Prozenten.

Alle Meßwerte sind demnach konsistent mit einer Lebensdauer $\tau_f = 12 \mu s$. Dies bedeutet, daß die Lebensdauer im Vergleich zu dem Wert von $50 \mu s$ für mit 2,0 Atom-% dotiertes Nd:YVO₄ um den Faktor 4 abgenommen hat. Durch die hohe Dotierung und durch die große Pumpintensität (relativ starke Fokussierung) treten hier vermehrt die nichtlinearen ‘Up-conversion’-Effekte auf, die eine Verminderung der Lebensdauer bewirken, wie in Abschnitt 3.1.2 schon diskutiert.

4.4 Fokussierung der Pumpstrahlen

Durch Verschieben der Linse L₃ (siehe Abbildung 3.3) ist es möglich, den Radius der Pumpstrahlen im Kristall zu vergrößern. Nach der Beziehung (4.7) sollte dies aus zwei Gründen zu höheren Pumpschwellen führen:

1. Der Pumpstrahlradius $w_{0,pump}$ nimmt zu. Da hier in dem Experiment der Pumpstrahlradius sehr viel kleiner als der Radius w_0 des Laserfeldes im Kristall sein soll, trägt dieser Effekt nur zu einem kleineren Teil zur Erhöhung der Schwelle bei.
2. Durch den größeren Pumpstrahl kommt es ebenfalls zu einer Änderung der Brennweite f der thermischen Linse, da sich der Temperaturgradient innerhalb des Kristalls ändert. Mit schwächerer Fokussierung des Pumpfeldes sollte die Brennweite zunehmen. Dadurch bedingt (siehe Beziehung

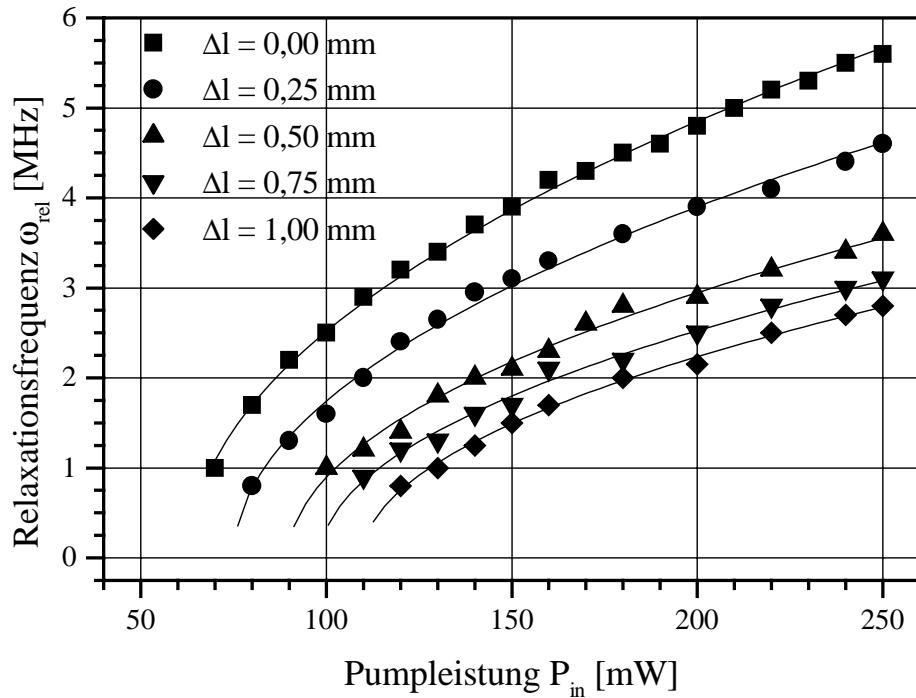


Abbildung 4.5: Relaxationsfrequenz gegen Pumpleistung bei verschiedenen Resonatorlängen mit Anpassungskurven.

(3.7) kommt es also auch zu einer Vergrößerung des Radius des Laserfeldes im Kristall.

Aus höheren Schwellen folgt, daß sich die Ausgangsleistung der Laser bei gegebener Pumpleistung vermindert. Es ergeben sich nach (4.9) auch kleinere Relaxationsfrequenzen. Abbildung 4.6 zeigt Messungen der Ausgangsleistung P' und der Relaxationsfrequenz ω_{rel} bei einer Verschiebung der Linse L_3 . Die Werte wurden bei einer konstanten Pumpleistung von 150 mW und einer optischen Resonatorlänge von 1,95 mm aufgenommen. Bei der Ausgangsleistung P' handelt es sich um den Anteil der Gesamtausgangsleistung, der von dem Strahlteiler ST_{Diff} durchgelassen wird.

Aus der Abbildung ist zu ersehen, daß in der ‘Nullstellung’ (keine Verschiebung der Linse) ein Maximum der Ausgangsleistung und der Relaxationsfrequenzen existiert. Dies zeigt deutlich, daß die gewählte Methode der Maximierung der ‘Up-conversion’-Floreszenzen zum Erreichen der stärksten Fokussierung zu den gewünschten Ergebnissen führt.

Die erwartete Tendenz der Zunahme der Pumpschwellen und kleinerer Relaxationsfrequenzen wird beobachtet. Der in der ‘Nullstellung’ gemessene Pumpradius

