

Präsenzübungsblatt (Topologie 1, WS 18/19)

Achim Krause, Thomas Nikolaus

zur Besprechung in den Übungsgruppen am 09.10./10.10.

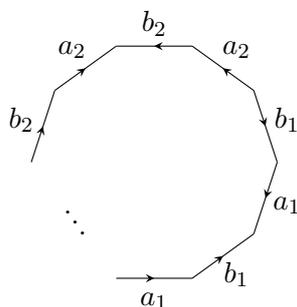
Aufgabe 1.

- (a) Wiederholen Sie die Konstruktion der Räume $\mathbb{C}P^n$.
- (b) Beschreiben Sie eine Einbettung $\mathbb{C}P^{n-1} \hookrightarrow \mathbb{C}P^n$.
- (c) Wozu ist das Komplement $\mathbb{C}P^n \setminus \mathbb{C}P^{n-1}$ homöomorph?

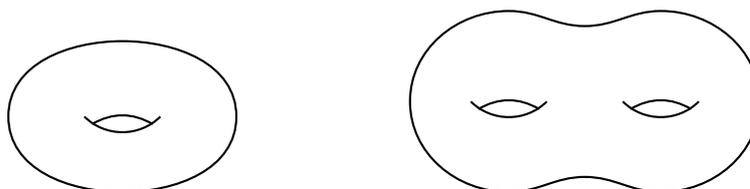
Aufgabe 2. Berechnen Sie die Fundamentalgruppen der folgenden Räume. (Benutzen Sie, dass S^n für $n \geq 2$ einfach-zusammenhängend ist.)

- (a) Die Sphäre S^1 .
- (b) Die reell-projektiven Räume $\mathbb{R}P^n$.

Aufgabe 3. Für $g \geq 1$ definieren wir Σ_g , die *Standardfläche von Geschlecht g* , als Quotient eines regelmäßigen $4g$ -Ecks wie folgt:



- (a) Überlegen Sie sich, warum Σ_g eine kompakte topologische Mannigfaltigkeit ist.
- (b) Überlegen Sie sich am Beispiel $g = 1$ und $g = 2$, wieso der Quotient tatsächlich wie in der unten abgebildeten Grafik aussieht. Zeichnen Sie hierzu die Bilder der Kanten a_i und b_i unter der Quotientenabbildung ein.



Aufgabe 4.

- (a) Wiederholen Sie die Begriffe von Homotopieklassen $[X, Y]$ und Homotopieklassen relativ Basispunkt $[(X, x_0), (Y, y_0)]_*$.
- (b) Zeigen Sie, dass die Komposition von Abbildungen wohldefinierte Abbildungen

$$[Y, Z] \times [X, Y] \rightarrow [X, Z]$$

$$[(Y, y_0), (Z, z_0)]_* \times [(X, x_0), (Y, y_0)]_* \rightarrow [(X, x_0), (Z, z_0)]_*$$

induziert.