Grammatiken
Eine Grammatik G erzeugt Zeichenreihen
Formal:
Def.: Eine Grammatik G ist ein Tupel G = (N,T,P,S)
N endliche Menge von Hilfszeichen (Nichtterminalen)
T endliche Menge von terminalen Zeichen
P endliche Menge von Regeln (Produktionen)
$S \in N$: Axiom(Startsymbol)

Beispiel:
$T = \{V, +, *, 1, (,)\}, N = \{\pi, \alpha, \phi, \tau\}, S \equiv \alpha$
$P : \pi \rightarrow V$
$\pi \rightarrow (\alpha)$
$\phi \rightarrow \pi$
$\phi \rightarrow \phi \uparrow \pi$
$\tau \rightarrow \phi$
$\tau \rightarrow \tau * \phi$
$\alpha \rightarrow \tau$
$\alpha \rightarrow \alpha + \tau$

Eingabe:

$$\begin{array}{ccccc}
\mathrm{V} & * & \mathrm{V} & \uparrow & \mathrm{V} \\
\pi & & \pi & & \pi \\
\phi & & \phi & & \\
\tau & & & \phi & \\
 & \tau & & & \\
 & \alpha & & &
\end{array}$$

Arbeitsweise: (2 Möglichkeiten)
1. Top-Down (von oben nach unten, reduzieren)
gegeben Zeichenreihe
Man versucht ausgehend von einer Zeichenreihe mit Hilfe der Regeln das Axiom zu erzeugen.
2. Buttom-Up (von unten nach oben, erweitern)
gegeben: Axiom:
-ausgehen von dem Axiom versucht man mit Hilfe der Regeln die Zeichenreihe zu erzeugen.

Variationen:
1. deterministisch vs. nicht-deterministisch
2. Arten der Regeln: Allgemein: Zeichenreihe → Zeichenreihe (beide aus terminale und nicht-terminale Zeichen)
- linke Seite nur ein Nicht-terminalsymbol
- Länge der Zeichenreichen ist beschränkt
- spezielle Formen für linke und rechte Zeichenkette

Sprachen:

Def. 1: Eine Zeichenreihe mit terminalen Zeichen, die mit Hilfe der Regeln aus P auf das Axiom S realsisiert werden kann, heißt von G erzeugtes Wort.
Def. 2: Eine Zeichenreihe mit terminalen Zeichen, die mit Hilfe der Regeln aus P vom Axiom S aus abgeleitet werden kann, heißt von G erzeugtes Wort(„Definition gleichwertig“)
Def. 3: Die Menge der von G erzeugten Wörter heißt Sprache von G L(G).

Zusammenhang zwischen Automaten und Grammatiken
Automat $\underbrace{\rightarrow}_{\text{akzeptiert}}$ Sprache $\underbrace{\leftarrow}_{\text{erzeugt}}$ Grammatik
Ein Automat A ist äquivalent zu einer Grammatik G, genau dann, wenn $L(A) = L(G)$

Vorlesung:

1. Mathematischen Grundlagen
   Diskrete Mathematik, Zeichenreihe, Graphen, Logik, Relationen, Fkt
2. endliche Automaten
   Variationen, deterministisch, nicht-deterministisch, ϵ-Übergänge, Ausgaben
3. Reguläre Grammatiken, Mengen und Ausdrücken
   Definitionen
   Äquivalenz endliche Automaten
   Eigenschaften (Abgeschlossen gegenüber verschiedenen Operationen usw.)
4. Kellerautomaten
   Definition (incl. Varianten)

5. Kontextfreie Grammatiken
   Definition + Eigenschaften
   Äquivalenz: Kellerautomat $\leftrightarrow$ kfr. Grammatiken

6. Stapelautomat

7. Turingmaschine
   Definition Variationen , Eigenschaften, Berechenbarkeit

8. Unbeschränkte Grammatiken
   Eigenschaften, Äquivalenz von Turingmaschinen

9. linear beschränkte Automaten

10. kontextsensitive Grammatiken

11. Chomsky

12. LR(k)-Grammatiken

13. Baumautomaten

14. Berechenbarkeitstheorie

---

§1. Mathematischen Grundlagen

Mengen

Grundmenge G, Elemente aus der Grundmenge
Festlegung: $x \in G$ oder $x \notin M$, $x \in G$
Anzahl der Elemente in $M : |M|$
Schreibweise : $\{a_1, .., a_n\}, \{2, 4, 6, ...\} = \{n \in N | n \mod 2 = 0\}$, charateristischen Prädikat $M = \{x \in G | P(x)\}$
charakteristische Funktion: $X_n : G \rightarrow \{0, 1\}$
$M = G \Rightarrow M$ heißt Universalmenge, leere Menge $\emptyset$

Teilmenge

Potenzmenge: die Menge aller Teilmengen von M heißt Potenzmenge von M
$(2^M, P(M)), |M| = n \Rightarrow |P(M)| = 2^n$
Es gilt stets: $\emptyset \in P(M), M \in P(M)$
Komplement: $A^c = \overline{A}$
Schnitt: $A \cap B$
Vereinigung: $A \cup B$
Differenz: $A - B$
Symmetrische Differenz: $A * B = (A - B) \cup (B - A)$
Potenzmenge
Kartesisches Produkt von A und B. $A * B = \{(x, y) | x \in A \land y \in B\}$
Eigenschaften: $(A^c)^c = A$
$X_{(A^c)^c}(x) = X_A(x)$