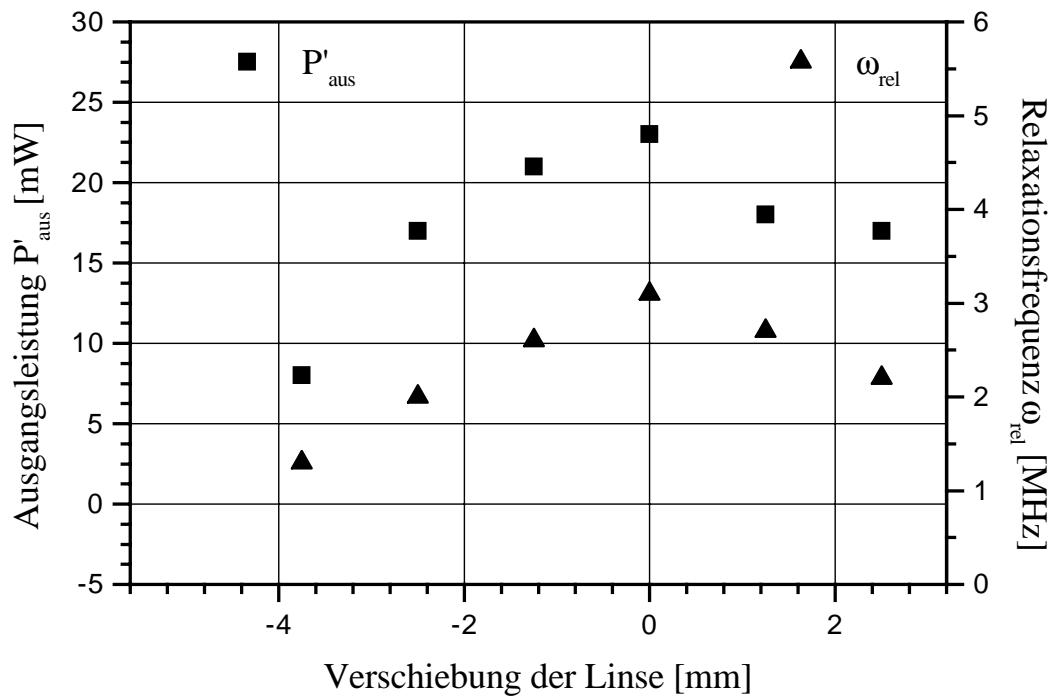


Abbildung 4.6: Ausgangsleistung P'_{aus} und Relaxationsfrequenz ω_{rel} gegen die Verschiebung der Linse L_3 (Pumpleistung $P_{in} = 150$ mW, Resonatorlänge $l = 1,90$ mm).

betrug $w = 20 \mu\text{m}$. Damit ist eine Rayleighlänge von $l_r = 1,55 \text{ mm}$ verbunden. Eine Verschiebung der Linse um einen Wert, der einer Rayleighlänge entspricht, bewirkt eine Vergrößerung des Pumpstrahls um den Faktor $\sqrt{2}$. Diese Änderung zeigt bereits einen deutlichen Einfluß auf die Pumpschwelle.

Kapitel 5

Laserdynamik

Hier sollen die experimentellen Ergebnisse zum dynamischen Verhalten des aufgebauten 2-Laser-Systems in Abhängigkeit der Parameter des Laserabstandes d und der Verstimmung $\Delta\omega$ der Laser gegeneinander vorgestellt werden.

Die Messungen wurden bei folgenden fest eingestellten Laserparametern durchgeführt: Der Laserresonator besaß eine optische Länge von 1,95 mm. Damit verbunden ist eine Umlaufzeit von 13 ps. Um die Laser in ihren Intensitäten gegenüber mechanischen Störungen unempfindlicher zu machen, wurde mit einer relativ hohen Leistung von 140 mW gepumpt, was ungefähr der doppelten Schwellleistung entspricht. Die Laserstrahlen besitzen bei diesen Parameterwerten einen Radius von $w = 100 \mu\text{m}$ im Kristall. Die Relaxations schwingungen haben Frequenzen im Bereich von ungefähr 2,5 MHz. Die Monomodigkeit der Laser ließ sich durch geeignete Justierung des Laserresonators erreichen. Die annähernde Gleichheit der Laser konnte durch Übereinstimmung in den Relaxationsfrequenzen bestätigt werden.

Die Vorgehensweise bei der Meßwertaufnahme ist die, daß der Laserabstand d in einem festen Wert eingestellt und anschließend die Differenzfrequenz von größeren Werten zu kleineren durchfahren wird. Es wurden neun Abstände in einem Intervall gewählt, das sich von 0,24 mm bis 0,73 mm erstreckt. Als Meßwerte wurden die Frequenzdifferenzen festgehalten, bei denen es zu einem Wechsel in dem qualitativen Verhalten der Laser kam.

Die Schwankungen um einen eingestellten Wert der Frequenzdifferenz betragen bis zu 3 MHz. Sie bewegten sich auf einer Zeitskala von einigen Zehntelsekunden. Diese Schwankungen sind unter anderem auf das Driften der Piezoelemente des Kristall-Spiegelhalters zurückzuführen.

Bei Werten für d , die kleiner als ungefähr 0,21 mm waren, wurden die Laserfeldverteilungen immer stärker verzerrt. Dies kann möglicherweise auf Kantenbeugungseffekte der Pumpstrahlen an dem Prismenreflektionskeil zurückgeführt werden. Eine andere Erklärung wäre die, daß es nicht mehr zur Ausbildung zweier eigenständiger Laser kommt. Stattdessen könnte durch die zwei Pumpstrahlen eine höhere Mode *eines* Lasers angeregt werden.

Abbildung 5.1 zeigt den Parameterraum mit skizzierten Grenzen, welche vier Bereiche I-IV mit qualitativ verschiedenem Verhalten trennen. Mit Symbolen versehene Punkte kennzeichnen beobachtete Übergänge von einem Bereich in den anderen.

Tabelle 5.1 zeigt die Werte für die Frequenzdifferenz $\Delta\omega$ in Abhängigkeit vom Laserabstand d , bei denen es zu einem Wechsel des qualitativen Verhaltens der

Tabelle 5.1: Werte für die Grenzfrequenz $\Delta\omega_G$, bei denen Übergänge von einem charakteristischen Parameterraumbereich in einen anderen bei verschiedenen Laserabständen d auftraten.

d [mm]	$\Delta\omega_G$ [MHz] IV - III	$\Delta\omega_G$ [MHz] III - II	$\Delta\omega_G$ [MHz] II - I
0,240	47	-	350
0,270	12,5	30	80
0,307	< 2	15	30
0,347	< 2	11,5	20
0,413	-	9	15
0,467	-	-	6
0,533	-	-	4,5
0,670	-	-	4
0,730	-	-	3

5.1 Bereich I

In diesem Bereich verhalten sich die beiden Laser wie ungekoppelte Einzellaser. Die Visibilität ist gleich null. Die Zeitreihen zeigen außer den bekannten Relaxationsschwingungen mit sehr kleiner Amplitude, verglichen mit der durchschnittlichen Intensität, keine sonstigen Oszillationen. Dieser Bereich erstreckt sich über das gesamte Abstandsintervall. Die Frequenzen $\Delta\omega$, bei denen Übergänge in den Bereich II beobachtet werden, nehmen von 350 MHz bei 0,24 mm zu kleinen Größen von 3 und 4 MHz bei Abständen zwischen 0,67 und 0,73 mm stetig ab.

