Übungsblatt 7 (Topologie 2, SS 2019)

Achim Krause, Thomas Nikolaus

zur Besprechung in den Übungsgruppen am 27.05./28.05.

Aufgabe 1. Für X, Y punktierte CW-Komplexe, beschreiben Sie $H^*(X \vee Y)$ als Ring in Termen von $H^*(X)$ und $H^*(Y)$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass $S^n \times S^n$ nicht homotopieäquivalent zu $S^n \vee S^n \vee S^{2n}$ ist. Leiten Sie daraus die Existenz einer nicht-nullhomotopen Abbildung $S^{2n-1} \to S^n \vee S^n$ her.

Aufgabe 3. Sei Σ_g die orientierte Fläche vom Geschlecht g. Berechnen Sie die Kohomologie $H^*(\Sigma_g; \mathbb{Z})$ als Ring. (Tipp: Bilden Sie Σ_g durch eine geeignete Abbildung auf ein Wedge von g Tori ab.)

Aufgabe 4. Wir betrachten die CW-Struktur auf S^n mit einer 0-Zelle und einer n-Zelle. Wir definieren einen CW-Komplex X mit einer 0-Zelle, einer n-Zelle und einer $2n$-Zelle als Quotient von $S^n \times S^n$, indem wir $S^n \times p_0$ und $p_0 \times S^n$ miteinander identifizieren, wo $p_0 \in S^n$ die 0-Zelle ist.

(a) Berechnen Sie die von der Quotientenabbildung $q : S^n \times S^n \to X$ induzierte Abbildung $H^*(X) \xrightarrow{q^*} H^*(S^n \times S^n)$ und die Ringstruktur auf $H^*(X)$.

(b) Für gerades n, folgern Sie die Existenz einer nicht-nullhomotopen Abbildung $S^{2n-1} \to S^n$.