

Übungsblatt 6 (Homotopietheorie 1, WS 2019/20)

Achim Krause, Thomas Nikolaus

zur Abgabe und Besprechung in der Übungsgruppe am 20.11.

Aufgabe 1. Für punktierte Räume X haben wir in der Vorlesung eine natürliche Bijektion $\pi_n(\text{Sing}(X)) \cong \pi_n(X)$ konstruiert. Zeigen Sie, dass diese für $n \geq 1$ ein Gruppenhomomorphismus ist.

Aufgabe 2. Wir erinnern: eine Klasse von Abbildungen von simplizialen Mengen heißt *saturiert*, wenn sie abgeschlossen unter Pushouts, Retrakten und transfiniten Kompositionen ist.¹ Sei $i : A \hookrightarrow X$ fix. Zeigen Sie:

Ist W saturiert, so ist auch $\{j \mid j \boxtimes i \in W\}$ saturiert.

Aufgabe 3. Sei X eine abzählbare simpliziale Menge. Zeigen Sie, dass $\pi_n(X)$ für jedes $n \geq 0$ abzählbar ist.

Aufgabe 4.

- (a) Zeigen Sie, dass die Klasse aller Monomorphismen $A \hookrightarrow X$ simplizialer Mengen, die auf Homologie einen Isomorphismus induzieren, alle anodynen Abbildungen enthält.
- (b) Beweisen Sie, dass schwache Äquivalenzen simplizialer Mengen Isomorphismen auf Homologie induzieren.²

¹Wie in der Definition anodyner Abbildungen.

²Tipp: Zeigen Sie zunächst mithilfe von (a), dass homotope Abbildungen zwischen Kankomplexen die gleiche Abbildung auf Homologie induzieren.