5.2 Bereich II

Hier sind erste Anzeichen einer Phasenkopplung zu erkennen. Mit abnehmender Frequenzdifferenz nimmt die Visibilität stetig zu. Gleicher gilt bei kleiner werdenden Abständen d . Dieses Gebiet erstreckt sich ebenso wie Bereich I über das gesamte Abstandsintervall.

5.3 Bereich III

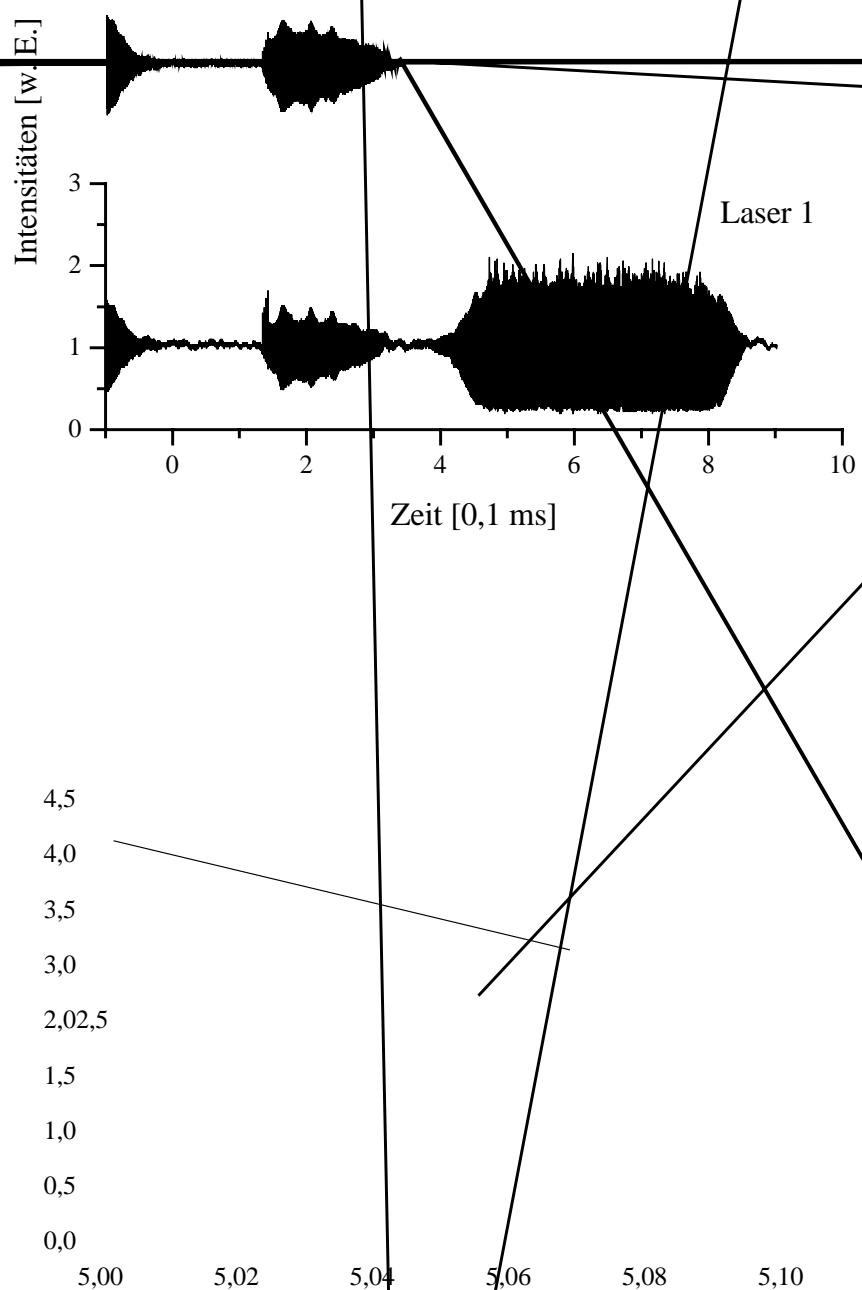
In diesem Bereich treten starke synchrone Oszillationen in den Laserintensitäten auf. Dabei zeigt das Interferenzbild eine hohe Visibilität. Bei Verkleinerung von $\Delta\omega$ konnte eine Zunahme der Größe der Amplituden der Oszillationen beobachtet werden. Die Zeitreihen bestehen typischerweise aus chaotischen Oszillationsausbrüchen, den ‘Bursts’, die durch ‘ruhige’ Zeiträume unterbrochen werden, in denen die Intensität einen konstanten Wert annimmt. Solche ‘Bursts’ bei einem

Abstand von $d = 0,307$ mm zeigt Abbildung 5.2. Die Intensitäten der Laser wurden dabei jeweils auf den Wert der ruhigen Zeiträume normiert. Die Intensitätsschwingungen verlaufen synchron, und zwar gleichphasig. Dies zeigt eine Ausschnittsvergrößerung der Zeitreihen in Bild 5.3.

Die Länge der ‘Bursts’ nimmt mit abnehmendem Laserabstand d zu, die Länge der ruhigen Zeiträume nimmt dagegen ab. Der Bereich beschränkt sich auf Abstände d von ungefähr 0,25 mm bis circa 0,46 mm und dazugehörigen Frequenzen in der Größe von 30 MHz bis zu niedrigen Werten, die kleiner als wenige Megahertz sind.

5.3.1 Phasenkohärenz bei ‘Bursts’

Zur Untersuchung der Visibilität bei den chaotischen ‘Bursts’ wurde der Versuchsaufbau um einen AOM (Akustisch-Optischer Modulator) ergänzt. Dieser dient als schneller Verschluß für die Infrarot Modula3Ω0-0.0283--



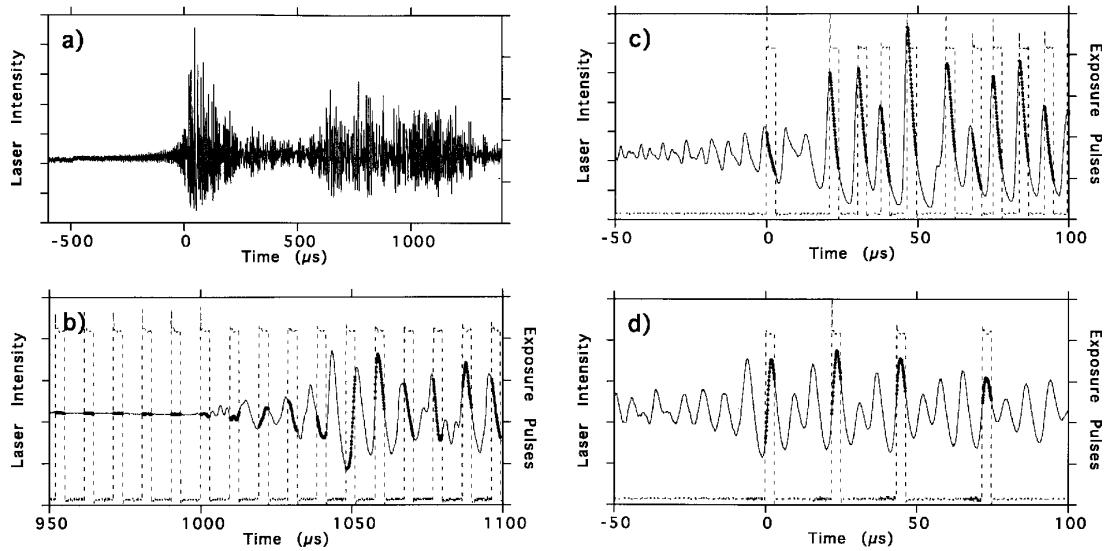


Abbildung 5.4: Veranschaulichung des Video-Sampling-Verfahrens aus [MöBr95].

mm gemacht werden, da bei weiter voneinander entfernten Lasern nicht beide simultan den AOM durchqueren konnten.

Ein in bezug auf Oszillation unsynchronisiertes Interferenzbild zeigt Abbildung 5.5, ein synchronisiertes die Abbildung 5.6. Für synchronisierte Aufnahmen von Interferenzbildern erhält man höhere Visibilitäten (0,46) als für unsynchronisierte (0,20). Dies zeigt, daß während der ‘Burst’-Oszillationen eine stärkere Phasenkohärenz der Laserfelder vorliegen muß. Da die Messungen in einem Abstandsbereich gemacht werden mußten, in dem ‘Bursts’ sehr häufig und ‘ruhige Zeiträume’ eher kurz sind, erklärt, daß der Unterschied in den Visibilitäten nicht deutlicher ausfällt.

5.3.2 Weitere Instabilitätsphänomene

Bei größeren Abständen ($d > 0,467$ mm) konnten bei sehr kleinen Verstimmungen ($\Delta\omega < 3$ MHz) im Bereich II einige kurze Ausbrüche in den Intensitäten beobachtet werden (Abbildung 5.7). Diese zeigten ein Amplitudenverhalten, das von dem bisher beschriebenen abwich: Während der eine Laser Oszillationen mit relativ großer Amplitude ausführte, ergaben sich für die Intensität des anderen Schwingungen mit relativ kleiner Amplitude. Nach einigen Oszillationen vertauschten sich dann die Rollen der Laser. Dieses Zusammenspiel setzte sich dann weiter fort, wie in Abbildung 5.8 zu erkennen ist. Dabei blieb die gleichphasige Synchronisierung in den Intensitäten bestehen. Über die Phasenverhältnisse der Laserfelder ließ sich aufgrund der kleinen Zahl an ‘Bursts’ nichts aussagen. Ein Unterschied in der Visibilität des Interferenzbildes bei Intensitätsausbrüchen zu

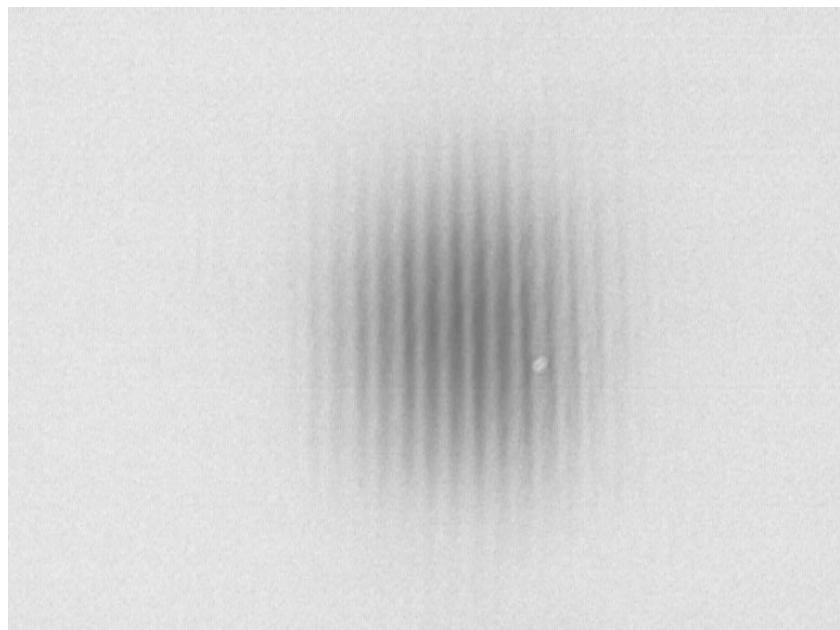


Abbildung 5.5: Unsynchronisierte Aufnahme eines Interferenzbildes (Visibilität $V = 0,20$).

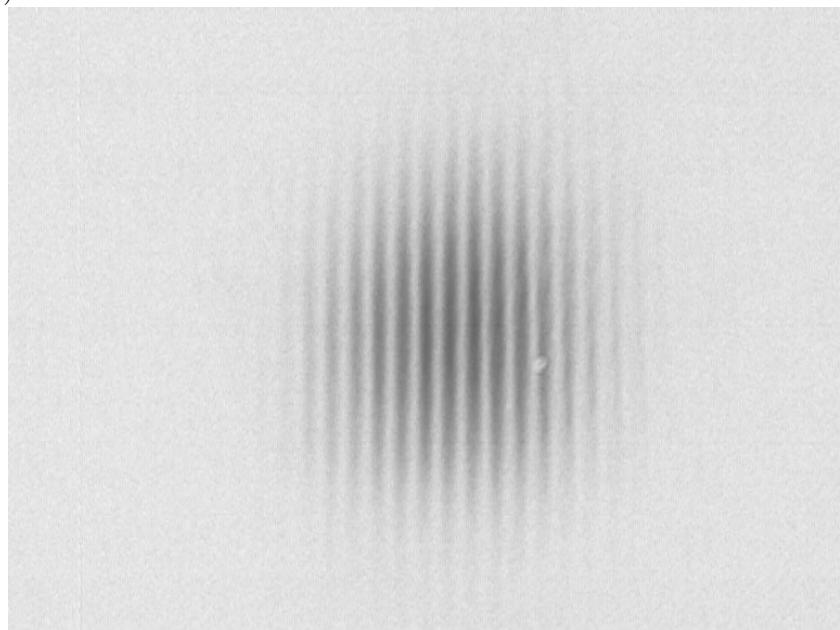


Abbildung 5.6: Synchronisierte Aufnahme eines Interferenzbildes (Visibilität $V = 0,46$).

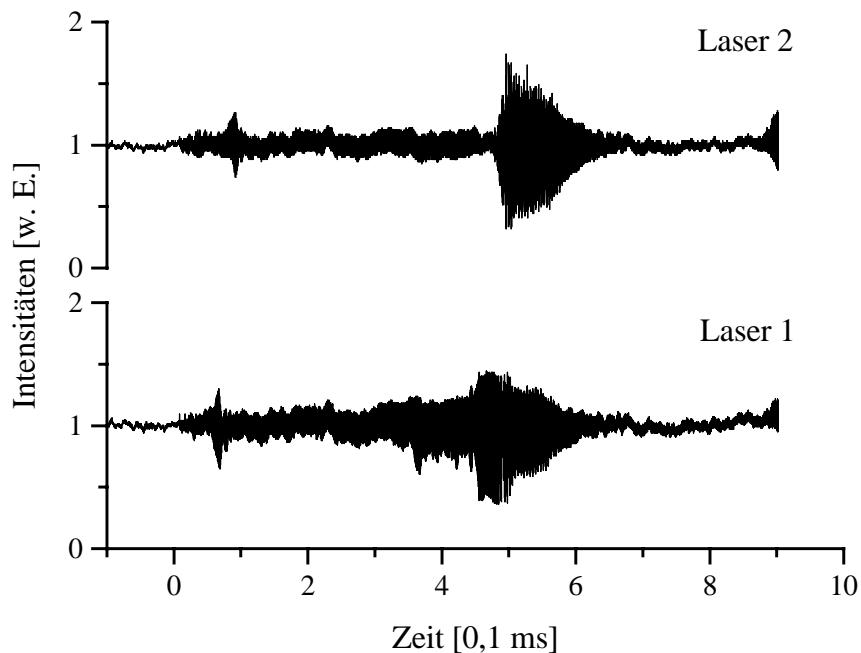


Abbildung 5.7: Zeitreihen der Intensitäten der beiden Laser bei einem Abstand d von 0,670 mm.

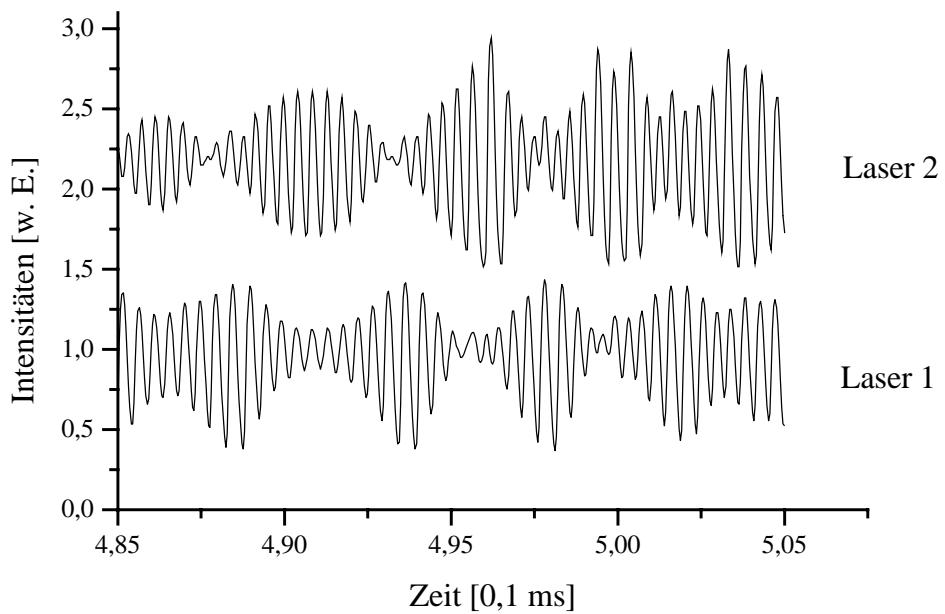


Abbildung 5.8: Ausschnitt aus den Zeitreihen der Intensitäten der beiden Laser bei einem Abstand d von 0,670 mm.

der für ‘ruhige’ Zeiträume war nicht zu erkennen. Die geringe Anzahl der Ausbrüche für ein gegebenes Zeitintervall lässt darauf schließen, daß diese Phänomene nur für sehr kleine Frequenzdifferenzen der Laser (kleiner als 1 MHz) auftreten. Die in bezug auf solche kleinen Werte großen Fluktuationen in $\Delta\omega$ führen dazu, daß dieser Bereich nur selten über einen längeren Zeitraum ‘getroffen’ wird.

Das Amplitudenverhalten ähnelt einem Phänomen, das in einer neueren theoretischen Arbeit zu dem in Kapitel 2 vorgestellten Modell des Systems zweier gekoppelter Laser vorausgesagt wird [KuEr97]. Das dort gefundene Phänomen der ‘lokalierten Synchronisation’ besteht darin, daß zwei phasensynchronisierte Laser Oszillationen in der Intensität mit jeweils unterschiedlichen Amplituden zeigen können. Eine genauere und quantitative Untersuchung der experimentell gefundenen Effekte ist sicherlich notwendig, um mögliche Bezüge zu der erwähnten theoretischen Arbeit herstellen zu können.

5.4 Bereich IV

In diesem Gebiet sind beide Laserfelder phasensynchronisiert, ohne Oszillationen in ihren Zeitreihen zu zeigen. Es herrscht vollkommene Phasenkohärenz, wie das Interferenzbild mit einer Visibilität von 0,78 zeigt (Abbildung 5.9). Das Bild wurde bei einem Abstand von $d = 0,24$ mm aufgenommen.

Der Bereich erstreckt sich von Abständen $d = 0,24$ mm bis ungefähr 0,35 mm, wobei die Grenzfrequenz bei kleinen Abständen von 47 MHz schnell auf kleine Werte bei den größeren Abständen abfällt. Es ist zu vermuten, daß der Bereich sich für sehr kleine Frequenzen (im Vergleich zu den Schwankungen in der Differenzfrequenz) zu noch größeren Abständen hin erstreckt.

5.5 Vergleich Experiment - Bisherige Ergebnisse

Verglichen werden hier die in dem Zusammenhang mit dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse mit den in Abschnitt 2.3 vorgestellten Resultaten.

Die aus numerischen Simulationen der System-Modellgleichungen vorhergesagten vier Bereiche des Parameterraums $d-\Delta\omega$ mit qualitativ verschiedenem Laserverhalten konnten alle aufgefunden werden. Dies ist für den Bereich I mit völlig unsynchronisierten Lasern natürlich selbstverständlich.

Im Gegensatz zu den experimentellen Resultaten des in Abschnitt 2.3 genannten Experiments wurde der Bereich II mit teilweiser Phasensynchronisation ebenfalls beobachtet.

Die aus numerischen Untersuchungen und aus dem erwähnten Experiment bekannten Instabilitäten in den Laserintensitäten konnten reproduziert werden. Es sind quantitative Angaben zu den Frequenzen möglich, bei denen die chaotischen Oszillationen auftreten. Dabei liegen die auftretenden Grenzfrequenzdifferenzen

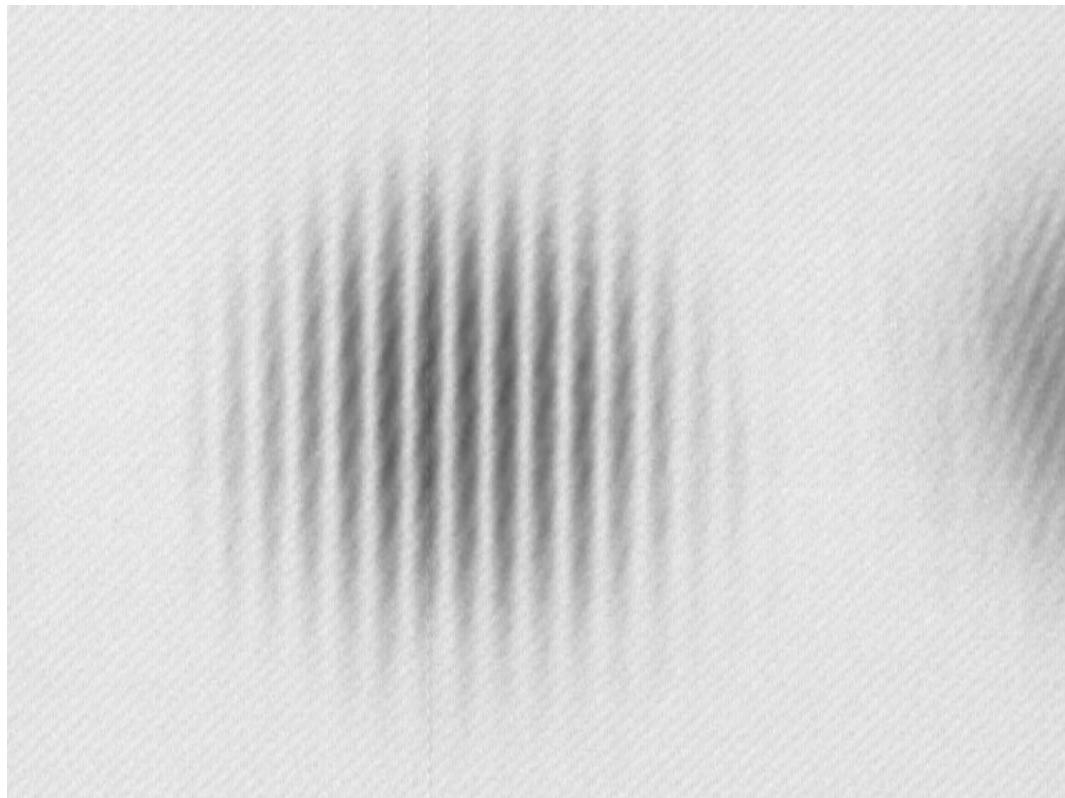


Abbildung 5.9: Interferenzbild phasensynchronisierter Felder bei einem Abstand von 0,24 mm (Visibilität $V = 0,78$).

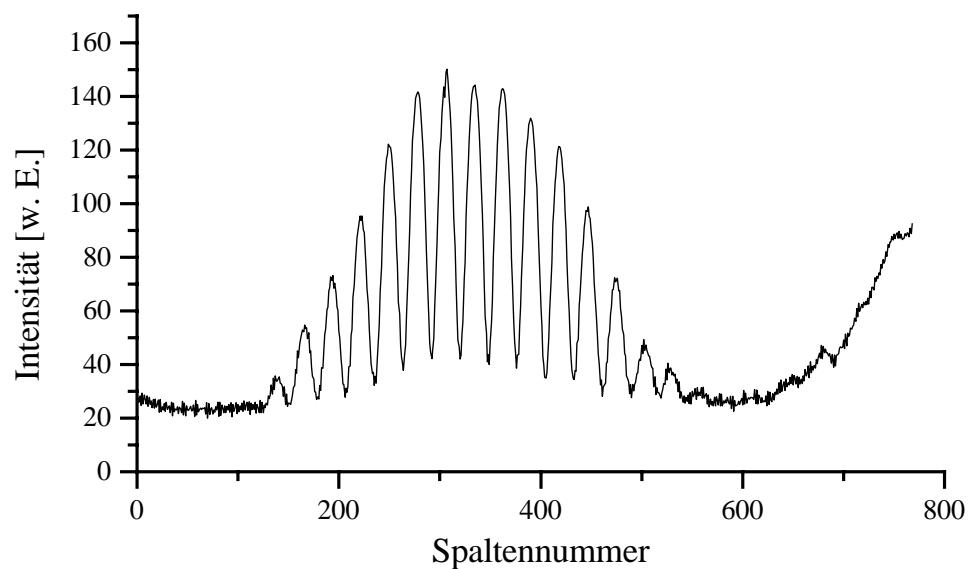


Abbildung 5.10: Mittelung über vertikalen Bildausschnitt des Bildes in Abbildung 5.9.

$\Delta\omega_G$ um mindestens eine Größenordnung höher als die des vorher durchgeföhrten Experiments. Schwankungen bewegen sich im Bereich von wenigen Megahertz auf einer relativ großen Zeitskala von mehreren Zehntelsekunden. Diese Schwankungsgröße ist in Relation zu der absoluten Größe dieser Frequenzen von mehreren Megahertz bis zu einigen zehn MHz zu sehen. Demnach ist eine sehr viel größere relative Genauigkeit bei der Einstellung der Differenzfrequenz $\Delta\omega$ erreicht worden.

In diesem Instabilitätsbereich konnte auch die Tendenz zu größeren Amplituden bei kleiner werdenden Frequenzdifferenzen beobachtet werden, wie aus numerischen Ergebnissen vorhergesagt. Diesbezüglich ließen die bisherigen experimentellen Resultate keine Aussagen zu.

Vollständige Phasenkohärenz ohne Oszillationen trat im Bereich IV auf. Dieses Verhalten entspricht den Erwartungen sowohl der numerischen als auch vorherigen experimentellen Resultaten. Hier konnten allerdings auch die Übergänge von Bereich III nach Bereich IV bzw. von Bereich II nach Bereich IV beobachtet werden, da es gelang eine genügend stabile kleine Frequenzdifferenz einzustellen. Dies war in dem oben genannten Experiment nicht der Fall.

Darüber wurden Instabilitätsphänomene in Abständen d gefunden, bei dem κ sehr kleine Werte annimmt, z. B. $\kappa = 1,78 \cdot 10^{-10}$ bei einem Abstand $d = 0,670$ mm. Die Kopplung zwischen den Feldern sollte dementsprechend schwach sein. Diese Phänomene sind bei solchen Kopplungsstärken theoretisch nicht vorhergesagt worden. Hier stellt sich die Frage, ob noch andere Kopplungsmechanismen in diesem System existieren, oder ob möglicherweise eine genauere theoretische und numerische Analyse diese Effekte reproduzieren kann.

Um weitergehende quantitative Aussagen zum Parameterraum oder auch zu den zuletzt angesprochenen Fragen machen zu können, ist eine größere Anzahl von Meßwerten notwendig.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde ein System zweier lateral gekoppelter Festkörperlaser mit dem in diesem Zusammenhang neuverwendeten Lasermaterial Nd:YVO₄ realisiert und experimentell untersucht.

Es konnte gezeigt werden, daß auch in diesem System die bisher beobachteten Phänomene in der Dynamik der Laserintensitäten und der relativen Phase der elektrischen Felder auftreten. Insbesondere wurde eine Intensitäts-Instabilität in einem bestimmten Bereich für die Dynamikparameter Laserabstand d und Frequenzdifferenz $\Delta\omega$ beobachtet. Die vier Bereiche des zweidimensionalen Parameterraums mit qualitativ unterschiedlichem Laserverhalten, die durch numerische Simulationen der System-Modellgleichungen gefunden worden waren, konnten einschließlich der Instabilität alle experimentell aufgefunden werden. Es waren quantitative Aussagen zu den Grenzwerten für die Differenzfrequenz $\Delta\omega$ möglich, bei denen es zu einem Wechsel von einem der Bereiche des Parameterraums in einen anderen kam.

Darüber hinaus wurde eine qualitativ andersartige Intensitäts-Instabilität bei Werten des Laserabstands d beobachtet, in dem die Kopplung zwischen den beiden Laserfeldern sehr schwach sein sollte. Es stellt sich in diesem Zusammenhang die Frage, ob nicht noch weitere Kopplungsmechanismen existieren, außer dem gegenseitigen Laserfeldaustausch, wie er in den Modellgleichungen des Systems angenommen wurde. Die Antwort darauf kann nur in weiteren experimentellen und theoretischen Untersuchungen gefunden werden. Diese neu aufgefundene Instabilität zeigt in ihrem Amplitudenverhalten der Oszillationen Ähnlichkeiten zu dem kürzlich theoretisch vorhergesagten Phänomen der ‘lokalisierten Synchronisation’.

Die Wahl des Lasermaterial Nd:YVO₄ hat sich als günstig erwiesen. Der kompakte Laserresonatoraufbau, der durch den hohen Absorptionskoeffizienten des Materials für Pumpstrahlung möglich wird, führte dazu, daß die relative Genauigkeit in der Einstellung der Frequenzdifferenz $\Delta\omega$ im Vergleich zu dem in der Einleitung erwähnten Experiment sehr viel größer ist. Erst dadurch war es möglich, bestimmte Parameterbereiche zu untersuchen.

Der Aufbau der Laser hat sich als mechanisch stabil und technisch gut machbar herausgestellt, was insbesondere durch die erzielten hohen Werte für die differentielle Lasereffizienz bestätigt wird. Die nicht genau bekannte Größe der Lebensdauer für das obere Laserniveau des hier verwendeten mit 3,0 Atom-% Neodym dotierten Nd:YVO₄ konnte durch Messungen charakteristischer Lasergrößen ermittelt werden.

Die nun gegebene Beherrschbarkeit der Systemparameter lassen die Erweiterung des 2-Laser-Systems auf eine größere Anzahl von Oszillatoren zu. Die Verwendung von Halbleiterlasern als Pumplaser ist ein weiteres Ziel. Die Führung der Pumpstrahlen an den Kristall könnte mit Glasfasern realisiert werden. Diese Maßnahmen brächten eine Verkleinerung des Gesamtaufbaus. Das durch Halbleiterlaser gepumpte System gekoppelter Festkörperlaser besitzt eine noch engere Anknüpfung an den Bereich technischer Anwendungen.

Literaturverzeichnis

- [Bare85] K. Bar-Eli, *Physica D* **14**, 242, 1985
- [CASIX] CASIX Inc.: *Crystal Guide 1997, Laser crystals: Nd:YVO₄*, Internetadresse <http://www.casix.com>.
- [EBM87] T. Erneux, S. M. Baer, P. Mandel: *Subharmonic bifurcation and bistability of periodic solutions in a periodically modulated laser*, *Phy. Rev. A* **35**, 1165, Februar 1987.
- [Fabi92] L. Fabiny: *Dynamics Of A Coupled Solid State Laser Array*, Dissertation, 1992, Georgia Institute of Technology.
- [FCRL93] L. Fabiny, P. Colet, R. Roy, D. Lenstra: *Coherence and phase dynamics of spatially coupled solid-state lasers*, *Phy. Rev. A* **47**, 4287, Mai 1993.
- [GMRM95] Y. Guyot, H. Manaa, J. R. Rivoire, R. Moncorgé, N. Garnier, E. Descroix, M. Bon, P. Laporte: *Exited-state-absorption and upconversion studies of Nd³⁺-doped single crystals Y₃Al₅O₁₂, Y₃LiF₄, and LaMgAl₁₁O₁₉*, *Phy. Rev. B* **51**, 784, Januar 1995.
- [KaSu80] M. Kawato, R. Suzuki, *J. Theor. Biol.* **86**, 547, 1980
- [KB90] G. J. Kintz, T. Baer: *Single-Frequency Operation in Solid-State Laser Materials with Short Absorption Depths*, *IEEE Journal of Quantum Electronics* Vol. **26**, No. **9**, 1457, September 1990
- [KoLi66] H. Kogelnik, T. Li: *Laser Beams and Resonators*, Proc. IEEE Vol. 64, 1312, Oktober 1966
- [KuEr97] R. Kuske, T. Erneux: *Localized synchronization of two coupled solid state lasers*, *Optics Communications* **139**, 125, Juni 1997
- [MöBr95] M. Möller, H.-J. Bruns: *Video Sampling: A new low-cost method of capturing fast repetitive processes*, *Rev. Sci. Instrum.* **66** (9), 4535, September 1995

- [OzLa95] B. Ozygus, H. Laabs: *The Influence of Transverse Structures on the Coupling of Solid-state Lasers*, Vorveröffentlichung, 1996
- [PeSc95] P. Peuser, N. P. Schmitt: *Diodengepumpte Festkörperlaser*, Springer Verlag, Berlin, 1996
- [Schw88] I. B. Schwartz: *Infinite Primary Saddle-Node Bifurcation In Periodically Forced Systems*, Phy. Lett. A **126**, 411, Januar 1988.
- [SEO] Schwartz Electro-Optics: *Titan-CW*, Technisches Datenblatt.
- [Sieg76] A. E. Siegman: *Lasers*, University Science Books, 1986
- [SKYO91] T. Sasaki, T. Kojima, A. Yokotani, O. Oguri, S. Nakai: *Single-longitudinal-mode-operation and second harmonic generation of Nd:YVO₄ microchip lasers*, Optics Letters Vol. 16, No. 21, 1665, November 1991.
- [TMRE97] K. S. Thornburg, Jr., M. Möller, R. Roy, T. W. Carr, R.-D. Li, T. Erneux: *Chaos and coherence in coupled lasers*, Phy. Rev. E Vol. **55**, No. **4**, 3865, April 1997
- [Winf90] A. Winfree: *The Geometry of Biological Time*, Springer Verlag, Berlin, 1990
- [WKEC85] C. O. Weiss, W. Klische, P. S. Ering, M. Cooper, Optics Communications **52**, 405, 1985
- [WSZO95] S. Watanabe, S. H. Strogatz, H. S. J. van der Zant, T. P. Orlando, Phys. Rev. Lett. **75**, 45, 1995

Danksagung

Diese Diplomarbeit wurde am Institut für Angewandte Physik der Westfälischen Wilhelms-Universität in Münster angefertigt.

Für die interessante und vielseitige Aufgabenstellung sowie für die sehr guten Arbeitsbedingungen danke ich Herrn Prof. Dr. Wulfhard Lange. Mein Dank gilt besonders meinem Betreuer Dr. Michael Möller für die überaus gute Unterstützung und Kooperation bei der Erstellung der Arbeit. Ich habe mich gefreut, in einer Gruppe von Menschen tätig sein zu dürfen, die eine sehr angenehme und oft heitere Atmosphäre verbreiten, sowohl in Hinsicht auf das wissenschaftliche Arbeiten als auch im Bereich zwischenmenschlicher Kontakte. Aus diesem Kreis der Arbeitsgruppenmitglieder kamen nützliche Anregungen und Hinweise, für die ich mich bedanken möchte. Den Mitarbeitern der Feinmechanischen Werkstatt unter der Leitung von Herrn Schoppmann sowie der Elektronikwerkstatt gilt mein Dank für eine stets sehr gute Zusammenarbeit.

Ich versichere, diese Arbeit selbständig angefertigt und außer den angegebenen keine weiteren Hilfsmittel verwendet zu haben.

Münster, den 31. Juli 1997

